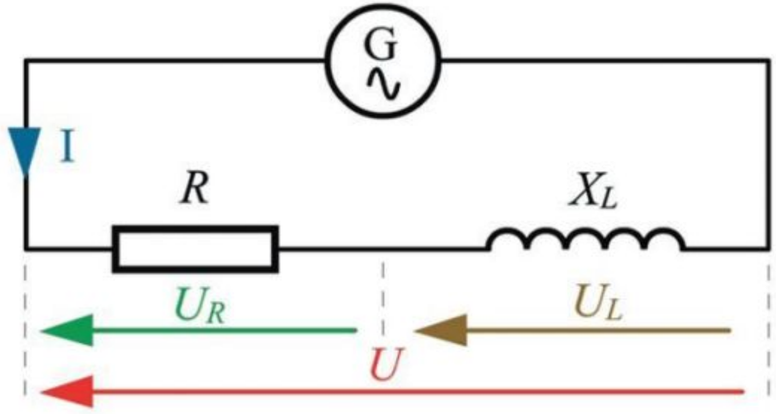
UD7. RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA

1.- Acoplamiento en serie de bobinas y resistencias

En la práctica es difícil encontrar circuitos que sean exclusivamente inductivos, ya que para la fabricación de las bobinas se utilizan hilos metálicos conductores (normalmente de cobre) con una cierta resistencia.

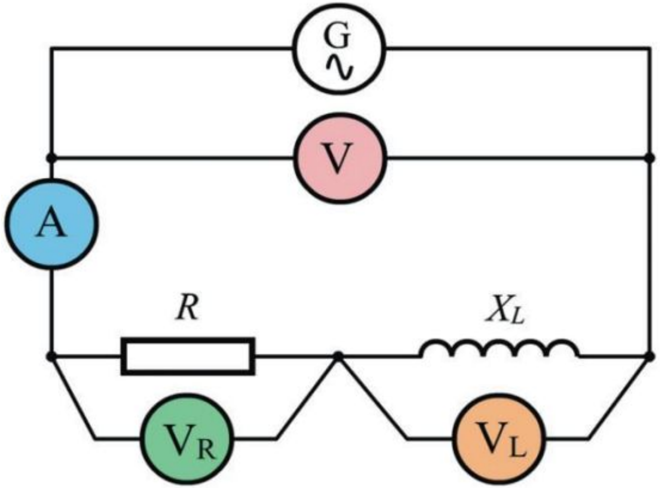
Este tipo de circuitos es muy común, como es el caso de los motores, circuitos de arranque en las lámparas fluorescentes, contactores, electroimanes, etcétera.



Si a este circuito le conectamos una serie de aparatos de medida, tal como se muestra en la figura, se obtienen las siguientes conclusiones:

Dado que se trata de un circuito serie, aparece una única corriente I por el circuito que queda reflejada en el amperímetro A.

La corriente depende de la combinación de los valores de R y X_L de tal forma que, cuanto mayores sean estos, menor es la corriente.



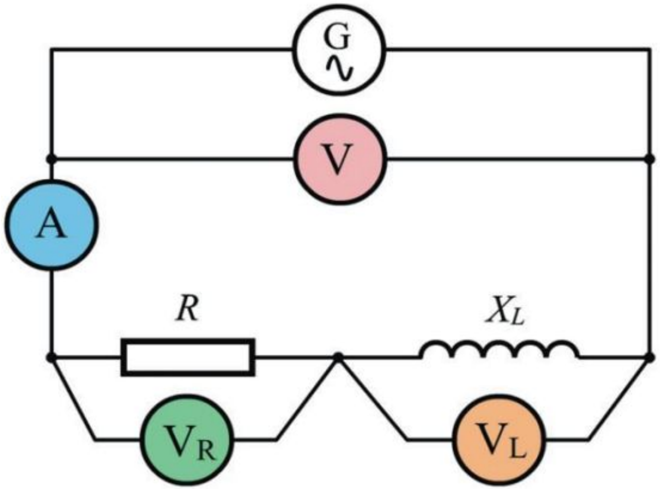
La combinación de los efectos limitadores de la corriente producidos por la resistencia y la bobina recibe el nombre de impedancia y se representa por la letra *Z*.

Para determinar el valor de la corriente en el circuito ahora aplicamos la ley de Ohm de esta manera:

$$I = \frac{U}{Z}$$

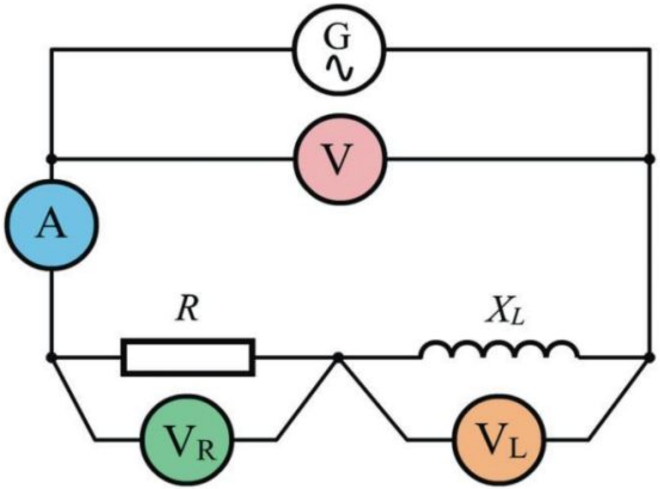
Los voltímetros V_R y V_L nos indican respectivamente las tensiones que aparecen en la resistencia y la bobina. Se puede comprobar experimentalmente que en ambos casos se cumple la ley de Ohm para corriente alterna, de lo que se deduce que:

$$U_R = RI \qquad U_L = X_L I$$

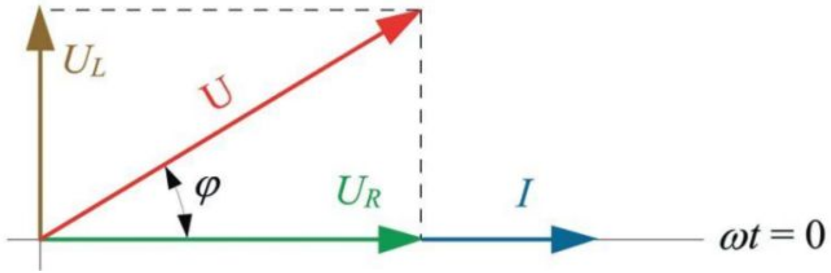


Dado que se trata de un circuito serie, cabría pensar que la lectura del voltímetro V, que indica la tensión total aplicada, tendría que ser la suma de las lecturas de los voltímetros $V_R + V_L$. Al hacer la experiencia comprobamos que esta relación no se cumple. ¿Cuál es la explicación?

En realidad sí se cumple que la tensión total aplicada al circuito es igual a la suma de las tensiones que aparecen en la resistencia y la bobina, pero de forma vectorial:



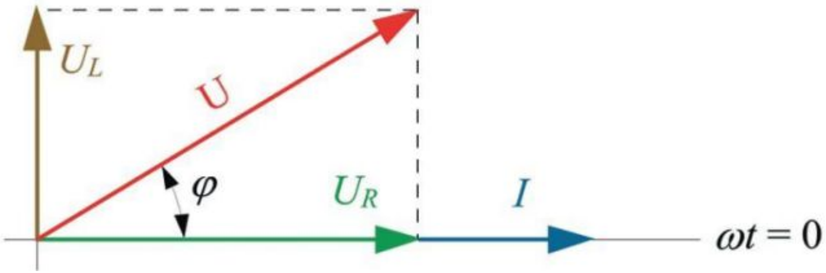
$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$$



En un circuito R-L la corriente queda retrasada un ángulo o respecto de la tensión, que ya no es 90° como en el caso de la bobina pura. El valor de este ángulo dependerá de los valores de la resistencia respecto de la bobina.

Si en un circuito es mucho mayor la resistencia que la reactancia de la bobina, este ángulo será pequeño.

Si predomina la reactancia inductiva sobre la resistencia, el ángulo alcanzará valores próximos a los 90°.

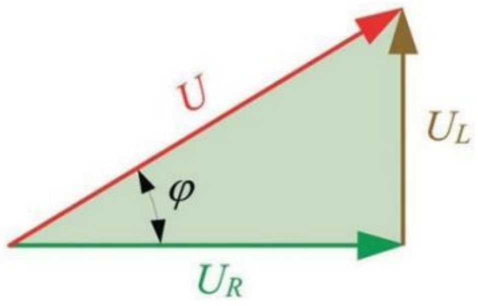


Triángulo de tensiones

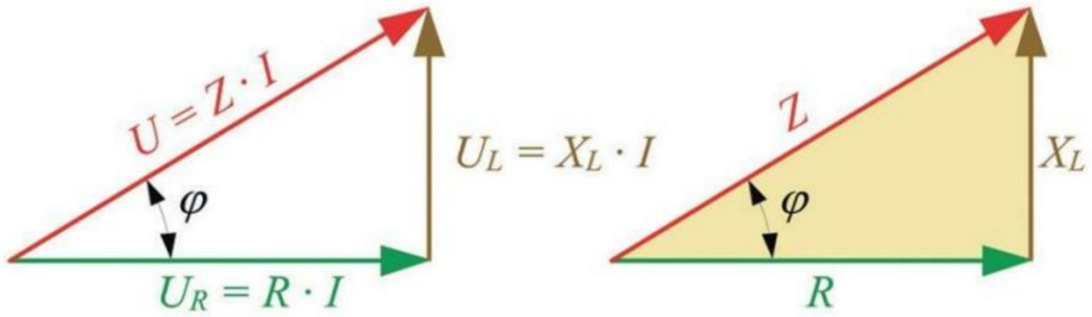
Los vectores de las tensiones forman un triángulo rectángulo, donde U es la hipotenusa y U_R Y U_L los catetos, tal como se muestra en la Figura.

Si aplicamos el teorema de Pitágoras a este triángulo podemos obtener la siguiente relación.

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$



Triángulo de impedancias



Con el triángulo de impedancias podemos obtener el valor de la impedancia Z:

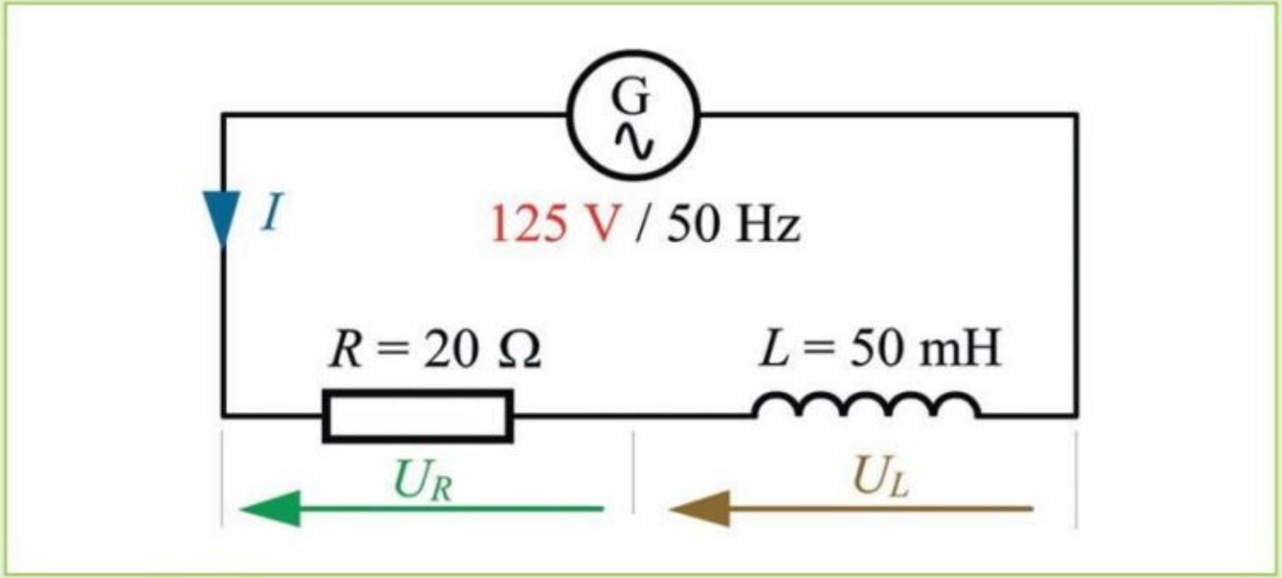
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Para determinar el ángulo φ de desfase entre U e I se puede utilizar la relación trigonométrica de la tangente:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R}$$

Una vez obtenida la tangente, mediante unas tablas trigonométricas o una calculadora científica, se determina el ángulo que le corresponde.

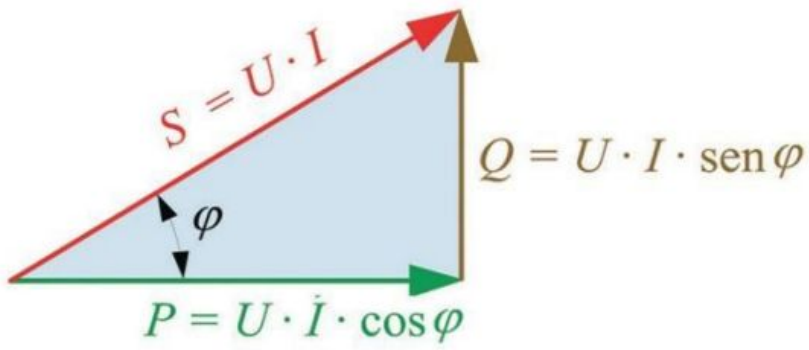
El circuito equivalente de la bobina de un contactor es el que se representa en la Figura . El circuito consta de una resistencia de 20 Ω y de una bobina pura con un coeficiente de autoinducción de 50 milihenrios. Se trata de averiguar los valores de Z, I, φ, U_R y U_L si aplicamos una tensión senoidal de 125 V y 50 Hz. Dibuja el diagrama vectorial de U e I.



Triángulo de potencias en un circuito R-L

En un circuito con resistencia y bobina se puede observar que existe un consumo de energía eléctrica que se transforma en calor a causa de la resistencia R.

Por otro lado, en la bobina se producen constantes cargas y descargas de energía en forma de campo electromagnético. Esto da lugar a que en el mismo circuito coexistan diferentes tipos de potencias.



Potencia activa: este tipo de potencia es el que se transforma en calor en la resistencia. Se puede decir que es la única potencia que realmente se consume en el circuito y, por tanto, es la que debe aportar el generador al circuito.

