

NOME _____

1.-

b) Racionaliza o denominador e simplifica: $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}}$

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{6}) \cdot (1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2}) \cdot (1+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{12}}{1^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2^2 \cdot 3}}{1-2} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{-1} = \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3}$$

2.-

b) Resolve as seguintes ecuacións:

b₁) $\frac{3^{x+2}}{4} - 1 = 7$ b₂) $\log(x^2+1) - \log(x-2) = 1$ b₃) $\log_2(x-1) = -1$

b₁
 $\frac{3^{x+2}}{4} - 1 = 7 \Leftrightarrow \frac{3^{x+2}}{4} = 8 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 32 \Leftrightarrow \log 3^{x+2} = \log 32 \Leftrightarrow (x+2)\log 3 = \log 32 \Leftrightarrow x+2 = \frac{\log 32}{\log 3} \Leftrightarrow x = \frac{\log 32}{\log 3} - 2 = 1.154649$

b₂
 $\log(x^2+1) - \log(x-2) = 1 \Leftrightarrow \log \frac{x^2+1}{x-2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x-2} = 10 \Leftrightarrow x^2+1 = 10x-20 \Leftrightarrow x^2-10x+21=0 \Leftrightarrow x=3 \text{ ou } x=7$

As dúas solucións son válidas xa que para estes valores de x non temos logaritmos de números non positivos na ecuación.

3)

b) O resto de dividir o polinomio $(5+3x)^7 - kx + 7$ entre $x+2$ vale 3 ¿Canto vale k?
 O resto ten que coincidir co valor numérico do polinomio dividendo para $x=-2$, daquela:

$$3 = (5+3 \cdot (-2))^7 - k \cdot (-2) + 7 \Leftrightarrow 3 = (-1)^7 + 2k + 7 \Leftrightarrow 3 = -1 + 2k + 3 \Leftrightarrow 1 = 2k \Leftrightarrow k = 1/2$$

4.- Resolve as seguintes ecuacións:

a) $\frac{2x-3}{5} \cdot (2x+1) = 0$

$$\frac{2x-3}{5} \cdot (2x+1) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{5} = 0 \text{ ou } 2x+1=0 \Leftrightarrow 2x-3=0 \text{ ou } 2x=-1 \Leftrightarrow x=3/2 \text{ ou } x=-\frac{1}{2}$$

5.- Calcula o dominio de f en cada caso:

a) $f(x) = e^x - \frac{x^2+1}{x^2-1}$ b) $f(x) = \frac{1}{1-\sqrt{4-2x}}$

a) $x \in \text{Dom}f \Leftrightarrow x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$ e $x \neq -1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$
 $\text{Dom}f = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

b) $x \in \text{dom}f \Leftrightarrow 1-\sqrt{4-2x} \neq 0$ e $4-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$ e $x \neq 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2) \cup (2, 2]$

$$\text{Dom}f = (-\infty, 2) \cup (2, 2]$$

Observacións:

$$1-\sqrt{4-2x}=0 \Leftrightarrow 1=\sqrt{4-2x} \Rightarrow 1=4-2x \Leftrightarrow 2x=3 \Leftrightarrow x=3/2$$

$$4-2x \geq 0 \Leftrightarrow 4 \geq 2x \Leftrightarrow 2 \geq x$$

6.- Resolva as seguintes inecuacións:

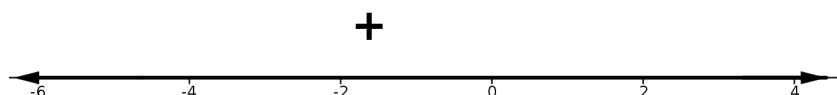
a) $x^2+1>x$ b) $\log(2-x)<2$

a) $x^2+1>x \Leftrightarrow x^2-x+1>0$

Trátase de saber onde a función $f(x)=x^2-x+1$ toma valores positivos, estudemos o signo de $f(x)$ para os distintos valores da variable independente x . Como sempre sobre o dominio de f sinalamos os puntos (valores de x) onde a función se anula (onde $f(x)=0$).

O dominio de f é o conxunto de todos os números reais por ser unha función polinómica (nin que dicir ten que a función é continua xa que todas as funcións elementais son continuas no seu dominio de definición).

Signo de
 $f(x)=x^2-x+1$



$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{-3}}{2} \text{ a ecuación non ten solución, ou o que é o mesmo: } f(x)$$

nunca vale cero, tomando un punto calquera no dominio de f determinamos o seu signo en calquera punto, por exemplo $f(2)=3>0$, do que se deduce que $f(x)$ é sempre un número positivo e como conclusión que calquera número real é solución da inecuación.

