

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Achar a expresión en coeficientes dun polinomio e operar con eles.
- Calcular o valor numérico dun polinomio.
- Recoñecer algunhas identidades notables, o cadrado e o cubo dun binomio.
- Aplicar a Regra de Ruffini e o Teorema do Resto.
- Calcular a descomposición factorial de algúns polinomios.

Antes de empezar

1. Polinomios páx. 38
Grao. Expresión en coeficientes
Valor numérico dun polinomio
2. Operacións con polinomios páx. 40
Suma, diferenza, produto
División
3. Identidades notables páx. 42
 $(a+b)^2$
 $(a-b)^2$
 $(a+b) \cdot (a-b)$
Potencia dun binomio
4. División por $x-a$ páx. 44
Regra de Ruffini
Teorema do Resto
5. Descomposición factorial páx. 46
Factor común x^n
Raíces dun polinomio

Exercicios para practicar

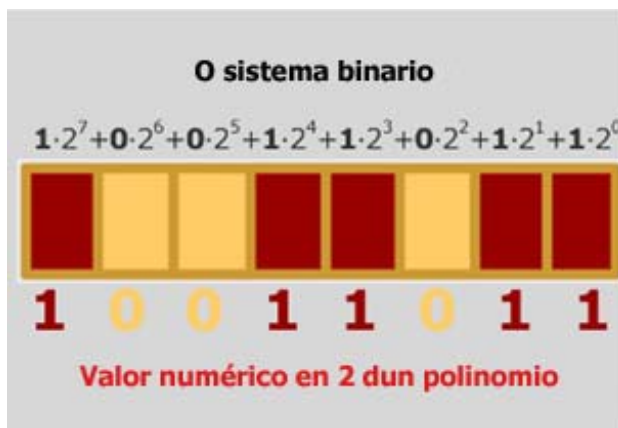
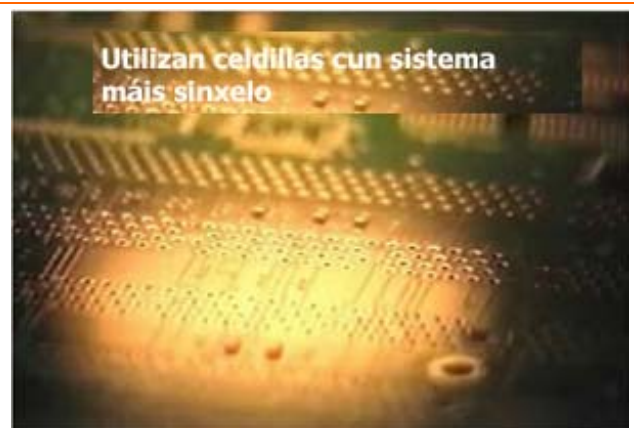
Para saber máis

Resumen

Auto-avaliación

Actividades para enviarlle ao titor

Antes de empezar



Utilidade dos polinomios

Os polinomios non só están na base da informática; en economía, os cálculos de intereses e duración das hipotecas realízanse con expresións polinómicas. Así, o capital C , a unha porcentaxe x en 3 anos, convértese en $C \cdot (1+x)^3$, que é o cubo dun binomio.

A medicina e outras ramas da ciencia avanza axudadas desta ferramenta alxébrica. Investiga na web as utilidades dos polinomios.

Polinomios

1. Polinomios

Grao e coeficientes

O polinomio x^3+4x+2 está formado pola suma de tres monomios: x^3 , $4x$ e 2 ; o seu grao, ou máximo expoñente de x é 3 e **os coeficientes deste polinomio son 1, 0, 4, 2.**

1 é o coeficiente de grao 3

0 é o coeficiente de grao 2

4 é o coeficiente de grao 1

2 é o coeficiente de grao 0

Preténdese que se identifique
 x^3+4x+2
coa súa expresión en coeficientes
1 0 4 2

Valor numérico

Ao substituír a variable x dun polinomio por un número obtense o valor numérico do polinomio.

Así o **valor numérico en 3** do polinomio

$$P(x)=2x^3-x+4$$

$$\text{es } P(3)=2 \cdot 3^3-3+4=55$$



Podes utilizar a calculadora para achar o valor numérico dun polinomio. Lembra que para realizar a potencia 7^4 utilízase a tecla x^y ,
 $7 \boxed{x^y} 4 \boxed{=}$ →2041

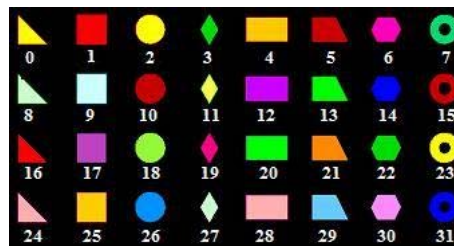
O valor numérico en 10 do polinomio de coeficientes 2, 4, 6 é 246. Esta coincidencia do valor en 10 cos coeficientes débese a que o noso sistema é de base 10 e **246** é igual a $2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 6$.

Se o número **347** está expresado **en base 8**, a súa expresión no noso sistema usual, o decimal, é $3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8 + 7 = 231$, que **é o valor en 8 do polinomio de coeficientes 3, 4, 7.**

No sistema binario as cifras empregadas son 0 e 1, aquí o valor decimal de **1000110** en binario é

$$1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 = 70$$

A cantidade de cor adóitase expresar en sistema hexadecimal ou de base 16; este sistema ten 16 cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a=10, b=11, c=12, d=13, e=14, f=15 e neste sistema a cantidade **38** de cor azul equivale a $3 \cdot 16 + 8 = 56$ en decimal.



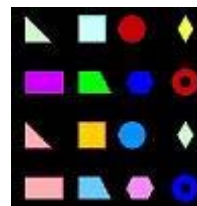
Pídelle a un compañeiro que memorice unha destas figuras pero que non diga cal. Ti, por telepatía, vala adiviñar.

Pregúntalle se a figura escollida está en cada unha das seguintes tarxetas

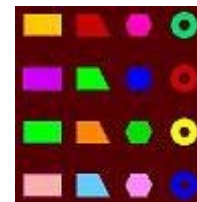
SI = 1



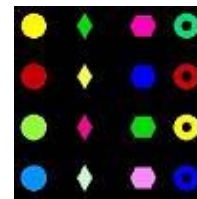
NON = 0



NON = 0



SI = 1



NON = 0



Con cada resposta afirmativa escribe 1, coa negativa un 0, para o resultado **10010**, a figura é a $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2 = 18$, o círculo verde. Só hai que calcular o valor en 2 do polinomio cuns coeficientes que se obteñen con 1 ou 0, con Si ou Non.

