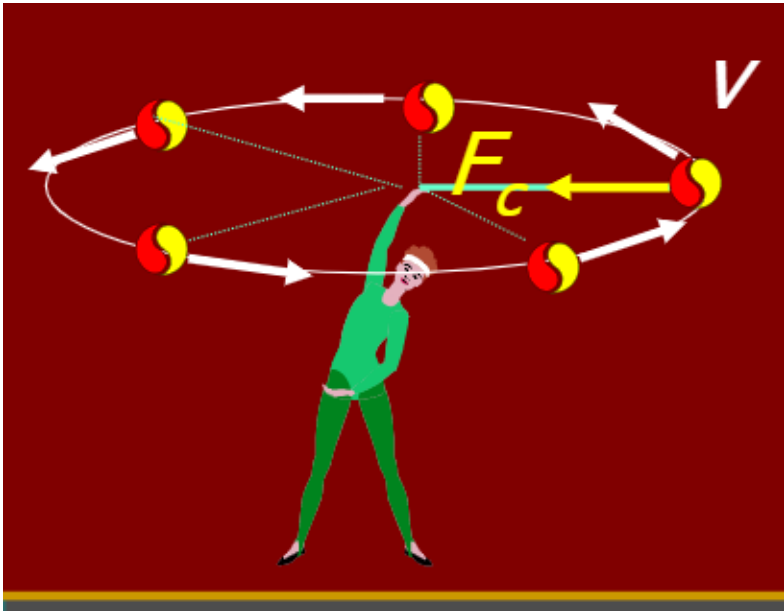


# DINÁMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

O movimento circular e uniforme aplicado a un corpo é debido exclusivamente a unha forza dirixida cara ao centro da traxectoria circular, que se denomina **forza centrípeta**.

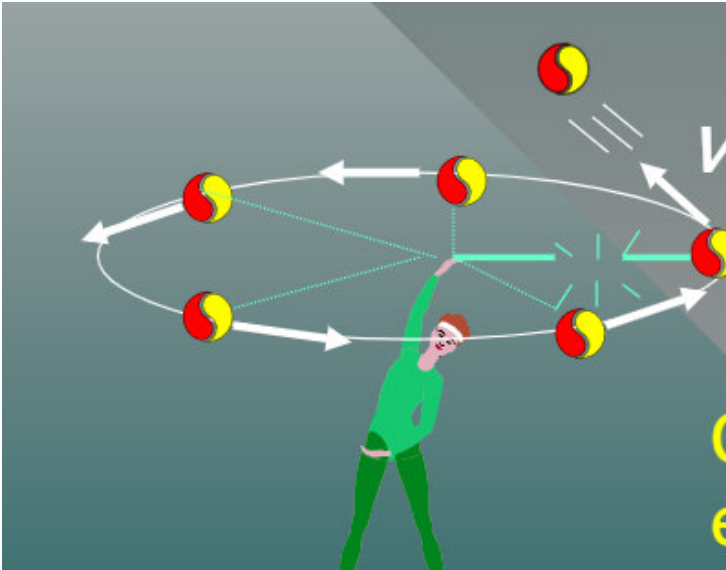


Movimento circular uniforme realiza-se unha traxectoria circular e sen cambio no módulo da velocidade cambiando a dirección.

⊗ Velocidade constante e tanxente a traxectoria.

⊗ Forza constante cara ó centro.

