8 Funcións e gráficas

Contidos

Obxectivos

- Coñecer e interpretar as funcións e as distintas formas de presentalas.
- Recoñecer o dominio e o percorrido dunha función.
- Determinar se unha función é continua ou descontinua.
- Achar a taxa de variación e a taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Determinar o crecemento ou decrecemento dunha función e achar os seus máximos e mínimos.
- Recoñecer os puntos de inflexión.
- Comprobar a simetría dalgunhas funcións respecto á orixe e ao eixe OY.
- Recoñecer se unha función é periódica.

Autora: Mª Isabel Hermida Rodríguez

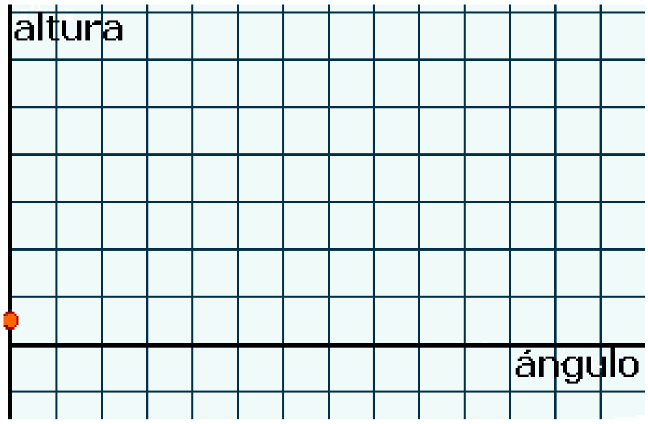
Antes de empezar

Investiga

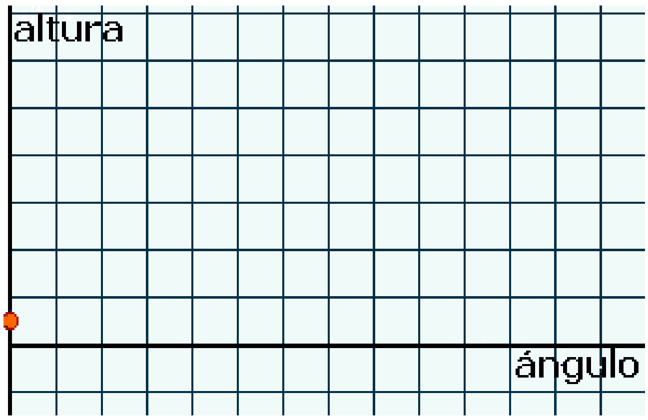
Imaxina que montas nunha nora de raio 30 m e para subir hai que ascender 5 m dende o chan. A nora comeza a xirar,

Debuxa aquí as gráficas correspondentes

Como é a gráfica da función que dá a altura á que atopas segundo o ángulo de xiro?



Ti vas na cabina laranxa e uns amigos na verde, como será a súa gráfica?



A linguaxe das gráficas

Das distintas formas en que pode presentarse unha función, mediante un enunciado, unha táboa, unha expresión alxébrica ou unha gráfica, esta última é a que nos permite ver dun soa ollada o seu comportamento global, de aí a súa importancia.

Neste tema aprenderás a recoñecer e interpretar as súas características principais.

Preme en para ver un vídeo ao respecto

Preme para ir á páxina seguinte.

1. Funcións reais

1.a. Concepto de función

Le e completa o texto:

Unha función é unha ____________________ entre dous conxuntos numéricos, de tal forma que a cada elemento do conxunto inicial lle corresponde ___________________________ do conxunto final.

Relaciónanse así dúas variables numéricas que adoitan designarse con x e y.

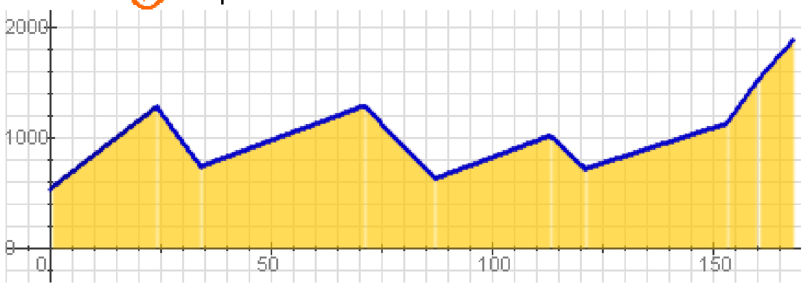
f: x→ y=f(x)

- ✓ x é a variable ____________________________
- ✓ y é a variable ____________________________

Na escena podes ver representada unha función extraída dunha información gráfica.

O gráfico describe o percorrido da 9ª Etapa da Volta Ciclista 2007, indicando os km totais e a altitude nos puntos principais do traxecto.

Preme para continuar e ver unha versión máis simplificada da gráfica



Á esquerda aparece a gráfica anterior trazada sobre uns eixes cartesianos, para simplificala uníronse os puntos principais mediante segmentos. Trátase dunha función que dá a altitude segundo os km recorrido.

Observa os valores que toma e completa a táboa de valores (podes arrastrar o punto vermello na escena para axudarte a saber a altura en cada punto).

km	0	24	34		87	113	121	153	160	
alt			740	1290		1020		1130		1882

Contesta:	RESPOSTA
Para que unha gráfica sexa dunha función, cantos valores de e pódenlle corresponder a cada valor de x?	

Preme no botón para comprobalo facendo un exercicio

Preme para ir á páxina seguinte.

1.b. Gráfica dunha función

Para ver o comportamento dunha función, **f: x→ y**, recorremos á súa **representación gráfica** sobre os eixes cartesianos, no eixe de abscisas (OX) a variable __________________________ e no de ordenadas (OY) a variable __________________________; sendo as coordenadas de cada punto da gráfica: **(____, f(___))**.
Na escena está representada a función:

$$f(x)= -0,5x^2+3x+3,5$$

Segue os pasos premendo nas frechas e
Comeza por facer unha táboa de valores

x											
f(x)											

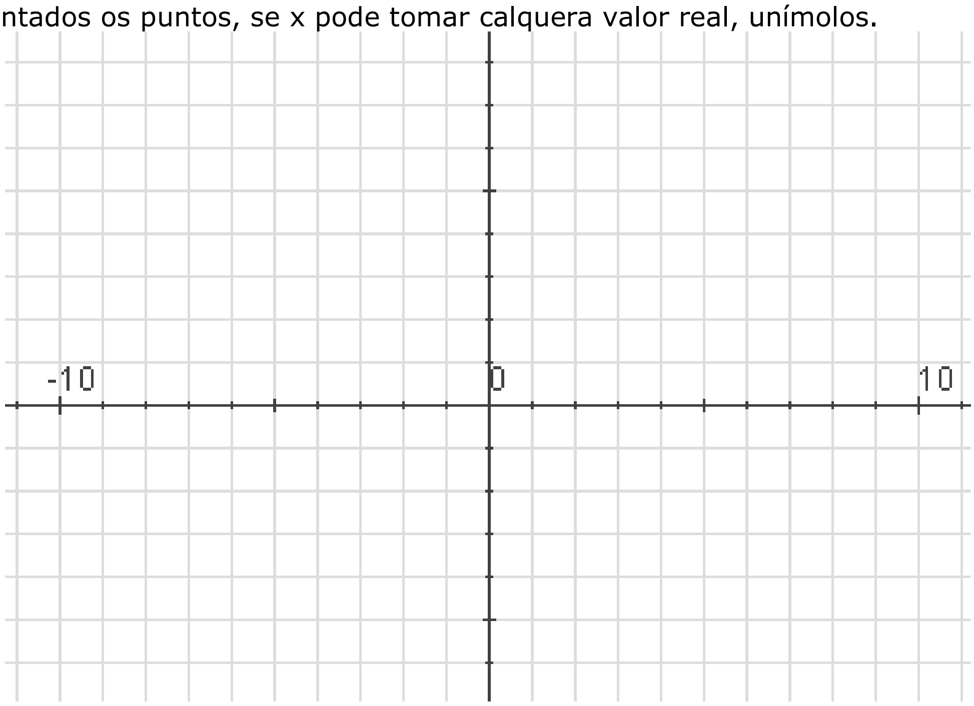
Hai uns puntos que teñen especial interese, os que a gráfica corta aos eixes coordenados. Para calculalos:

- ✓ Corte co eixe OY: Os puntos do eixe de ordenadas teñen abscisa 0, abonda facer **x=0** na fórmula da función.
- ✓ Cortes co eixe OX: Os puntos do eixe de abscisas teñen y=0. Resólvese a ecuación **f(x)=0**

No noso exemplo son:

x=0	
f(x)=0	

Represéntanse os puntos obtidos, x no eixe de abscisas (OX), f(x) no de ordenadas (OY). Unha vez representados os puntos, se x pode tomar calquera valor real, unímolos.