EXERCICIOS resoltos

1. Acha a expresión en coeficientes dos polinomios $P(x)=5x^2+2x+1$; $Q(x)=x^3-3x$; $R(x)=0,5x^2-4$

As respectivas expresións en coeficientes son

$$P(x) \rightarrow 5 \ 2 \ 1; \quad Q(x) \rightarrow 1 \ 0 \ -3 \ 0; \quad R(x) \rightarrow 0,5 \ 0 \ -4$$

2. Escribe as expresións polinómicas dos polinomios que teñen por expresión en coeficientes:

$$P(x) \rightarrow 2 \ 1 \ 3 \ -1; \quad Q(x) \rightarrow 1 \ 3 \ 0 \ 0; \quad R(x) \rightarrow 3/4 \ -1 \ 0 \ 2$$

$$P(x)=2x^3+x^2+3x-1; \quad Q(x)=x^3+3x^2; \quad R(x)=3/4 x^3-x^2+2$$

3. Completa a táboa:

EXPRESIÓN POLINÓMICA	EXPRESIÓN EN COEFICIENTES	GRAO
$-2x^3+x^5-3x^2$		
$x^2/3-1$		
	$-2 \ \pi \ 0 \ 0$	
	$-2 \ 1,3 \ 0 \ -1/7$	
$3-\sqrt{2} x^2$		
Estes polinomios son polinomios nunha variable, x, con coeficientes no corpo dos números reais. O conxunto destes polinomios désígnase por $\mathbb{R}[x]$.		

POLINÓMICA	COEFICIENTES	GRAO
$-2x^3+x^5-3x^2$	$1 \ 0 \ -2 \ -3 \ 0 \ 0$	5
$x^2/3-1$	$1/3 \ 0 \ -1$	2
$\pi x^2 - 2x^3$	$-2 \ \pi \ 0 \ 0$	3
$-2x^3+1,3x^2-1/7$	$-2 \ 1,3 \ 0 \ -1/7$	3
$3-\sqrt{2} x^2$	$-\sqrt{2} \ 0 \ 3$	2

4. Acha o valor numérico en 1, 0 e -2 dos polinomios do exercicio anterior

POLINOMIO	Valor en 1	Valor en 0	Valor en -2
$x^5-2x^3-3x^2$	-4	0	-28
$x^2/3-1$	-2/3	-1	1/3
$-2x^3+\pi x^2$	$-2+\pi$	0	$16+4\pi$
$-2x^3+1,3x^2-1/7$	-59/70	-1/7	737/35
$-\sqrt{2} x^2+3$	$-\sqrt{2} +3$	3	$-4\sqrt{2} +3$

Polinomios

2. Operacións

Para operar con polinomios pode resultar cómodo pasalos ás súas expresións en coeficientes, operar con estas e dar o resultado en forma polinómica.

Suma

$$P(x) = 8x^4 + x^2 - 5x - 4$$

$$Q(x) = 3x^3 + x^2 - 3x - 2$$

Súmanse os coeficientes de igual grao:

P(x)→	8	0	1	-5	-4
Q(x)→		3	1	-3	-2
P(x)+Q(x)→	8	3	2	-8	-6

$$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 8x - 6$$

Multiplicación

$$P(x) = 3x^3 + 5x - 4$$

$$Q(x) = x^2 - x + 2$$

Múltiplicase coeficiente a coeficiente:

P(x)→	3	0	5	-4		
Q(x)→		1	-1	2		
	6	0	10	-8		
	-3	0	-5	4		
	3	0	5	-4		
P(x)·O(x)→	3	-3	11	-9	14	-8

$$P(x) \cdot Q(x) = 3x^5 - 3x^4 + 11x^3 - 9x^2 + 14x - 8$$

División

$$P(x) = 3x^3 - x^2 + 5x - 4$$

$$Q(x) = x^2 - 3x + 2$$

3	-1	5	-4		1	-3	2	.
-3	9	-6			3	8		
	8	-1	-4					
	-8	24	-16					
		23	-20					

$$\text{Cociente} = 3x + 8 \quad \text{Resto} = 23x - 20$$

$$P(x) = 12x^3 + 6x - 5$$

$$Q(x) = 4x^2 + 3$$

12	0	6	-5		4	0	3	.
-12	0	-9			3	0		
	0	-3	-5					
		0	0					
		-3	-5					

$$\text{Cociente} = 3x \quad \text{Resto} = -3x - 5$$

Diferenza

$$P(x) = 3x^3 + x^2 + 5x + 4$$

$$Q(x) = 3x^3 + 3x + 2$$

Réstanse os coeficientes de igual grao:

P(x)→	3	1	5	4
Q(x)→	3	0	3	2
P(x)-Q(x)→		1	2	2
P(x)-Q(x)	$= x^2 + 2x + 2$			

Observa o grao do resultado:
 $\text{gr}(P \pm Q) \leq \max(\text{gr}(P), \text{gr}(Q))$

$$\text{gr}(P \cdot Q) = \text{gr}(P) + \text{gr}(Q)$$

Dividir dous polinomios $D(x)$, dividendo, entre $d(x)$, divisor, é atopar un cociente $c(x)$ e un resto $r(x)$ que cumpran

- Dividendo = divisor · cociente + resto
- grao de $r(x) <$ grao de $d(x)$

$$\text{gr}(c) = \text{gr}(D) - \text{gr}(d)$$

Un exemplo operando coa variable, comezamos dividindo as potencias de maior grao

$$x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 + x \\ \hline \end{array} \right.$$

$$\frac{x^3}{3x^2} = \frac{1}{3}x$$

continuamos

$$x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \quad \left| \begin{array}{l} 3x^2 + x \\ \hline \frac{1}{3}x + \frac{5}{9} \\ \hline \text{cociente} \end{array} \right.$$

$$\frac{5}{3}x^2 - 3x + 5$$

$$\frac{5}{3}x^2 + \frac{5}{9}x$$

$$\hline -\frac{32}{9}x + 5$$

$$\text{resto}$$

EXERCICIOS resoltos

5. Acha $P(x)+Q(x)$ e $2\cdot P(x)-Q(x)$

$$P(x)=x^4+x^3+3x \quad Q(x)=2x^3+x^2-4x+5$$

$P(x) \rightarrow$	1	1	0	3	0	$2\cdot P(x) \rightarrow$	2	2	0	6	0
$Q(x) \rightarrow$		2	1	-4	5	$Q(x) \rightarrow$		2	1	-4	5
$P(x)+Q(x) \rightarrow$	1	3	1	-1	5	$2\cdot P(x)-Q(x) \rightarrow$	2	0	-1	10	-5

$$P(x)+Q(x)=x^4+3x^3+x^2-x+5$$

$$2\cdot P(x)-Q(x)=2x^4-x^2+10x-5$$

6. Cal é o grao do cociente ao dividir un polinomio de grao 5 entre outro de grao 2? o grao do cociente é o grao do dividendo, 5, menos o do divisor, 2, daquela 3.

