DINÁMICA

Dinámica é a parte da mecánica que estuda as causas que orixinan o movemento dos corpos, estas causas que producen o movemento son as **forzas**.

Forza é toda a causa capaz de alterar o estado de repouso ou movemento dos corpos ou producir deformación neles. No Sistema Internacional mídese en **newtons** (N).

1 newton é a forza que aplicada á masa de 1 kg prodúcelle unha aceleración de 1 m/s^2

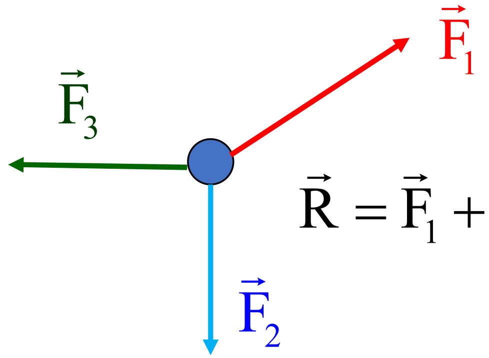
Outra unidade de forza que se usa con frecuencia é o **kilopondio (kp)**

1 kilopondio é a forza coa que a Terra atrae a un corpo de 1 kg de masa cando se atopa situado sobre a superficie terrestre (ao nivel do mar).

$$1\ \text{kp} = 9{,}8\ \text{N}$$

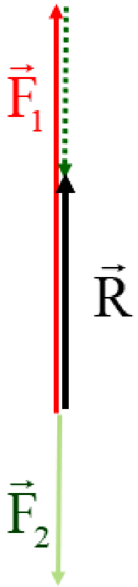
A FORZA É UN VECTOR

A resultante $\vec{R}$ dun sistema de forzas que actúan sobre un corpo é a suma vectorial de tódalas forzas do sistema

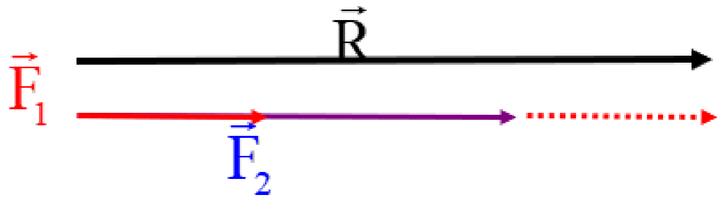


$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

É dicir, a resultante ou forza total dun conxunto de forzas, é aquela forza que substitúe a todas, e que realizaría o mesmo efecto que todas elas á vez.

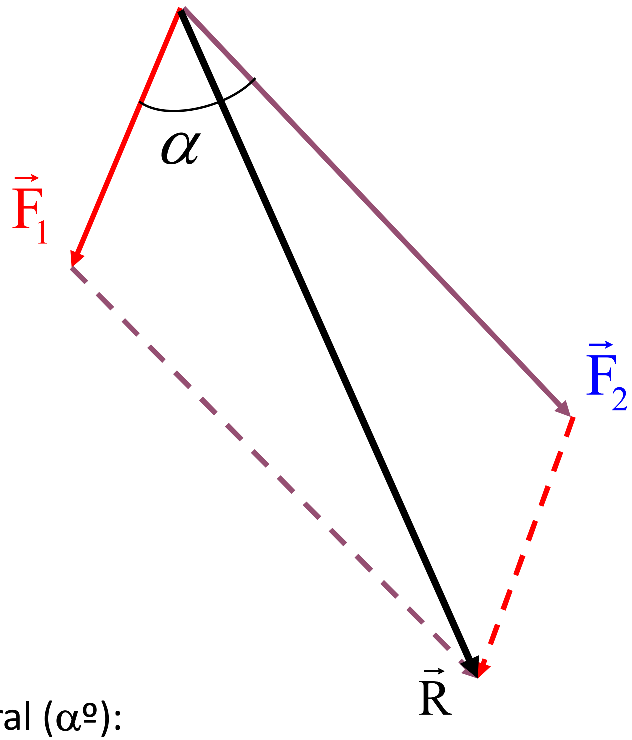


$$R = F_1 - F_2$$



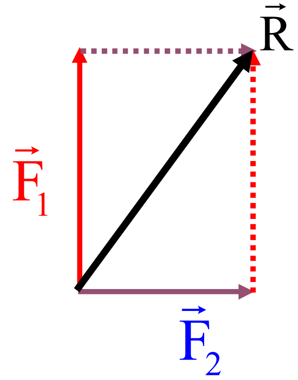
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Cuando son **dúas forzas concurrentes**, empregamos a **regra do paralelogramo**:



En xeral (αº):

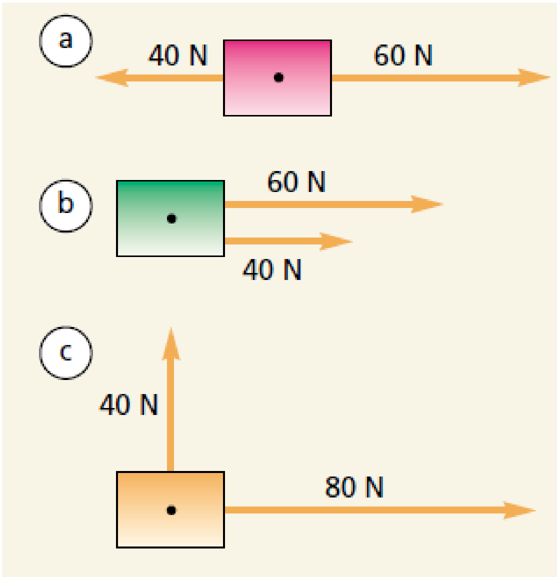
$$\left|\vec{R}\right| = R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

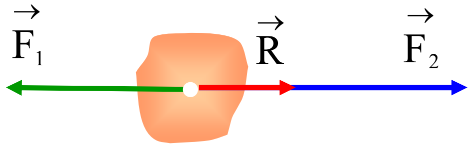


No caso (90º):

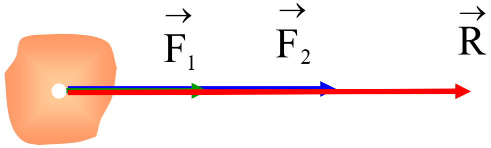
$$\left|\vec{R}\right| = R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Exercicio: Calcula gráfica e alxebraicamente a resultante das seguintes forzas:

