

## DEPENDENCIA LINEAR

É interesante en particular o caso do vector nulo, que chamaremos  $O$ , vector que ten nulas todas as súas componentes e é o elemento neutro da suma de vectores. Dado un conxunto de vectores  $\{v_1, v_2, \dots, v_k\} \subset \mathbb{R}^n$ , sempre se pode obter o vector nulo como combinación linear dos vectores  $v_1, v_2, \dots, v_k$ . En definitiva, o vector nulo é combinación linear de calquer conxunto de vectores, xá que sería abondo con tomar todos os escalares nulos (que chamaremos combinación linear trivial ou solución trivial). Polo tanto, dado un conxunto  $\{v_1, v_2, \dots, v_k\} \subset \mathbb{R}^n$ , o vector nulo há de estar no caso ii ou ben no caso iii. Se o vector nulo está no caso ii, existe unha única forma de obté-lo a partir dos vectores  $v_1, v_2, \dots, v_k$ , e esta forma forzosamente será a trivial:  $O = 0 \cdot v_1 + 0 \cdot v_2 + \dots + 0 \cdot v_k$ . Pola contra, se o vector nulo está no caso iii, entón haberá varias formas diferentes de obté-lo a partir dos vectores  $v_1, v_2, \dots, v_k$ . Unha destas formas é a mencionada anteriormente, na que todos os escalares son nulos, e as outras han de ser combinacións lineares nas que algun escalar sexa distinto de cero (que será a solución non trivial). Á vista destes dous casos, definimos o seguinte:

Un conxunto de vectores  $\{v_1, v_2, \dots, v_k\} \subset \mathbb{R}^n$  é linearmente independente se a única forma de obter o vector nulo como combinación linear de  $v_1, v_2, \dots, v_k$  é a trivial, ou expresado de maneira mais formal:  $\{v_1, v_2, \dots, v_k\} \subset \mathbb{R}^n$  é linearmente independente  $:\Leftrightarrow \forall \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R} \quad \alpha_1 \cdot v_1 + \alpha_2 \cdot v_2 + \dots + \alpha_k \cdot v_k = O \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$ .

Reciprocamente, diremos que o conxunto  $\{v_1, v_2, \dots, v_k\} \subset \mathbb{R}^n$  é linearmente dependente se é posíbel obter o vector nulo como combinación linear non trivial dos vectores  $v_1, v_2, \dots, v_k$  de mais formas que a trivial:  $\{v_1, v_2, \dots, v_k\} \subset \mathbb{R}^n$  é linearmente dependente  $:\Leftrightarrow \exists \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R} \quad / \quad \alpha_1 \cdot v_1 + \alpha_2 \cdot v_2 + \dots + \alpha_k \cdot v_k = O$ , con algun dos  $\alpha_i$  distinto de cero.