O conxunto de solucións é $S=(-\infty, +\infty)$

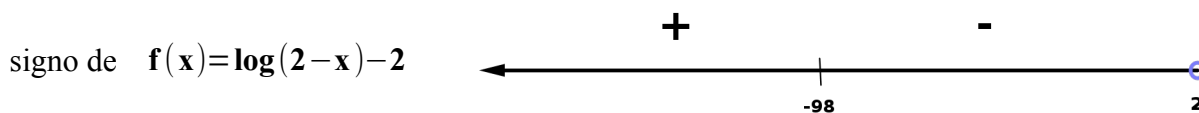
Observación : unha función continua que non toma o valor cero non pode cambiar de signo porque sería contraditorio co teorema de Bolzano.

b) $\log(2-x)<2 \Leftrightarrow \log(2-x)-2<0$

Estudemos o signo de $f(x)=\log(2-x)-2$

$$x \in \text{Dom } f \Leftrightarrow 2-x>0 \Leftrightarrow x<2, \text{ daquela } \text{Dom } f=(-\infty, 2)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \log(2-x)-2=0 \Leftrightarrow \log(2-x)=2 \Leftrightarrow 2-x=100 \Leftrightarrow x=-98$$

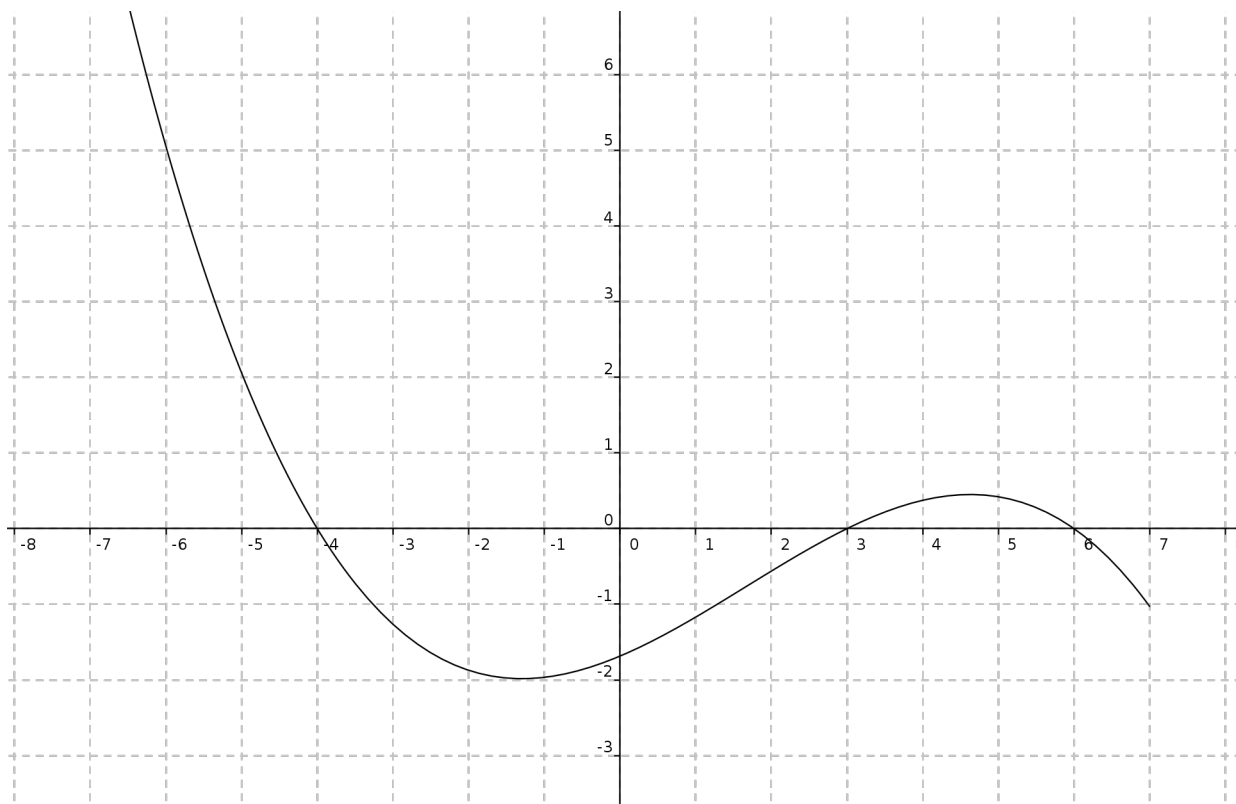


$$f(-998)=\log(2-(-998))-2=\log 1000-2=3-2=1>0$$

$$f(1)=\log(2-1)-2=\log 1-2=0-2=-2<0$$

Á vista do signo de $f(x)$ o conxunto de solucións da inecuación é $S=(-98, 2)$

7.- Para a función **f** representada graficamente responde as seguintes cuestións:



a) Dominio de **f** b) Imaxe ou percorrido de **f** (aproximadamente)

Resolve as seguintes ecuacións e inecuacións:

c) $f(x)=0$ d) $f(x)<0$ e) $f(x)=2$ g) $f(x)>2$

a) **$\text{Dom}f = (-\infty, 7]$** b) **$\text{Imaxe}f = [-2, +\infty)$** c) **$f(x)=0 \Leftrightarrow x=-4 \text{ ou } x=3 \text{ ou } x=6$**

d) **$S = (-4, 3) \cup (6, 7)$** e) **$f(x)=2 \Leftrightarrow x=-5$** g) **$S = (-\infty, -5)$**