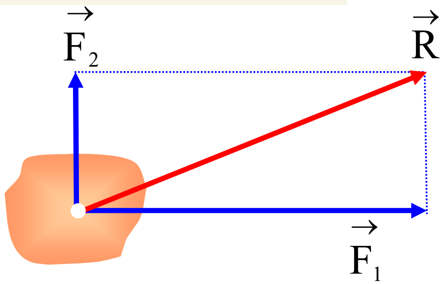




$$R = F_2 - F_1 = 60 - 40 = 20 \text{ N}$$



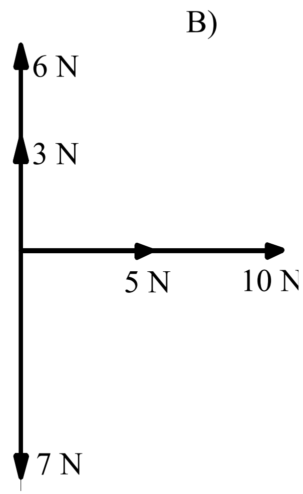
$$R = F_1 + F_2 = 40 + 60 = 100 \text{ N}$$



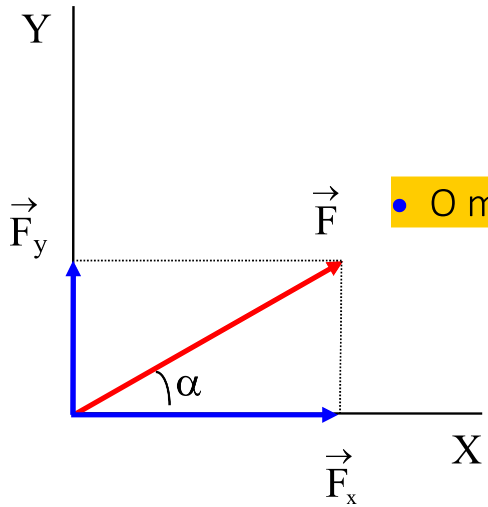
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{40^2 + 80^2} \cong 89,44 \text{ N}$$

1) Que forza se debe facer para contrarrestar dúas forzas perpendiculares de intensidades F_1 = 65 N y F_2 = 25 N?.

2) Calcular a resultante do sistema de forzas da figura.



COORDENADAS CARTESIANAS: COMPOÑENTES DUNHA FORZA



- O módulo da forza : $\vec{F}$

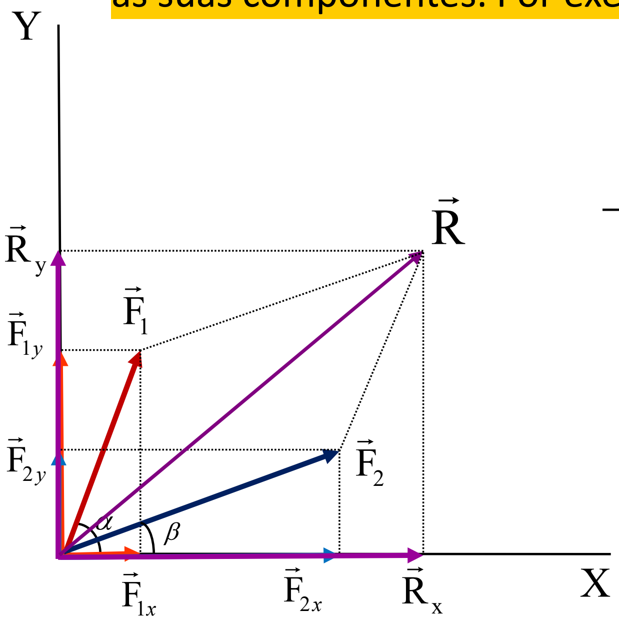
$$\left|\vec{F}\right| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F\cos\alpha$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\operatorname{sen}\alpha$$

COORDENADAS CARTESIANAS: COMPOÑENTES DUNHA FORZA

- Podemos calcular a resultante de varias forzas descompoñendo previamente estas nas súas compoñentes cartesianas, e tan só temos que sumar (ou restar) as súas compoñentes. Por exemplo, supoñamos dúas forzas:



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{2y}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \left(\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x}\right) + \left(\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y}\right)$$

$$\vec{R}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = \vec{F}_1 \cdot \cos\alpha + \vec{F}_2 \cdot \cos\beta$$

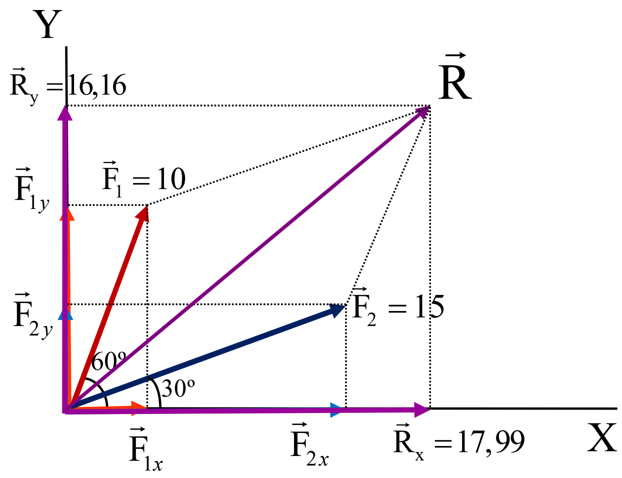
$$\vec{R}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} = \vec{F}_1 \cdot \mathrm{sen}\,\alpha + \vec{F}_2 \cdot \mathrm{sen}\,\beta$$

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = \left(\vec{R}_x\, , \vec{R}_y\right)$$

O seu módulo será:

$$\left|\vec{R}\right| = R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Exercicio: atopar a forza resultante de dúas forzas, F_1 = 10 N y F_2 = 15 N, que forman 60º y 30º respectivamente, co eixo X.



