

NOME

GRUPO 2º ESO

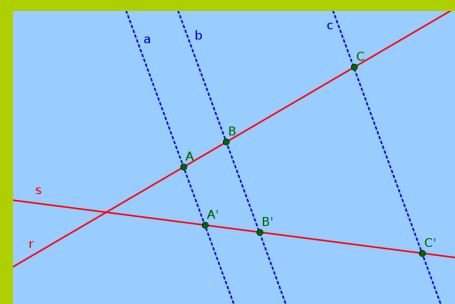
0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

1. i. Enunciar o Teorema de Tales acompañando-o dun gráfico.

ii. Na seguinte figura, indicar se se pode aplicar o Teorema de Tales e, en caso afirmativo, obter a medida do segmento $\overline{BC}$ sabendo que $\overline{AB}=4$, $\overline{A'B'}=5$ e $\overline{A'C'}=12$.

i. Dadas duas rectas r e s cortadas por varias paralelas a , b , c , ..., los segmentos determinados polas rectas paralelas en r son proporcionais aos segmentos homólogos determinados en s :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

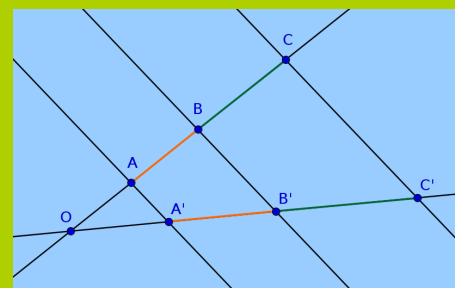


ii. A figura corresponde-se co Teorema de Tales por existir varias paralelas que cortan a duas secantes, así que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

E como $\overline{B'C'} = \overline{A'C'} - \overline{A'B'} = 12 - 5 = 7$, resulta:

$$\frac{4}{5} = \frac{\overline{BC}}{7} \Leftrightarrow 5 \cdot \overline{BC} = 4 \cdot 7 \Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{4 \cdot 7}{5} = 5,6$$

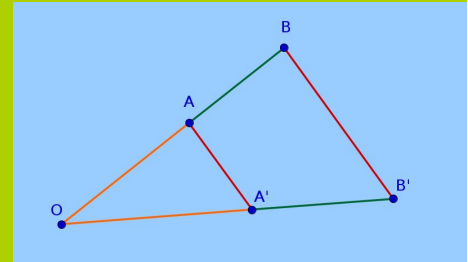


2. Indicar o significado dos seguintes conceptos e pór un exemplo:

- i. lados homólogos
- ii. figuras semellantes

- iii. triángulos en posición de Tales
- iv. lados proporcionais

i. Dadas dúas figuras, enténdese por lados homólogos aqueles que ocupan unha mesma posición en ambas. Por exemplo, nos dous triángulos rectángulos da figura, enténdese que as dúas hipotenusas $\overline{OA'}$ e $\overline{OB'}$ son lados homólogos.



ii. Di-se que dúas figuras son semellantes se teñen a mesma forma aínda que podan ter diferente tamaño ou posición. Os triángulos da figura son proporcionais, xá que ao estaren en posición de Tales teñen os mesmos ángulos e os seus lados homólogos son proporcionais.

iii. Di-se que dous triángulos están en posición de Tales se comparten un ángulo e os lados opostos a ese ángulo son paralelos.

Os triángulos da figura están en posición de Tales por compartiren o ángulo $\hat{O}$ e teren paralelos os lados $\overline{AA'}$ e $\overline{BB'}$; polo tanto son triángulos semellantes.

iv. Di-se que os lados de dúas figuras son proporcionais se as razóns dos seus lados homólogos son iguais: se $a, b, c \dots$ son lados dunha figura e $a', b', c' \dots$ son os lados homólogos da outra, serán proporcionais se $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$.

Na figura anterior os lados do triángulo $\triangle OAA'$ son proporcionais aos seus homólogos do triángulo $\triangle OBB'$, por seren triángulos que están en posición de Tales.

3. Estudar de xeito razoado se os triángulos $\triangle ABC$ e $\triangle A'B'C'$ son semellantes e nese caso calcular os lados que faltan.

Os triángulos son semellantes porque poden pór-se en posición de Tales, ao seren os tres ángulos de $\triangle ABC$ iguais aos seus ángulos homólogos no triángulo $\triangle OCD$. Logo os tres pares de lados homólogos serán proporcionais, e polo tanto:

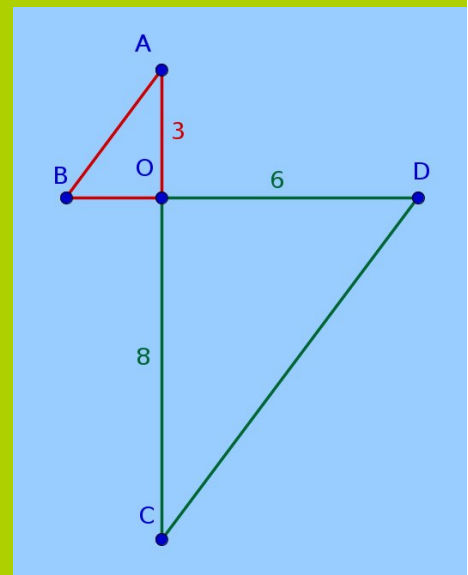
$$\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{8}{3} = \frac{6}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}; \text{ de aquí obtemos:}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{6}{\overline{OB}} \Leftrightarrow 8 \cdot \overline{OB} = 3 \cdot 6 \Leftrightarrow \overline{OB} = \frac{18}{8} = 2,25$$