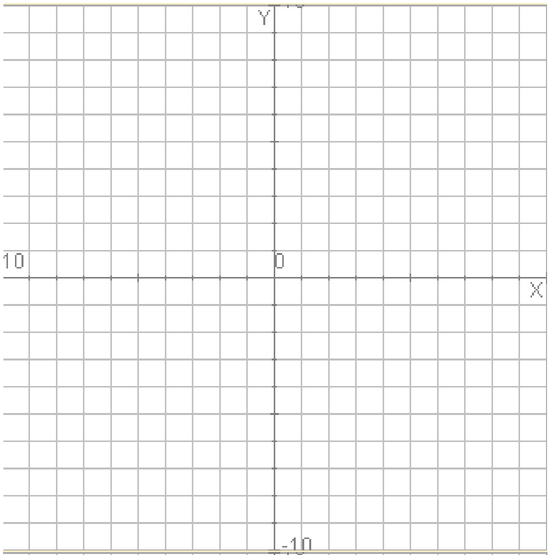
Preme no botón para facer uns exercicios.

En cada caso fai unha táboa de valores e representa os puntos nos eixes de coordenadas, seguindo as instrucións da escena:

1

$f(x) = 3x - 2$

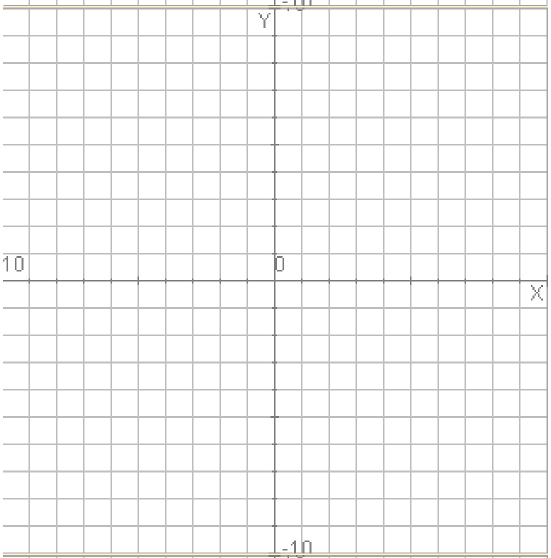
x	f(x)



2

$f(x) = -x^2 + 4x$

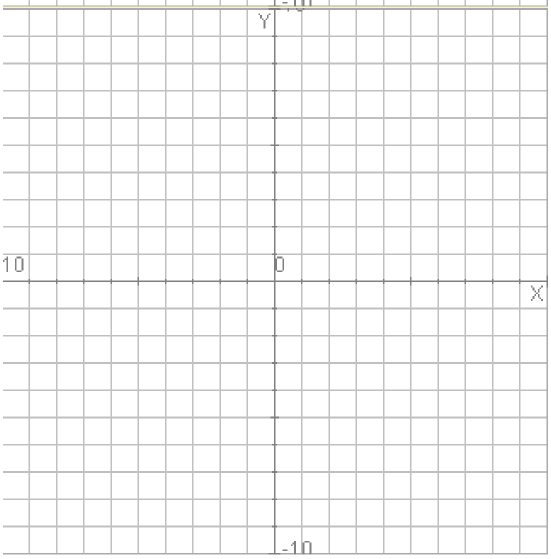
x	f(x)



3

$f(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 1}$

x	f(x)



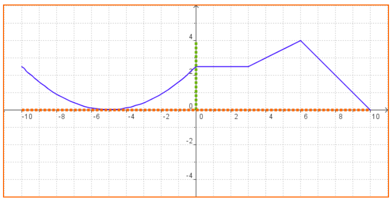
Preme para ir á páxina seguinte.

1.c. Dominio e percorrido

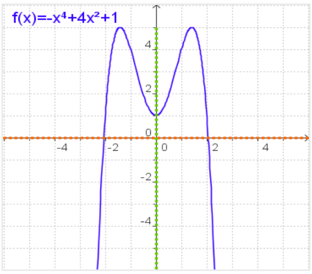
Dada unha función y=f(x)

- ✓ Chámase **dominio** de f ______________________________
  Indícase como **Dom f.**
  O dominio está formado, polo tanto, polos valores de x para os que existe a función, é dicir, para os que hai un f(x).
- ✓ O **percorrido** é ______________________________
  isto é o conxunto das imaxes. Represéntase como **Im f.**

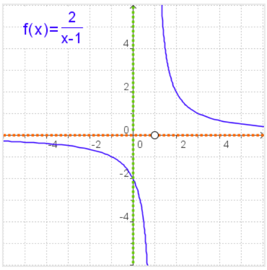
Na escena da dereita vemos varios exemplos de como calcular o dominio dalgunhas funcións, coa súa axuda completa:



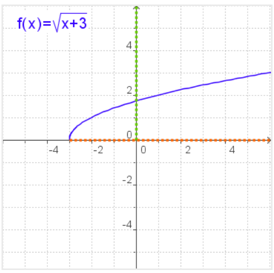
Dominio de f: ______________________________
____
Percorrido de f: ______________________________
____



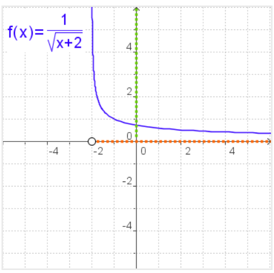
Dominio de f: ______________________________
____
Percorrido de f: ______________________________
____



Dominio de f: ______________________________
____
Percorrido de f: ______________________________
____



Dominio de f: ______________________________
____
Percorrido de f: ______________________________
____



Dominio de f: ______________________________
____
Percorrido de f: ______________________________
____

Resume ti os distintos casos que se nos poden presentar á hora de calcular o dominio, atendendo á forma da expresión alxébrica

Expresión analítica	**Dominio**
Un polinomio	
Un cociente	
Unha raíz cadrada	

Preme no botón para facer uns exercicios.

Copia a continuación dous exercicios de cada tipo:

1	2
3	4

Preme para ir á páxina seguinte.

1.d. Funcións definidas a anacos

Hai un tipo de funcións que veñen definidas con distintas expresións alxébricas segundo os valores de x, dise que están definidas **a anacos**.
Para describir analiticamente unha función formada por anacos doutras funcións, danse as expresións dos distintos tramos, por orde de esquerda a dereita, indicando en cada tramo os valores de x para os que a función está definida.

Na escena podes ver exemplos deste tipo de funcións e a súa representación gráfica.

Practica con ela antes de pasar a facer ti os seguintes exercicios:

Preme no botón para facer uns exercicios.

Fai a continuación un par de exercicios e comproba na escena o resultado:

Calcula a imaxe dos valores indicados:

f(x)= {

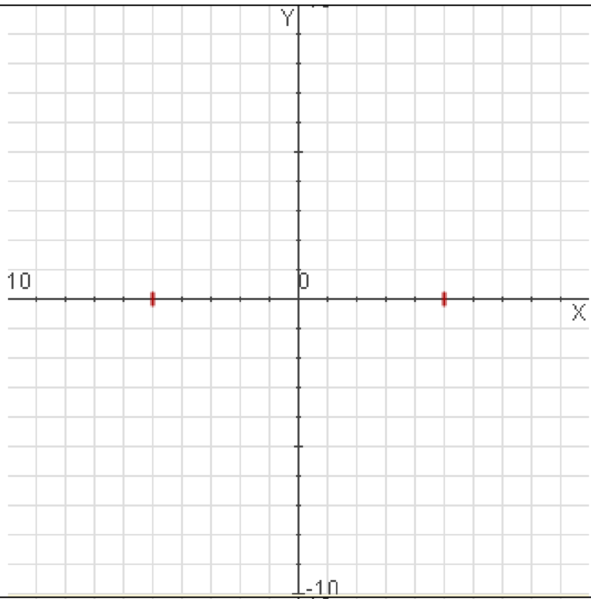
f(_____) = ______

f(_____) = ______

f(_____) = ______

f(_____) = ______

f(_____) = ______



Calcula a imaxe dos valores indicados:

f(x)= {

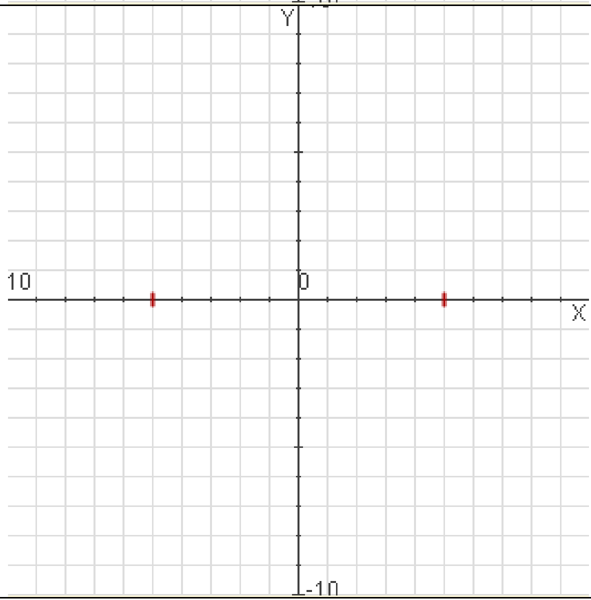
f(_____) = ______

f(_____) = ______

f(_____) = ______

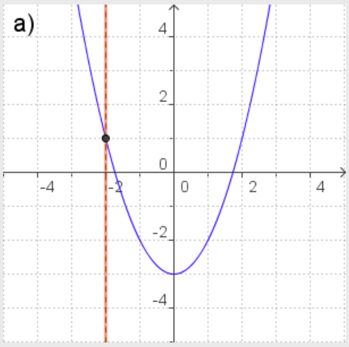
f(_____) = ______

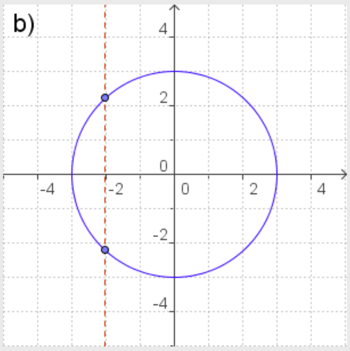
f(_____) = ______

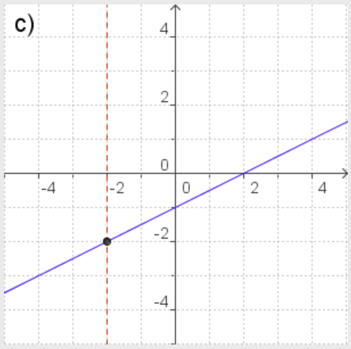


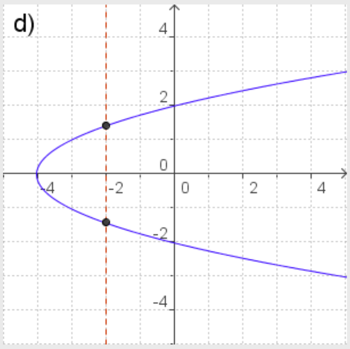
EXERCICIOS

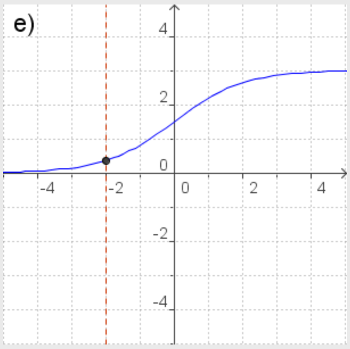
1. Das seguintes gráficas indica as que corresponden a unha función e as que non.







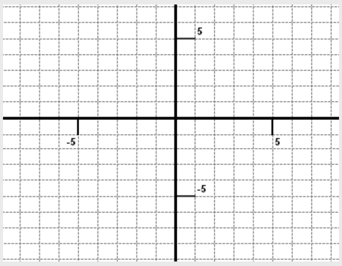




2. Fai unha táboa de valores, debuxa os puntos obtidos e representa a función.

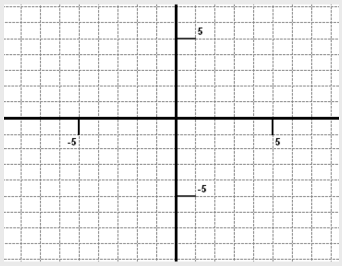
a) $f(x)=2x-3$

x	f(x)



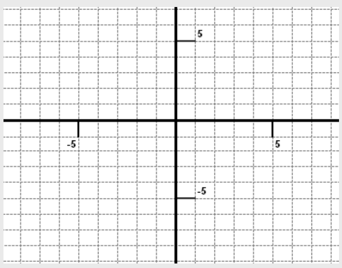
b) $f(x)=-x^2+4x$

x	f(x)



c) $f(x) = \dfrac{4x}{x^2+1}$

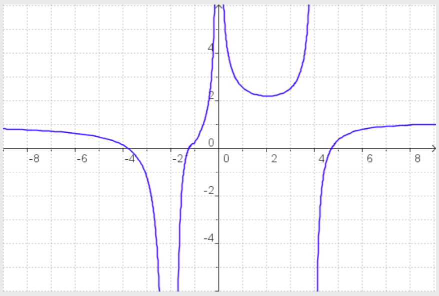
x	f(x)



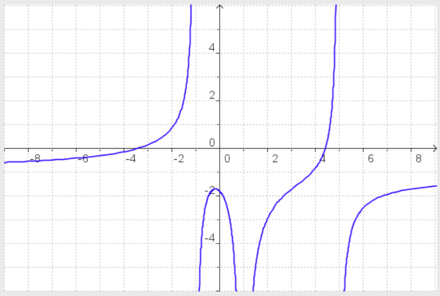
EXERCICIOS

3. Calcula o dominio das seguintes funcións.

a)



b)



c) f(x)= x^3-2x2+5x

d) $f(x)=\dfrac{x}{x-2}$

e) $f(x)=\sqrt{x-5}$

f) $f(x)=\sqrt{5-x}$

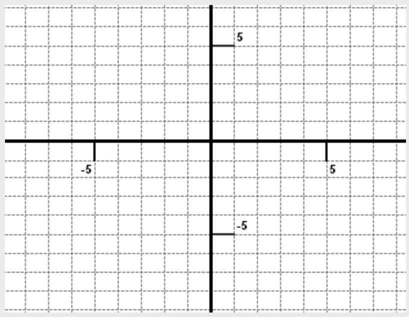
g) $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x+4}}$

h) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$

4. Nas seguintes funcións, definidas a anacos, calcula as imaxes dos valores de x indicados e represéntaas graficamente.

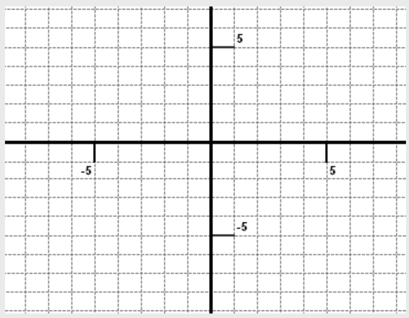
a) $f(x)=\begin{cases} -0,5x-1 & \text{si} \quad x<-2 \\ -2 & \text{si} \quad -2\le x\le 3 \\ x-5 & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$

x	f(x)
-4	
-2	
1	
3	
6	



b) $f(x)=\begin{cases} 0,5x+2 & \text{si} \quad x\le -2 \\ -x+1 & \text{si} \quad -2<x<2 \\ 0,5x-2 & \text{si} \quad x\ge 2 \end{cases}$

x	f(x)
-6	
-2	
0	
2	
4	



Preme para ir á páxina seguinte.