Esta potencia es la que miden los vatímetros y en una resistencia se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$P = RI^2 \qquad \text{o} \qquad P = U_R I$$

Su unidad de medida es el vatio (W). Según el triángulo de potencias, para calcular la potencia activa de cualquier circuito podemos utilizar la siguiente expresión:

$$\boxed{P = UI \cos \varphi}$$

Potencia reactiva: es la potencia con la que se carga y descarga constantemente la bobina. Realmente, es una potencia que no se consume; únicamente se intercambia entre el generador y la bobina, haciendo fluir una corriente extra por los conductores de alimentación.

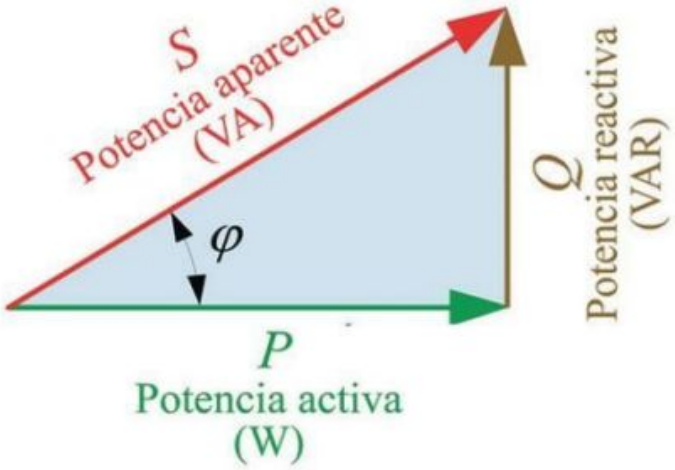
En una bobina la potencia reactiva se calcula mediante la expresión:

$$Q_L = X_L I^2 \qquad \text{o} \qquad Q_L = U_L I$$

Su unidad de medida es el voltiamperio reactivo (VAR). Según el triángulo de potencias, para calcular la potencia reactiva de cualquier circuito utilizamos la expresión:

$$Q = UI \operatorname{sen} \varphi$$

Potencia aparente: es la potencia total que transportan los conductores que alimentan al circuito. Dado que en un circuito R-L existe potencia activa y reactiva, por los conductores que alimentan a dicho circuito se transportan ambas potencias. Si sumamos vectorialmente estas potencias obtendremos la potencia aparente



Se suele representar por la letra S y su unidad de medida el voltiamperio (VA). Para calcular la potencia aparente de cualquier circuito utilizamos la expresión:

$$S = UI$$

Del triángulo de potencias se deduce que la potencia aparente también es igual a:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Factor de potencia (*FP*): este valor indica la relación que existe entre la potencia activa y la aparente.

$$FP = \frac{P}{S} = \cos \varphi$$

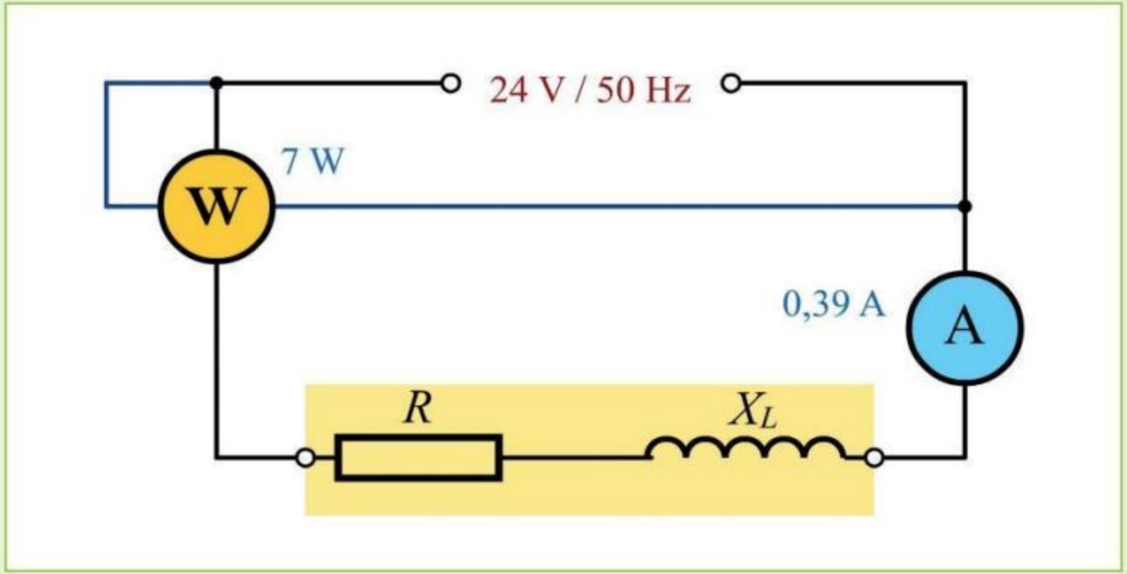
Si observamos el triángulo de potencias, comprobamos que el factor de potencia coincide con el valor del coseno de φ.

De alguna manera el factor de potencia o coseno de φ (ángulo de desfase entre U e I) nos indica la cantidad de potencia activa que existe en un circuito respecto a la potencia total aparente.

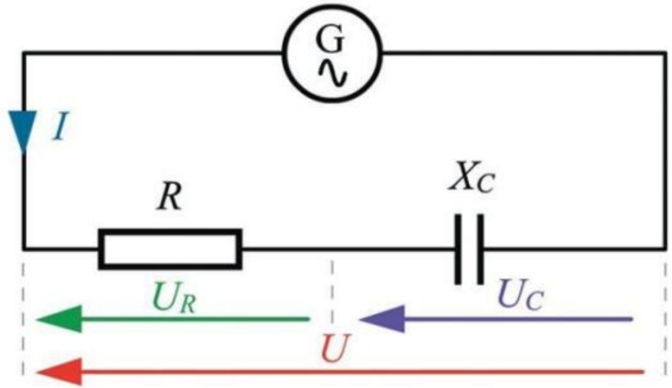
Se conectan en serie una bobina de reactancia inductiva igual a 20 Ω con una resistencia de 40 Ω a una tensión de 100 V. Averigua la potencia activa, reactiva y aparente del circuito, así como el factor de potencia. Dibuja el triángulo de potencias y valora el significado del *FP* obtenido.

Las características de una lámpara fluorescente son las siguientes: $P = 40$ W, $U = 230$ V, $\cos \varphi = 0{,}6$. Determina la intensidad, la potencia reactiva y aparente y el circuito equivalente.

Se desea conocer los valores característicos y el circuito equivalente de la bobina de un contactor electromagnético. Para ello se realiza un ensayo en el laboratorio de Electrotecnia que consiste en alimentarla a 24 V/ 50 Hz y medir la intensidad de corriente y la potencia activa . Las lecturas obtenidas en los aparatos de medida son 0,39 A y 7 W.



2.- Acoplamiento en serie de resistencias y condensadores



Al igual que ocurría con el circuito R-L, aquí aparece una sola corriente eléctrica $\boldsymbol{I}$ que queda limitada por la impedancia del circuito $\boldsymbol{Z}$.

$$I = \frac{U}{Z}$$

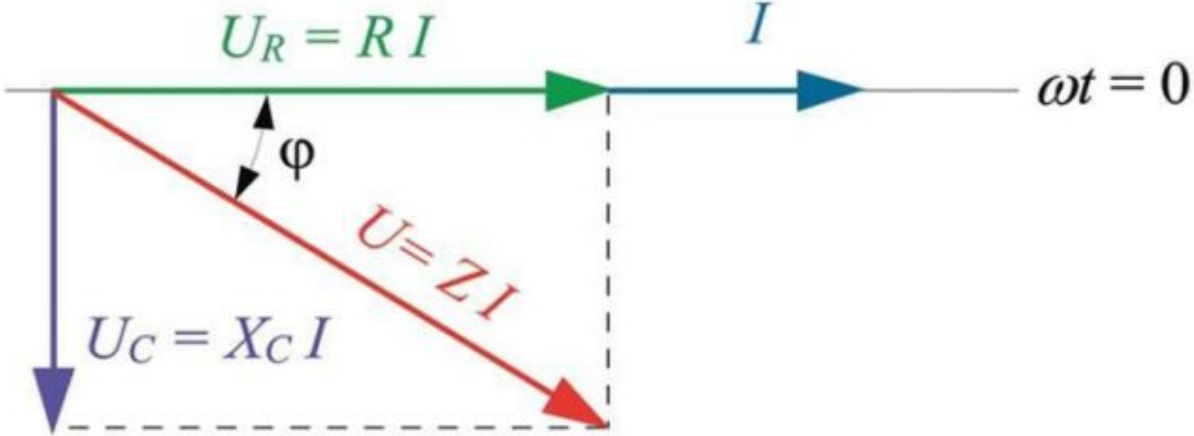
En la resistencia aparece una caída de tensión U_R y en el condensador U_C.

$$U_R = RI \qquad U_C = X_C I$$

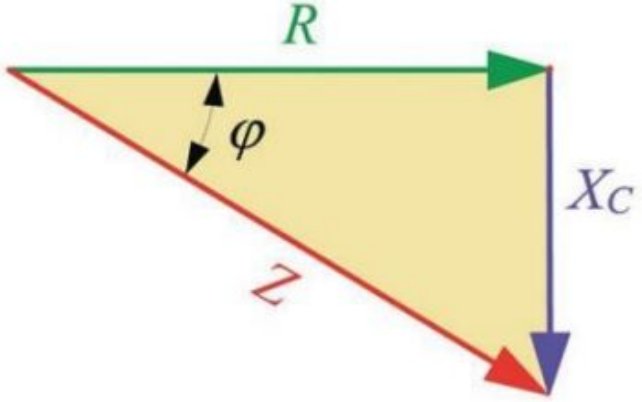
Triángulo de tensiones

Aquí también se cumple que la tensión total aplicada al circuito es igual a la suma vectorial de las caídas de tensión que se dan en la resistencia y el condensador:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_C$$



Triángulo de impedancias



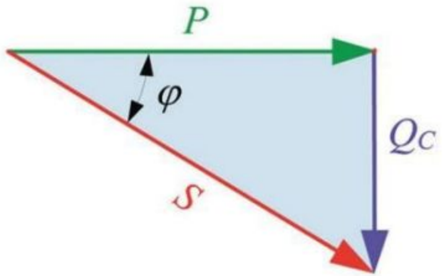
$$tg\ \varphi = \frac{X_C}{R}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

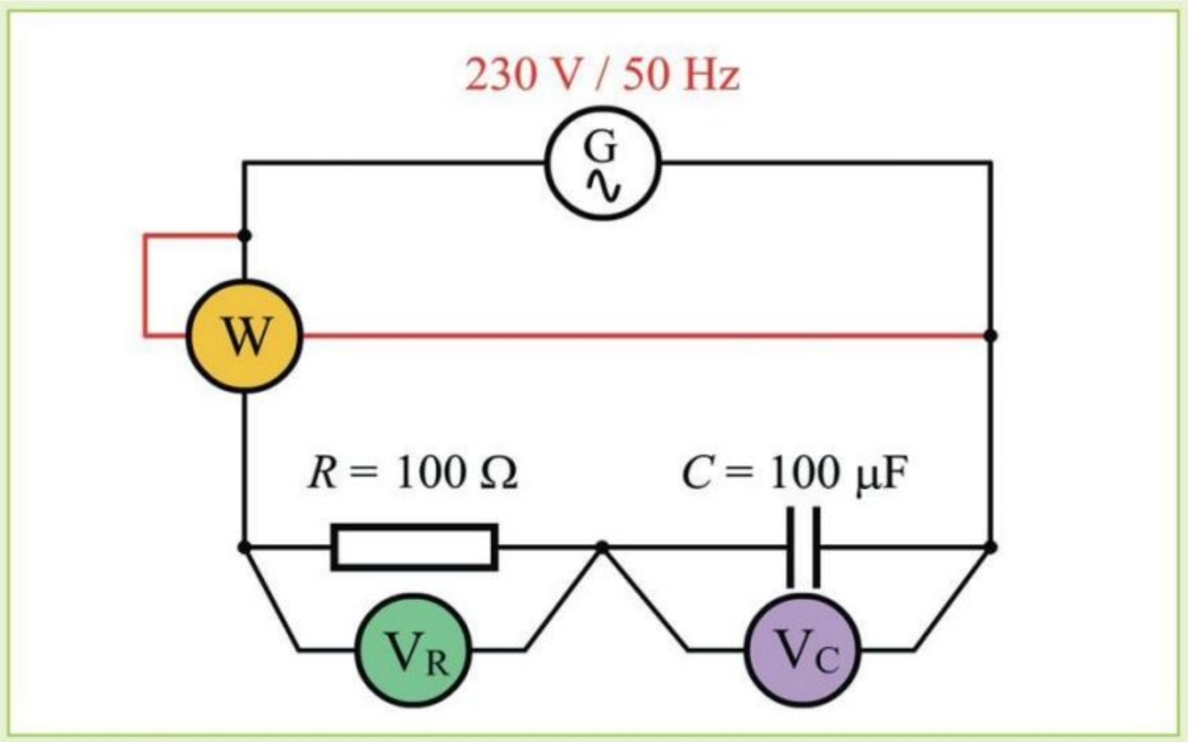
Triángulo de potencias

En cuanto a las potencias que se dan en el circuito, hay que indicar que en la resistencia se produce potencia activa que se transforma en calor. Por otro lado, en el condensador aparece una potencia reactiva provocada por las constantes cargas y descargas del mismo.

La potencia reactiva Q_C queda invertida, lo que nos indica que esta posee un valor negativo respecto a la potencia reactiva que produce la bobina.