**¿Algunha forza empuxa ó balón cara afora?**

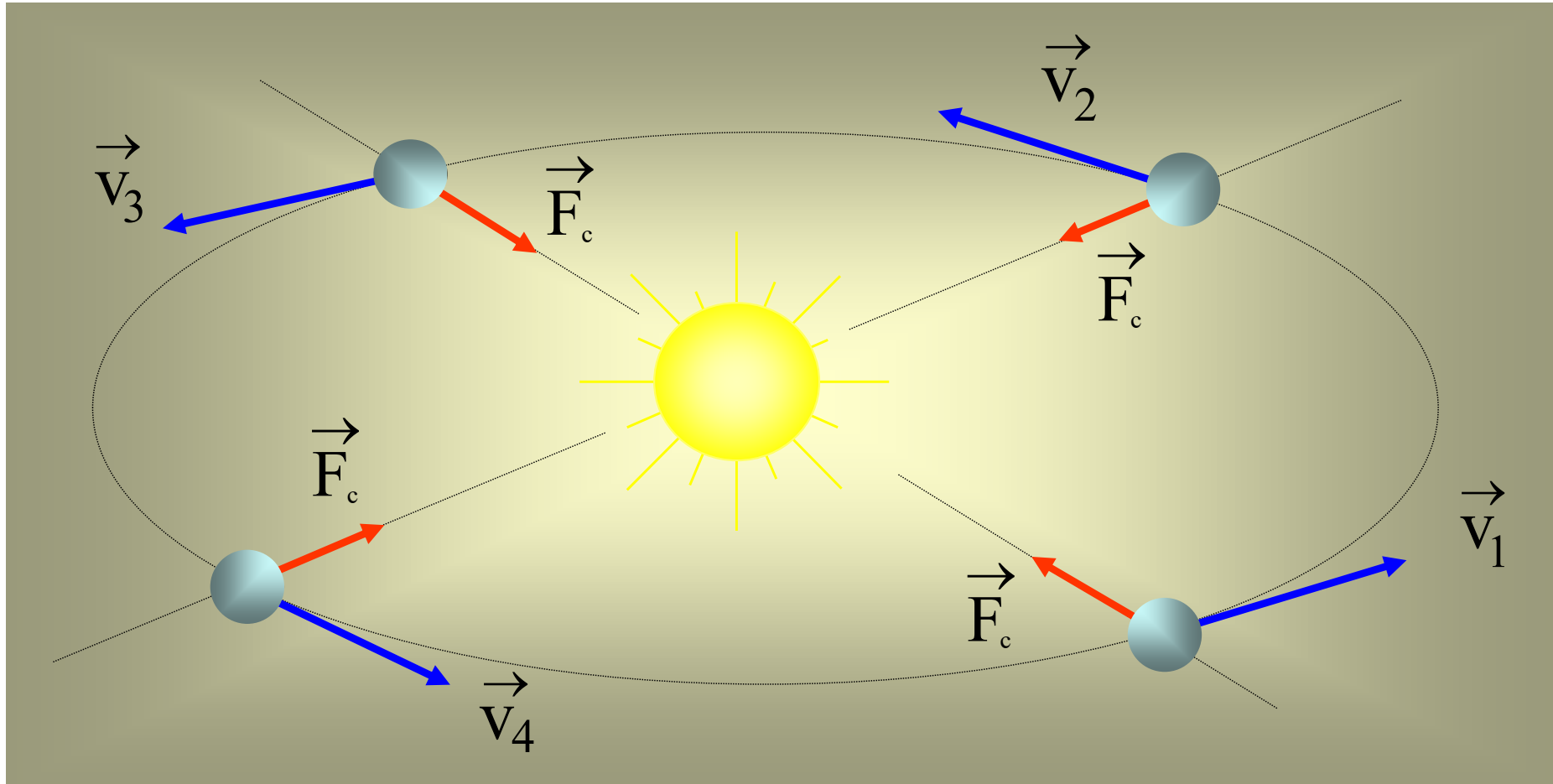


Ao cortar a corda o balón sae despedido tanxente á traxectoria.

Cando a forza central desaparece o balón continúa en liña recta.

A forza centrípeta é a encargada do cambio da dirección.

# Dinámica do MCU:

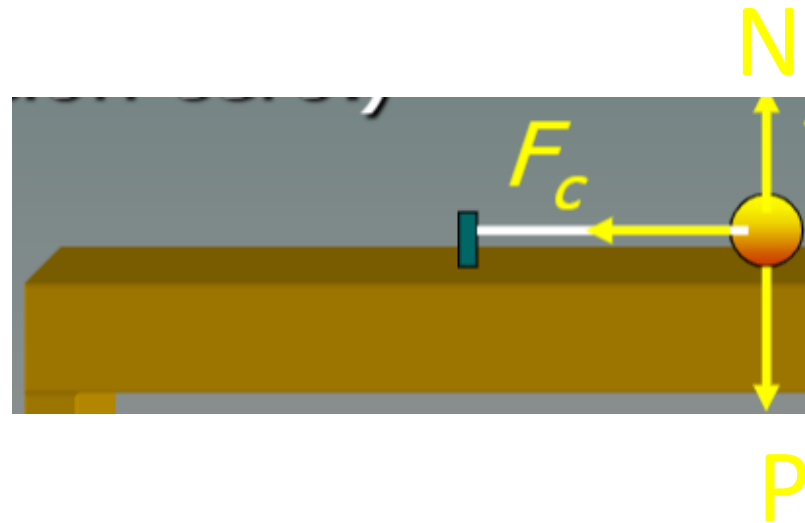
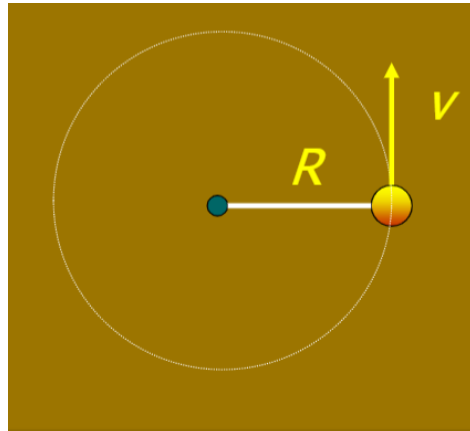