Ademais como son dous triángulos rectángulos resulta:

$$\overline{CD}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Leftrightarrow \overline{CD} = \sqrt{100} = 10$$

$$\overline{AB}^2 = 2,25^2 + 3^2 = 5,0625 + 9 = 14,0625 \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{14,0625} = 3,75$$



1

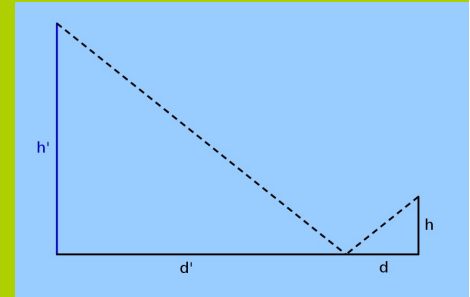
4. Entre a base dunha farola e a nosa posición hai 10 m de distancia, e colocamos un espello a 2 m dos noso pés, no que podemos observar o extremo superior da farola. Calcular a súa altura sabendo que a nosa é de $1,60\text{ m}$.

Nota: Dar a solución en metros.

Na figura forman-se dous triángulos semellantes por compartiren un ángulo e teren os lados opostos paralelos, así que os seus lados son proporcionais.

Se chamamos h e h' á nosa estatura e á altura da farola, e d e d' ás distancias do espello a nós e do espello á base da farola, temos que $h=1,60$, $d=2$ e $d'=10-2=8$, así que:

$$\frac{h'}{h} = \frac{d'}{d} \Leftrightarrow \frac{h'}{1,60} = \frac{8}{2} \Leftrightarrow h' \cdot 2 = 1,60 \cdot 8 \Leftrightarrow h' = \frac{1,60 \cdot 8}{2} = 6,40\text{ m}$$



1

5. Calcular a escala á que está feito un mapa de Galiza sabendo que a ría de Muros ten unha lonxitude de 18 km na realidade e que no noso mapa esa lonxitude é de $3,6\text{ cm}$.

Expresando ambas lonxitudes en cm resulta que $3,6\text{ cm}$ no mapa corresponden-se con $18\text{ km} = 1.800.000\text{ cm}$ na realidade.

Logo a escala obteremo-la de comparar ambas cantidades, dividindo: $\frac{1.800.000}{3,6} = 500.000$.

Polo tanto o mapa está feito a escala $1:500.000$, que significa que por cada unidade no mapa teremos 500.000 unidades na realidade e cumpre-se a proporción:

$$\frac{500.000}{1} = \frac{1.800.000}{3,6}$$

1

6. Enunciar o Teorema de Pitágoras e discutir se é posíbel representar un triángulo rectángulo que teña lados 9, 12 e 15 respectivamente.

En todo triángulo rectángulo, o cuadrado da hipotenusa é igual á suma dos cuadrados dos catetos; é dicir: se h é a hipotenusa e c_1 e c_2 son os catetos, resulta que $h^2 = c_1^2 + c_2^2$.

Para representar un triángulo rectángulo con esas medidas, debería cumprir o Teorema de Pitágoras. Como o lado mais longo é o que mide 15, ese há de ser a hipotenusa do triángulo, mentres que os catetos serán os outros dous lados; polo que:
 $15^2 = 9^2 + 12^2 \Leftrightarrow 225 = 81 + 144 \Leftrightarrow 225 = 225$.

A igualdade efectivamente é certa, así que concluímos que si é posíbel trazar tal triángulo.

Se cortamos o triángulo pola súa altura d aparecen dous triángulos rectángulos, nos que o cateto inferior é 5, por ser a metade da base, e a hipotenusa é $a = 13$, así que a altura será:

$$13^2 = d^2 + 5^2 \Leftrightarrow d^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Leftrightarrow d = \sqrt{144} = 12$$

Logo a altura do triángulo é $d = 12$.

2

7. Calcular a área dunha cara lateral da pirámide da figura, sabendo que a altura da pirámide é de 20 cm e que a súa base é un cuadrado de 30 cm de lado.

Coa altura da pirámide, a metade do lado da base e a altura da cara lateral formamos un triángulo rectángulo, así que, se chamamos h á altura da pirámide, a á altura da cara lateral e b ao lado do cuadrado da base temos que $h = 20$ e $\frac{b}{2} = 15$, e polo tanto:

$$a^2 = h^2 + \frac{b^2}{4} = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 \Leftrightarrow a = \sqrt{625} = 25$$

Logo á cara lateral ten base $b = 15$ e altura $a = 25$, así que a súa área é
 $S = \frac{15 \cdot 25}{2} = \frac{375}{2} = 187,5 \text{ cm}^2$.