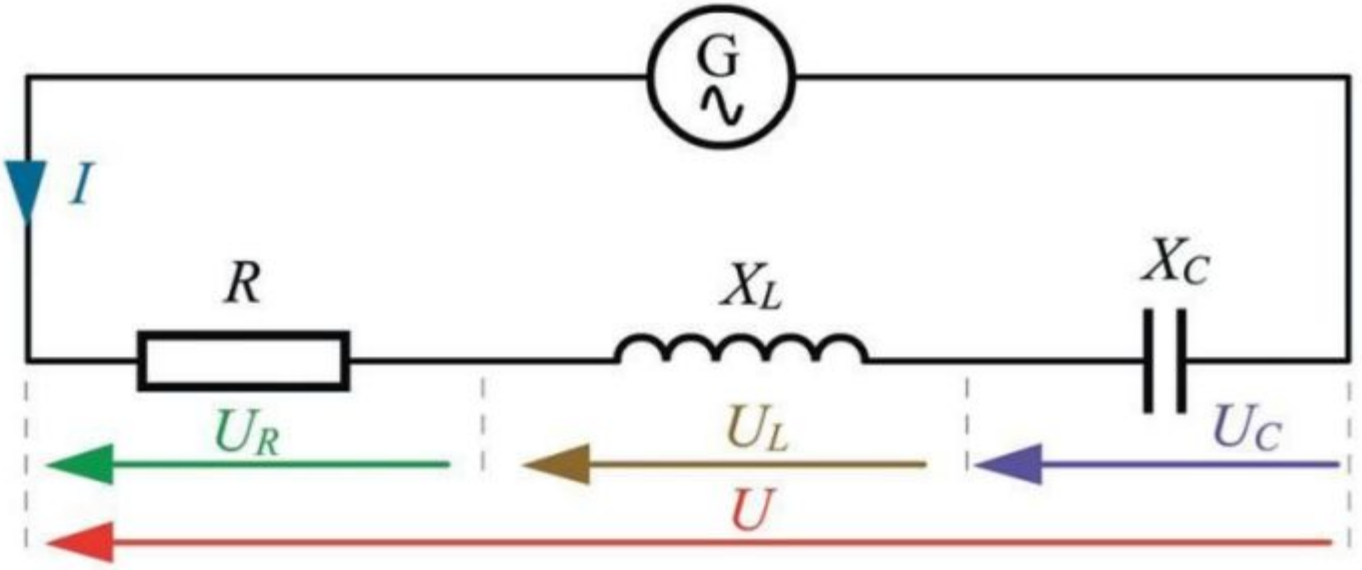


Averigua la lectura de los aparatos de medida, así como la intensidad de la corriente, potencia reactiva, potencia aparente y el factor de potencia. Dibuja el diagrama vectorial correspondiente.



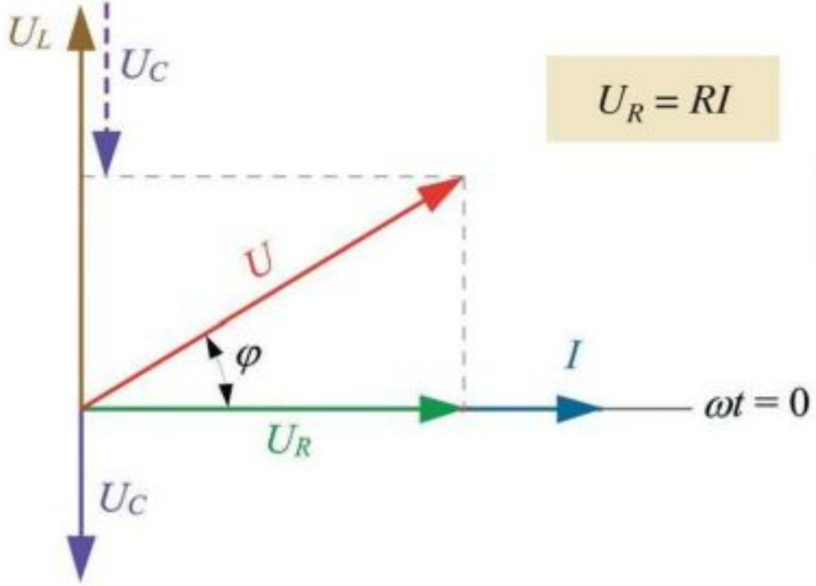
3.- Circuito serie R-L-C

Tenemos en serie una resistencia R, una bobina con una reactancia inductiva X_L y un condensador con una reactancia capacitiva X_C



Triángulo de tensiones

Al situar en el diagrama las caídas de tensión en la bobina y el condensador U_L U_C se observa que estas quedan en oposición, por lo que la suma vectorial de estas tensiones se convierte en una resta aritmética.



$U_R = RI$

$U_L = X_L I$

$U_C = X_C I$

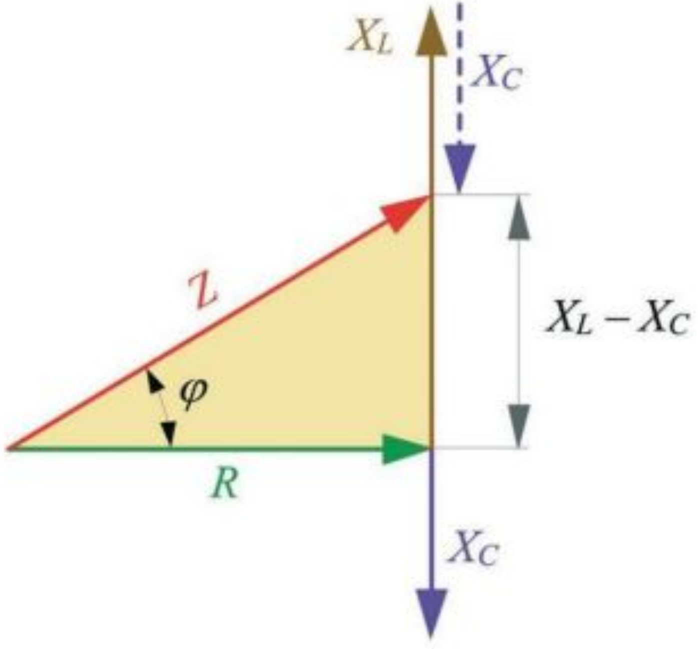
$U = U_R + U_L + U_C$

Triángulo de impedancias

Se ha supuesto que la reactancia inductiva X_L es más grande que la reactancia X_C del condensador.

Para obtener la impedancia Z del circuito los efectos de la bobina quedan compensados por el condensador.

El resultado es que el circuito se comporta como si únicamente tuviese una bobina de reactancia igual a X_L - X_C.



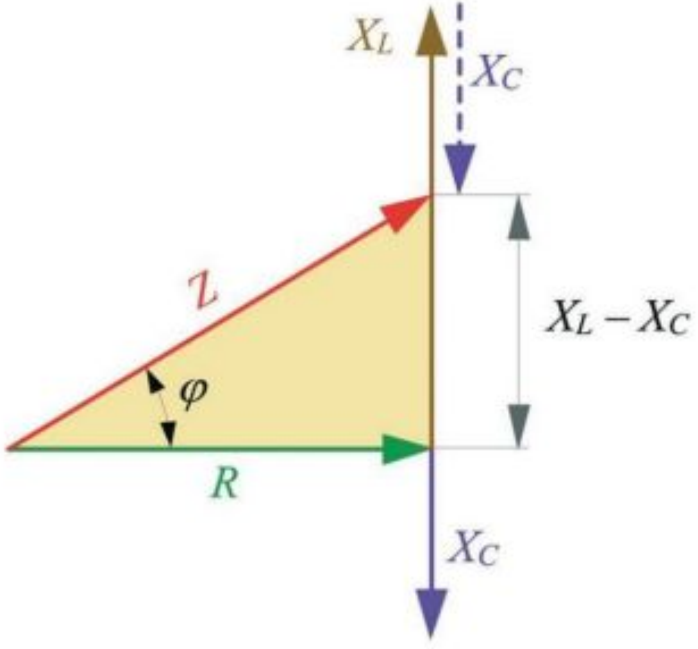
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Triángulo de impedancias

Se ha supuesto que la reactancia inductiva X_L es más grande que la reactancia X_C del condensador.

Para obtener la impedancia Z del circuito los efectos de la bobina quedan compensados por el condensador.

El resultado es que el circuito se comporta como si únicamente tuviese una bobina de reactancia igual a X_L - X_C.

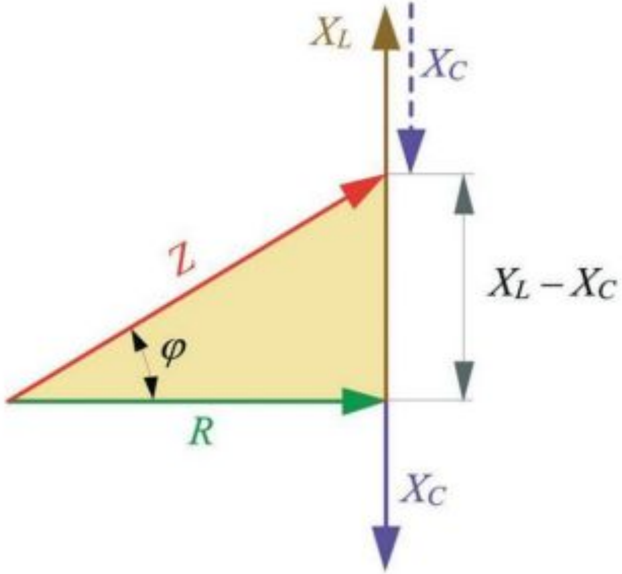


$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Una vez obtenida la impedancia ya se puede calcular la intensidad de la corriente eléctrica:

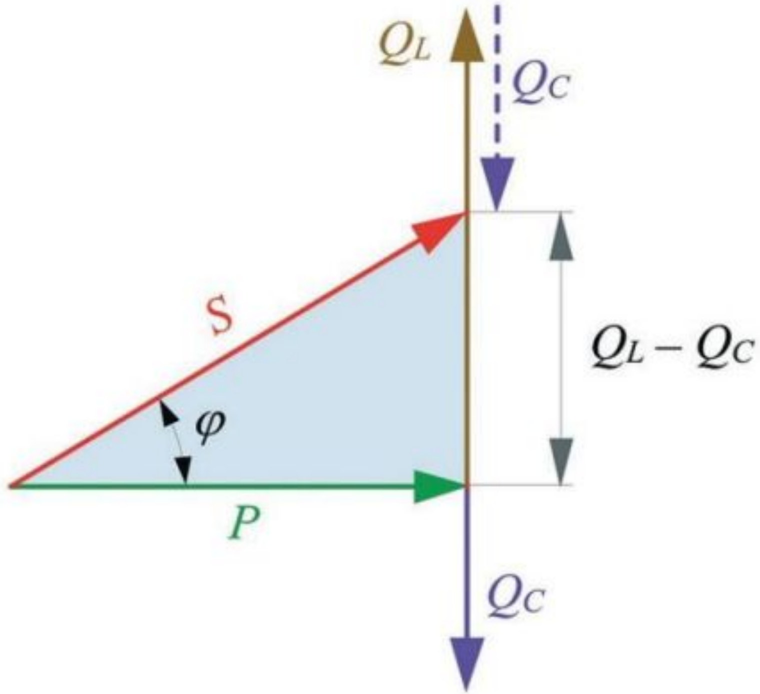
$$I = \frac{U}{Z}$$

Al predominar, en este caso, la reactancia inductiva sobre la capacitiva, se produce un ángulo de retraso φ de la corriente respecto de la tensión. Para calcular este ángulo nos valemos del triángulo de impedancias al que aplicamos cualquiera de las funciones trigonométricas conocidas.

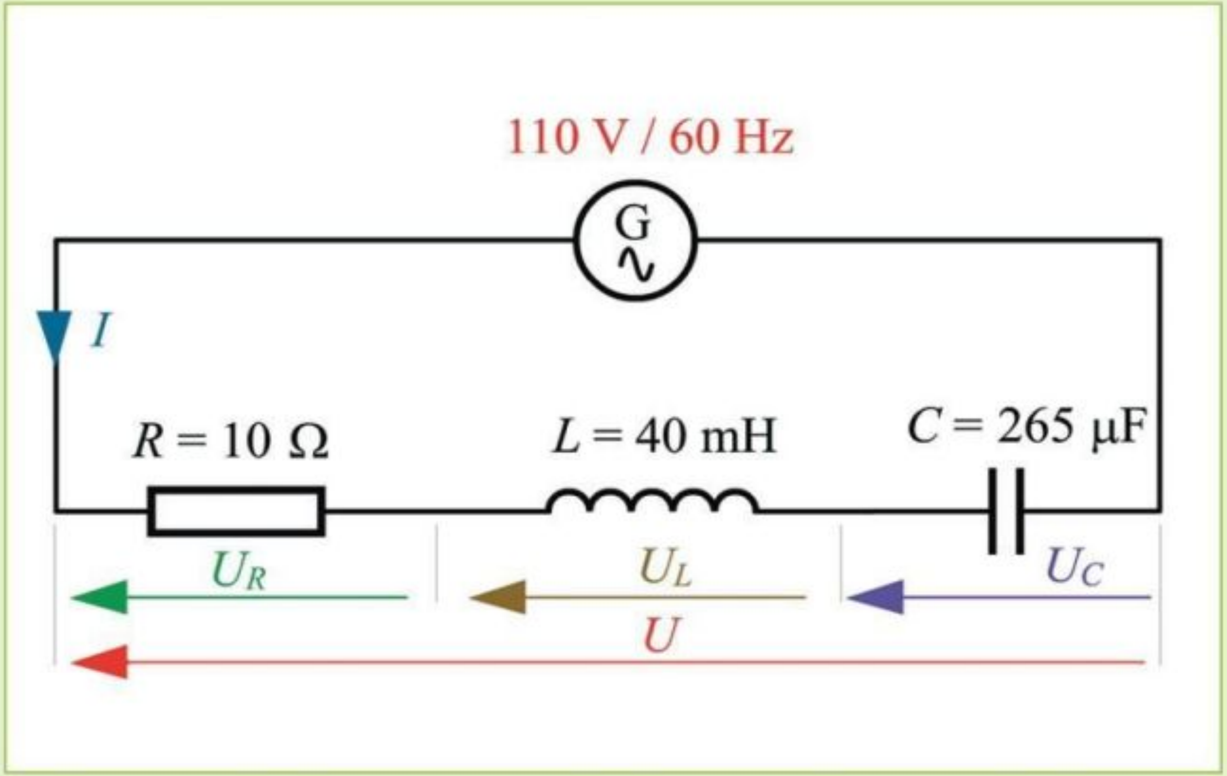


$$\text{tg } \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Triángulo de potencias



Averigua los valores de Z, I, U_R, U_L, U_C, P, Q, S y el factor de potencia del circuito serie R-L-C de la Figura . Dibuja el diagrama vectorial.



4.- Importancia práctica del factor de potencia (cos φ)

Pongamos como ejemplo un motor monofásico de 1.000 W a 230 V cos φ = 0,6.