A forza centrípeta sae simplemente de aplicar a segunda lei de Newton a un corpo que xira,  $F=m \cdot a$ , sendo a aceleración, posto que hai cambio de dirección da velocidade, aceleración normal ou centrípeta. **A resultante das forzas que apunten cara ao centro será a fuerza centrípeta.**

$$\vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_n$$

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

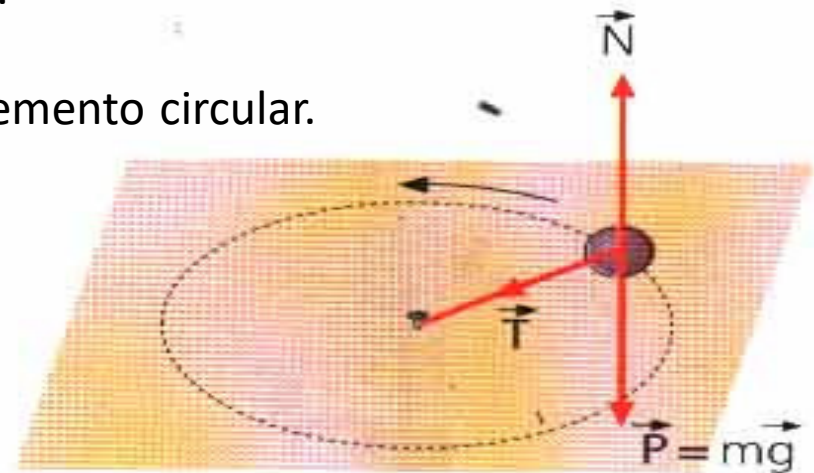
Obxecto que se move cunha velocidade  $v$ , nun círculo horizontal de radio  $R$  atada cunha corda ao centro dun plano horizontal.



**Exemplo:** Una bóla de 200 g, suxeita a unha corda de 1,5 m móvese a unha velocidade cuxo módulo constante é 6 m/s sobre unha mesa sin rozamiento describindo un círculo. Calcular a tensión da corda.

Eixo vertical: o peso da bóla “P” queda compensado pola reacción del plano “N”, polo que ambas forzas anúlense.

Eixo central: a tensión “T” é a responsable do movemento circular. É polo tanto a forza centrípeta.



