MATEMÁTICA 2º ESO 12/02/2016

TEMAS 7 SEMELLANZA E TEOREMA DE PITÁGORAS

8 CORPOS SÓLIDOS

NOME	GRUPO

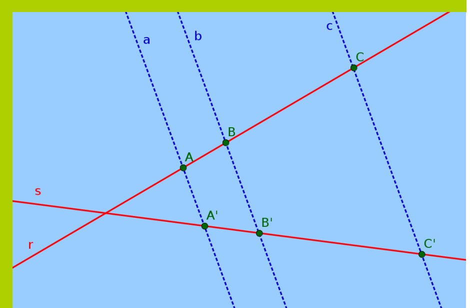
0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

1 | 1. i. Enunciar o Teorema de Tales acompañando-o dun gráfico.

1 | ii. Explicar que se entende por posición de Tales de dous triángulos e pór un exemplo.

i. Dadas duas rectas r e s cortadas por várias paralelas a, b, c, …, os segmentos determinados polas rectas paralelas en r son proporcionais aos segmentos homólogos determinados en s:

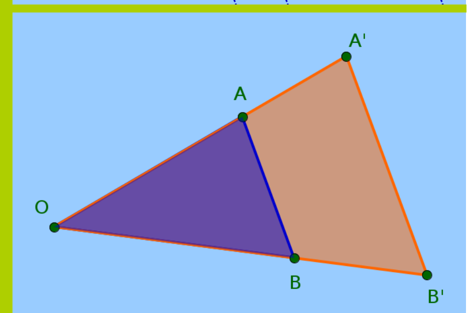
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$



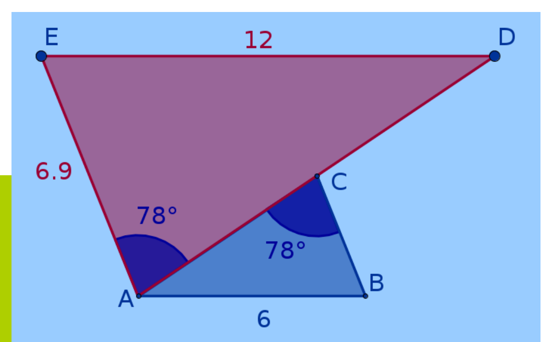
ii. Di-se que dous triángulos $\overset{\triangle}{OAB}$ e $\overset{\triangle}{OA'B'}$ están en posición de Tales se comparten un ángulo e os lados opostos a ese ángulo son paralelos.

Exemplo

Os triángulos da figura están en posición de Tales por compartiren o ángulo $\hat{O}$ e teren paralelos os lados $\overline{AB}$ e $\overline{A'B'}$; polo tanto son triángulos semellantes.



1.5 | 2. Estudar de xeito razoado se os triángulos $\overset{\triangle}{ABC}$ e $\overset{\triangle}{ADE}$ son semellantes e, en caso afirmativo, calcular a razón de semellanza e o lado $\overline{BC}$.



Os triángulos son semellantes porque poden pór-se en posición de Tales, ao teren un ángulo igual e os lados opostos $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ paralelos.

Logo os lados homólogos son proporcionais, e polo tanto:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{ED}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{6{,}9}{\overline{BC}}=\frac{12}{6}\text{ ; de aqui podemos obter: } \overline{BC}=\frac{6\cdot 6{,}9}{12}=\frac{6{,}9}{2}=3{,}45$$

A razón de semellanza é $r=2$.

1.5	

3. A distáncia real entre duas cidades é de $120\ km$, mentres que no mapa distan $4{,}8\ cm$. Calcular a escala do mapa e a lonxitude dunha ria que no mapa ten unha lonxitude de $2\ cm$.

Expresando todas as distáncias en cm resulta que $4{,}8\ cm$ no mapa corresponden-se con $120\ km = 12.000.000\ cm$ na realidade.

Dividindo a distáncia real entre a distáncia no mapa obtemos: $\frac{12.000.000}{4{,}8} = 2.500.000$; polo tanto o mapa está feito a escala $1 : 2.500.000$, que significa que por cada unidade no mapa teremos $2.500.000$ unidades na realidade e cumpre-se a proporción:

$$\frac{2.500.000}{1} = \frac{12.000.000}{4{,}8}$$

De igual maneira, se chamamos L á lonxitude real da ria, resulta:

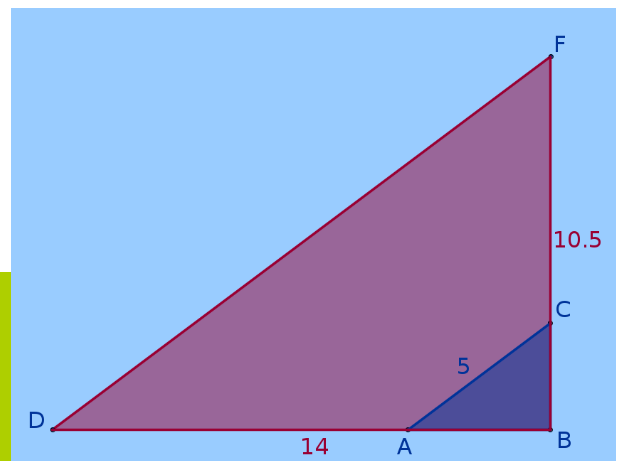
$$L = 2.500.000 \cdot 2 = 5.000.000\ cm = 50\ km$$

Volve cumprir-se a proporción entre a escala, a distáncia entre as cidades e a anchura da ria:

$$\frac{2.500.000}{1} = \frac{12.000.000}{4{,}8} = \frac{5.000.000}{2}$$

1.5	

4. Enunciar o Teorema de Pitágoras e calcular os catetos do triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$, do que se sabe que a sua hipotenusa é 5, sabendo ademais que os catetos do triángulo $\overset{\triangle}{DBF}$ son 14 e $10{,}5$ e que ambos triángulos son semellantes.