Estos datos nos indican que el motor desarrolla una potencia mecánica equivalente a los 1.000 W de potencia activa suministrados por la red eléctrica.

Por otro lado, el factor de potencia está bastante por debajo de la unidad, lo que nos muestra la presencia de una potencia reactiva elevada causada por el efecto de la autoinducción de los bobinados.

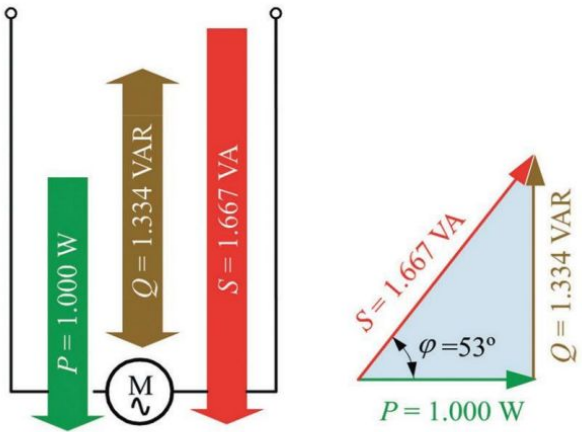
La potencia reactiva no se transforma en trabajo útil en el motor.

Esta energía reactiva produce un aumento de corriente por los conductores de la línea que repercute directamente en los costes de las instalaciones eléctricas propiedad de las compañías.

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{1.000}{0,6} = 1.667 \text{ VA}$$

$$Q = S \cdot \operatorname{sen}\varphi = 1.667 \cdot 0,8 = 1.334 \text{ VAR}$$

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{1.000}{230 \cdot 0,6} = 7,25 \text{ A}$$

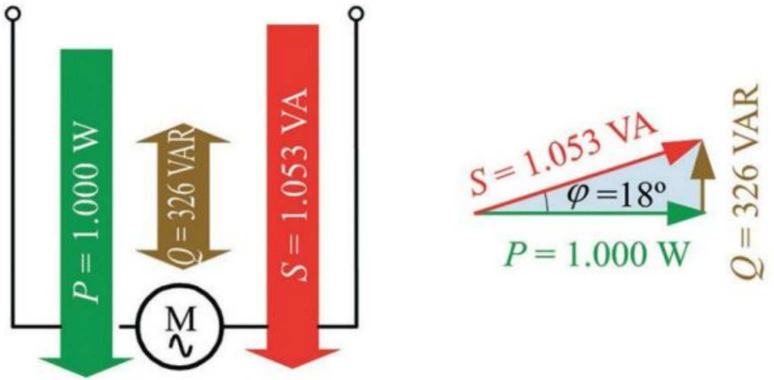


Si consiguiésemos mejorar el factor de potencia hasta 0,95, obtendríamos los siguientes valores.

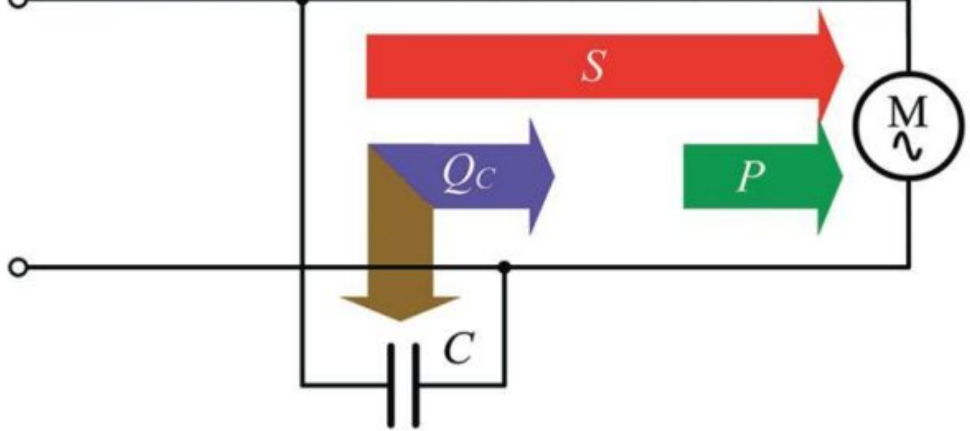
$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{1.000}{0,95} = 1.053 \text{ VA}$$

$$Q = S \cdot \operatorname{sen}\varphi = 1.053 \cdot 0,31 = 326 \text{ VAR}$$

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{1.000}{230 \cdot 0,95} = 4,6 \text{ A}$$



Para contrarrestar el consumo excesivo de potencia reactiva de carácter inductivo y así reducir también la potencia aparente y la corriente por la línea se instalan condensadores conectados en paralelo con los receptores, tal como se muestra en la Figura



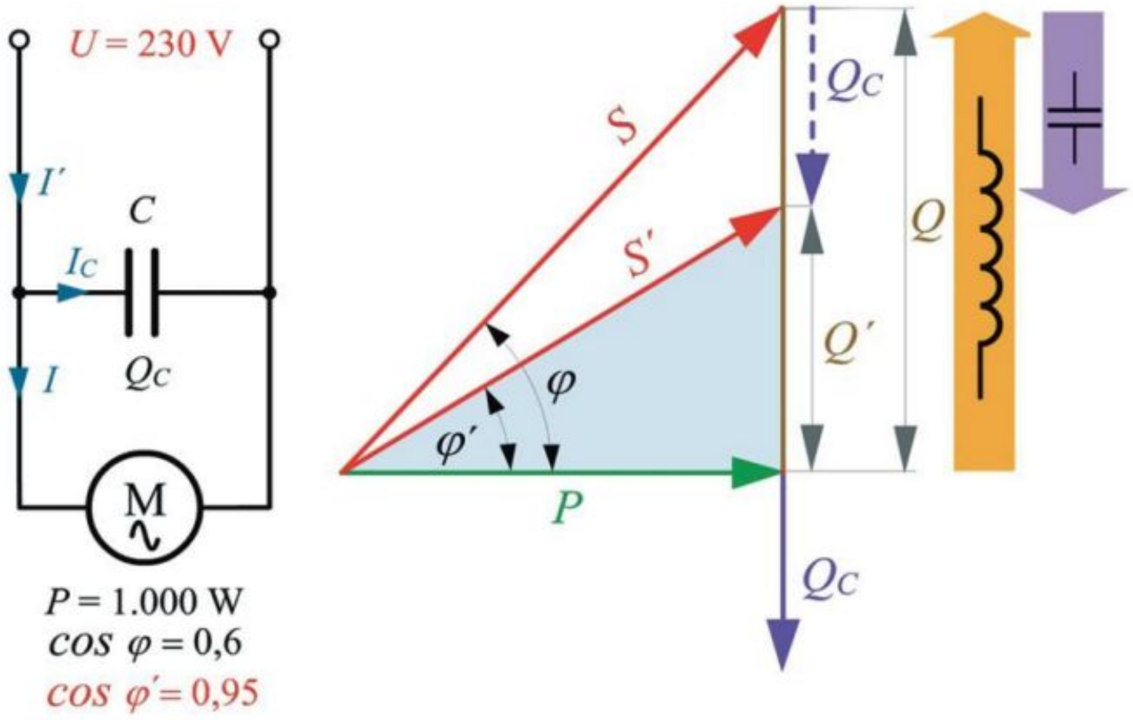
Las compañías eléctricas no facturan la energía reactiva, pero exigen que los consumidores trabajen con un factor de potencia cercano a la unidad (en torno a cos φ = 0,95).

Lo que se hace es aplicar un recargo en el precio de kWh consumido a los clientes que trabajen con un FP por debajo del recomendado.

	Bonificación (%)								0	2,2	4
Cos φ	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1
	47	35,2	26,2	19,2	13,7	9,2	5,6	2,5	Recargo (%)		

En resumen, con la mejora del *FP* se consigue reducir la potencia aparente de la red sin modificar la potencia activa, lo que trae consigo una reducción de la intensidad de corriente por la línea de suministro de energía. Ello aporta considerables ventajas, tales como reducción de la sección de los conductores en la línea, reducción de la caída de tensión y reducción de las pérdidas de potencia en los conductores.

5.- Corrección del factor de potencia mediante condensadores



Cálculo de Q_C

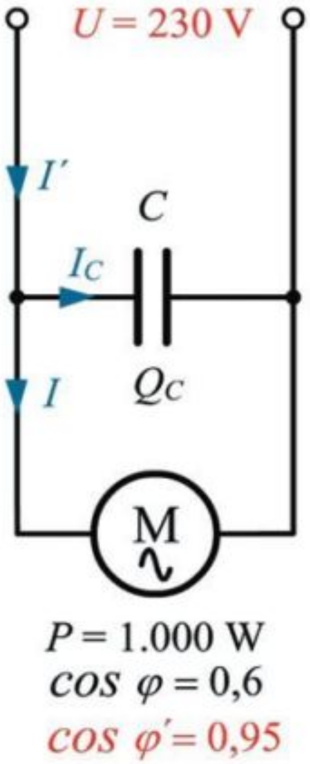
Llamamos φ al ángulo que corresponde al factor de potencia inicial de 0,6 y φ' al ángulo del factor de potencia que deseamos obtener de 0,95.

P es la potencia activa.

Q_C es la potencia reactiva de la batería condensadores que necesitamos

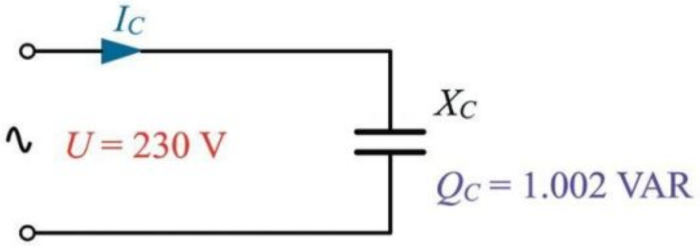
$$Q_c = P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')$$

Ejemplo



$$Q_c = P(\text{tg}\ \varphi - \text{tg}\ \varphi') = 1.000(\text{tg}\ 53^\circ - \text{tg}\ 18^\circ) = 1.002\ \text{VAR}$$

$$Q_c = UI_C \qquad \text{de donde} \qquad I_C = \frac{Qc}{U} = \frac{1.002}{230} = 4{,}36\ \text{A}$$



$$I_C = \frac{U}{X_C} \qquad \text{de donde} \qquad X_C = \frac{U}{I_C} = \frac{230}{4{,}36} = 52{,}75\ \Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 52{,}75} = 60 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 60\ \mu\text{F}$$

En conclusión, se necesita un condensador de 60 μF a 230 V con una potencia reactiva de 1 kVAR.

Si es posible conseguir estas características con un solo condensador, se recurre al acoplamiento de varios condensadores, lo que da como resultado una batería de condensadores.

En una instalación industrial se mide un factor de potencia de 0,7. Dimensiona la batería de condensadores para mejorar el factor de potencia hasta 0,9. Los datos de dicha instalación son los siguientes: potencia instalada 15 kW, frecuencia 50 Hz, tensión entre fases 400 V. Calcula también la corriente eléctrica por la línea antes y después de mejorar el factor de potencia.

Al inspeccionar la instalación de un motor monofásico de las siguientes características: 2 kW; 230 V; 50 Hz y con un *FP* de 0,65, se observa que lleva conectado en paralelo un condensador de 100 µF. Se trata de averiguar cuál sería la mejora del factor de potencia conseguida por el mismo.

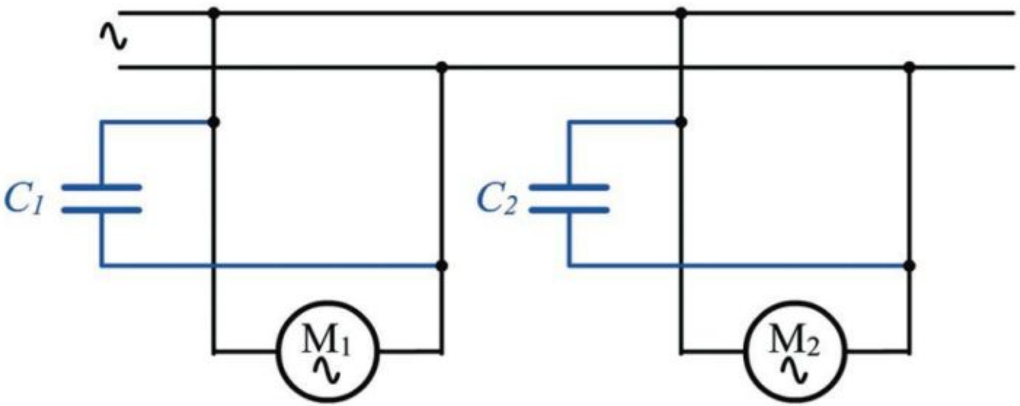
6.- Tipos de compensación de la energía reactiva

La compensación de energía reactiva se lleva siempre a cabo mediante la conexión de condensadores en paralelo con la carga a compensar.