7. Multiplica $P(x)=x^3+6x^2+4x-6$ por $Q(x)=x^3+3x^2+5x-2$

$P(x) \rightarrow$	1	6	4	-6			
$Q(x) \rightarrow$	1	3	5	-2			
		-2	-12	-8	12		
		5	30	20	-30		
		3	18	12	-18		
	1	6	4	-6			
$P(x)\cdot Q(x) \rightarrow$	1	9	27	34	-10	-38	12

$$P(x)\cdot Q(x)=x^6+9x^5+27x^4+34x^3-10x^2-38x+12$$

8. Fai en cada caso a división de $P(x)$ entre $Q(x)$

$P(x)=2x^3+4x^2+7x+3$ $Q(x)=2x^2+x+3$	$P(x)=7x^2-2x+5$ $Q(x)=8x+7$								
<table border="1"> <tr> <th>P(x) Dividendo</th> <th>Q(x) divisor</th> </tr> <tr> <td> $\begin{array}{r} 2 \quad 4 \quad 7 \quad 3 \\ 2 \quad 1 \quad 3 \\ \hline 3 \quad 4 \quad 3 \\ 3 \quad 1,5 \quad 4,5 \\ \hline 2,5 \quad -1,5 \\ 2,5 \quad -1,5 \end{array}$ </td> <td> $\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 3 \\ 1 \quad 1,5 \\ \hline \text{cociente} \\ x+1,5 \end{array}$ </td> </tr> </table>	P(x) Dividendo	Q(x) divisor	$\begin{array}{r} 2 \quad 4 \quad 7 \quad 3 \\ 2 \quad 1 \quad 3 \\ \hline 3 \quad 4 \quad 3 \\ 3 \quad 1,5 \quad 4,5 \\ \hline 2,5 \quad -1,5 \\ 2,5 \quad -1,5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 3 \\ 1 \quad 1,5 \\ \hline \text{cociente} \\ x+1,5 \end{array}$	<table border="1"> <tr> <th>P(x) Dividendo</th> <th>Q(x) divisor</th> </tr> <tr> <td> $\begin{array}{r} 7 \quad -2 \quad 5 \\ 7 \quad 49 \quad 8 \\ \hline 65 \quad 5 \\ 65 \quad 455 \quad -64 \\ \hline 775 \quad 64 \\ \text{resto} \end{array}$ </td> <td> $\begin{array}{r} 8 \quad 7 \\ 7 \quad 65 \\ 8 \quad -64 \\ \hline \text{cociente} \\ \frac{7}{8}x - \frac{65}{64} \end{array}$ </td> </tr> </table>	P(x) Dividendo	Q(x) divisor	$\begin{array}{r} 7 \quad -2 \quad 5 \\ 7 \quad 49 \quad 8 \\ \hline 65 \quad 5 \\ 65 \quad 455 \quad -64 \\ \hline 775 \quad 64 \\ \text{resto} \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \quad 7 \\ 7 \quad 65 \\ 8 \quad -64 \\ \hline \text{cociente} \\ \frac{7}{8}x - \frac{65}{64} \end{array}$
P(x) Dividendo	Q(x) divisor								
$\begin{array}{r} 2 \quad 4 \quad 7 \quad 3 \\ 2 \quad 1 \quad 3 \\ \hline 3 \quad 4 \quad 3 \\ 3 \quad 1,5 \quad 4,5 \\ \hline 2,5 \quad -1,5 \\ 2,5 \quad -1,5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 3 \\ 1 \quad 1,5 \\ \hline \text{cociente} \\ x+1,5 \end{array}$								
P(x) Dividendo	Q(x) divisor								
$\begin{array}{r} 7 \quad -2 \quad 5 \\ 7 \quad 49 \quad 8 \\ \hline 65 \quad 5 \\ 65 \quad 455 \quad -64 \\ \hline 775 \quad 64 \\ \text{resto} \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \quad 7 \\ 7 \quad 65 \\ 8 \quad -64 \\ \hline \text{cociente} \\ \frac{7}{8}x - \frac{65}{64} \end{array}$								

EXERCICIOS resoltos

9. Observa como se aplican as identidades notables

Para desenvolver $(x+3)^2$

Cadrado do $1^0 \rightarrow x^2$ Dobre do 1^0 por o $2^0 \rightarrow 2 \cdot x \cdot 3 = 6x$ Cadrado do $2^0 \rightarrow 3^2 = 9$
 polo tanto $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Para descompoñer o polinomio $x^2 - 10x + 25$,

téntase ver un dos membros dunha identidade notable,
 ao seren os signos dos coeficientes alternativos, + - +, compárase coa diferenza
 ao cadrado.

$25 = 5^2$ e $10x = \text{dobre de } x \text{ por } 5 \rightarrow x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$

Para descompoñer o polinomio $4x^2 - 25$

téntase ver se é unha identidade notable, ao ser 0 o coeficiente de grao un,
 compárase coa diferenza de cadrados

$4x^2 = (2x)^2$; $25 = 5^2 \rightarrow 4x^2 - 25 = (2x+5) \cdot (2x-5)$

10. Desenvolve as seguintes expresións

Expresión	Solución	Expresión	Solución
$(x+4)^2$	$x^2 + 8x + 16$	$(x-2)^2$	$x^2 - 4x + 4$
$(4x+3)^2$	$16x^2 + 24x + 9$	$(3-2x)^2$	$4x^2 - 12x + 9$
$(2x/3+5)^2$	$4x^2/9 + 20x/3 + 25$	$(x/2-3)^2$	$x^2/4 - 3x + 9$
$(\sqrt{2}x+1)^2$	$2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$	$(x-\sqrt{3})^2$	$x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$

10. Acha a expresión en coeficientes dos seguintes produtos

Produtos	Solución	Produtos	Solución
$(x+4) \cdot (x-4)$	$x^2 - 16$; 1 0 -16	$(x-1/2) \cdot (x+1/2)$	1 0 -1/4
$(2x+5) \cdot (2x-5)$	4 0 -25	$(3+\sqrt{2}x) \cdot (3-\sqrt{2}x)$	-2 0 9