2. Propiedades das funcións

2.a. Continuidade e descontinuidades

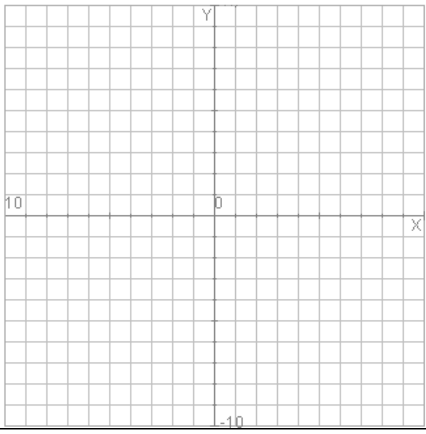
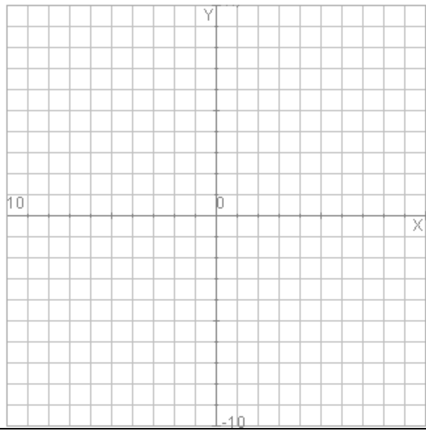
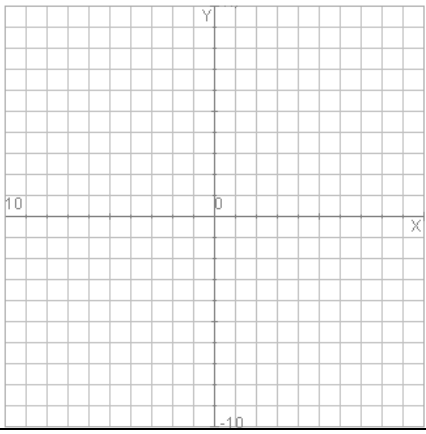
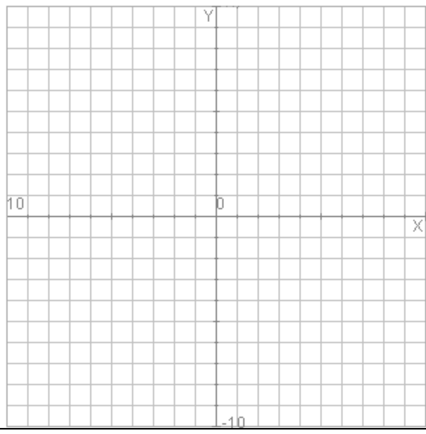
A primeira idea de función **continua** é a que pode ser representada dun só trazo, sen levantar o lapis do papel.

Unha función y=f(x) é **continua** en x=a se:

- ____
  ____
- ____
  ____

Cando unha función non é continua nun punto dise que presenta unha __________________

Con axuda da escena da dereita completa a táboa e debuxa un exemplo de cada un dos casos:

<table>
<tr><th colspan="2">Razóns polas que unha función non é continua nun punto:</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Exemplo
</td><td>Exemplo
</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Exemplo
</td><td>Exemplo
</td></tr>
</table>

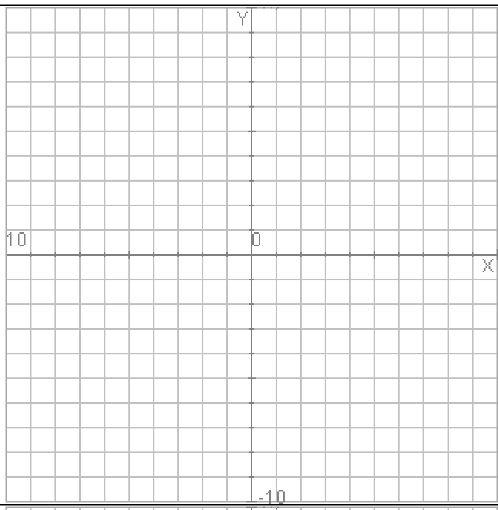
Preme no botón para facer uns exercicios.

Fai a continuación tres exercicios e comproba na escena o resultado:

Calcula o valor de K para que a función

f(x)=

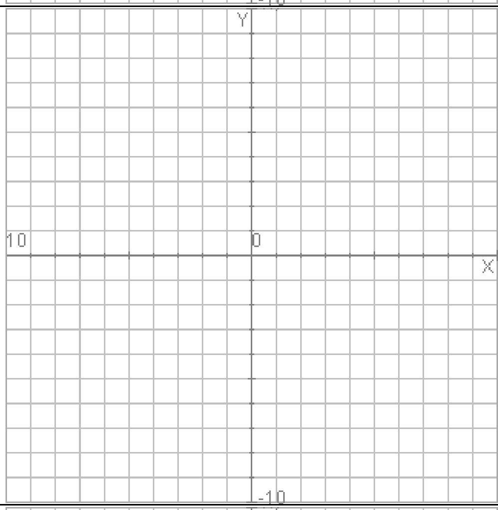
Sexa continua en x= ______



Calcula o valor de K para que a función

f(x)=

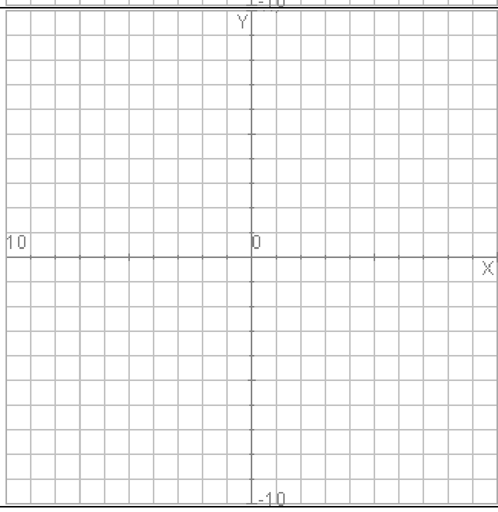
Sexa continua en x= ______



Calcula o valor de K para que a función

f(x)=

Sexa continua en x= ______



Preme para ir á páxina seguinte.

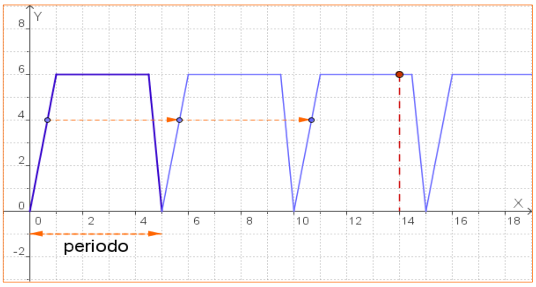
2.b. Funcións periódicas

Na natureza e no teu ámbito habitual hai fenómenos que se repiten a intervalos regulares, como o caso das mareas, os péndulos e resortes, o son...
As funcións que describen este tipo de fenómenos dinse periódicas

Unha **función** é **periódica** cando _____________
____
____
O **período** é _______________________________
f(x+período)=f(____)

Na escena da dereita tes un exemplo dunha función periódica

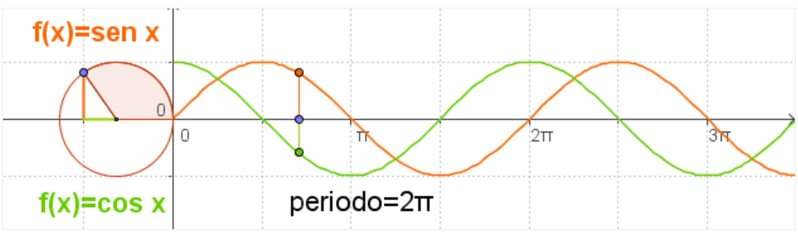
Unha cisterna énchese e baléirase automaticamente expulsando 6 litros de auga cada 5 minutos, seguindo o ritmo da gráfica. Cando o depósito está baleiro comeza a enchedura, que leva 1 minuto, permanece cheo 3,5 minutos e baléirase en 0,5 minutos. Este proceso repítese periodicamente.



CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Para coñecer o volume de auga no depósito en cada instante, canto tempo necesitamos observar o depósito?	
Cal é a cantidade de auga ao cabo de 14 minutos?	
Escribe á dereita a expresión de f(x)	

Regula ti o dispositivo, variando a cantidade de auga e o tempo.

Preme no botón para ver unhas funcións periódicas básicas, a función seno e a función coseno.



Preme para ir á páxina seguinte.