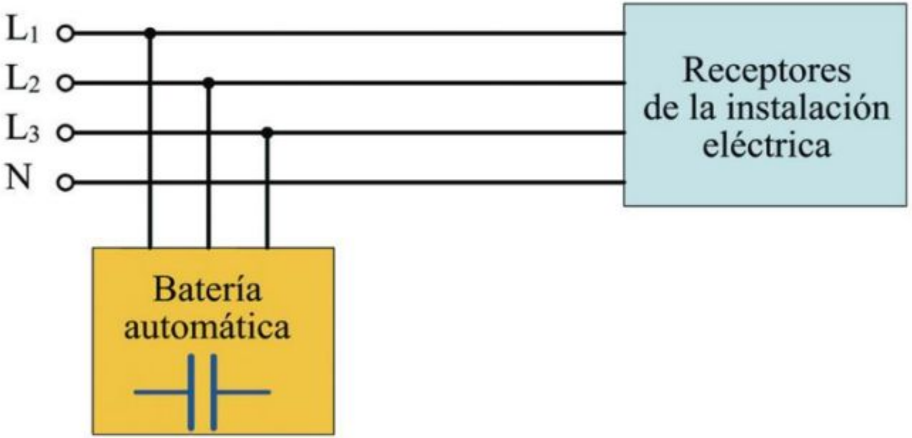
En una instalación eléctrica con muchas cargas de carácter inductivo se puede llevar esta compensación de dos formas diferentes:

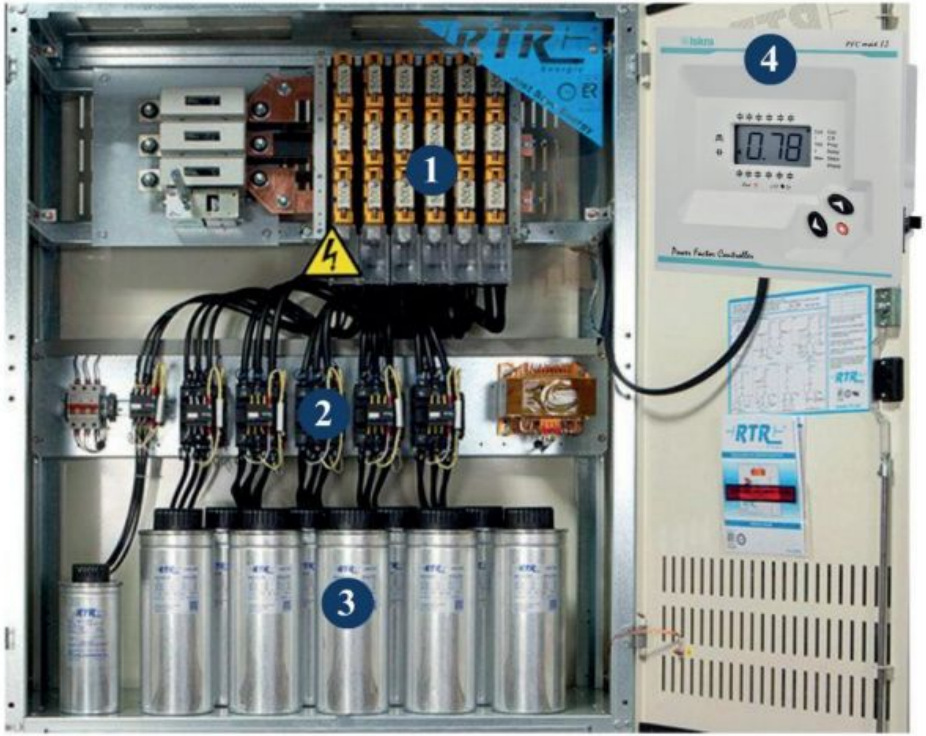
a) Compensación individual: se conecta un condensador en paralelo con cada carga inductiva a compensar.
b) Compensación central: se conecta una batería de condensadores en paralelo con la línea general para compensar la potencia reactiva de todo el conjunto.

Compensación individual



Compensación central





1. Fusibles de protección
2. Contactores para la conexión de los grupos de condensadores
3. Batería de condensadores
4. Relé para el control automático del factor de potencia

Se conectan en serie una resistencia de 50 Ω y una bobina de 250 mH a una red de C.A. de 230 V, 50 Hz. Averigua Z, I, φ, U_R, U_L, P, Q, S, FP y dibuja el diagrama vectorial.

Se conectan en serie una resistencia de 10 kΩ y un condensador de 150 nF a una red de C.A. de 100 V, 60 Hz. Averigua I, U_R, U_C, P, Q, S, FP y dibuja el diagrama vectorial.

Se conectan en serie una resistencia de 10 Ω, un condensador de 100 μF y una bobina de 200 mH a un generador de C.A. de 230 V, 50 Hz. Averigua I, U_R, U_C, U_L, P, Q, S, FP y dibuja el diagrama vectorial. ¿Qué tipo de reactancia predomina en el circuito?

El motor de un montacargas posee las siguientes características: P = 2 kW; U = 125 V; I = 22 A. Averigua el factor de potencia.

El alumbrado de una nave industrial consiste en 20 lámparas de vapor de mercurio de 500 W cada una con un factor de potencia de 0,6 a 230 V y 50 Hz. Averigua las características de la batería de condensadores para conseguir elevar el factor de potencia de la instalación hasta 0,95, así como la intensidad de corriente de la instalación antes y después de la corrección del factor de potencia.

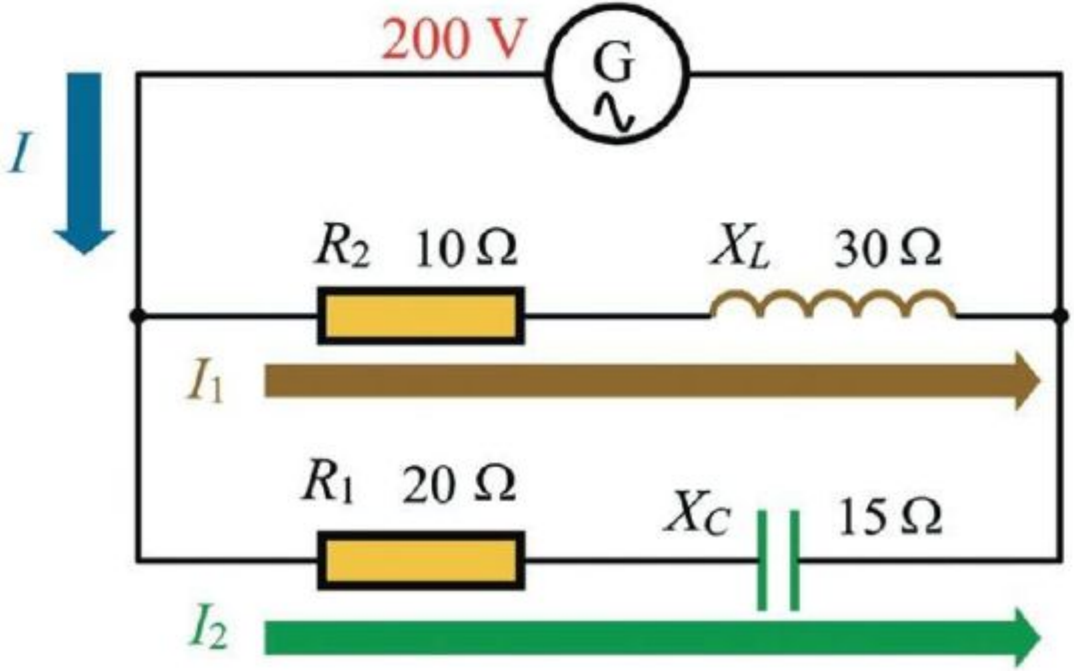
Una lámpara fluorescente de 20 W, 230 V y 50 Hz posee un *FP* de 0,6. ¿Qué condensador habrá que conectar a la lámpara para que trabaje a un *FP* de 0,9?

Para que una lámpara incandescente de 125 V/60 W/ /50 Hz no se funda al conectarla a una red de 230 V, se conecta en serie con ella un condensador. Averigua las características del condensador.

Se conectan en serie las bobinas de dos contactores a 230 V, 50 Hz de las siguientes características: bobina número 1 (R = 20 Ω; L = 0,8 H); bobina número 2 (28 Ω; 0,6 H). Calcula la corriente que fluye por las bobinas, la tensión aplicada a cada una, el factor de potencia del conjunto, las potencias del conjunto y la capacidad del condensador que habrá que conectar en paralelo para conseguir corregir el *FP* del conjunto a 0,95.

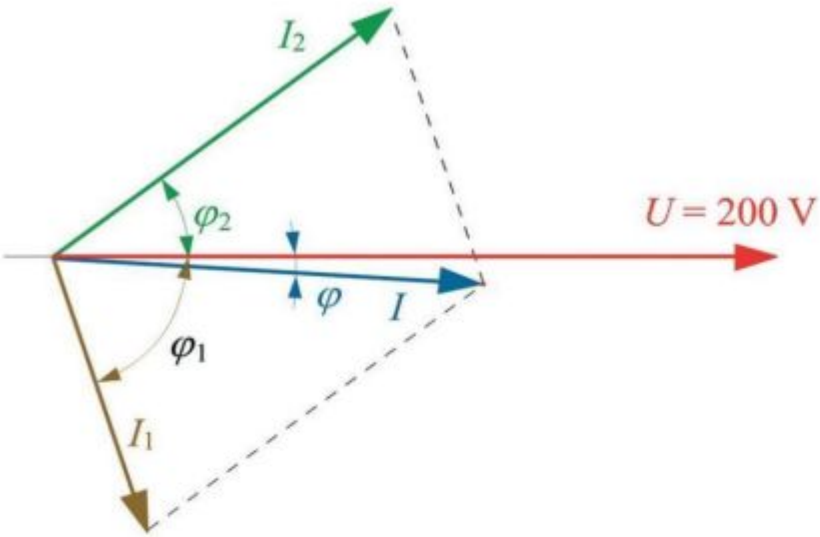
RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS PARALELOS Y MIXTOS EN C.A.

1.- Acoplamiento de receptores en paralelo en C.A.



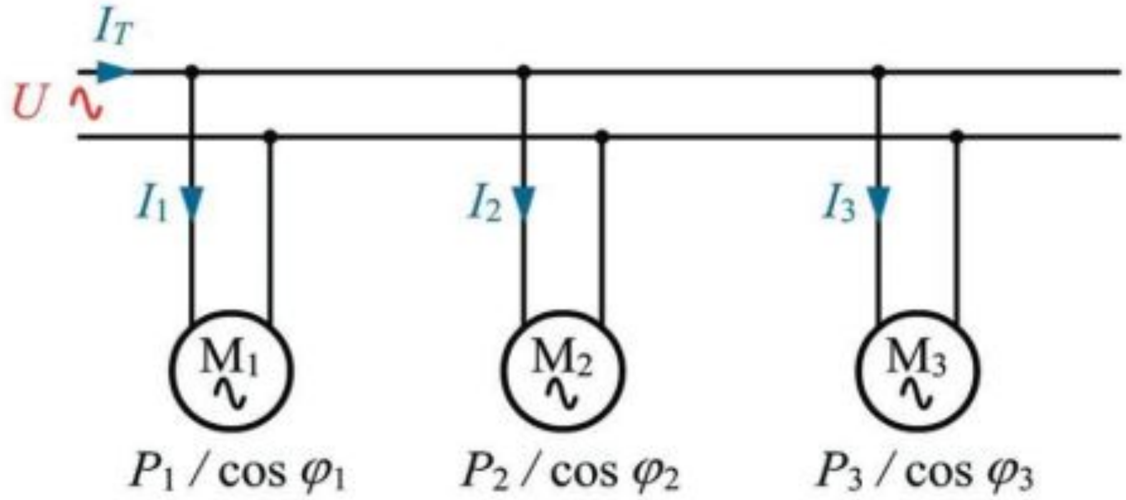
Para resolver este circuito, en el diagrama vectorial, se toma como referencia la tensión U en común con las dos ramas y se calculan por separado las intensidades de cada circuito derivado.

La intensidad total que debe suministrar el generador al circuito se obtiene de la suma vectorial de ambas intensidades.



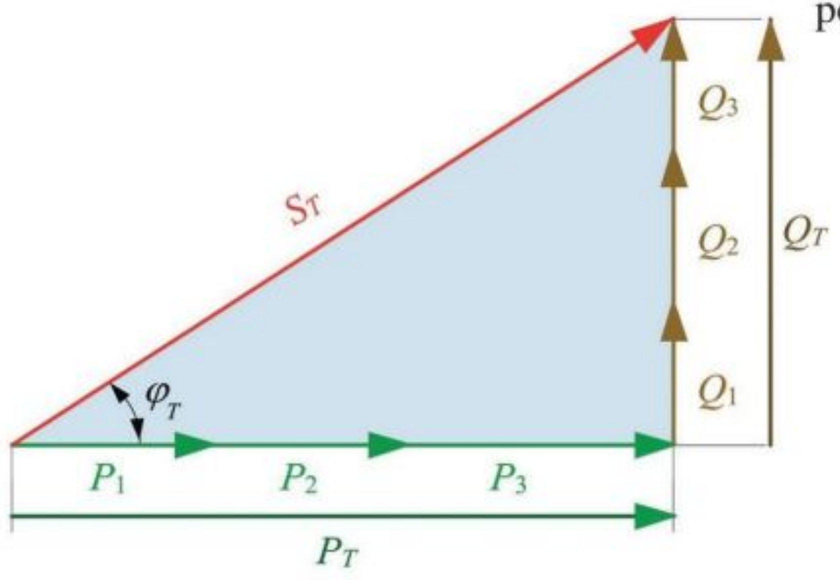
2.- Instalaciones monofásicas de varios receptores

En este caso se trata de calcular la potencia total instalada, el factor de potencia y la intensidad total de una instalación monofásica en la que se conectan varias cargas de potencia activa y FP conocidos.



Para resolver estos circuitos basta con averiguar la potencia activa y reactiva de cada uno de los receptores.

Seguidamente, se dibuja el triángulo de potencias de cada una de las cargas y se procede a la suma vectorial de las potencias.



De esta suma se obtiene el triángulo de potencias correspondiente a la potencia total, donde se cumple que:

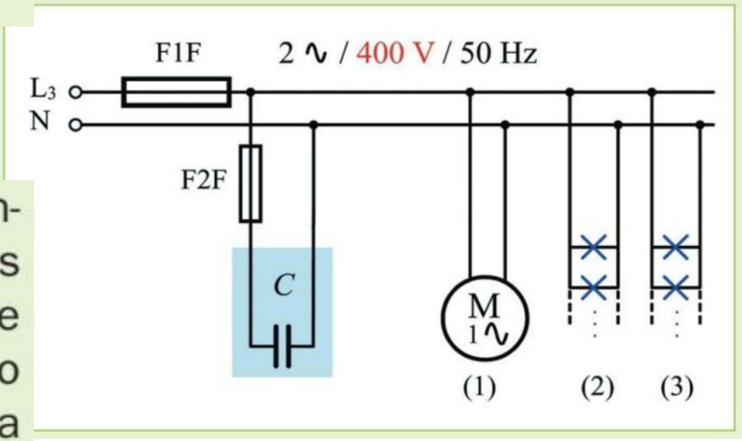
$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

$$\cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T}$$

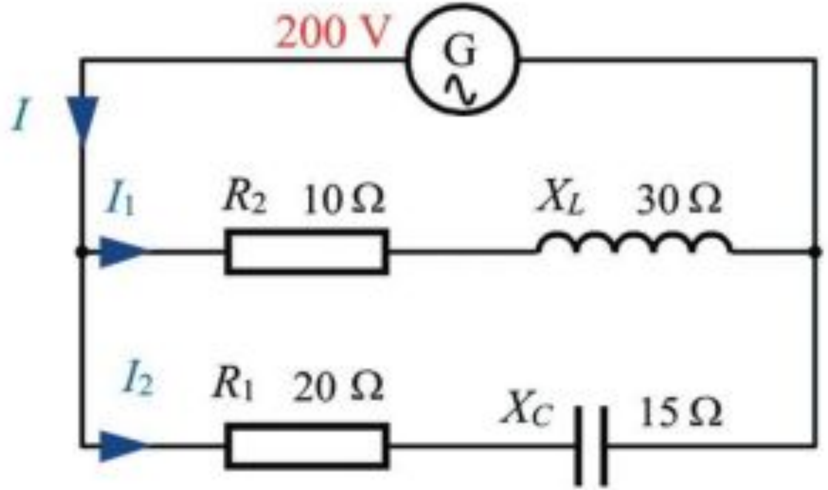
La instalación eléctrica de una nave industrial consta de los siguientes receptores, conectados a una línea monofásica de 400 V, 50 Hz: (1) motor monofásico de 10 kW, $\cos \varphi = 0{,}7$; (2) 30 lámparas incandescentes de 60 W cada una; (3) 50 lámparas de vapor de mercurio de 200 W, $\cos \varphi = 0{,}6$ cada una



Averigua: **a)** potencia total de la instalación y *FP*; **b)** intensidad de corriente por la línea general; **c)** sección de los conductores, teniendo en cuenta que la línea consta de dos conductores unipolares de PVC instalados bajo tubo empotrado en paredes aislantes; **d)** características de la batería de condensadores para corregir el *FP* hasta 0,95; **e)** calibre de los fusibles de la batería de condensadores; **f)** porcentaje de reducción de la intensidad de corriente por la línea principal al conectar la batería de condensadores.