11. Resolve aplicando as identidades notables a ecuación $x^2 + 10x + 16 = 0$

Compárase a primeira parte, $x^2 + 10x$, cunha identidade notable, con $(x+5)^2$

Pois $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$, polo tanto, $x^2 + 10x = (x+5)^2 - 25$

e o primeiro membro da ecuación é $x^2 + 10x + 16 = (x+5)^2 - 25 + 16$,

$(x+5)^2 - 9 = 0 \rightarrow (x+5)^2 - 3^2 = 0 \rightarrow (x+5+3) \cdot (x+5-3) = 0 \rightarrow \text{Solucións } x = -8 \text{ e } x = -2$

12. Calcula o cubo dun binomio

Binomio ao cubo	Solución	Binomio ao cubo	Solución
$(x+2)^3$	$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$	$(x-1)^3$	$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
$(2x-3)^3$	$8x^3 - 36x^2 + 18x - 27$	$(3+x/3)^3$	$x^3/27 + x^2 + 9x + 27$

13. Acha a fila 5 do triángulo de Pascal, e calcula $(x+1)^5$

a fila 5 do triángulo é 1 5 10 10 5 1, que son os coeficientes de $(x+1)^5$, polo tanto, $(x+1)^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

Polinomios

4. División por x-a

Regra de Ruffini

A regra de Ruffini é útil para dividir polinomios entre x-a.

No exemplo da dereita divídese $3x^3-5x^2+1$ entre x-2, obtendo de cociente $3x^2+x+2$ e de resto 5.

A regra explicada para **a=2**, vale tamén cando **a** é un número racional ou real, no seguinte exemplo tómasse **a=-3/2** e representa a división de $4x^2+5x+2$ entre $x+3/2$

$$\begin{array}{r|rrr} & 4 & 5 & 2 \\ -3/2 & & -6 & 3/2 \\ \hline & 4 & -1 & 7/2 \text{ resto} \\ & \text{cociente} & & \\ & 4x-1 & & \end{array}$$

Teorema do resto

Exemplo

Dividendo= x^4-2 ; divisor= $x-4$

Fai a división no teu caderno

Resulta, cociente= $x^3+4x^2+16x+64$ e resto=254

Escribe a igualdade Dividendo = divisor·cociente+resto

$$x^4-2=(x-4) \cdot (x^3+4x^2+16x+64)+254$$

Substitúe a x por 4

$$4^4-2=(4-4) \cdot (4^3+4 \cdot 4^2+16 \cdot 4+64)+254$$

$$4^4-2=0 \cdot (4^3+4 \cdot 4^2+16 \cdot 4+64)+254$$

$$4^4-2=0 \cdot (\text{.....})+254$$

$$4^4-2=0+254$$

Conclusión, ao substituír a x por 4 no dividendo dáños o resto da división entre x-4

Teorema do resto. Para calcular o resto da división dun polinomio P(x) entre x-a abonda con substituír en P(x) o x por a.

Lembra

$$P(x) \text{ é divisible entre } x-a \Leftrightarrow P(a)=0$$

A miúdo, para calcular o resto dunha división entre x-a, resulta máis cómodo aplicar a regra de Ruffini que substituír o x. O teorema do resto sérvenos para resolver problemas como o seguinte: achar m para que o polinomio

$$P(x)=x^3+mx-4$$

sexa divisible por x-2, que se resolve substituíndo o x por 2, igualando a 0 e despxendo m, así m=-2.

Observa a división e como se realiza a Regra de Ruffini paso a paso

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ -3 & 6 & & & \\ \hline & 1 & 0 & & \\ & -1 & 2 & & \\ \hline & & 2 & 1 & \\ & & -2 & 4 & \\ \hline & & & 5 & \text{resto} \end{array}$$

3 1 2
cociente

Regra de Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & & & \\ & & 6 & & \end{array}$$

Se multiplican

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & & & \\ & & 6 & & \\ & & 1 & & \end{array}$$

Se suman

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & & & \\ & & 6 & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \end{array}$$

Se multiplican

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & & & \\ & & 6 & & \\ & & 1 & & \\ & & & 2 & \end{array}$$

Se suman

Vólvese multiplicar e sumar, obtendo

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -5 & 0 & 1 & \\ 2 & \downarrow & & & \\ & 3 & & & \\ & & 6 & 2 & 4 \\ & & 3 & 1 & 2 & 5 \text{ resto} \\ & & \text{cociente} & & \end{array}$$

Coa calculadora

Para calcular o valor numérico dun polinomio coa calculadora, valor de $P(x)=3x^3-5x^2+1$ en $x=2$

Podemos aplicar a regra de Ruffini, para iso teclea a seguinte secuencia:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ M in } \times 3 \rightarrow 3 \\ -5 = \rightarrow 1 \\ \times \text{ MR } + 0 = \rightarrow 2 \\ \times \text{ MR } + 1 = 5 \end{array}$$

Obtemos: 5 que é o resto de dividir P(x) para x-2 e o valor numérico en x=2.

De paso foron saíndo os coeficientes do cociente cada vez que se premía =.

EXERCICIOS resoltos

14. Aplica a regra de Ruffini para dividir $P(x)=x^3+5x^2-2x+1$, $Q(x)=2x^4-5$ e $R(x)=x^3-4x+3x^2$ entre $x-3$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 5 & -2 & 1 \\ 3) & & 3 & 24 & 66 \\ \hline & 1 & 8 & 22 & 67 \\ \text{Cociente } x^2+8x+22 & & & & \\ \text{Resto } 67 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 3) & & 6 & 18 & 54 & 162 \\ \hline & 2 & 6 & 18 & 54 & 157 \\ \text{Cociente } 2x^3+6x^2+18x+54 & & & & & \\ \text{Resto } 157 & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 3) & & 3 & 18 & 42 \\ \hline & 1 & 6 & 14 & 42 \\ \text{Cociente } x^2+6x+14 & & & & \\ \text{Resto } 42 & & & & \end{array}$$

15. Aplica a regra de Ruffini para dividir $P(x)=x^3+3x^2-2x+1$, $Q(x)=x^4-2$ e $R(x)=x^3-4x^2-x$ entre $x+1$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -2 & 1 \\ -1) & & -1 & -2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & -4 & 5 \\ \text{Cociente } x^2+2x-4 & & & & \\ \text{Resto } 5 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1) & & -1 & 1 & -1 & 1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ \text{Cociente } x^3-x^2+x-1 & & & & & \\ \text{Resto } -1 & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -4 & -1 & 0 \\ -1) & & -1 & 5 & -4 \\ \hline & 1 & -5 & 4 & -4 \\ \text{Cociente } x^2-5x+4 & & & & \\ \text{Resto } -4 & & & & \end{array}$$

16. Aplica a regra de Ruffini para dividir $P(x)=3x^3+5x^2-2x+1$ e $Q(x)=6x^4-2$ e entre $x+2/3$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 5 & -2 & 1 \\ -2/3) & & -2 & -2 & 8/3 \\ \hline & 3 & 3 & -4 & 11/3 \\ \text{Cociente } 3x^2+3x-4 & & & & \\ \text{Resto } 11/3 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 6 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -2/3) & & -4 & 8/3 & -16/9 & 32/27 \\ \hline & 6 & -4 & 8/3 & -16/9 & -22/27 \\ \text{Cociente } 6x^3-4x^2+\frac{8}{3}x-\frac{16}{9} & & & & & \\ \text{Resto } -22/27 & & & & & \end{array}$$

17. Se o valor numérico dun polinomio en 2 é igual a 3 e o cociente da súa división de entre $x-2$ é x , sabes de que polinomio se fala?