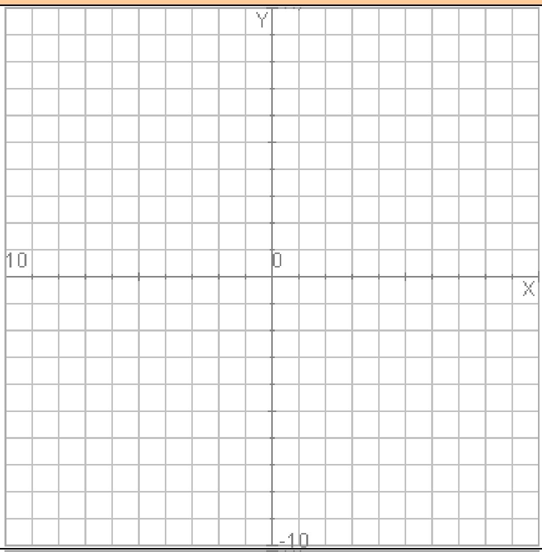
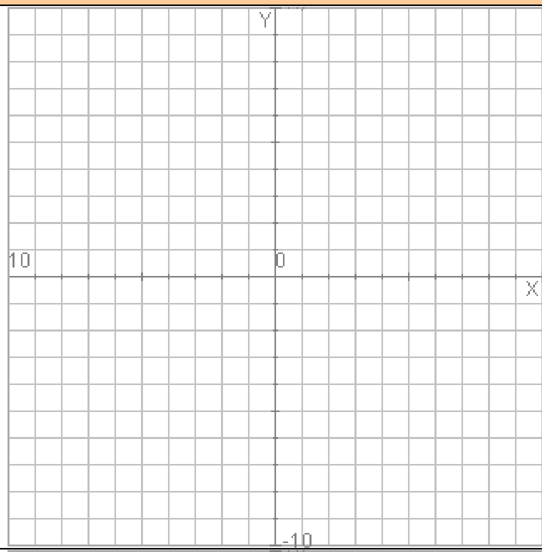
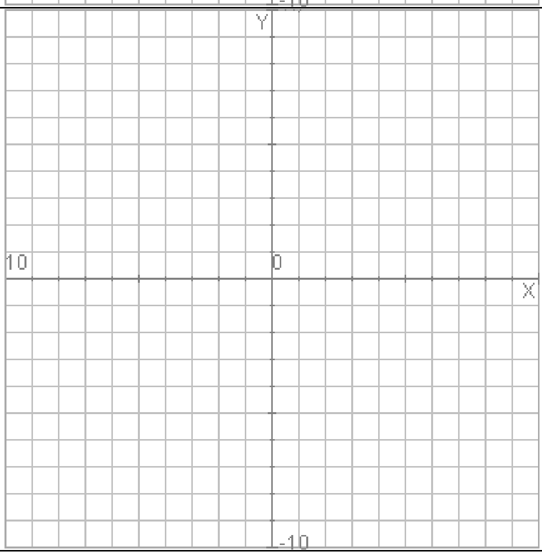
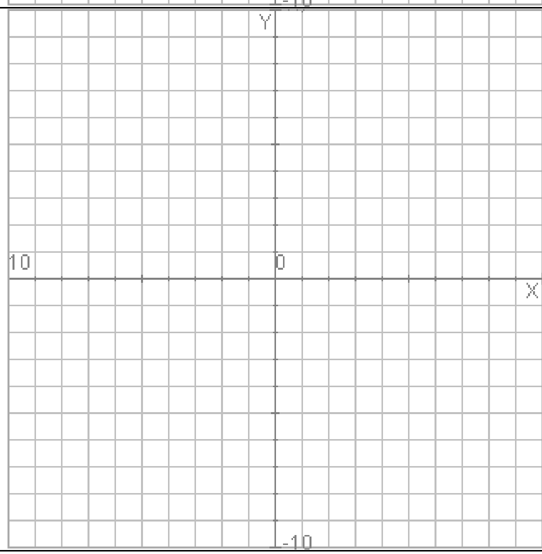
2.c. Simetrías

A gráfica dalgunhas funcións pode presentar algún tipo de simetría que se se estuda previamente, facilita o seu debuxo.

- ✓ Unha función é **simétrica** respecto ao **eixe OY**, se **f(-x)=** _________
  Neste caso a función dise _______________.
- ✓ Unha función é **simétrica** respecto á **orixe de coordenadas** cando **f(-x)=** _______
  Neste caso a función dise _______________.

Observa e manipula a escena para recoñecer os gráficos correspondentes a cada tipo.

Preme no botón  para debuxar unhas gráficas de funcións simétricas.

Funcións PARES:	**Funcións IMPARES:**
	
	

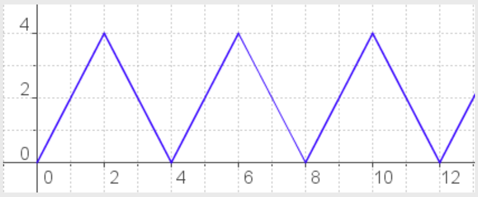
EXERCICIOS

5. Calcula o valor de k para que as seguintes funcións sexan continuas no punto en que cambia a gráfica:

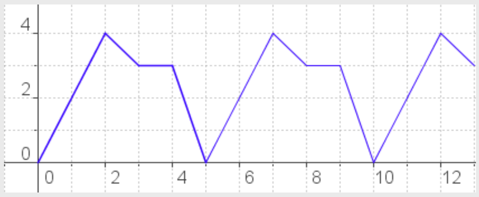
a) $f(x)=\begin{cases} 0{,}5x+k & x\le 4 \\ x-3 & x>4 \end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} k & x\le 1 \\ -x+1 & x>1 \end{cases}$

6. ¿Cal é o período das funcións seguintes?. En cada caso calcula f(45).

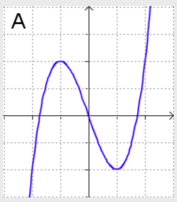
a)

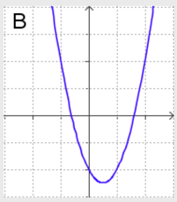


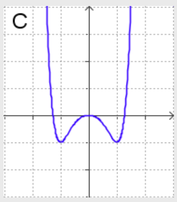
b)

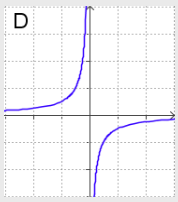


7. De entre as seguintes gráficas selecciona as que corresponden a funcións pares e a funcións impares.









8. As funcións seguintes (que corresponden ás do ex.7) son pares ou impares?

a) $f(x)=x^3-3x$

b) $f(x)=2x^2-2x-2$

c) $f(x)= x^6-x^4-x^2$

d) $f(x)=-1/x$

Preme para ir á páxina seguinte.

3. Taxa de variación e crecemento

3.a. Taxa de variación dunha función

A **taxa de variación** ou **incremento** dunha función é ______________________________________

____

TV[x_1,x_2]=

De máis utilidade resulta calcular a chamada **taxa de variación media**, que nos indica

____

TVM[x_1,x2]=----------------------

Na escena da dereita vemos unha gráfica que representa a distancia en km percorrida dun ciclista en función do tempo, en minutos, empregado.

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
A taxa de variación entre dous instantes é	
TV[5, 12,] =	
TV[12, 15,] =	
TV[15, 21,] =	
TV[22, 30,] =	
Velocidade media [15, 21,]	
Velocidade media [22, 30,]	
Como é a gráfica nos intervalos [5, 12,], [19, 22,] e [22, 30,]? Por que?	
Se trasladamos a calquera función a idea de velocidade media desta gráfica, que obtemos?	

Preme no botón para facer uns exercicios.

Cando a gráfica da función é unha recta, a TVM é constante. Escribe a continuación catro exercicios e comproba a solución na escena

f(x)=	TVM [_____, _____]=	f(x)=	TVM [_____, _____]=
	TVM [_____, _____]=		TVM [_____, _____]=
f(x)=	TVM [_____, _____]=	f(x)=	TVM [_____, _____]=
	TVM [_____, _____]=		TVM [_____, _____]=

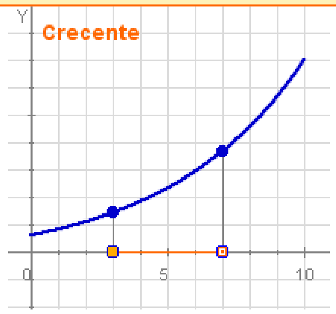
Preme para ir á páxina seguinte.

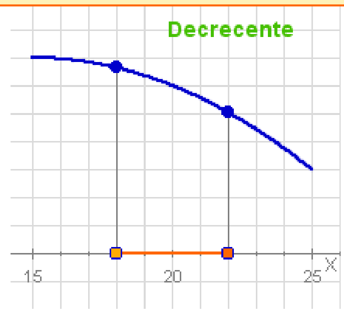
3.b. Crecemento e decrecemento

Unha característica das funcións que se pode visualizar doadamente nas gráficas é a **monotonía**.
Cando ao aumentar o valor de x aumenta o valor de y=f(x), a gráfica "ascende" e dise que a función é ______________________________.
Se pola contra ao aumentar x diminúe e, a gráfica "descende", e dise que a función é ______________________________.

Cando nun intervalo, dados dous puntos calquera deste

- Se $x_1<x_2$ e $f(x_1) < f(x_2)$, entón a función é ____________________
- Se $x_1<x_2$ e $f(x_1) > f(x_2)$, entón a función é ____________________





As funcións non crecen ou decrecen do mesmo xeito, se premes en **Distintos tipos de crecemento ábrese** unha escena que o ilustra cuns exemplos.