3.- Resolución de circuitos de C.A. mediante cálculo vectorial con números complejos

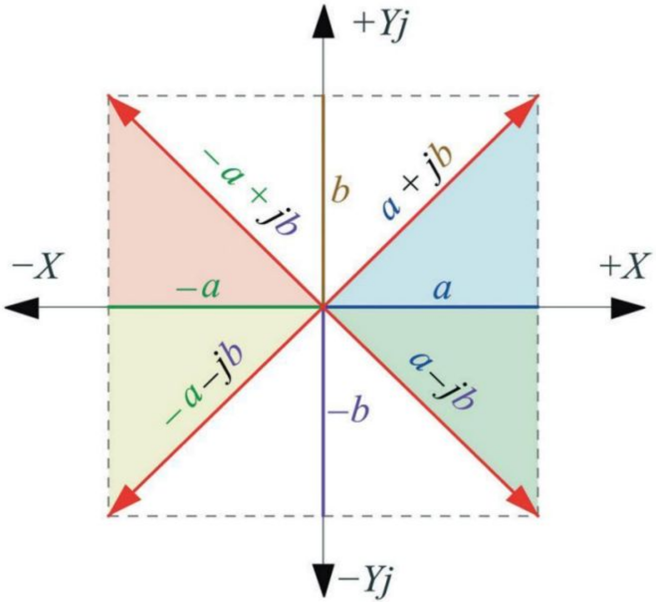
Mediante la utilización de los números complejos podremos resolver, circuitos en los que aparecen combinaciones de circuitos en serie y paralelo.



Un número complejo puede representar un vector en un sistema cartesiano.

Con números complejos se pueden resolver los circuitos de C.A. aplicando los mismos métodos que para C.C.; en vez de utilizar números reales en las operaciones utilizaremos números complejos.

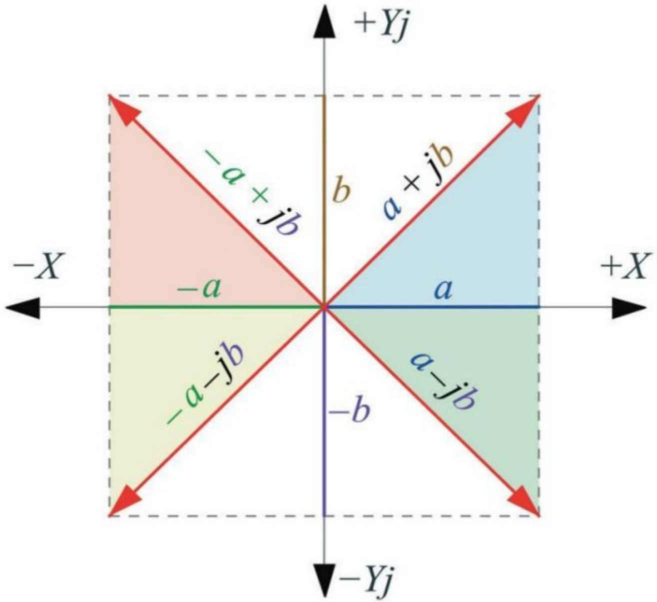
Los números complejos, como por ejemplo a + jb, constan de una parte real (a) y una parte imaginaria (b).



Los números imaginarios positivos se representan sobre la parte superior del eje (y), y los negativos en su parte inferior.

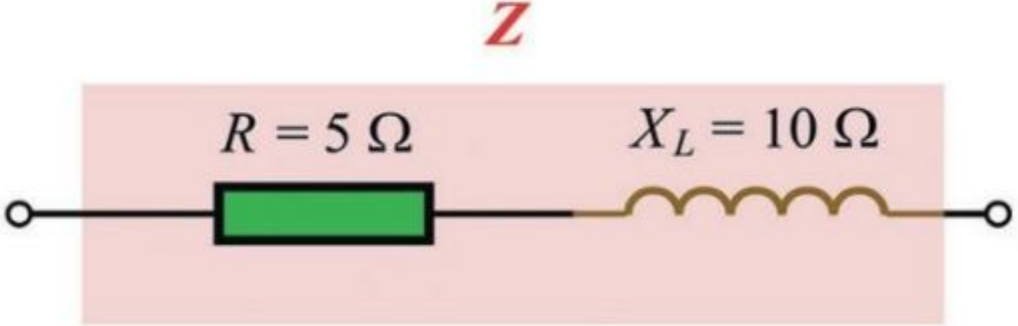
Los números imaginarios representan a la raíz cuadrada de los números negativos: $j = \sqrt{-1}$

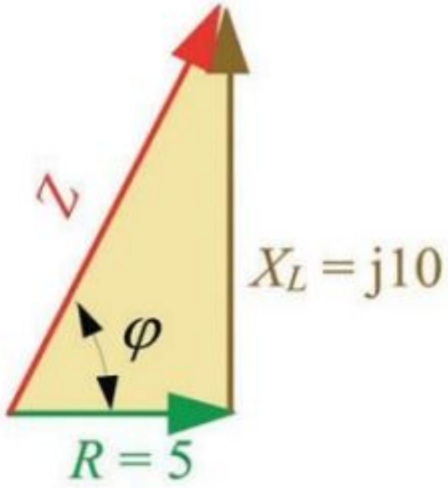
De esta forma tenemos que: $j \cdot j = -1$.



Representación de un número complejo

Sea, por ejemplo, el circuito serie R-L de la Figura , del cual se quiere determinar su impedancia en forma compleja.





Su representación en forma **algebraica** sería:

$$Z = a + jb = 5 + j10;\ R = \text{es la parte real} = 5$$

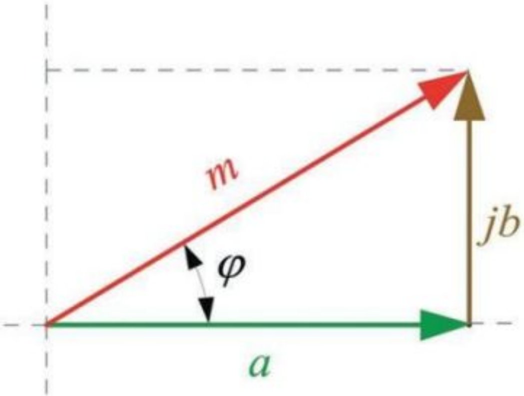
$$X_L = \text{es la parte positiva imaginaria} = j\,10$$

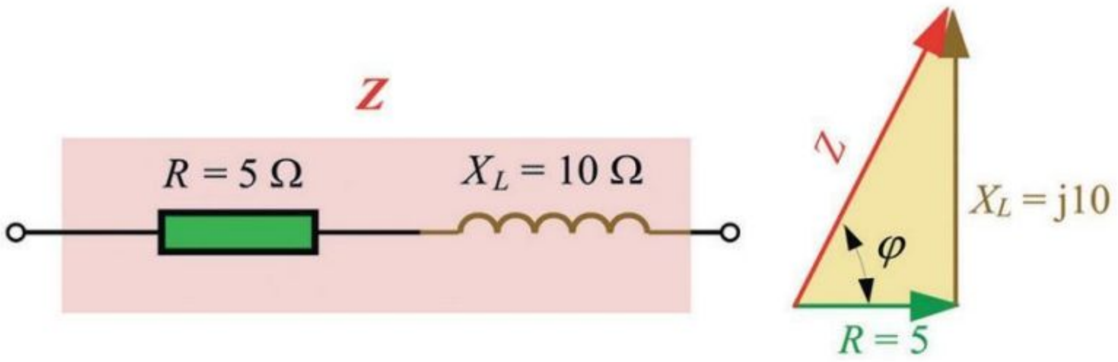
Su representación **módulo argumental** o **polar** sería:

$Z = m \angle \varphi$, donde m es el módulo y φ el ángulo o argumento

$$m = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \text{arc tg}\,\frac{b}{a}$$





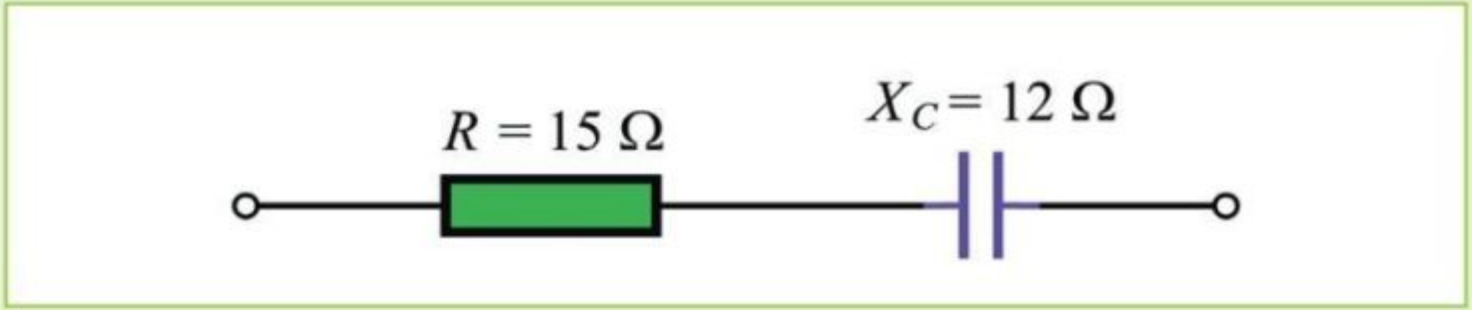
En nuestro ejemplo, la impedancia Z sería:

$$m = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11{,}18\ \Omega$$

$$\varphi = \text{arc tg } 10 = 63{,}4^{\circ}$$

$$Z = 11{,}18 \angle 63{,}4^{\circ}$$

Representa en forma algebraica y en forma módulo argumental la impedancia del circuito R-C de la Figura



Operaciones con números complejos

Suma: de la suma de dos números complejos se obtiene otro número complejo, que tiene por parte real la suma de las partes reales y por parte imaginaria la suma de las partes imaginarias. Por ejemplo:

$$(5 + j\,10) + (15 - j12) = (5 + 15) + j(10 - 12) = 20 - j2$$

La forma algebraica es la única forma práctica de sumar y restar.

Producto: para la forma **algebraica,** el resultado es otro número complejo que se obtiene utilizando las reglas habituales del álgebra junto con las reglas correspondientes de los números imaginarios. Por ejemplo:

$$(4 + j\,5) \cdot (3 + j\,2) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot j2 + j5 \cdot 3 + j5 \cdot j2 =$$

$$= 12 + j8 + j15 - 10 = 2 + j23$$

Para la forma **polar,** el resultado es otro número complejo, cuyo módulo se obtiene multiplicando los módulos y el ángulo mediante la suma de los ángulos. Por ejemplo:

$$4 \angle 30^{\circ} \cdot 5 \angle 25^{\circ} = 4 \cdot 5 \angle (30 + 25)^{\circ} = 20 \angle 55^{\circ}$$

Cociente: para la forma **algebraica,** el resultado se obtiene multiplicando el numerador y el denominador por el conjugado del denominador; de esta forma se consigue transformar este último en un número real, para posteriormente llevar a cabo el cociente de la manera algebraica habitual.

El conjugado de un número complejo se consigue invirtiendo el signo de la parte imaginaria. Así, por ejemplo, el conjugado de $7 + j9$ será $7 - j9$.