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{2y}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \underbrace{\left(\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x}\right)}_{\vec{R}_x} + \underbrace{\left(\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y}\right)}_{\vec{R}_y}$$

$$\vec{R}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = \vec{F}_1 \cdot \cos 60^o + \vec{F}_2 \cdot \cos 30^o = 10 \cos 60 + 15 \cos 30 = 17{,}99 \text{ N}$$

$$\vec{R}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} = \vec{F}_1 \cdot \text{sen}60^o + \vec{F}_2 \cdot \text{sen}30^o = 10 \text{ sen}60 + 15 \text{ sen}30 = 16{,}16 \text{ N}$$

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = (17{,}99 \,;\, 16{,}16)$$

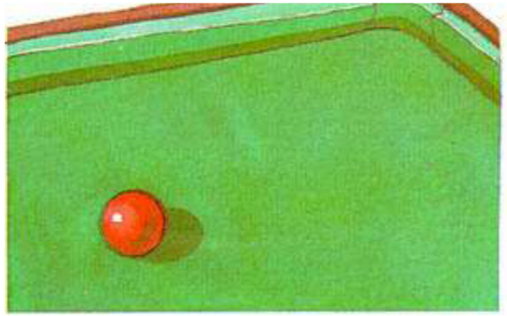
O seu módulo será: $\left|\vec{R}\right| = R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{17{,}99^2 + 16{,}16^2} = 24{,}18 \text{ N}$

1. Atopa o ángulo formado co eixo das X por unha forza de módulo 3,2 si a súa compoñente no eixo das X é 2,2.
2. Calcula a resultante de tres forzas no plano, $F_1(-3, 4)$, $F_2(6,-3)$, $F_3(-1,4)$

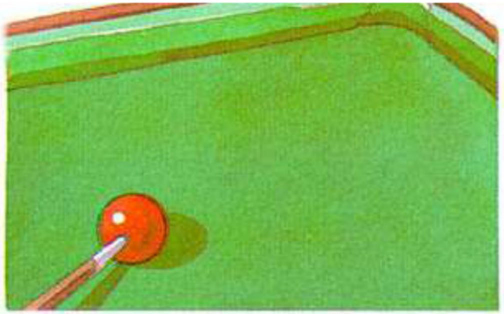
AS LEIS DE NEWTON

PRIMEIRO PRINCIPIO OU LEI DA INERCIA

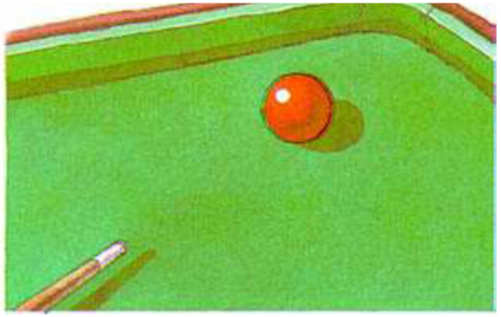
Si sobre un corpo non actúa ningunha forza ou a resultante das forzas que actúan é cero, o corpo permanece indefinidamente no seu estado de repouso, si estaba en repouso, ou de movemento rectilíneo e uniforme se estaba en movemento.



A bóla está en repouso



A acción da forza produce un movemento



O efecto é un movemento rectilíneo, se non existise rozamento sería uniforme. Se probásemos en superficies con menos rozamento tardaría mais en parar.

Os freazos bruscos demostran a existencia da **inercia**.

Este principio denomínase **Principio de inercia** porque indica a resistencia dun corpo a poñerse en movemento a partir do repouso ou a cambiar a súa velocidade. Denomínase inercia á tendencia que teñen os corpos a conservar o seu estado de movemento ou repouso.

Equilibrio dinámico: dise que un corpo está en equilibrio cando a súa **aceleración** con respecto ao sistema de referencia é **nula**, isto sucede cando a resultante de todas as forzas é cero.

Repouso dise que un corpo está en repouso cando a súa **velocidade** respecto ao sistema de referencia é **nula**.

SEGUNDO PRINCIPIO OU LEI FUNDAMENTAL DA DINÁMICA DE TRASLACIÓN

A resultante das forzas que actúa sobre o corpo de masa m, é igual ao produto de dita masa pola aceleración que adquire.

Cando un corpo se somete sucesivamente a varias forzas adquire aceleracións proporcionais a ditas forzas da súa mesma dirección e sentido.

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_3}{\vec{a}_3} = \ldots = \text{cte}$$

A constante de proporcionalidade entre a forza que actúa e a aceleración que orixina é a masa, que mide a resistencia que cada corpo opón ao movemento:

- A maior masa menor aceleración si a forza é a mesma.
- Canto maior é a masa dun corpo máis costa movelo

$$\boxed{\Sigma \vec{F} = m \vec{a}}$$

Aínda que se apliquen varias forzas sobre un corpo, a aceleración producida é única.

Un corpo sometido á acción dunha forza constante adquire un movemento uniformemente acelerado cuxa aceleración é constante en módulo e ten a mesma dirección e sentido que a forza aplicada.

A SEGUNDA LEI DE NEWTON ENGLOBA Á PRIMEIRA

Sabemos pola 2ª Lei que $\Sigma\vec{F} = m\ \vec{a}$

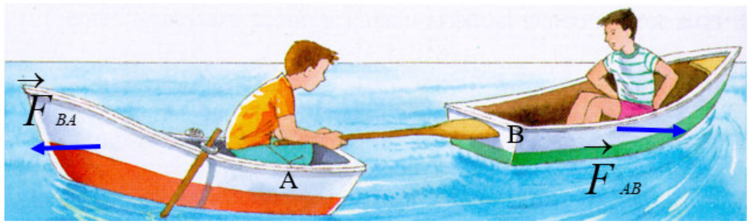
Si sobre un corpo non se exercen forzas ou a suma das forzas aplicadas sobre el é nula, temos que:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow m\vec{a} = 0 \Rightarrow$ Como m non pode ser cero, entón:

$$\vec{a} = 0 \begin{cases} \vec{v} = 0 \longrightarrow \text{O corpo permanece en repouso} \\ \text{ou} \\ \vec{v} = \text{cte} \longrightarrow \text{O corpo móvese con MRU} \end{cases}$$

TERCEIRO PRINCIPIO OU LEI DA ACCIÓN E REACIÓN

Cando un corpo exerce sobre outro unha forza (acción) o segundo exerce sobre o primeiro outra forza de igual valor pero de sentido contrario (reacción).

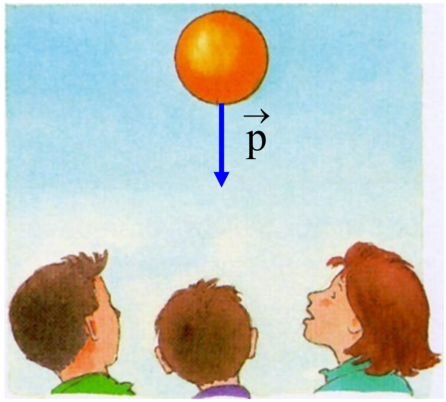


$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

As forzas exércense sobre corpos diferentes, por iso non se anulan.