Dividendo = divisor·cociente + resto, o divisor é $x-2$, o cociente x e o resto 3, polo tanto o polinomio é x^2-2x+3

18. Acha m para que mx^2+2x-3 sexa divisible entre $x+1$

O polinomio será divisible entre $x+1$ se o seu valor en -1 é 0, daquela ha de ser $m-2-3=0$, é dicir, $m=5$

19. Existe algún valor de m para que o polinomio $x^3+mx^2-2mx+5$ sexa divisible por $x-2$?

Polo teorema do resto abonda con resolver a ecuación $2^3+m\cdot 2^2-2m\cdot 2+5=0$, o que dá unha igualdade imposible $13=0$; xa que logo, non hai ningún valor de m para o cal o polinomio sexa divisible por $x-2$

5. Descomposición factorial

Sacar factor común unha potencia de x

Chámanse divisores impropios dun polinomio $P(x)$, con coeficientes en $\mathbb{R}$, os números reais e os polinomios obtidos ao multiplicar $P(x)$ por un número real.



Os primos de $\mathbb{R}[x]$ son os polinomios de grao un e os polinomios de grao dous, ax^2+bx+c , con $b^2-4ac < 0$

Un polinomio é **primo** se non ten divisores propios e o seu grao é maior ca cero (os polinomios de grao cero chámanse unidades ou invertibles porque teñen inverso).

O primeiro paso para descompoñer un polinomio en factores primos é sacar factor común unha potencia de x, cando sexa posible; isto explícase na animación da dereita.

Exemplos de descomposición factorial

$$x^5 - 5x^4 + 6x^3 = x^3 \cdot (x^2 - 5x + 6) = x^3 \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$

Sacouse factor común x^3 de todos os sumandos, ou monomios, para o segundo paso resolveuse a ecuación de segundo grao $x^2 - 5x + 6 = 0$, pois segundo o teorema do resto, $x^2 - 5x + 6$ é divisible por $(x-a)$ se $a^2 - 5a + 6$ vale cero, daquela a é solución da ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$ Aplicouse unha identidade notable para descompoñelo.

$x^3 - 1 = (x-1) \cdot (x^2 + x + 1)$ A ecuación $x^2 + x + 1 = 0$ non ten solución real, daquela o polinomio é primo.

$2x^2 + 3x + 1 = 2 \cdot (x+1) \cdot (x+1/2)$ As solucións da ecuación $2x^2 + 3x + 1 = 0$ son -1 e $-1/2$. **Hai que ter coidado**, en factorizacións deste tipo, **de non esquecer o factor de x^2** .

Raíces dun polinomio

Se $x-a$ é un divisor do polinomio $P(x)$, dise que **a é raíz** de $P(x)$, polo teorema do resto sabemos que isto equivale a dicir que $P(a) = 0$.

$$P(x) = p_n x^n + p_{n-1} x^{n-1} + \dots + p_1 x + p_0 \text{ e } a \text{ raíz de } P(x),$$

$$p_n a^n + p_{n-1} a^{n-1} + \dots + p_1 a + p_0 = 0,$$

e despxando p_0

$$p_0 = -p_n a^n - p_{n-1} a^{n-1} - \dots - p_1 a$$

Polo tanto, se os coeficientes de $P(x)$ son números enteiros e **a** tamén, p_0 é múltiplo de **a**.



As **raíces** non nulas dun polinomio con coeficientes enteiros son **divisores do coeficiente de menor grao** do polinomio.

A descomposición dun polinomio de terceiro grao con raíces 4, 1 e -2 será $a \cdot (x-4) \cdot (x-1) \cdot (x+2)$.

Chámase **multiplicidade** dunha raíz ao número de veces que aparece na descomposición.

$$2x^9 + x^6 - 3x^4 =$$

$$= 2 \cdot x^4 \cdot x^5 + x^4 \cdot x^2 - 3 \cdot x^4$$

x^4 está en todos os sumandos

$$2x^9 + x^6 - 3x^4 =$$

$$= x^4 \cdot (2x^5 + x^2 - 3)$$

Sacouse factor común unha potencia de x

Raíz

2

Divisor

$x-2$

Raíz

-2

Divisor

$x+2$

Descomposición factorial de $x^4 - 15x^2 + 10x + 24$

As posibles raíces racionais deste polinomio son os divisores de 24

$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 6 \pm 8 \pm 12 \pm 24$

Coa regra de Ruffini imos vendo que divisores son raíces

	1	0	-15	10	24
-1)	-1	1	14	-24	
	1	-1	-14	24	0
2)	2	2	-24		
	1	1	-12	0	
3)	3	12			
	1	4	0		

$$x^4 - 15x^2 + 10x + 24 =$$

$$(x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+4)$$

EXERCICIOS resoltos

21. Saca factor común unha potencia de x en cada un dos seguintes polinomios:

$$P(x)=2x^3+3x \quad Q(x)=x^4+2x^6-3x^5 \quad R(x)=2x^6+6x^5+8x^3$$

Solución: $P(x)=x \cdot (2x^2+3)$ $Q(x)=x^4 \cdot (2x^2-3x+1)$ $R(x)=2x^3 \cdot (x^3+3x^2+4)$, neste último caso púidose sacar factor común tamén un número.

22. Acha a descomposición factorial de $x^7-x^6-4x^4$

$$x^7-x^6-4x^4=x^4 \cdot (x^3-x^2-4).$$
 Sacouse factor común x^4 .