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Cal é a función que crece máis á présa?	
Como é o crecemento da función g(x)?	
Cal é a función que crece máis lentamente?	

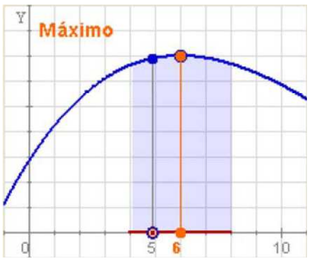
Na escena da dereita temos unha función que presenta distintas situacións; segue os pasos premendo nas frechas e

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Como é a función se x<10?	
Como é a función se x>15 ?	
Como é a función se 10 < x <15 ?	
Se a función é crecente, como é o TVM?	
Se a función é decrecente, como é o TVM?	

Preme no botón para facer un exercicio.

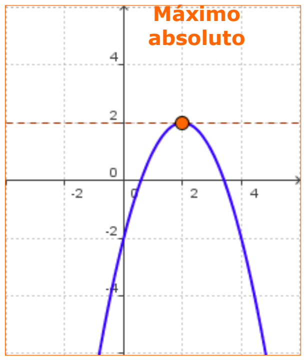
Preme para ir á páxina seguinte.

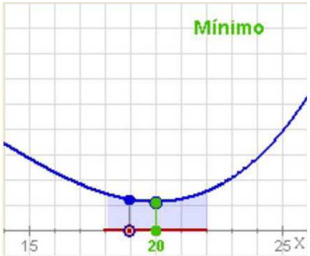
3.c. Máximos e mínimos



Dada unha función continua nun punto x=a, dise que presenta un **máximo relativo**, se á esquerda do devandito punto a función é ______________________ e á dereita a función é ____________________.

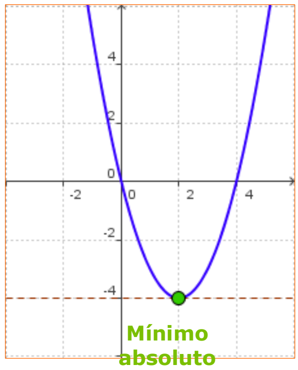
E diremos que en x=a ten un **máximo absoluto** se ____________________________
____
____





Se, pola contra, a función é _______________ á esquerda e é __________________ á esquerda hai un **mínimo relativo**.

E diremos que en x=a ten un **mínimo absoluto** se ____________________________
____
____



A escena da dereita ilustra estes conceptos.

Segue os pasos premendo nas frechas e

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Onde crece a función?	
Onde decrece a función?	
Onde alcanza un máximo relativo?	
Onde alcanza un mínimo relativo?	
Como é f(x) nun ámbito de x=6? Por que?	
Como é f(x) nun ámbito de x=20? Por que?	

Preme no botón para ler un exercicio resolto.

3.d. Concavidade, convexidade e puntos de inflexión

Outra característica de interese nas gráficas das funcións é a concavidade, estudar os intervalos nos que a gráfica se curva cara a abaixo ou cara a arriba.

Unha función é **cóncava** nun intervalo se ____
____

Unha función é **convexa** nun intervalo se ____
____

Os **puntos de inflexión** son aqueles puntos do dominio nos que _____________________
____.

A escena da dereita ilustra estes conceptos.

Segue os pasos premendo nas frechas e

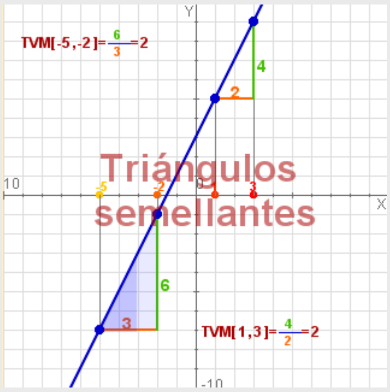
CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Onde queda a corda que une dous puntos da gráfica se a función é cóncava?	
Onde queda a corda que une dous puntos da gráfica se a función é convexa?	
En que intervalo é cóncava a función? Por que?	
En que intervalo é convexa? Por que?	
Ten algún punto de inflexión? Cal? Por que?	

Preme no botón para facer un test con preguntas do tema.

Preme para ir á páxina seguinte.

EXERCICIOS

9. Calcula a taxa de variación media das funcións seguintes entre os puntos indicados. Comproba na figura que para as funcións cuxo gráfico é unha recta a TVM é constante.



a) y=2x+3

TVM[1,3]=

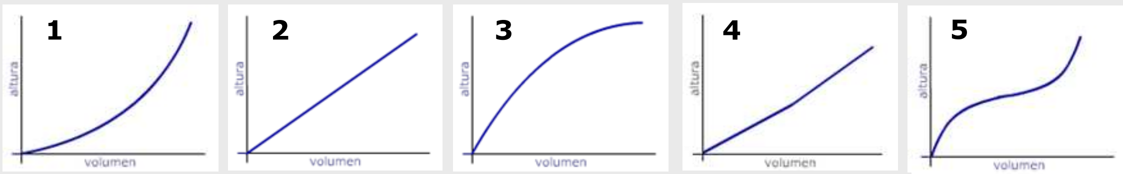
TVM[-5,-2] =

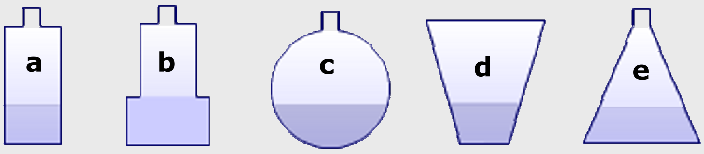
b) y=0,5x+3

TVM[1,3]=

TVM[-3,0] =

10. As gráficas representan a enchedura dos distintos recipientes, ¿que gráfica corresponde a cada un?





11. Lembra a función que daba o "perfil" dunha etapa da Volta, que viste no primeiro capítulo, a) escribe os intervalos de crecemento ou decrecemento; b) ¿En qué punto quilométrico se alcanzan os máximos relativos?, ¿que valor toman?, ¿e os mínimos?; c) Hai máximo ou mínimo absoluto?

km	0	24	34	71	87	113	121	153	160	168
alt	540	1280	740	1290	630	1020	720	1130	1520	1882

Preme para ir á páxina seguinte.

Lembra o máis importante - RESUMO

Funcións, dominio e percorrido

Unha **función** é	O **dominio** dunha función é	O **percorrido** dunha función é

x é a variable	**y** é a variable

Continuidade

Unha función é **continua**	É **descontinua** nun punto se

Unha función é **periódica** se

Nese caso cúmprese que f(x)=

Simetrías

Unha función é **simétrica par** se o é respecto a cúmprese que f(-x)=	Unha función é **simétrica impar** se o é respecto a cúmprese que f(-x)=

Taxa de variación

A **taxa de variación** dunha función entre dous puntos é	A **taxa de variación media** nun intervalo é

Monotonía

Unha función é **crecente** nun intervalo, cando dados dous puntos calquera deste • Se $x_1<x_2$ entón $f(x_1)$ $f(x_2)$	Unha función é **decrecente** nun intervalo, cando dados dous puntos calquera deste • Se $x_1<x_2$ entón $f(x_1)$ $f(x_2)$

Extremos relativos

Unha función continua nun punto x=a, presenta un **máximo** relativo, se á esquerda do devandito punto é e a dereita é	Unha función continua nun punto x=a, presenta un **mínimo** relativo, se á esquerda do devandito punto é e a dereita é

Concavidade e convexidade

Unha **función** é cóncava se a gráfica se abre cara a	Unha **función** é convexa se a gráfica se abre cara a	Os puntos do dominio nos que cambia a concavidade, chámanse

Preme para ir á páxina seguinte.

Para practicar

Agora vas practicar resolvendo distintos EXERCICIOS. Nas seguintes páxinas atoparás EXERCICIOS de:

Características e propiedades das funcións
Interpretación de gráficas

Completa o enunciado cos datos cos que che aparece cada EXERCICIO na pantalla e despois resólveo.
É importante que primeiro o resolvas ti e despois comprobes no ordenador se o fixeches ben.

Características e propiedades das funcións

Escribe a fórmula (Fai polo menos tres exercicios diferentes)

1. Considera a función que ____________________ ____________________. Escribe a súa expresión analítica e calcula a imaxe de __, __ e __. Calcula tamén os cortes cos eixes.