Algunhas forzas importantes

• **PESO:**



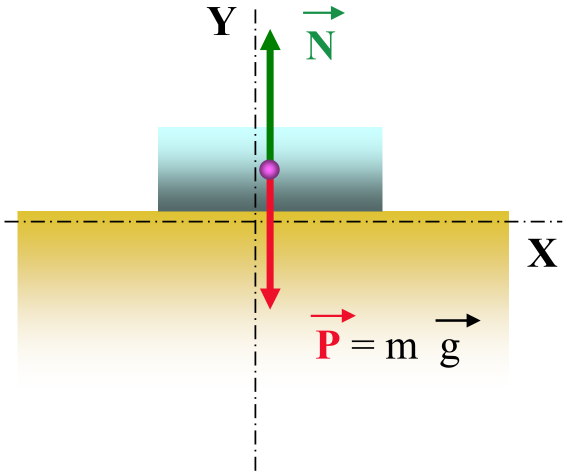
A **masa (cantidade de materia dun corpo)** é unha magnitude escalar de valor constante. A masa dun corpo é a mesma independientemente de onde nos atopemos.

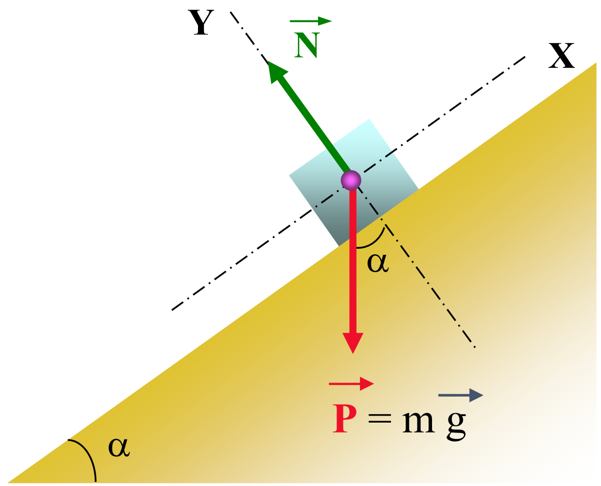
Peso (magnitude vectorial): forza con que un astro atrae aos obxectos que se encontran na súa superficie, é sempre vertical e hacia abaixo. **O seu valor non é constante, depende da gravidade.**

$$\vec{P} = m\,\vec{g}$$

• FORZA NORMAL: $\vec{N}$

Forza de reacción que aparece nas superficies de contacto de dous corpos. **É sempre perpendicular a ditas superficies .**

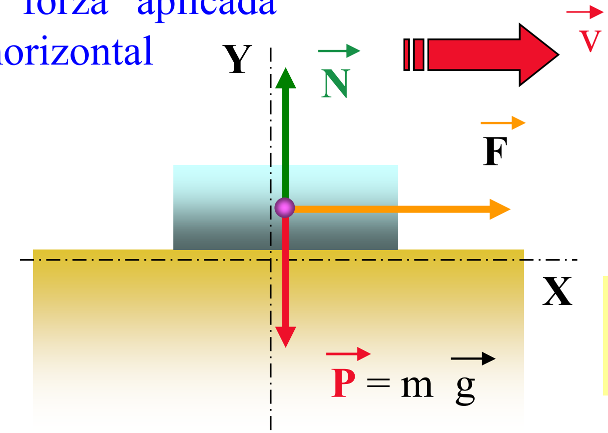




Para que exista normal debe de haber algunha forza presionando a superficie, do contrario non hai reacción. Pola lei de acción e reacción a normal é igual á forza de apoio.

Exemplos de como plantear os problemas de dinámica aplicando as leis de Newton. Supoñendo un corpo de masa m sobre un plano horizontal.

$\vec{F}$: forza aplicada horizontal

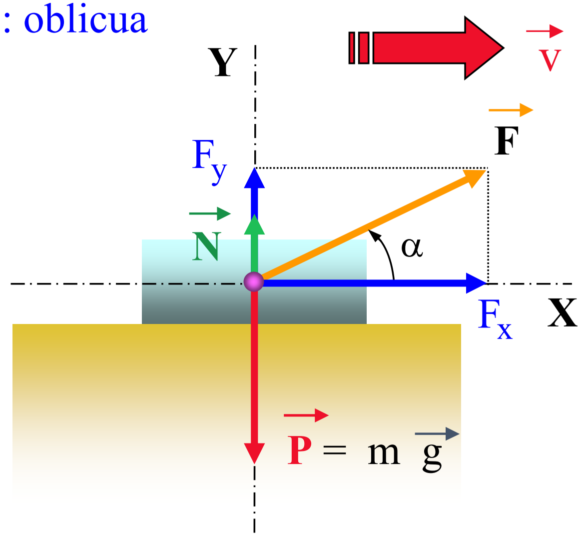


- Forzas na dirección do eixo X: $\sum F_x = F = m\,a_x$
- Forzas na dirección do eixo Y: $(a_y = 0)$

$$\sum F_y = N - P = m\,a_y \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow \mathbf{N = P = m\,g}$$

O corpo adquiere unha MRUA de aceleración $a_x = \dfrac{F}{m}$

$\vec{F}$: oblicua



$$\begin{cases} F_x = F\cos\alpha \\ F_y = F\,\text{sen}\,\alpha \end{cases}$$

- Forzas na dirección do eixo X

$$\sum F_x = m\,a_x \Rightarrow F_x = m\,a_x$$

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{F\cos\alpha}{m}$$

- Forzas na dirección do eixe Y: $(a_y = 0)$

$$\sum F_y = m\,a_y \Rightarrow N + F_y - P = m\,a_y \Rightarrow \mathbf{N} = P - F_y = \mathbf{mg - F\,sen\,\alpha}$$

1. Sobre un automóbil de 1.000 kg que se move a unha velocidade de 20 m/s actúa unha forza constante de 3.000 N no sentido do movemento. Calcular: a) o valor da forza normal; b) a aceleración do móbil; c) Cal é a velocidade do móbil 4 s despois?;d) que distancia recorre el móbil nese tempo? (Sol 9.800 N; 3 m/s^2; 32 m/s; 104 m)