As posibles raíces enteiras de x^3-x^2-4 son os **divisores de -4**:

$$1, -1, 2, -2, 4, -4$$

Vexamos pola regra de Ruffini se 1 é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 1) & & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & -4 \neq 0, \\ & & & & 1 \text{ non é raíz de P} \end{array}$$

Vexamos pola regra de Ruffini se -1 é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & 0 & -4 \\ -1) & & -1 & 2 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & -6 \neq 0 \\ & & & & -1 \text{ non é raíz de P} \end{array}$$

Vexamos pola regra de Ruffini se 2 é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 2) & & 2 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \\ & & & & 2 \text{ é raíz de P} \end{array}$$

$1 \ 1 \ 2 = x^2+x+2$ a ecuación $x^2+x+2=0$ non ten solucións reais, polo tanto, é primo

$$x^7-x^6-4x^4=x^4 \cdot (x-2) \cdot (x^2+x+2)$$

23. Acha a descomposición factorial de $x^4+x^3-x^2-2x-2$

As posibles raíces enteiras de $x^4+x^3-x^2-2x-2$ son os **divisores de -2**:

$$1, -1, 2, -2$$

Vexamos pola Regra de Ruffini se 1 é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ 1) & & 1 & 0 & -1 & -3 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & -3 & -5 \text{ distinto de 0,} \\ & & & & & 1 \text{ non é raíz de P} \end{array}$$

Vexamos pola Regra de Ruffini se -1 é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ -1) & & -1 & 2 & -1 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & -3 & 1 \text{ distinto de 0,} \\ & & & & & -1 \text{ non é raíz de P} \end{array}$$

Vexamos pola Regra de Ruffini se 2 é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ 2) & & 2 & 2 & 2 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 & -2 \text{ distinto de 0,} \\ & & & & & 2 \text{ non é raíz de P} \end{array}$$

Vexamos pola Regra de Ruffini se 1 é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 \\ -2) & & -2 & 6 & -10 & 24 \\ \hline & 1 & -3 & 5 & -12 & 22 \text{ distinto de 0,} \\ & & & & & -2 \text{ non é raíz de P} \end{array}$$

$$x^4+x^3-x^2-2x-2 \text{ Non ten raíces enteiras}$$

Non podemos achar a descomposición factorial deste polinomio.

EXERCICIOS resoltos

25. Se os coeficientes de $P(x) = p_n x^n + p_{n-1} x^{n-1} + \dots + p_1 x + p_0$ son números enteiros, as posibles raíces racionais de $P(x)$ son da forma

$$\frac{\text{divisor de } p_0}{\text{divisor de } p_n}$$

Acha a descomposición factorial de $12x^3 + 4x^2 - 17x + 6$

As posibles raíces en $\mathbb{Q}$ de $12x^3 + 4x^2 - 17x + 6$ son os cocientes dos divisores de 6 entre os divisores de 12,

divisores de 6;					divisores de 12;						
					± 1	± 2	± 3	± 4	± 6	± 12	
± 1	$\pm \frac{1}{2}$	$\pm \frac{1}{3}$	$\pm \frac{1}{4}$	$\pm \frac{1}{6}$	$\pm \frac{1}{12}$	± 2	$\pm \frac{2}{3}$	± 3	$\pm \frac{3}{2}$	$\pm \frac{3}{4}$	± 6

É fácil ver coa regra de Ruffini que nin 1, nin -1 son raíces de P.

Vexamos pola Regra de Ruffini se $1/2$ é raíz de P

$$\begin{array}{r|rrrr} 12 & 4 & -17 & 6 \\ 1/2 & & 6 & 5 & -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \quad 10 \quad -12 \quad 0 \end{array} \quad 1/2 \text{ é raíz de P.}$$

Ao resolver a ecuación

$$12x^2 + 10x - 12 = 0,$$

obtense que $-3/2$ e $2/3$ son raíces de P.

$$12x^3 + 4x^2 - 17x + 6 = 12 \cdot (x - 1/2) \cdot (x + 3/2) \cdot (x - 2/3)$$

26. Acha a descomposición factorial de $x^4 - 4$

Busquemos as raíces racionais de $x^4 - 4$. As posibles raíces en $\mathbb{Q}$ son os cocientes dos divisores de -4 (coeficiente de menor grao) entre os divisores de 1 (coeficiente de maior grao),

divisores de -4;		± 1	± 2	± 4
divisores de 1;		± 1		
		± 1	± 2	± 4

É fácil ver coa regra de Ruffini que ningún dos posibles valores son raíces de $x^4 - 4$. O polinomio non ten raíces racionais.

Se se recoñece $x^4 - 4$ como unha diferenza de cadrados, $(x^2)^2 - 2^2$ resultará fácil a descomposición factorial:

$$x^4 - 4 = (x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2)$$

O primeiro factor é primo, pero o segundo volve ser unha diferenza de cadrados $x^2 - 2 = (x + \sqrt{2}) \cdot (x - \sqrt{2})$

$$x^4 - 4 = (x^2 + 2) \cdot (x + \sqrt{2}) \cdot (x - \sqrt{2})$$

EXERCICIOS resoltos

27. Acha a descomposición factorial de $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$

As posibles raíces racionais deste polinomio son os divisores de 12

$\pm 1 \quad \pm 2 \quad \pm 3 \quad \pm 4 \quad \pm 6 \quad \pm 12$

Coa regra de Ruffini miramos que divisores son raíces do polinomio

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -7 & 4 & 12 \\
 -1) & & -1 & 8 & -12 \\
 \hline
 & 1 & -8 & 12 & 0 \\
 2) & & 2 & -12 & \\
 \hline
 & 1 & -6 & 0 &
 \end{array}$$

$$x^3 - 7x^2 + 4x + 12 = (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-6)$$

28. Acha a descomposición factorial de $(2x^3 + x + 3/2)^2 - (x^3 + 5x - 3/2)^2$

Aplicanse as **identidades notables**:

diferenza de cadrados = suma por diferenza:

$$(2x^3 + x + 3/2)^2 - (x^3 + 5x - 3/2)^2 = (3x^3 + 6x) \cdot (x^3 - 4x + 3)$$

O primeiro factor
($3x^3 + 6x$)
descomponse
sacando **factor común** $3x$,
($3x^3 + 6x$) = $3x \cdot (x^2 + 2)$;
 $x^2 + 2$ é primo pois a
ecuación de segundo
grao $x^2 + 2 = 0$ non ten
raíces reais.

Para ($x^3 - 4x + 3$)
**búscanse as súas
raíces racionais**

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -1 & 3 & -3 \\
 1) & & 1 & 0 & -4 & 3 \\
 \hline
 & 1 & 1 & 1 & -3 \\
 \hline
 & 1 & 1 & -3 & 0
 \end{array}$$

($x^3 - 4x + 3$) = ($x-1$) · ($x^2 + x - 3$)
Para descompoñer $x^2 + x - 3$
resólvese a **ecuación de
segundo grao** $x^2 + x - 3 = 0$
que ten por solucións

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad \text{y} \quad \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$(2x^3 + x + \frac{3}{2})^2 - (x^3 + 5x - \frac{3}{2})^2 = 3x \cdot (x^2 + 2) \cdot (x-1) \cdot (x - \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}) \cdot (x + \frac{1 + \sqrt{13}}{2})$$



Para practicar

1. O número 5352 está en base 7. Cal é o seu valor no sistema decimal? Débese calcular o valor numérico en 7 do polinomio de coeficientes $5 \ 3 \ 5 \ 2$.