$$\Sigma F_{\text{ejecentral}} = m \cdot a_n$$

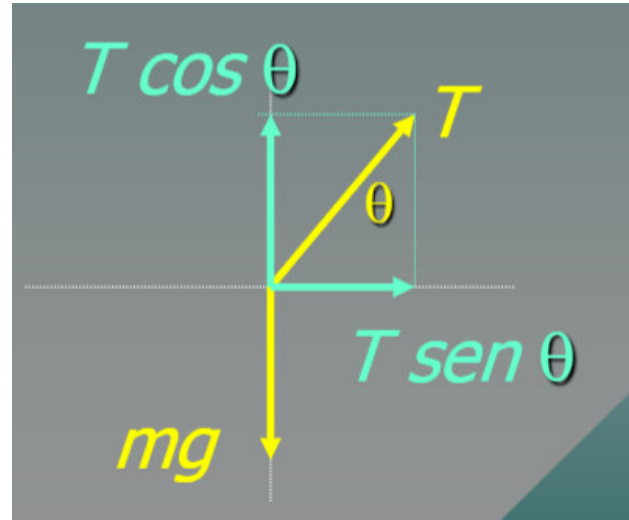
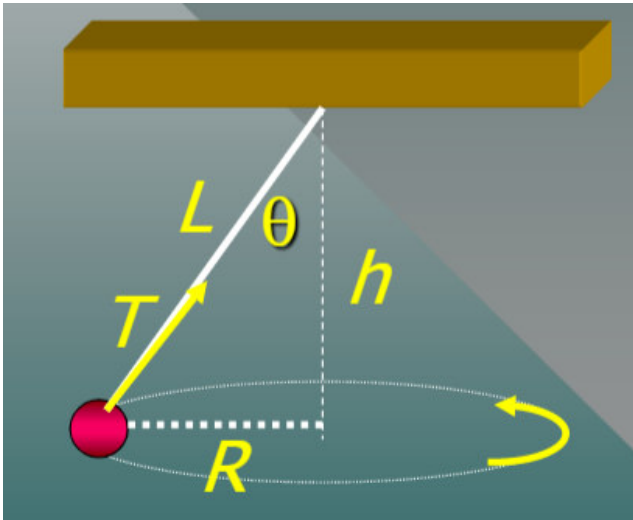
$$T = m a_n \Rightarrow T = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$T = 0,2 \text{ kg} \cdot \frac{(6 \text{ m/s})^2}{1,5 \text{ m}} = \underline{4,8 \text{ N}}$$

1. Un patinador patina a 15 m/s nun círculo con radio de 30 m. Exércese unha forza central de 450 N . Cal é a súa masa? (60 kg)

2. O muro dunha plataforma xiratoria exerce 600 N de forza sobre unha persoa de 80 kg con movemento de 4 m/s sobre a plataforma circular. Cal é o radio da traxectoria circular? (2,13 m)

Péndulo cónico consiste nunha masa xiratoria de masa  $m$  nun círculo horizontal de radio  $R$  ao extremo dunha corda de largo  $L$ .



A compoñente interior da tensión  $T \cdot \sin \theta$  require dunha forza central. Unha forza central é unha forza cunha dirección e magnitude que só depende do centro dun obxecto e da distancia de ese centro a outro punto.

$$T \sin \theta = \frac{mv^2}{R}$$
$$T \cos \theta = mg$$
$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$$

**Exemplo:** A mesma bóla de 200 g, suxeita a unha corda de 1,5 m faise xirar no aire a velocidade constante describindo un péndulo cónico. Se a corda forma un ángulo de  $30^\circ$  coa vertical. cal será a velocidade da bóla?

A tensión é agora unha forza oblicua que descompoñemos en  $T_x$  que será a forza centrípeta e  $T_y$  que neutralizará ao peso da bóla:

Eixo X: 
$$T_x = m \cdot a_n \Rightarrow T \cdot \text{sen}30^\circ = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

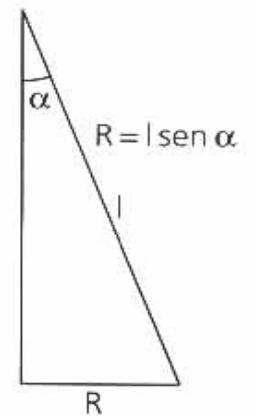
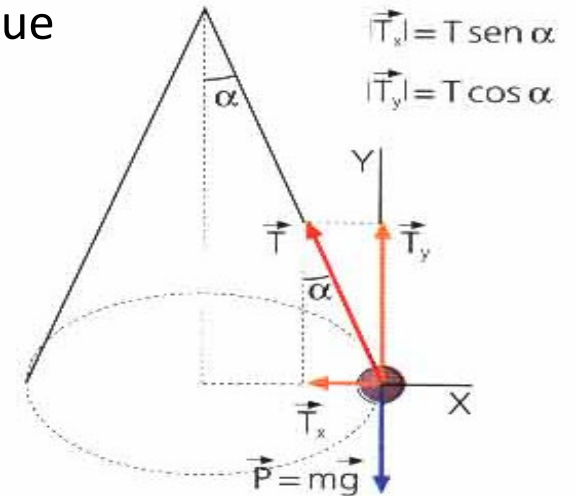
Eixo Y: 
$$T_y = P \Rightarrow T \cdot \text{cos}30^\circ = m \cdot g$$

Dividindo ambas: 
$$\text{tg}30^\circ = \frac{v^2}{g \cdot r} = \frac{v^2}{g \cdot l \cdot \text{sen}30^\circ}$$