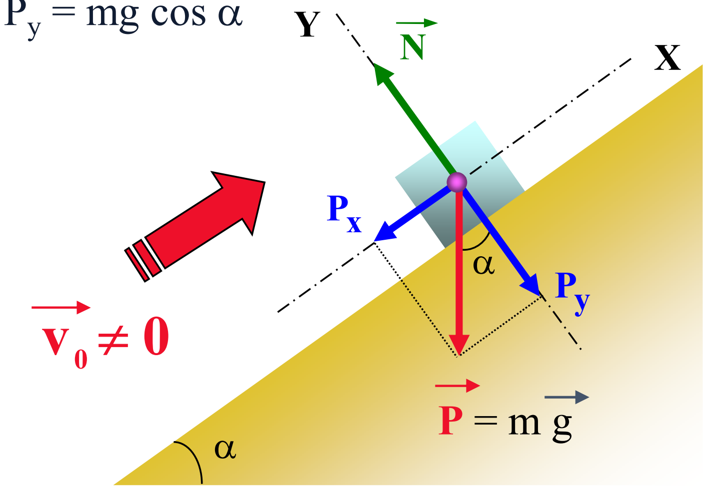
2. Repetir o problema anterior para o caso de que a forza se aplique no sentido oposto. (Sol 9.800 N; - 3 m/s^2; 8 m/s; 56 m)

3. Sobre un automóbil de 1.000 kg que se move a unha velocidade de 20 m/s actúa unha forza constante de 3.000 N, formando un ángulo de 30º co sentido do movemento. Calcular: a) o valor da forza normal; b) a aceleración do móbil; c) Cal é a velocidade do móbil 4 s despois?; d) Que distancia recorre o mobil nese tiempo? (Sol 8.300 N; 2,6 m/s^2; 30,4 m/s; 100,8 m)

Exemplos de **planos inclinados sin rozamento:**

Corpo, que foi impulsado, e sobe por un plano inclinado:

$$\begin{cases} P_x = mg \text{ sen } \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$



A forza inicial impulsora non se contabiliza

- Forzas na dirección do eixo X

$$\sum F_{ix} = m\,a_x \Rightarrow -P_x = m\,a_x \Rightarrow$$

$$-mg \text{ sen } \alpha = m\,a_x \Rightarrow a_x = -g \text{ sen } \alpha$$

Aceleración de frenado

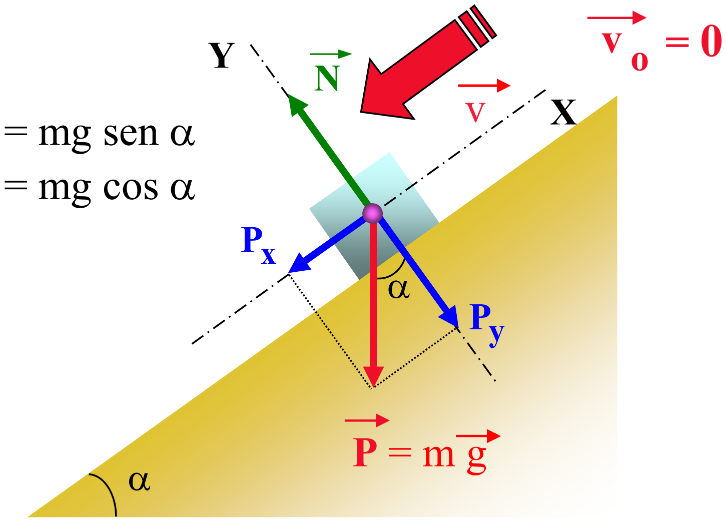
- Forzas na dirección do eixo Y

$$\sum F_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0$$

$$N = P_y = mg \cos \alpha$$

Corpo que desciende polo plano inclinado:

$$\begin{cases} P_x = mg \operatorname{sen} \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$



• Forzas na dirección do eixo X

$$\sum F_{ix} = m\, a_x \quad \Rightarrow \quad P_x = m\, a_x$$

$$mg \operatorname{sen} \alpha = m\, a_x \qquad \boxed{a_x = g \operatorname{sen} \alpha}$$

Acelera no descenso

• Forzas na dirección do eixo Y

$$\sum F_{iy} = m\, a_y \quad \Rightarrow \quad N - P_y = 0$$

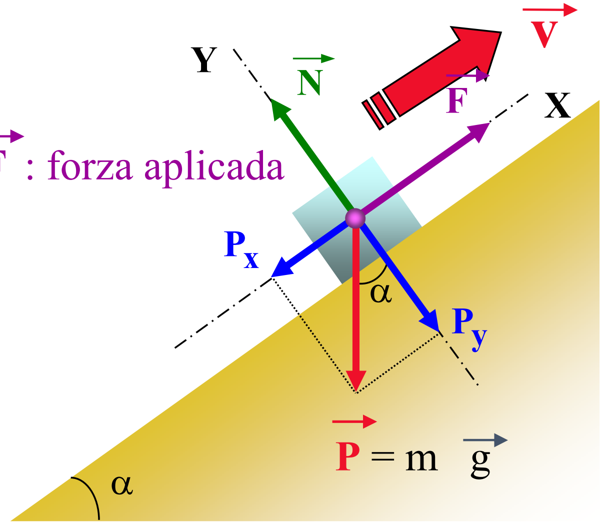
$$\boxed{N = P_y = mg \cos \alpha}$$

Exemplo dun corpo nun plano inclinado, sobre o que exercemos una forza paralela ao plano:

$$\begin{cases} P_x = mg \operatorname{sen} \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$