Al multiplicar un número complejo por su conjugado, se obtiene un número real, y su valor es la suma de los cuadrados de la parte real e imaginaria. Por ejemplo:

$$(7 + j9) \cdot (7 - j9) = 7^2 - j63 + j63 + 9^2 = 7^2 + 9^2 = 130$$

Veamos un ejemplo de cociente:

$$\frac{4 + j5}{2 + j3} = \frac{(2 - j3) \cdot (4 + j5)}{(2 - j3) \cdot (2 + j3)} = \frac{23 - j2}{2^2 + 3^2} = \frac{23 - j2}{13} =$$

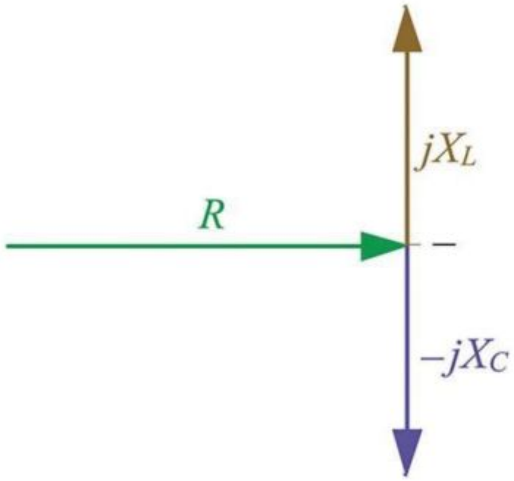
$$= 1{,}77 - j0{,}15$$

Para la forma **polar,** el resultado es otro número complejo, cuyo módulo se obtiene del cociente de los módulos y el ángulo mediante la resta de los ángulos. Por ejemplo:

$$\frac{20 \angle 80^\circ}{5 \angle 60^\circ} = \frac{20}{5} \angle (80 - 60)^\circ = 4 \angle 20^\circ$$

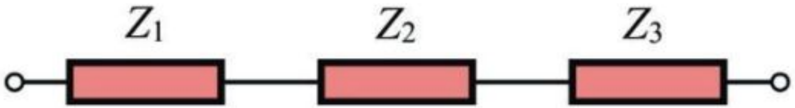
Aplicación de los números complejos a la resolución de circuitos

La impedancia Z de un circuito se escribe como un número imaginario, que tiene por parte real el valor óhmico de la resistencia R, y por parte imaginaria el valor de la reactancia X, siendo esta positiva para las inductivas puras y negativa para las capacitivas



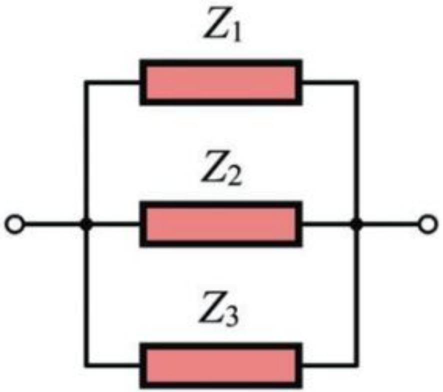
Impedancias en serie

$$\vec{Z}_T = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_3$$

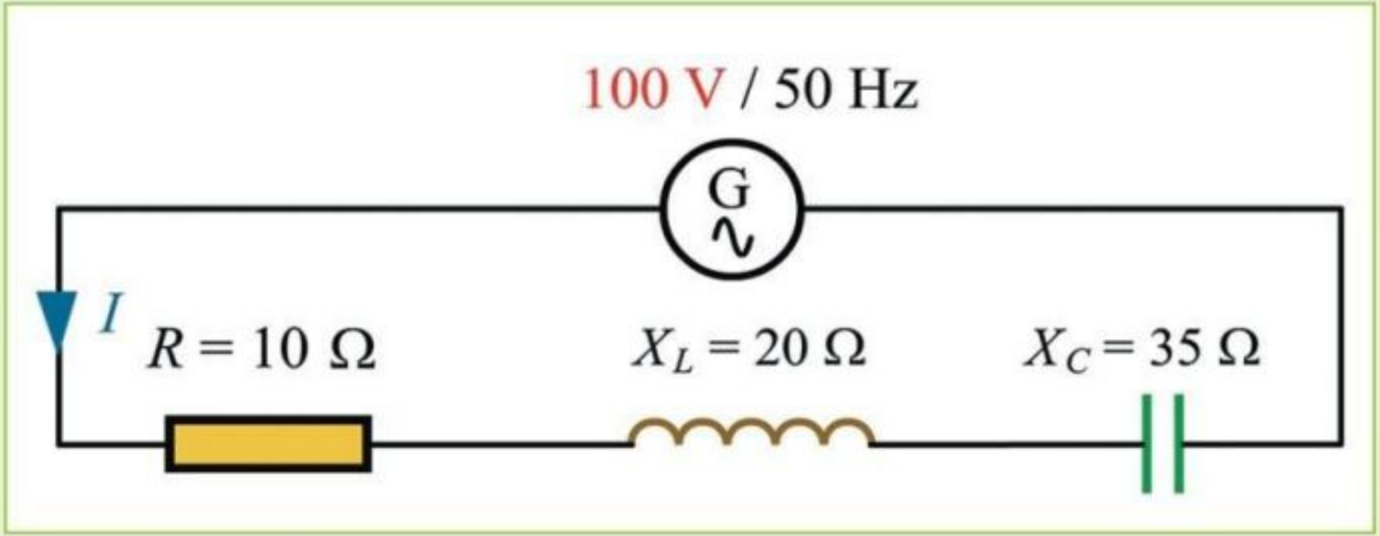


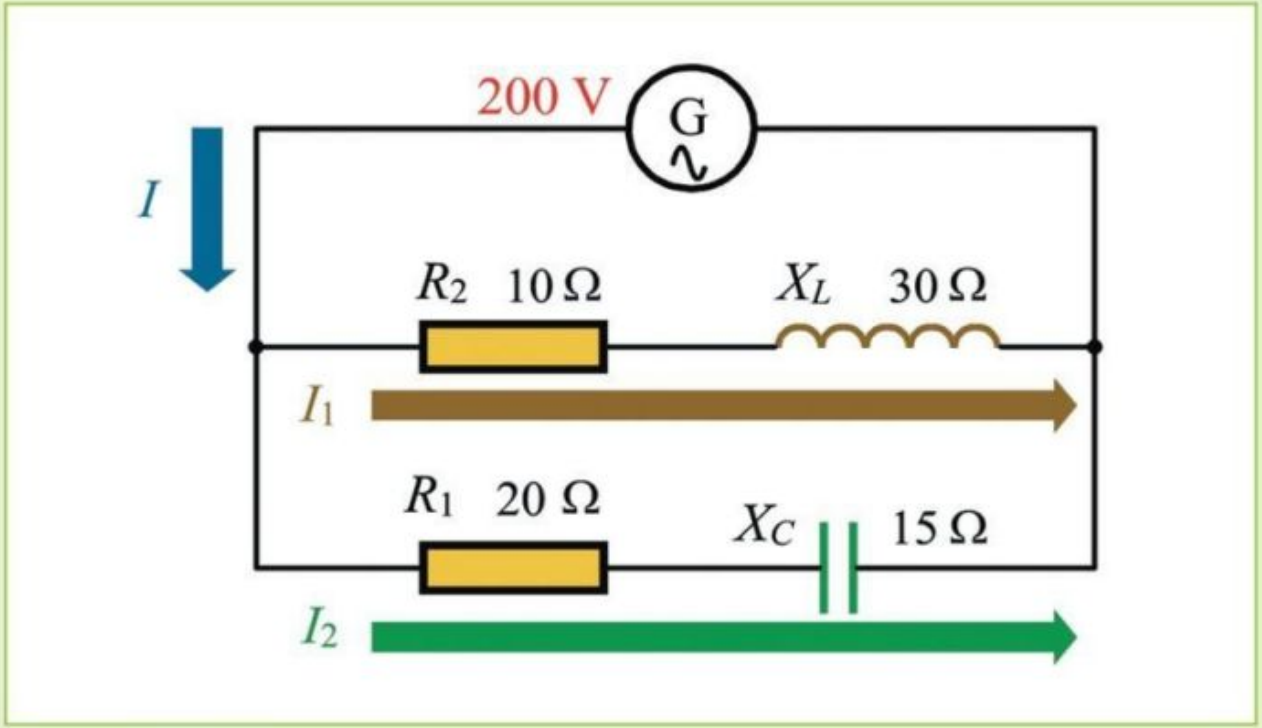
Impedancias en paralelo

$$\frac{1}{\vec{Z}_T} = \frac{1}{\vec{Z}_1} + \frac{1}{\vec{Z}_2} + \frac{1}{\vec{Z}_3}$$



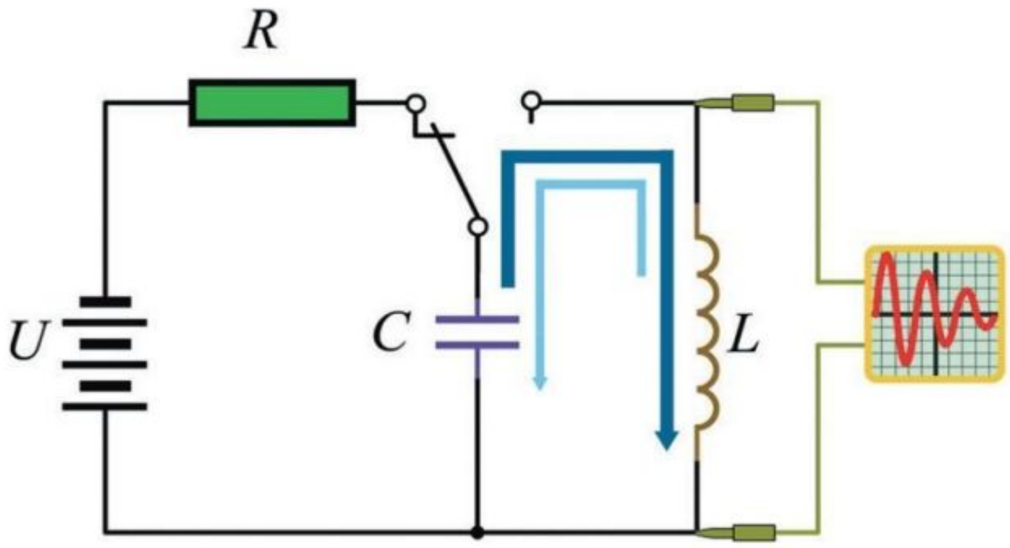
Del circuito serie R-L-C de la Figura , averigua la impedancia, la intensidad, el ángulo de desfase y las potencias.

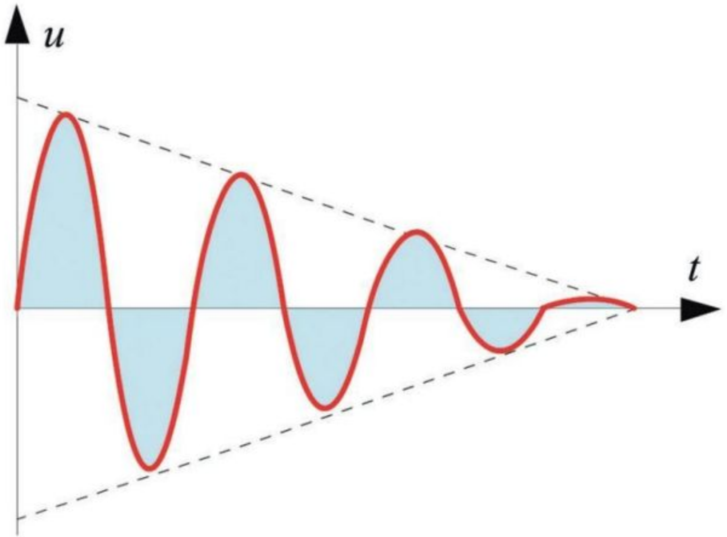




Averigua I_T, I_1, I_2, P_T, Q_T, S_T, cos φ_T y la lectura de un voltímetro conectado en paralelo con la reactancia X_C.

4- Circuitos Oscilantes





5- Resonancia

Se alcanza la resonancia cuando el valor de la reactancia inductiva es igual al de la reactancia capacitiva:

$$X_L = X_C$$

O lo que es lo mismo:

$$2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r C}$$

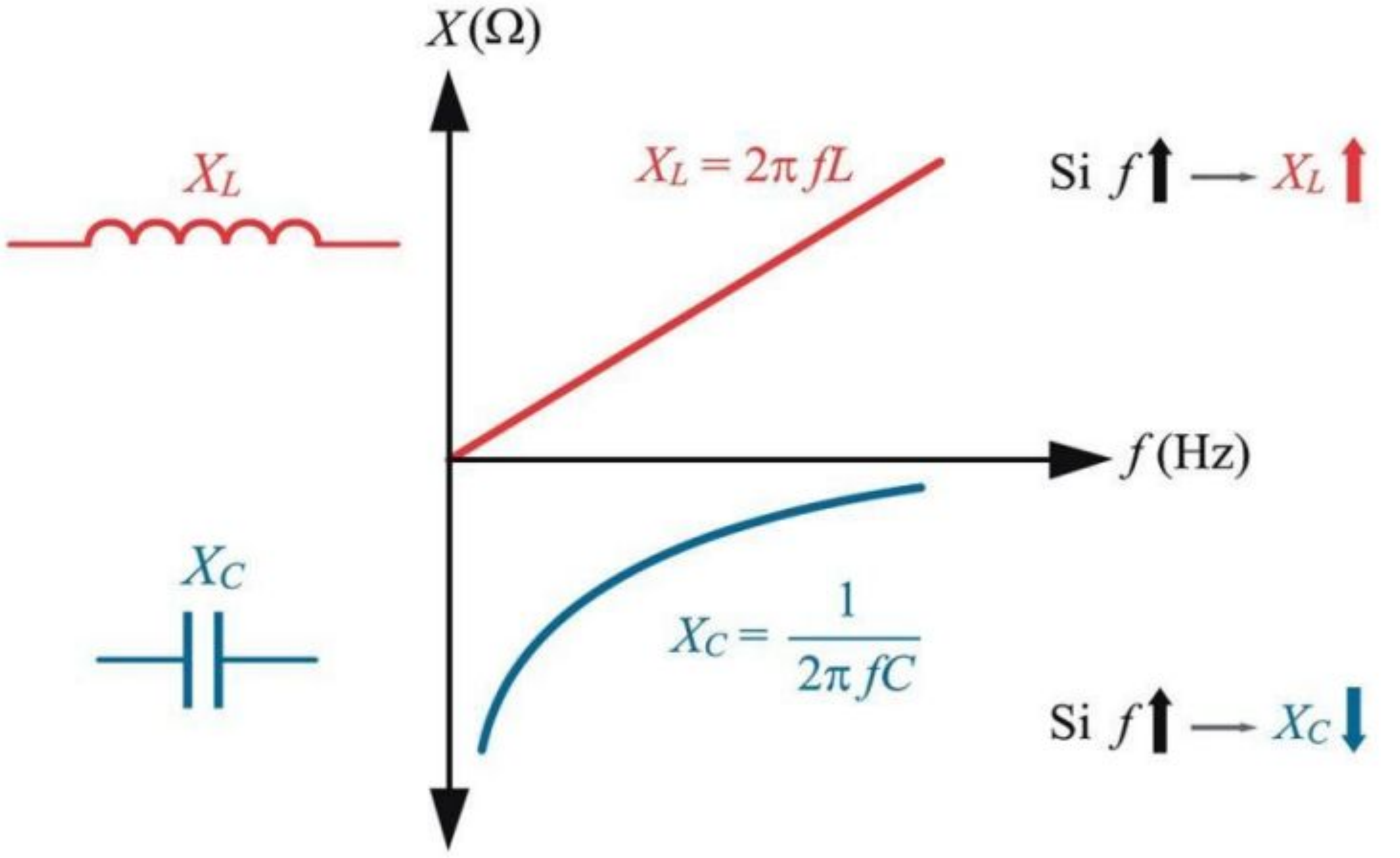
de donde:

$$\boxed{f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}}$$

f_r = Frecuencia de resonancia (Hz).