2. Considera a función que ____________________ ____________________. Escribe a súa expresión analítica e calcula a imaxe de __, __ e __. Calcula tamén os cortes cos eixes.

3. Considera a función que ____________________ ____________________. Escribe a súa expresión analítica e calcula a imaxe de __, __ e __. Calcula tamén os cortes cos eixes.

Calcular dominios (Fai cinco exercicios diferentes de cada un dos tipos que se indican)

4. Calcula o dominio das seguintes funcións:

a) $f(x)= x^2 +$

b) $f(x)= \frac{\quad}{\quad}$

c) $f(x)= \sqrt{-\quad}$

d) $f(x)= \sqrt{\quad}$

e) $f(x)= \frac{\quad}{\sqrt{\quad}}$

Continuidade (Fai polo menos dous exercicios diferentes do primeiro tipo e catro do segundo)

5. Estuda a continuidade das seguintes funcións:

a) f(x)= ―――

b) f(x)= ―――

6. Estuda a continuidade das seguintes funcións nos puntos que se indica:

a) $f(x)=\begin{cases} & x \\ & x \end{cases}$ en x = __

b) $f(x)=\begin{cases} & x \\ & x \end{cases}$ en x = __

c) $f(x)=\begin{cases} & x \\ & x \end{cases}$ en x = __

d) $f(x)=\begin{cases} & x \\ & x \end{cases}$ en x = __

Par ou impar? (Fai catro exercicios diferentes de cada un dos tipos que se indican)

7. Estuda a simetría das funcións:

a) f(x)=

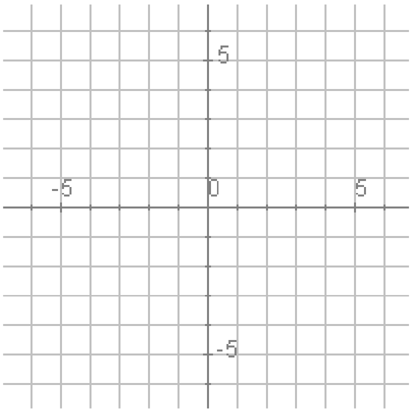
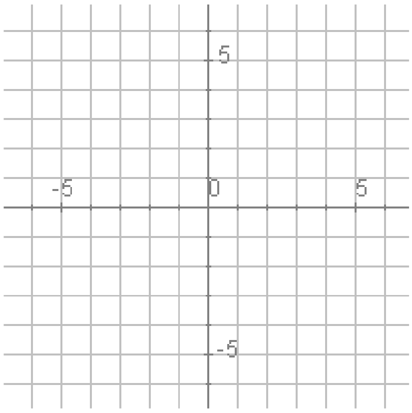
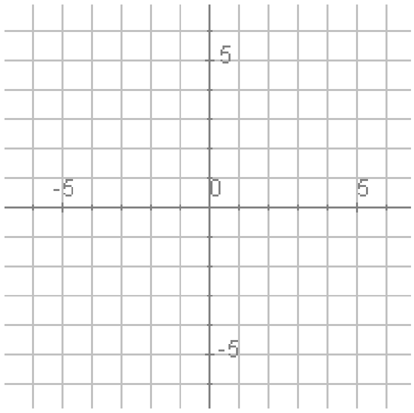
b) f(x)= ―――

c) $f(x)=\sqrt{}$

d) f(x)= ―――

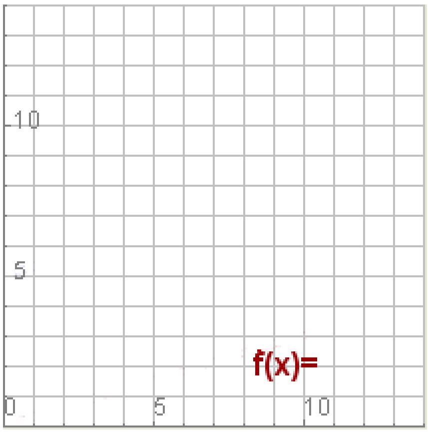
Par ou impar? (Fai tres exercicios diferentes)

8. En cada caso a gráfica representa un tramo ou período dunha función periódica, representa outros tramos, indica o período e calcula a imaxe do punto de abscisa que se indica:

 Período = f( ) =	 Período = f( ) =	 Período = f( ) =

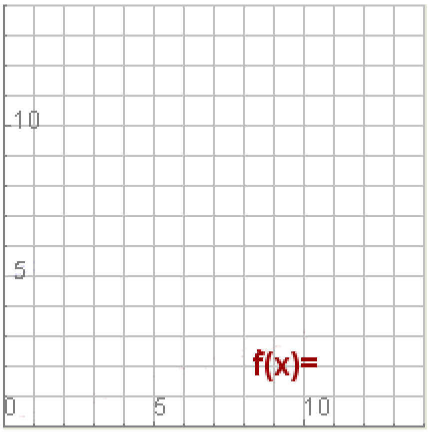
Taxa de variación (Fai dous exercicios diferentes, un con rectas e outro con curvas)

9. Calcula as TVM das funcións das funcións correspondentes ás gráficas nos intervalos [0,4] e [2,4].



TVM [0,4] = ______________

TVM [2,4] = ______________



TVM [0,4] = ______________

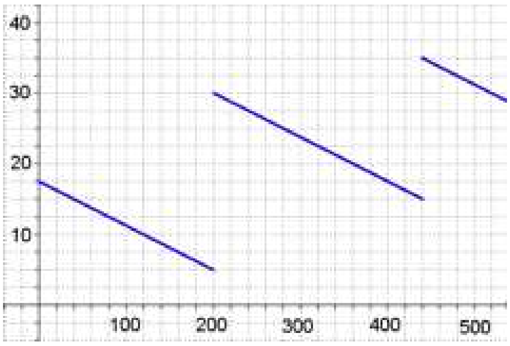
TVM [2,4] = ______________

Preme ▶ para ir á páxina seguinte.

Interpretación de gráficas

Viaxe pola autovía

10. O gráfico mostra como varía a gasolina que hai no meu coche durante unha viaxe de 520 km por unha autovía.



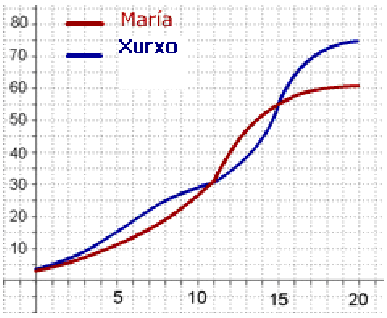
a) Canta gasolina había ao cabo de 240 km? No depósito caben 40 litros, cando estaba cheo máis de medio depósito?

b) En cantas gasolineiras parei?, en qué gasolineira botei máis gasolina? Se non parase, onde quedaría sen gasolina?

c) Canta gasolina usei nos primeiros 200 km? Canta en toda a viaxe? Canta gasolina gasta o coche cada 100 km nesta autovía?

Comparando o crecemento

11. María e Xurxo son dúas persoas máis ou menos normais. Na gráfica podes comparar como creceu o seu peso nos seus primeiros 20 anos



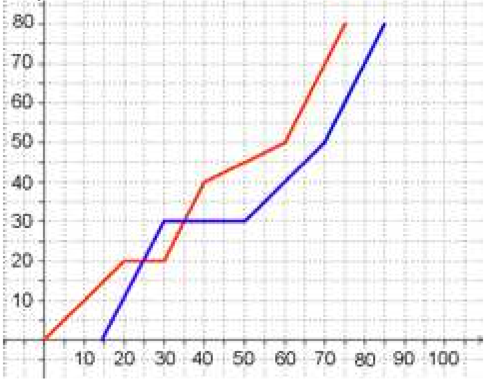
a) Canto pesaba Xurxo aos 8 anos?, e María aos 12? Cando superou Xurxo os 45 kg?

b) A qué idade pesaban os dous igual? Cando pesaba Xurxo máis que María?, e María máis que Xurxo?

c) Cal foi a media en kg/ano de aumento de peso de ambos os dous entre os 11 e os 15 anos? En que período creceu cada un máis rapidamente?