Despexando: 
$$v = \sqrt{g \cdot l \cdot \text{sen}30^\circ \cdot \text{tg}30^\circ}$$

Metendo os datos:

$$v = 2,06 \text{ m/s}$$



1. Unha masa de 2 kg xira nun círculo horizontal atada ao extremo dunha corda de 10 m de largo. Cal é a velocidade constante da masa se a corda fai un ángulo de  $30^\circ$  coa vertical? . Calcular o valor da tensión e da forza centrípeta(5,3 m/s; 22,6 N; 11,3 N)

2. Un péndulo cónico cunha masa de 3 kg colga dunha corda ideal e xira nunha circunferencia horizontal de 80 cm de radio cunha velocidade angular de 2 rad/s. Calcular: a) O ángulo que a corda forma coa vertical. (  $\theta = 18^\circ 5'$  )  
b) A tensión da corda. (Resultado:  $T = 30,9$  N)

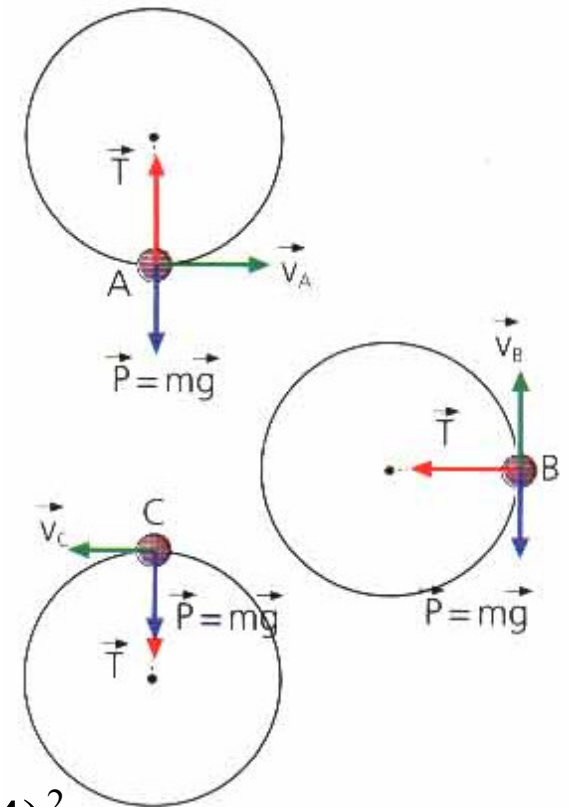
**Exemplo:** A mesma bóla (200 g ) xira agora nun plano vertical. Sabendo que  $v_A = 10 \text{ m/s}$ ,  $v_B = 8,4 \text{ m/s}$ ,  $v_C = 6,4 \text{ m/s}$ , calcular a tensión da corda en cada punto indicado.

a)  $T_A - m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_A = m \cdot \frac{v^2}{R} + m \cdot g = 0,2 \cdot \frac{10^2}{1,5} + 0,2 \cdot 9,8 = 15,3 \text{ N}$$

b)  $T_B = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow T_B = 0,2 \cdot \frac{(8,4)^2}{1,5} = 9,4 \text{ N}$

c)  $T_C + m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow T_C = m \cdot \frac{v^2}{R} - m \cdot g = 0,2 \cdot \frac{(6,4)^2}{1,5} - 0,2 \cdot 9,8 = 3,5 \text{ N}$



# Movemento dun cubo con auga na vertical.

Canto valen a tensión no punto de arriba e de abaixo? Que velocidade mínima debe levar para que a auga non caia?

No punto máis alto e máis baixo tense:

## Ecuacións:

- **Arriba:**  $T + m \cdot g = m \cdot a_n$  ;  $T = m \cdot v^2 / R - m \cdot g$
- **Abajo:**  $T - m \cdot g = m \cdot a_n$  ;  $T = m \cdot v^2 / R + m \cdot g$
- Se  $v = \text{cte}$ , T ten que ser moito maior abaixo.
- A **velocidade mínima** para que a auga non caia obterase cando T (arriba) tome o mínimo valor posible, é dicir 0.

$$\cancel{m} \cdot g = \cancel{m} \cdot v^2 / R \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{g \cdot R}$$