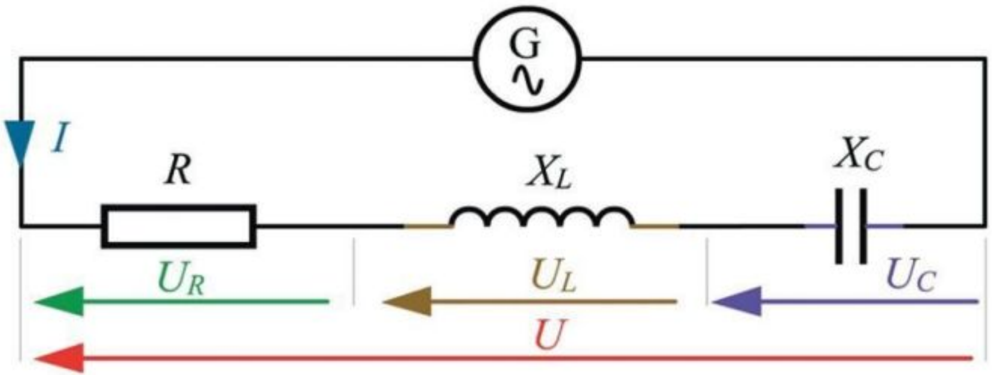
L = Inductancia (H).

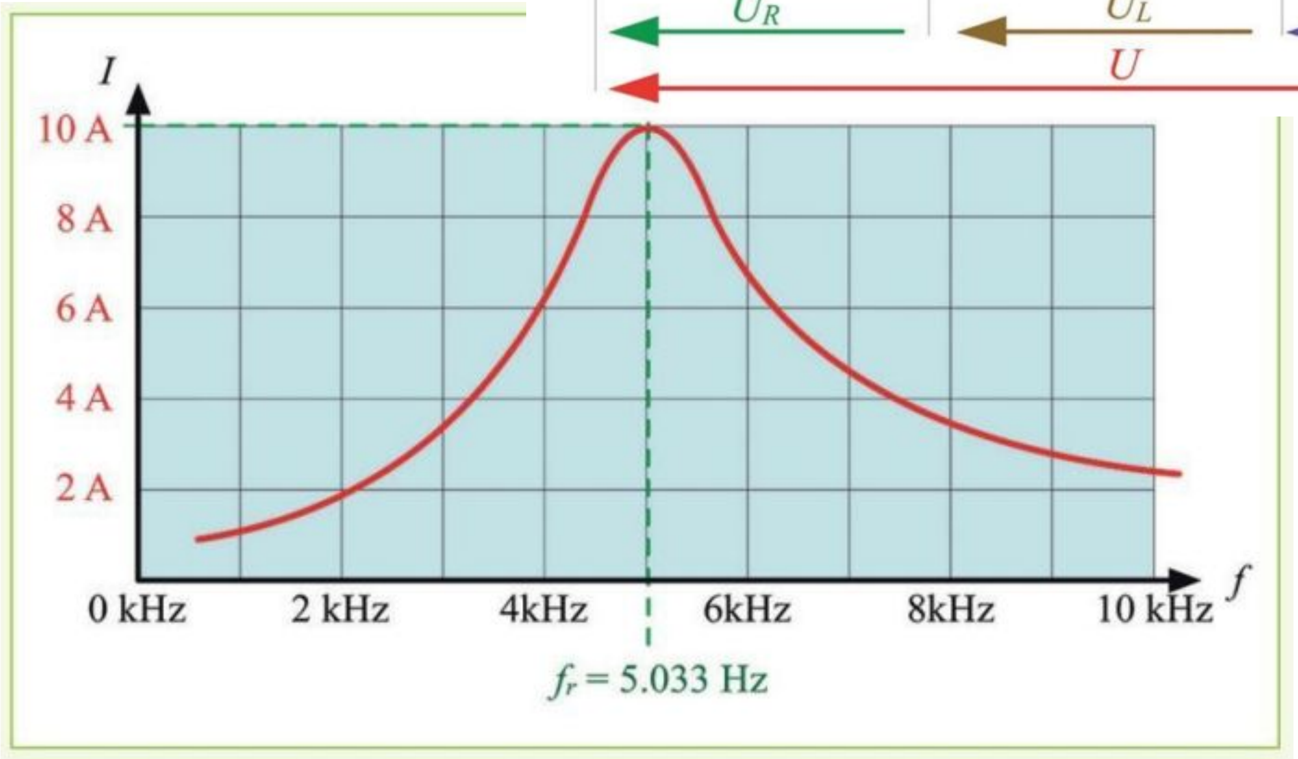
C = Capacidad (F).



$X(\Omega)$
X_L
$X_L = 2\pi fL$
Si $f\uparrow \longrightarrow X_L \uparrow$
$f\,(\mathrm{Hz})$
X_C
$X_C = \dfrac{1}{2\pi fC}$
Si $f\uparrow \longrightarrow X_C \downarrow$

Resonancia serie





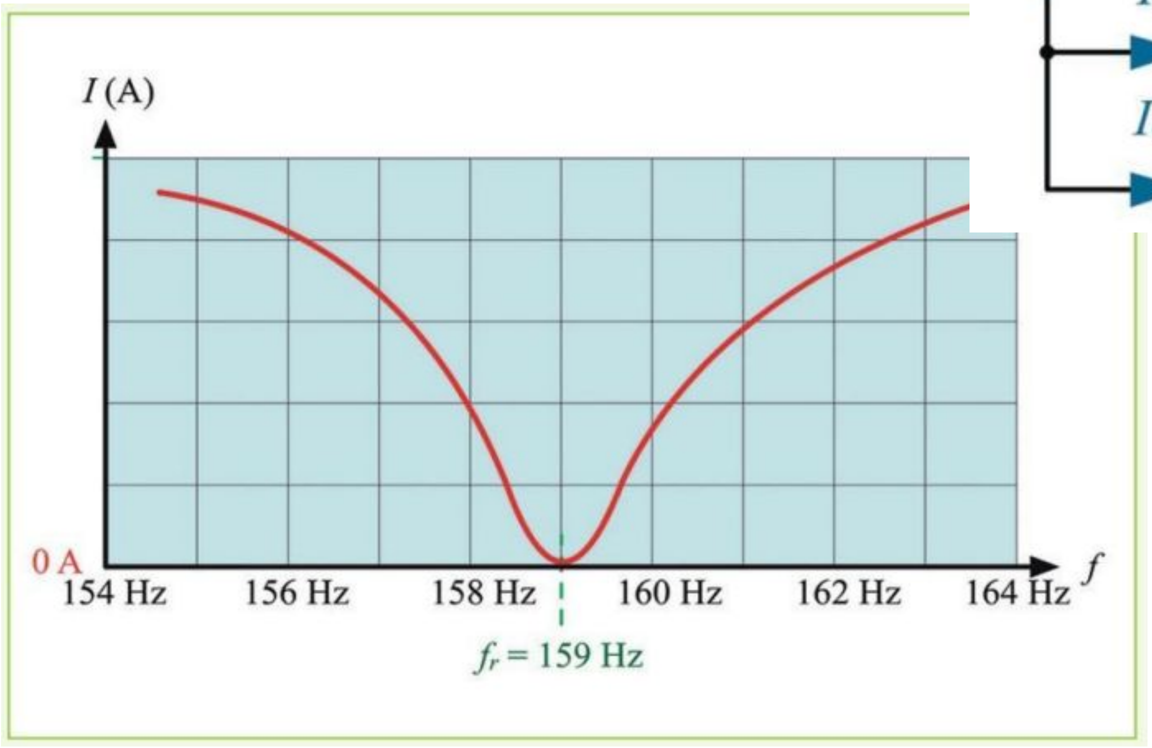
Un circuito está formado por una resistencia de 10 Ω, una bobina de 1 mH y un condensador de 1 µF.

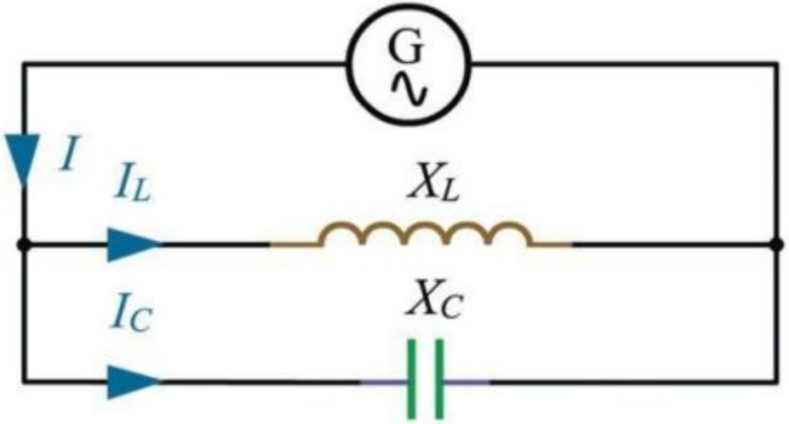
Averigua cuál será la frecuencia de la tensión que habrá que aplicar para que el circuito entre en resonancia.

Si el valor de la tensión aplicada es de 100 V, calcula el valor de la corriente y de las caídas de tensión en la bobina y el condensador para la frecuencia de resonancia.

Dibuja cómo sería la representación gráfica de la intensidad de corriente por el circuito en función de la variación de frecuencia.

Resonancia paralelo



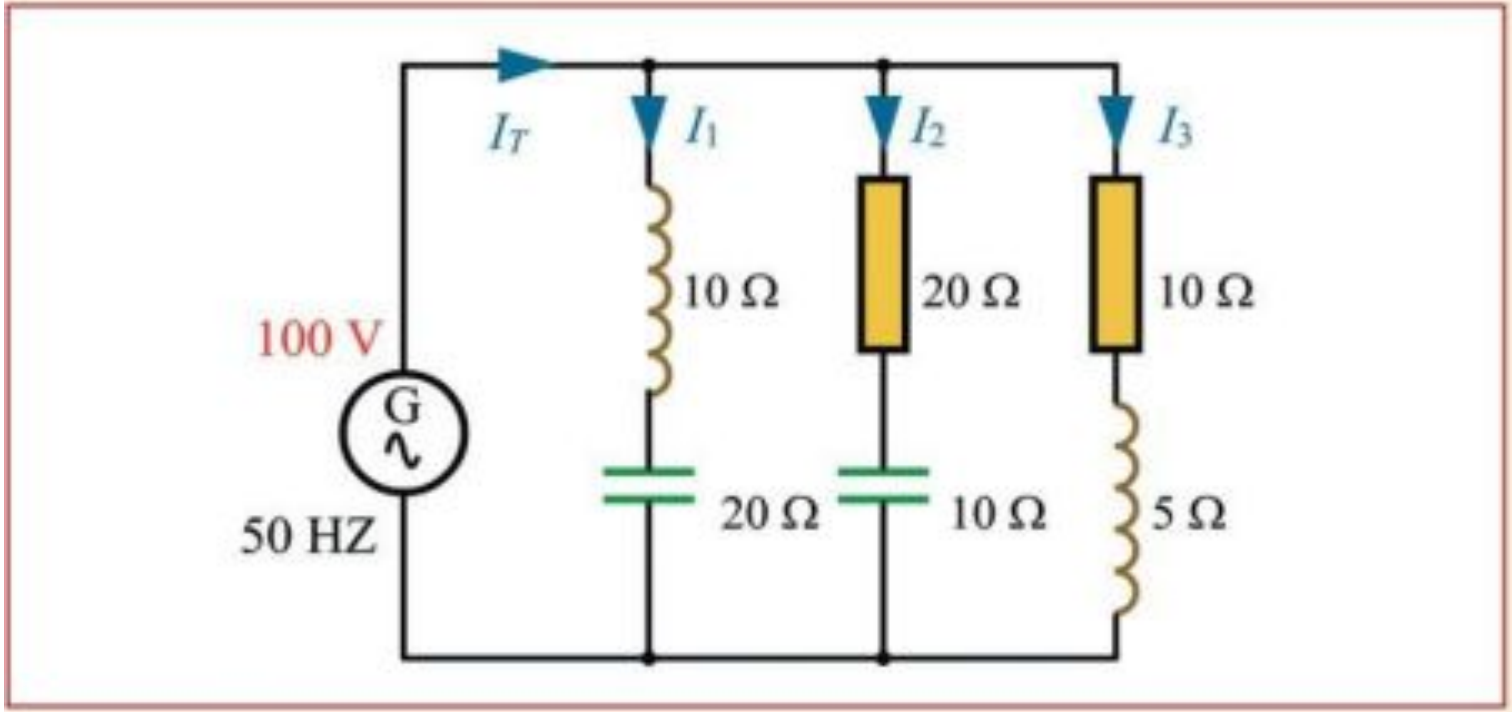


La impedancia equivalente de un circuito es $Z = 50\angle 45°$. Expresa el resultado en forma algebraica e indica los valores de la resistencia y de la reactancia.

Se conecta a una red de 400 V, 50 Hz, una resistencia óhmica de 200 Ω en paralelo con una bobina de 140 Ω de resistencia y 1,96 H de coeficiente de autoinducción. Averigua las intensidades del circuito. Dibuja el diagrama vectorial.

Se conecta a una red de C.A. de 120 V, 50 Hz, un circuito compuesto por tres receptores en paralelo de las siguientes características: un condensador de 66,3 μF, una resistencia de 400 Ω y una bobina de 159 mH. Averigua la corriente total y por cada una de las cargas, las potencias totales y dibuja el diagrama vectorial.

Averigua la impedancia equivalente del circuito de la Figura así como los valores de I_T, I_1, I_2, I_3, P_T, Q_T, S_T, FP. Dibuja el diagrama vectorial.



La bobina de un electroimán posee un coeficiente de autoinducción de 0,4 henrios y una resistencia óhmica de 100 ohmios. Calcula la intensidad, factor de potencia y potencias al aplicar una C.A. senoidal de $\upsilon = 311$ sen $314t$. Dibuja los diagramas vectoriales.

Averigua la frecuencia de resonancia de un circuito serie formado por un condensador de 20 μF, una bobina de 80 mH y una resistencia de 2 Ω. ¿Qué valor tendrán las caídas de tensión en la bobina y el condensador si se aplica al conjunto una tensión de 100 V?