2. A cantidade de cor adóitase expresar no sistema hexadecimal ou de base 16, este sistema ten 16 cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a=10, b=11, c=12, d=13, e=14, f=15 e neste sistema a cantidade **38** de cor azul equivale a $3 \cdot 16 + 8 = 56$ en decimal



Estas imaxes pódense ver ao escoller a cor en Word. A cantidade de vermello, verde e azul define calquera cor.

Exprésala en decimal as cantidades hexadecimais 62 e 5d de cor azul.

3. Acha $P(x) - 5 \cdot Q(x)$ sendo $P(x) = 4x^2 + 4x$ e $Q(x) = 6x^2 + 2x$.
4. Multiplica os polinomios $P(x) = 4x^2 - 7x + 3$ e $Q(x) = -x^2 + 5$.
5. Acha o cociente e o resto da división de $-4x^3 + 7x^2 - x - 5$ entre $-2x^2 - 5x - 2$.
6. Fai a división de $3x^3 + x - 4$ entre $x + 2$ coa regra de Ruffini.
7. Aplica o teorema do resto para calcular o resto da división de $3x^3 - 5x^2 + 7$ entre $x - 5$.
8. a) Acha m para que $x^3 + mx^2 - 3mx + 3$ sexa divisible por $x + 5$
b) Acha m para que $x^3 + mx^2 - 5mx + 6$ sexa divisible por $x - 5$.
9. Efectúa las potencias
a) $(2x + 3)^2$ b) $(2x - 1)^3$
c) $(x - 3)^2$ d) $(x + 2)^3$

10. Resolve as seguintes ecuacións aplicando as identidades notables:

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

b) $x^2 - 10x + 9 = 0$

11. Acha a fila 4ª do triángulo de Pascal Cal é o coeficiente de grao 2 de $(x + 1)^4$?

12. Simplifica as seguintes fraccións alxébricas

a) $\frac{x^2 + 8x + 16}{3x + 12}$

b) $\frac{3x^2 - 12}{x^2 - 4x + 4}$

c) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^2 - 3}$

13. Acha a descomposición en factores primos dos seguintes polinomios

a) $4x^7 + 12x^6 - 4x^5 - 12x^4$

b) $3x^8 + 9x^7 - 12x^5$

c) $12x^3 - 16x^2 - 7x + 6$

d) $8x^3 - 20x^2 + 22x - 7$

e) $2x^3 - 9x^2 + 5x + 5$

14. Aplica as identidades notables para descompoñer os seguintes polinomios

a) $x^4 - 6^4$

b) $x^4 - x^2 - 24x - 12^2$

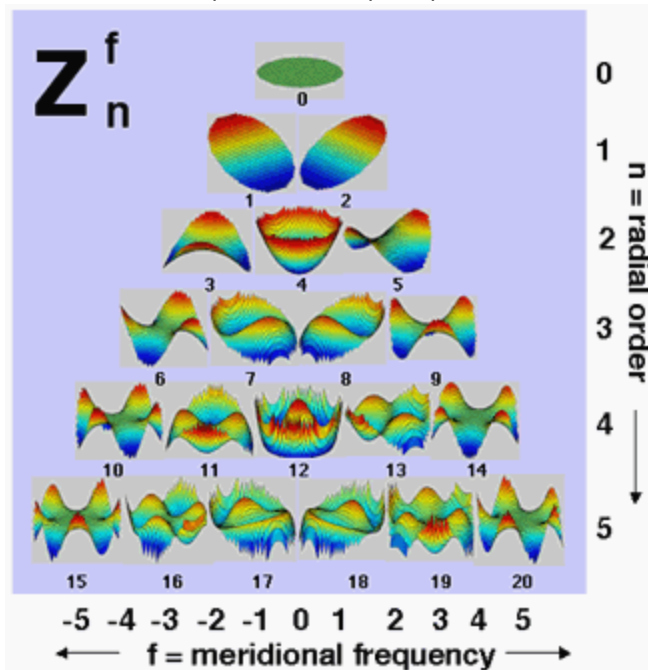
c) $x^4 - 98x^2 + 49^2$

15. Un polinomio de grao 3 ten por raíces -1 , 4 e 1 . Acha a súa descomposición factorial sabendo que o seu valor en 2 é -24 .



Os polinomios noutras ciencias

Se investigaches na web, é probable que atopases moitos polinomios con nome propio: Polinomios de Lagrange, Hermite, Newton, Chebichev... copiamos aquí un extracto dun blog que fala dos polinomios de Zernike e a súa aplicación na óptica para corrixir defectos visuais.



...As matemáticas, cos polinomios de Zernike, ofrécennos un método para descompoñer superficies complexas nas súas compoñentes máis simples. **Así, con este procedemento matemático podemos xerarquizar e definir todas as aberracións visuais.** Un esquema que está presente con moita frecuencia nas consultas de cirurxía refractiva é o das diferentes aberracións agrupadas e xerarquizadas:

O da xerarquía é fundamental, porque segundo cal sexa o grupo da aberración, terá máis ou menos importancia, será máis ou menos doada de corrixir, etc. Por exemplo, o número 4 corresponde á miopía (e o seu inverso, a hipermetropía), e o 3 e 5 corresponden ao astigmatismo...

Extracto da páxina
<http://ocularis.es/blog/?p=29>

Algoritmo de Euclides

A descomposición factorial de números ou de polinomios serve para simplificar fraccións.

Núméricas	Polinómicas
$\frac{18}{30} = \frac{2 \cdot 3^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3}{5}$	$\frac{x^2 - x}{x^2 + x - 2} = \frac{x \cdot (x - 1)}{(x + 2) \cdot (x - 1)} = \frac{x}{x + 2}$

Pero non resulta doado con este método simplificar calquera fracción, xa que a descomposición factorial pode resultar difícil de calcular. O algoritmo de Euclides é un método seguro para calcular o m.c.d. e poder así simplificar calquera fracción; baséase en que o m.c.d. do dividendo e do divisor é o m.c.d. do divisor e do resto.

$$\begin{array}{r} D \quad d \\ r \quad c \end{array}$$

Dividendo = divisor · cociente + resto
Polo tanto

$$\text{m.c.d.}(D, d) = \text{m.c.d.}(d, r)$$

Así se reducen os elementos dos que calcular o m.c.d.