En todo triángulo rectángulo, o cuadrado da hipotenusa é igual á suma dos cuadrados dos catetos; é dicer: se a é a hipotenusa e b e c son os catetos, resulta:
$a^2 = b^2 + c^2$

Se chamamos a á hipotenusa do triángulo $\overset{\triangle}{DBF}$, temos:

$$a^2 = 14^2 + 10{,}5^2 = 196 + 110{,}25 = 306{,}25 \Rightarrow a = \sqrt{306{,}25} = 17{,}5$$

Como ambos triángulos son semellantes, a razón de semellanza é $r = \frac{17{,}5}{5} = 3{,}5$.

Logo $\overline{AB} = \frac{14}{3{,}5} = 4$ e $\overline{BC} = \frac{10{,}5}{3{,}5} = 3$.

1 5. Discutir se un triángulo de lados 6, 9 e 12 é ou non un triángulo rectángulo.

Se fose un triángulo rectángulo deberia cumprir o Teorema de Pitágoras. Como o lado mais longo é o que mide 12, este deberia ser a hipotenusa do triángulo, mentres que os catetos serian os outros dous lados; polo tanto: $6^2+9^2=36+81=117\neq 12^2$.

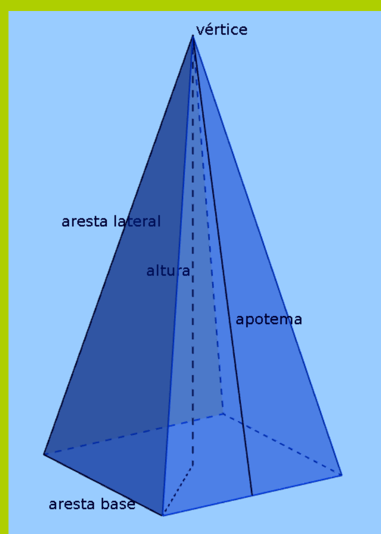
Como a igualdade non é certa, concluímos que o triángulo non cumpre o Teorema e polo tanto non é un triángulo rectángulo. Ademais, como $12^2>6^2+9^2$, o triángulo é obtusángulo.

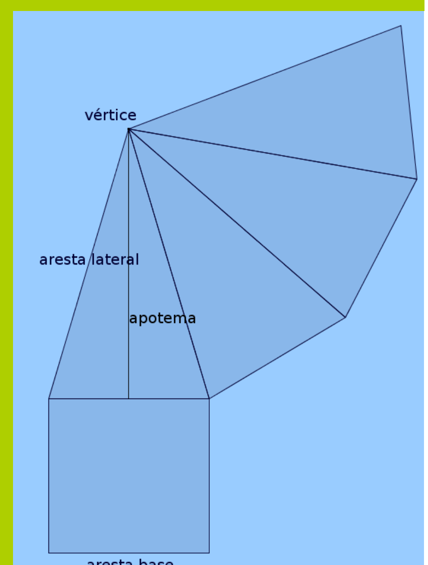
1 6. i. Sinalar na pirámide da figura a sua aresta lateral, apotema, altura, vértice e aresta da base, e indicar o nome completo da figura.

1 ii. Representar o seu desenvolvimento e sinalar de novo sobre el a aresta lateral, apotema, vértice e aresta da base.

1 iii. Calcular a sua altura sabendo que a aresta lateral da pirámide mide $a=15\ cm$ e que a diagonal da base é $d=18\ cm$.

i. A aresta lateral é o segmento que une o vértice da pirámide con calquer dos vértices da base; a apotema é o segmento que une o vértice da pirámide co ponto médio de calquer dos lados da base; a altura é o segmento que une o vértice da pirámide co centro da base; o vértice da pirámide é o ponto intersección das arestas laterais; a aresta da base é o segmento que une dous vértices consecutivos da base.





iii. A aresta lateral forma, xunto coa altura e o raio da base, un triángulo rectángulo. Como a diagonal da base é $d=18\ cm$, o raio é $r=\frac{d}{2}=9$, e polo tanto, a altura h será: $a^2=r^2+h^2 \Leftrightarrow h^2=a^2-r^2=15^2-9^2=225-81=144 \Leftrightarrow h=\sqrt{144}=12\ cm$

1 7. i. Que é un sólido platónico? Cantos coñeces?

0.5 ii. Calcular o número de arestas dun icosaedro sabendo que ten 20 caras e 12 vértices.

i. Chaman-se sólidos platónicos aos cinco poliedros regulares que existen: a característica que os identifica é que teñen as suas caras, arestas e ángulos iguais.

Son o tetraedro (4 caras triangulares), o cubo ou hexaedro (6 caras cuadradas), o octaedro (8 caras triangulares), o dodecaedro (12 caras pentagonais) e o icosaedro (20 caras triangulares).

ii. Aplicando a relación de Euler resulta: $C+V=A+2 \Leftrightarrow A=C+V-2=20+12-2=30$ arestas.