# ESTUDO DAS CURVAS

## Curvas sen peralte (con rozamento):

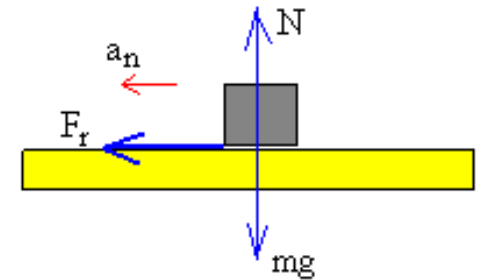
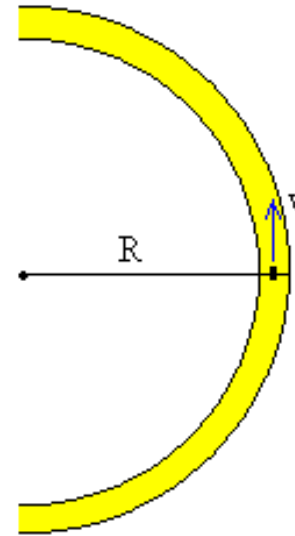
- A forza de rozamento cara ao interior da curva é precisamente a forza centrípeta.

Eixo vertical:  $N = mg$

Eixo horizontal:

$$F_{\text{roz}} = m \cdot a_n ; \mu N = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \mu m g = m \cdot \frac{v^2}{R}$$



- Eliminando m podemos ter o radio en función da velocidade ou viceversa:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \mu}$$

$$v = \sqrt{\mu \cdot R \cdot g}$$

**Exemplo:** Un coche de 1500 kg circula a 30 m/s por unha estrada sendo 0,2 o seu coeficiente de rozamento estático entre as rodas e o chan. Calcula o radio mínimo da curva sin peraltar.

Razoando como na transparencia anterior, obtense:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \mu} = \frac{(30 \text{ m/s})^2}{(9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 0,2} = \boxed{459 \text{ m}}$$

# Curvas peraltadas (sin rozamento):

$$N_x = N \cdot \text{sen } \alpha ; \quad N_y = N \cdot \text{cos } \alpha$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N \cdot \text{cos } \alpha - m g = 0 \Rightarrow N = \frac{m g}{\text{cos } \alpha}$$

A  $N_x$  é a responsable do xiro:

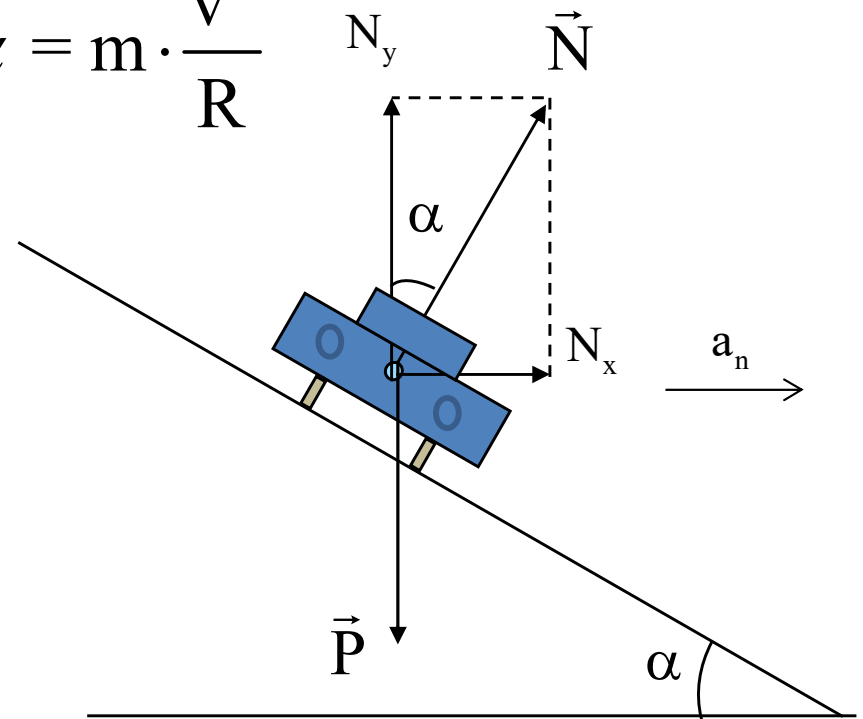
$$\sum F_x = m a_x \Rightarrow N_x = m \cdot a_n \Rightarrow$$

$$N \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{m g}{\text{cos } \alpha} \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Despexando R:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \text{tg } \alpha}$$