Para que o corpo suba acelerando, $F > P_x$

$\vec{F}$: forza aplicada



- Forzas na dirección do eixo X:

$$\sum F_{ix} = m\, a_x \;\Rightarrow\; F - P_x = m\, a_x$$

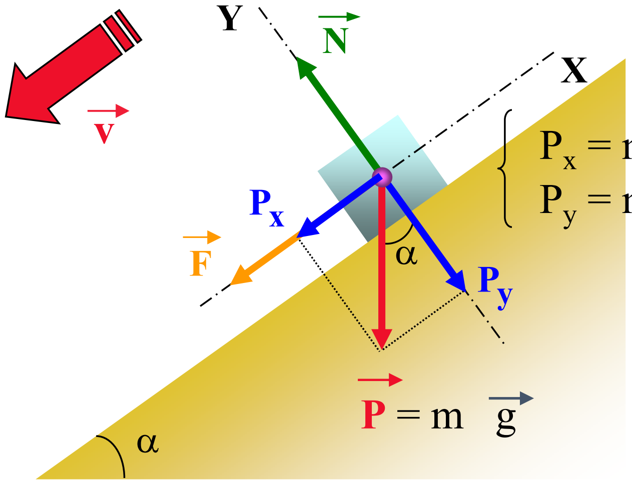
$$F - mg \operatorname{sen} \alpha = m\, a_x$$

- Forzas na dirección do eixo Y:

$$\sum F_{iy} = m\, a_y \;\Rightarrow\; N - P_y = 0 \Rightarrow\; N = P_y = mg \cos \alpha$$

A aceleración do corpo será: $a_x = \frac{1}{m}\left(F - m\, g \operatorname{sen} \alpha\right)$

$\vec{F}$: forza aplicada cara abaixo



$$\begin{cases} P_x = mg \operatorname{sen} \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$

- Forzas na dirección do eixo X:

$$\Sigma F_{ix} = m\, a_x \;\Rightarrow\; -F - P_x = m\, a_x$$

$$-F - mg \operatorname{sen} \alpha = m\, a_x$$

- Forzas na dirección do eixo Y:

$$\Sigma F_{iy} = m\, a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = mg \cos \alpha$$

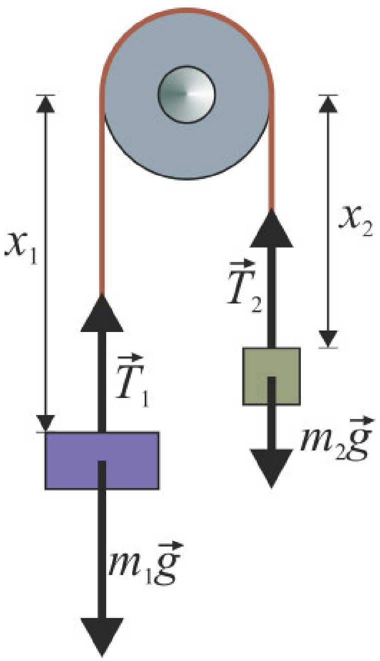
$$a_x = -\frac{1}{m}\left(F + m\, g \operatorname{sen} \alpha\right)$$

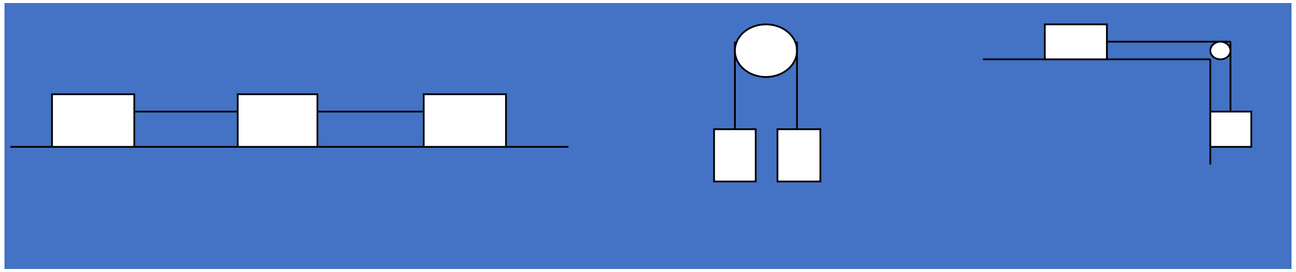
1. Calcular a aceleración coa que descende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40º, supoñendo que non existe rozamento. (Sol 6,3 m/s^2)

2. Calcular a aceleración coa que asciende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40º, supoñendo que non existe rozamiento, si sobre el se realiza unha forza paralela ao plano, e hacia arriba, de 160 N. (Sol 1,7 m/s^2)

• FORZA TENSIÓN: $\vec{T}$

Tensión: é a forza que mantén tenso un arame, cable, corda, cadea, fío, etc. A dirección é a mesma da corda, e o sentido é cara afora. Por suposto, debe haber unha forza en cada extremo, para manter tensa a corda. Represéntase como **T**.





Supoñendo que as poleas e as cuerdas teñen masas despreciables e que estas son inextensibles, podemos afirmar que se cumple que: os **módulos das tensión serán iguais**, en virtude da 3ª Lei de Newton.

$$T_1 = T_2$$

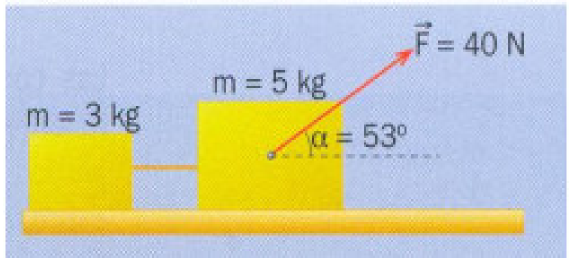
Os módulos das aceleracións dos corpos enlazados tamén serán iguais:

$$a_1 = a_2$$

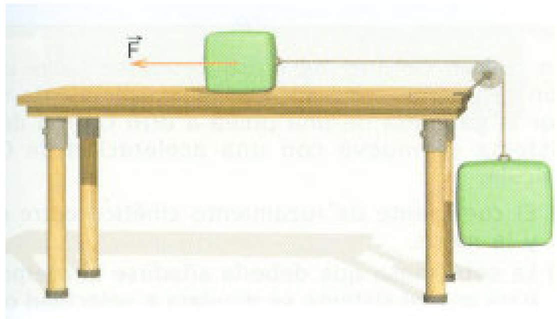
1. Unha máquina de Atwood ten colgados dous corpos, m = 2 kg y M = 5 kg. Si se libera o sistema, calcular a aceleración que adquiren e a tensión da cuerda. (Sol 28 N; 4,2 m/s^2)

2. Sobre un plano inclinado 45º sen rozamento descansa un corpo de 5 kg de masa unido mediante unha corda que pasa pola garganta dunha polea a outro corpo de 3 kg. Calcula:
a) En que dirección e con que aceleración se moverá o conxunto.
b) Cal será a tensión da corda. (Sol: 0,66 m/s^2 ; 31,4 N.)