Recorda esta igualdade

Achar o m.c.d. de 1219 e 299

$$\begin{array}{r} 1219 \quad 299 \\ 23 \quad 4 \end{array}$$

Aplicamos que $\text{m.c.d.}(D, d) = \text{m.c.d.}(d, r)$
logo basta calcular o m.c.d.(299, 23)

$$\begin{array}{r} 299 \quad 23 \\ 69 \quad 13 \\ 0 \end{array}$$

$\text{m.c.d.}(299, 23) = \text{m.c.d.}(13, 0) = 13$
pois todos os números son divisores de 0

Achar o m.c.d. de $x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 6x + 9$ e $x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 5x + 6$

Facemos a división

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 7 \ 6 \ 9 \quad 1 \ 2 \ 6 \ 5 \ 6 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 3 \quad 1 \end{array}$$

Aplicamos que $\text{m.c.d.}(D, d) = \text{m.c.d.}(d, r)$
e volvemos a dividir

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 6 \ 5 \ 6 \quad 1 \ 1 \ 3 \\ 1 \ 3 \ 5 \quad 1 \ 1 \ 2 \\ 2 \ 2 \ 6 \\ 0 \ 0 \end{array}$$

O m.c.d. pedido é $1 \ 1 \ 3 = x^2 + x + 3$

Polinomios



Lembra o máis importante

Operacións con polinomios Regra de Ruffini e Teorema do resto

O resto da división por $x-a$ é o valor numérico do dividendo en a

3	-5	0	1	1	-2
-3	6			3	1
				cociente	
1	0				
-1	2				
				T. del resto	
2	1			5 = 3 · 2 ³ - 5 · 2 ² + 1	
-2	4				
				5 resto	

Regra de Ruffini					
3	-5	0	1		
2		6	2	4	
				cociente	
3	1	2	5		
				resto	

$(x+1)^0$	1				
$(x+1)^1$	1	1			
$(x+1)^2$	1	2	1		
$(x+1)^3$	1	3	3	1	
$(x+1)^4$	1	4	6	4	1

Triángulo de Pascal

Raíces dun polinomio

Raíz	Raíz
2	-2
Divisor	Divisor
$x-2$	$x+2$
$P(2)=0$	$P(-2)=0$

CIDE@D Matemáticas B $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	CIDE@D Matemáticas B $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	CIDE@D Matemáticas B $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$	CIDE@D Matemáticas B $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
CIDE@D Matemáticas B Raíz dun polinomio Raíz a Divisor $x-a$ $P(a)=0$ As raíces racionais dun polinomio son da forma Divisores do coef. de grao menor Divisores do coef. de grao maior	CIDE@D Matemáticas B Descomposición factorial Os polinomios con coeficientes en $\mathbb{R}$ primos son os de grao un e os de grao 2, ax^2+bx+c con $b^2-4ac < 0$	CIDE@D Matemáticas B Para calcular a descomposición factorial dun polinomio terase en conta as seguintes ferramentas: Regra de Ruffini Ecuación de 2º grao Identidades notables	CIDE@D Matemáticas B Identidades notables Descomposición factorial

Auto-avaliación



1. Acha os coeficientes de $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$ sendo $P(x) = 2x + 1$, $Q(x) = 5x^2 - 5$ e $R(x) = x^2 + 11x$.
2. Calcula o cociente e o resto da división de $6x^3 - 5x^2 + 4$ entre $x^2 + 3$.
3. Cales son os coeficientes de $(x + 4)^3$?
4. É certa a igualdade $4x^2 + 10x + 25 = (2x + 5)^2$?
5. Calcula m para que o resto de a división de $8x^2 + mx + 3$ entre $x + 2$ sexa 3.
6. Se $P(x) = ax^2 + bx + 5$ e $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 = 4$, cal é o resto da división de $P(x)$ entre $x - 6$?
7. Acha unha raíz enteira do polinomio $x^3 + 5x^2 + 6x + 8$.
8. Acha unha raíz racional de $4x^3 + 5x^2 + 25x + 6$.
9. O polinomio $5x^3 + 7x^2 - 28x - 12$ ten por raíces 2 e -3 . Cal é a outra raíz?
10. As raíces dun polinomio de grao 3 son -5 , 0 e 6. Calcula o valor numérico do polinomio en 7 sabendo que o seu coeficiente de maior grao é 3.

Polinomios

Soluciones dos exercicios para practicar

1. 1899
2. 98, 93
3. $-26x^2 - 6x$
4. $-4x^5 + 7x^4 - 17x^2 - 35x + 15$
5. Cociente $= 2x - 17/2$,
resto $= \frac{-79}{2}x - 22$
6. Cociente 3 -6 13 **resto -30**
7. $3 \cdot 5^3 - 5 \cdot 5^2 + 7 = 257$
8. a) $m = 61/20$,
b) Non pode divisible entre $x - 5$
9. a) $4x^2 + 12x + 9$
b) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
c) $x^2 - 6x + 9$
d) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
10. a) $(x+2)^2 - 5^2 = (x+2+5) \cdot (x+2-5)$;
-7 e 3
b) $(x-5)^2 - 4^2 = (x-5+4) \cdot (x-5-4)$; 1 e 9
11. 1 4 6 4 1
12. a) $\frac{x+4}{3}$
b) $\frac{3x+6}{x-2}$
c) $\frac{2x+1}{6x-3}$
13. a) $4x^4 \cdot (x+3) \cdot (x+1) \cdot (x-1)$
b) $3x^5 \cdot (x+2)^2 \cdot (x-1)$
c) $12 \cdot (x+2/3) \cdot (x-3/2) \cdot (x-1/2)$
d) $(x-1/2) \cdot (8x^2 - 16x + 14)$
e) $(x + \frac{1}{2}) \cdot 2 \cdot (x - \frac{5 - \sqrt{5}}{2}) \cdot (x - \frac{5 + \sqrt{5}}{2})$
14. a) $(x^2 + 36) \cdot (x+6) \cdot (x-6)$
b) $(x^2 + x + 12) \cdot (x-4) \cdot (x+3)$
c) $(x+7)^2 \cdot (x-7)^2$
15. $4 \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-4)$

Soluciones AUTO-AVALIACIÓN

1. 12 28 1 -5
2. Cociente $6x - 5$, resto $-18x + 19$
3. 1 12 48 64
4. No, $(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$
5. $m = 16$
6. 9
7. -4
8. $-1/4$
9. $-2/5$
10. 252

Non esquezas enviarlle as actividades ao titor ►