# Curvas peraltadas (con rozamento):

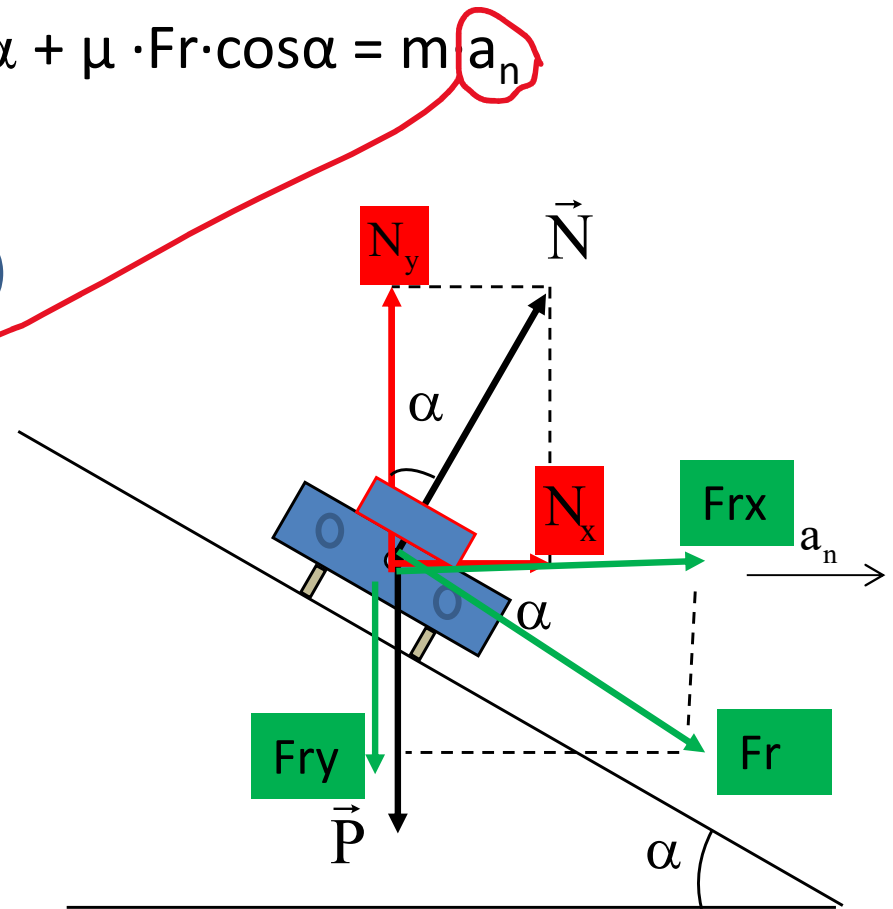
$$N_x = N \cdot \sin \alpha ; \quad N_y = N \cdot \cos \alpha$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_y = Fr_y + P \Rightarrow \quad N \cdot \cos \alpha = m g + \mu \cdot Fr \cdot \sin \alpha$$

$$\sum F_x = m a_x \Rightarrow N_x + Fr_x = m \cdot a_n \Rightarrow N \cdot \sin \alpha + \mu \cdot Fr \cdot \cos \alpha = m a_n$$

Poñer a Fr en función da forza normal e despejar a N na primeira ecuación e substituíla na segunda para poder calcular a velocidade máxima coa que dar a curva.

A partir de esta aceleración pódese calcular a velocidade máxima coa que se pode tomar a curva.



1. Si velocidad máxima con la que un coche de 1000 kg de masa puede tomar una curva de 150 m de radio, es de 20 m/s Calcular :

a) Fuerza de rozamiento entre las ruedas y el asfalto (2666,7 N)

b) Coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el asfalto (0,27)

2. Un vehículo circula sobre unha curva peraltada de 60 m de raio. Supoñendo que no existe forza de rozamento, cal debe de ser o ángulo de peralte para que o vehículo poida tomar a curva a 60 km/h sen derrapar?.

Mantendo este ángulo, con que velocidade podería tomala se o coeficiente de rozamento fose de 0,3? (Sol 25,3 °, 23 m/s)

3. Un coche de 1300 kg toma una curva sen prealte de 200 m de radio a 90 km/h. Sabendo que non sae despedido:

a) Calcula forza de rozamento que ten co chan. (4062,5 N)

b) Calcula a velocidade coa que podería tomar a curva se o peralte fose de 10° e a forza de rozamento fose a mesma que a do apartado a) (31,3 m/s)