3. Dúas masas de 3 e 5 kg, enlazadas por unha corda, móvense sobre unha mesa horizontal lisa baixo a acción dunha forza de 40 N que forma un ángulo de 53º coa horizontal, tal como se ve na figura. Calcular a aceleración do sistema e a tensión da corda que une as masas. (Sol: 3 m/s^2 ; 9 N.)



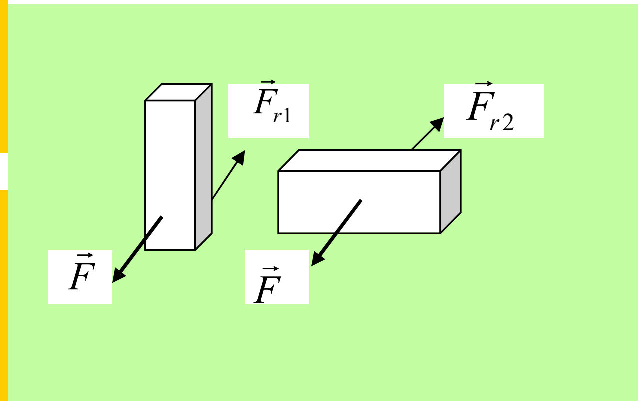
4. Un corpo de 4 kg. de masa descansa sobre unha mesa sen rozamento suxeita mediante unha corda que pasa pola garganta dunha polea a outro corpo de 6 kg. Que forza horizontal hai que aplicar ao primeiro corpo para que, partindo do repouso, avance 1 m sobre la mesa en 5 s? Cal é a tensión da corda? (Sol 59,6 N; 59,3 N)



FORZA DE ROZAMENTO

Cando un corpo se move roza coa superficie sobre a que se produce o movemento e isto crea una forza que se opón sempre ao movemento do corpo, paralela á superficie sobre a que se move e que recibe o nome de forza de rozamento.

1-**<u>Non depende da cantidade de superficie de contacto.</u>** Si a rugosidade da superficie e o tipo de material é o mesmo en todas as caras do corpo compróbase experimentalmente que a forza de rozamento é a mesma para todas as caras. $\vec{F}_{r1} = \vec{F}_{r2}$



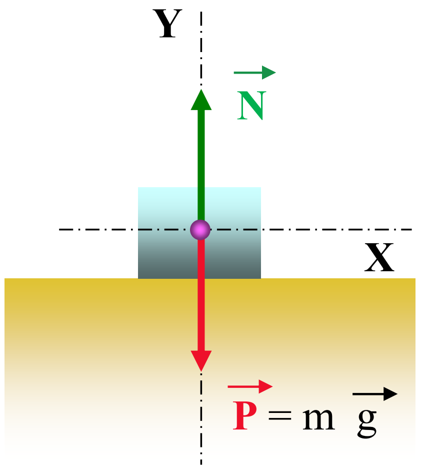
2-**<u>Depende da natureza das superficies en contacto</u>**. Orixínase polo contacto dunhas superficies con outras, por adherencias entre diversos materiais e pola rugosidade das superficies, a **máis rugosidade máis rozamento**. Existen táboas onde a cada material asígnaselle un valor característico obtido grazas a diversas medidas experimentais segundo o maior ou menor rozamento observado ao deslizar un obxecto sobre eles, **este valor constante e característico de cada material chámase coeficiente de rozamento μ.**

$$F_R = \mu N$$

3-**<u>Depende tamén da forza normal, á dicir da resultante das forzas perpendiculares á superficie sobre a que se move o cuerpo.</u>** Canto maior é a forza de apoio do corpo sobre a superficie de movemento maior é o rozamento coa mesma, en cambio as forzas que tenden a levantar ao corpo diminúen o seu apoio e polo tanto o seu rozamento.

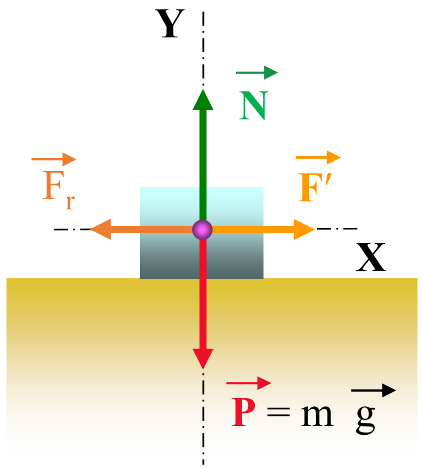
Existen dúas clases de rozamento, o estático que existe mentres o corpo non se move, e o dinámico, que existe cando o corpo se move sobre a superficie.

- Forza de rozamento estático $\vec{\mathbf{F}}_r$:



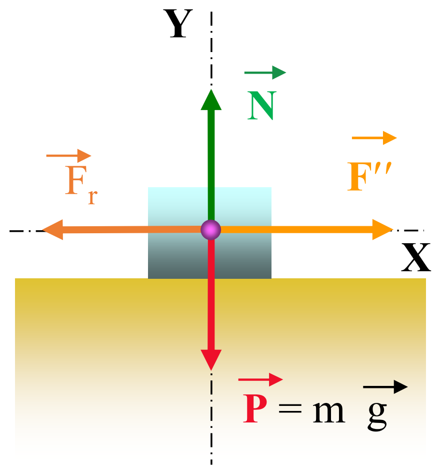
$F_r = 0$

Sen forza aplicada, non hai forza de rozamento



$F_r = F'$

Empezamos a facer forza. A forza de rozamento aparece equilibrando á forza aplicada



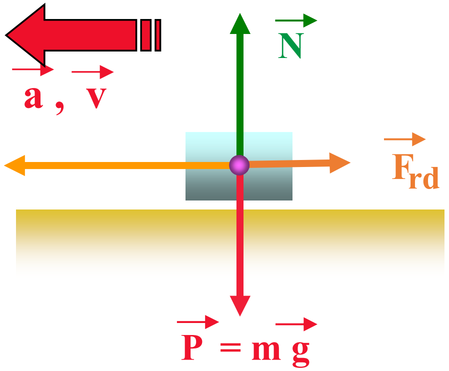
$F_{r\,max} = \mu_e\, N = F''$

Forza aplicada máxima sen que o corpo se mova, será igual que a forza de rozamento estático máxima