Dous coches

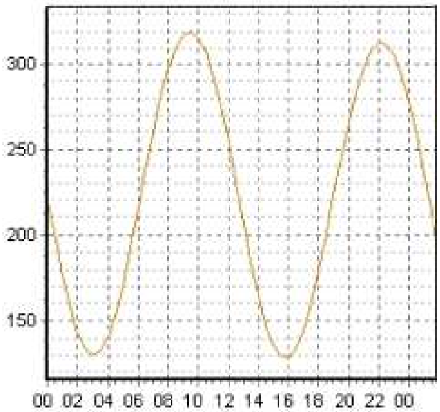
12. O gráfico dá o espazo percorrido por dous coches que realizan un mesmo traxecto.



a) Cal é a distancia percorrida? Se o primeiro coche saíu ás 10:00, a qué hora saíu o 2º? Canto lle custou a cada un facer o percorrido?
b) Canto tempo e onde estivo parado cada coche? En que km adiantou o 2º ao 1º?, e o 1º ao 2º?
c) Que velocidade media levaron no traxecto total?, en qué tramo a velocidade de cada coche foi maior?

As mareas

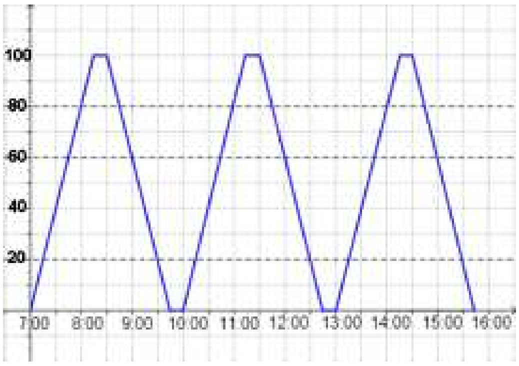
13. No gráfico represéntase a altura do nivel do mar no porto da Coruña ao longo do día 17 de xaneiro de 2008.



a) A qué hora se acadan os máximos?, e os mínimos?, que altura acada o nivel do mar en cada caso?
b) En qué intervalos do día a función é crecente, isto é, sobe a marea? Entre qué horas o nivel do mar se mantén por enriba dos 300 cm?, e por debaixo de los150 cm?
c) Que tempo transcorre entre dúas mareas altas consecutivas? e entre dúas mareas baixas consecutivas tamén? A que hora do día seguinte se producirá a seguinte preamar?

Tren de proximidade

14. Vila Baixa e Vila Alta distan 100 km, o tren que une as dúas cidades realiza o traxecto en 1 h 15 min, incluídas as paradas nos pobos Vinte, Sesenta e Oitenta, situados a eses km respectivos de Vila Baixa.



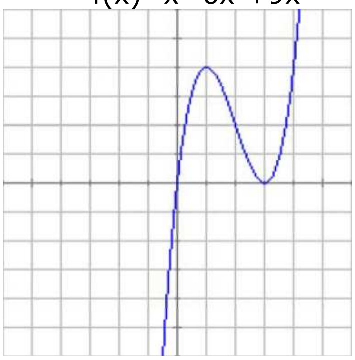
a) Na gráfica está representado o traxecto, fai un cadro horario.

b) Na tempada turística preténdese ampliar o servizo con máis saídas de Vila Baixa a todas as horas en punto e de forma que o último tren saia de Vila Alta ás 15:30. Cantos trens serán necesarios para conseguilo? Fai un gráfico dos traxectos.

c) Como só hai unha vía, ao ampliar o servizo, a qué distancia de Vila Baixa debe a compañía de ferrocarrís prever os cruzamentos do tren que vai co que volve? Cal será agora o horario?

Gráfica e fórmula

15. A gráfica seguinte corresponde á función $f(x)=x^3-6x^2+9x$



Calcula:

a) O dominio.

b) Os puntos de corte cos eixes.

c) Os valores de x para os que a función é positiva e negativa.

d) Os intervalos de crecemento e decrecemento.

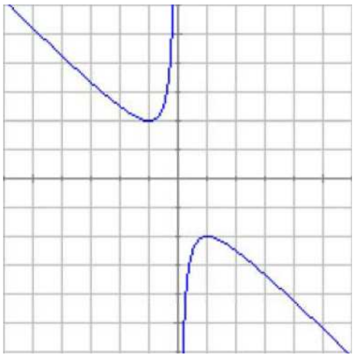
e) Os máximos e mínimos.

f) Cantos puntos de inflexión ten?

g) Os intervalos de concavidade e convexidade.

16. A gráfica seguinte corresponde á función

$$f(x) = -\frac{x^2+1}{x}$$



Calcula:

a) O dominio.

b) Os puntos de corte cos eixes.

c) Os valores de x para os que a función é positiva e negativa.

d) Os intervalos de crecemento e decrecemento.

e) Os máximos e mínimos.

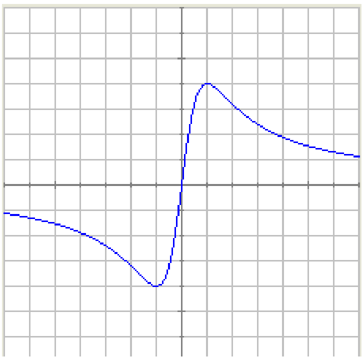
f) Cantos puntos de inflexión ten?

g) Os intervalos de concavidade e convexidade.

Dous coches

17. A gráfica seguinte corresponde á función

$$f(x) = \frac{8x}{x^2+1}$$



Calcula:

a) O dominio.

b) Os puntos de corte cos eixes.

c) Os valores de x para os que a función é positiva e negativa.

d) Os intervalos de crecemento e decrecemento.

e) Os máximos e mínimos.

f) Cantos puntos de inflexión ten?

g) Os intervalos de concavidade e convexidade.

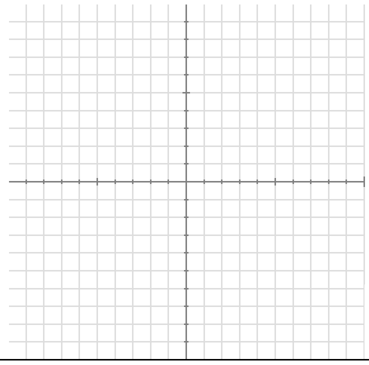
Preme para ir á páxina seguinte.

Autoavaliación

Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo, despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1. Calcula a imaxe de x = ____ na función:

$$f(x) = \begin{cases} \\ \end{cases}$$



2. Calcula o dominio da función:

$$f(x) = \underline{\qquad\qquad}$$

IR - { , }

3. Cal dos puntos seguintes: (,), (,), (,) non pertence á gráfica da función f(x)= ________________ ?

(,)

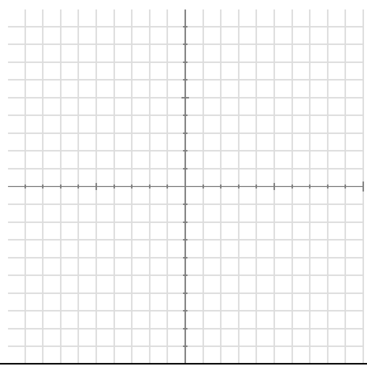
4. Calcula os puntos de corte cos eixes coordenados da recta y= _____________

OY: y = 0

OX: x = 0

5. Se e = f(x) é unha función _____ e f( )= __, canto vale f(___)?

6. A gráfica mostra o primeiro tramo dunha función periódica de período ___ e expresión f(x)= ______ ($0 \le x < 5$). Calcula f(___).

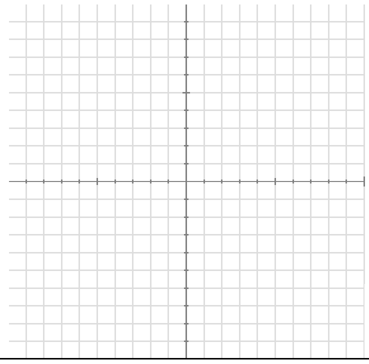


7 Descobre o valor de **a** para que a función sexa continua en x= __.

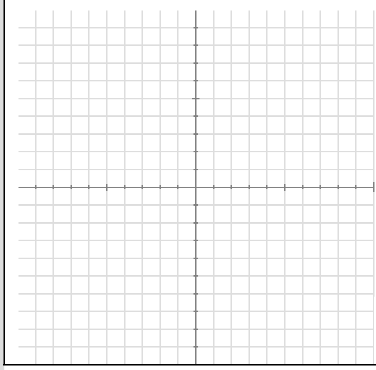
$f(x) = \{$

8 Calcula a TVM[,] da función

f(x) =



9 Determina o intervalo en que a función da gráfica é crecente.



(,)

10 Un ciclista sae dun punto A cara a outro B distante ______ a unha velocidade constante de ____________. Á vez outro ciclista sae de B en dirección a A, a __________. Observa a gráfica e calcula a cantos km do punto A se cruzan na estrada.

(*Redondea ás centésimas*)

km