A forza de rozamiento estático, varía entre $0 \leq F_r \leq \mu_e\, N$

Unha forza aplicada $F > \mu_e\, N$, pon o corpo en movemento, e acelérao

- Forza de rozamiento dinámico : aparece cando se move o corpo.



$$Fr = \mu_d N$$

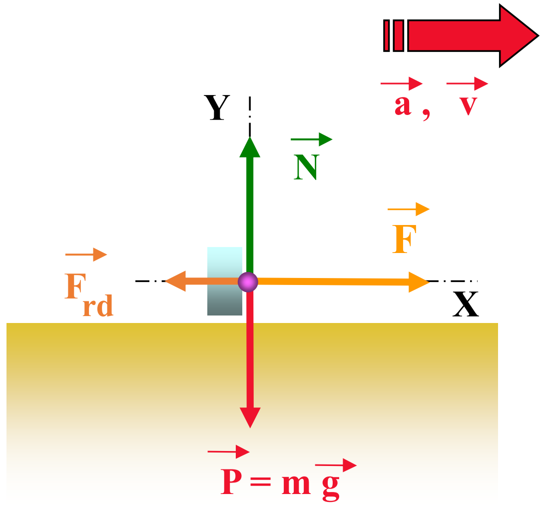
- Coeficiente de rozamento dinámico

$$\mu_d \leq \mu_e$$

O coeficiente de rozamiento estático é sempre maior que o dinámico porque un corpo en movemento roza menos coa superficie sobre a que se move que si está en repouso.

$\vec{F}$: forza aplicada

Se ocorre que $\vec{F} > \vec{F}_{rd}$



En ambos casos teremos:

- Forzas na dirección do eixo X

$$\left.\begin{array}{l} F - F_{rd} = m\,a \\ F_{rd} = \mu_d N \end{array}\right\} \Rightarrow F - \mu_d N = m\,a$$

- Forzas na dirección do eixo Y

$$N - P = 0 \Rightarrow N = P = m\,g$$

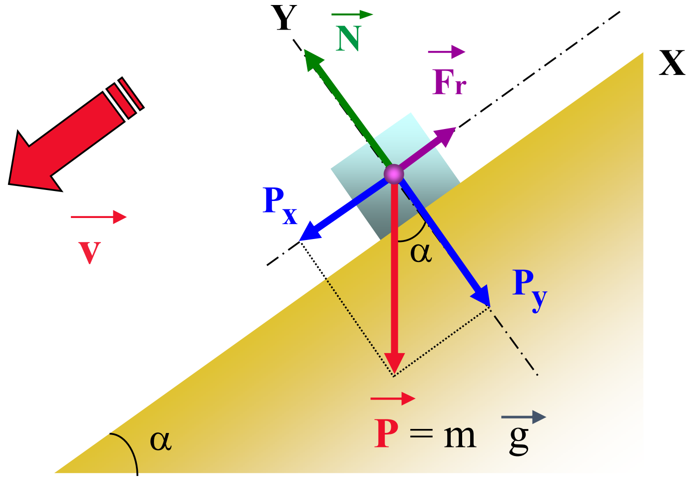
$$a = \frac{1}{m}\,(F - \mu_d \cdot m\,g)$$

Exemplos de **planos inclinados con rozamiento.**

Primero imos ver un corpo libre sobre un plano inclinado:

Supoñendo que $P_x > F_r$, entón o corpo descenderá acelerando.

$$\begin{cases} P_x = mg \text{ sen } \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$



- Forzas en la dirección del eje X

$$\left.\begin{array}{r} P_x - F_r = m\,a \\ F_r = \mu N \end{array}\right\} \Rightarrow m\,g \text{ sen } \alpha - \mu N = m\,a$$

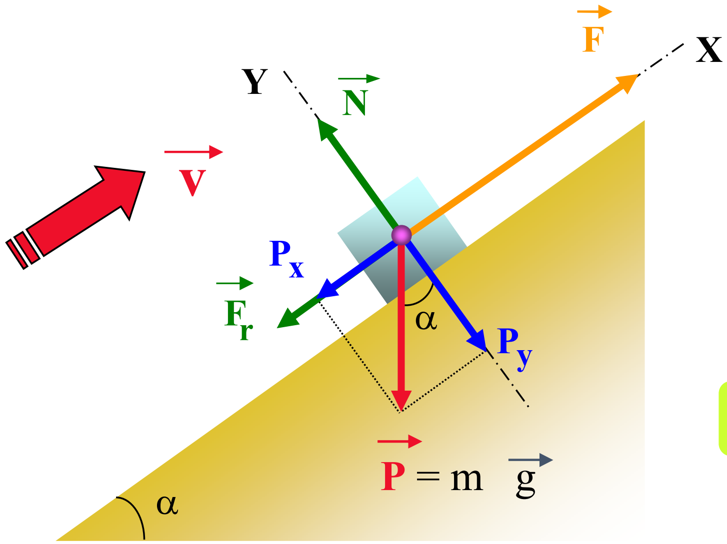
- Forzas na dirección do eixo Y

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m\,g \cos \alpha$$

$$a = g \text{ sen } \alpha - g\,\mu \cos \alpha$$

Corpo sobre o plano sometido a unha **forza paralela ao plano e cara arriba de forma que fai que o corpo ascienda acelerando**:

$$\begin{cases} P_x = mg \text{ sen } \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$



$\vec{F}$: forza aplicada

- Forzas na dirección do eixo X

$$\left.\begin{array}{r} F - P_x - F_r = m\ a_x \\ F_r = \mu N \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$F - P_x - \mu N = m\ a$$

- Forzas na dirección do eixo Y

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m\, g \cos \alpha$$

$$a = \frac{1}{m}(F - mg \text{ sen } \alpha - \mu\ mg \cos \alpha)$$

1. Calcular a aceleración coa que descende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40º, supoñendo que existe un coeficiente de rozamento de 0,2. (Sol 4,8 m/s^2)

2. Calcular a aceleración coa que asciende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40º, supoñendo que existe un coeficiente de rozamento de 0,2, si sobre el se realiza unha forza paralela ao plano, e cara arriba, de 160 N. (Sol 0,2 m/s^2)

3. Dado os sistema da figura, pídese calcular a aceleración e a tensión da corda se o coeficiente de rozamento é 0,2. (Sol a = 1,51 m/s^2; T = 3,51 N)