

CINEMÁTICA

2ª Parte

5

Estudo dalgúns movementos

5.1

MOVIMIENTO RECTILÍNEO E UNIFORME (M.R.U)

Un movementu rectilíneo e uniforme caracterízase porque:

- A súa traxectoria é unha liña recta
- O módulo, a dirección e o sentido da velocidade permanecen constantes co tempo

Polo tanto, non existe aceleración

$$a_n = 0$$

Trátase dun movementu rectilíneo

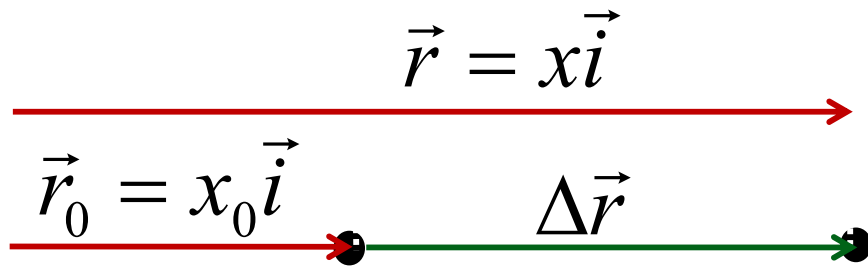
$$a_T = 0$$

O módulo da velocidade é constante

Se consideramos que os movementos rectilíneos a estudar teñen lugar nunha dimensión, podemos tomar o eixo X como a recta sobre a que se despraza o móvil, nos casos nos que o cae ou é lanzado verticalmente, tomarase o eixo Y.

Ecuacións do Movemento Rectilíneo Uniforme

Imos obter unha expresión matemática que nos permita calcular en calquera instante a posición e a velocidade.



Como a velocidade é constante, a velocidade instantánea e a velocidade media coinciden.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}$$

Como $v = \text{cte}$ e o obxecto móvese no eixe x

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

$$\Delta x = v\Delta t$$

$$x = x_0 + v\Delta t$$

Se $t_0=0$, obtemos:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Ecuación de posición del M R U

x_0 \longrightarrow Posición no instante inicial

x \longrightarrow Posición ao cabo de certo tempo

v \longrightarrow Velocidade do obxecto, que é constante

As ecuacións do movemento rectilíneo uniforme son

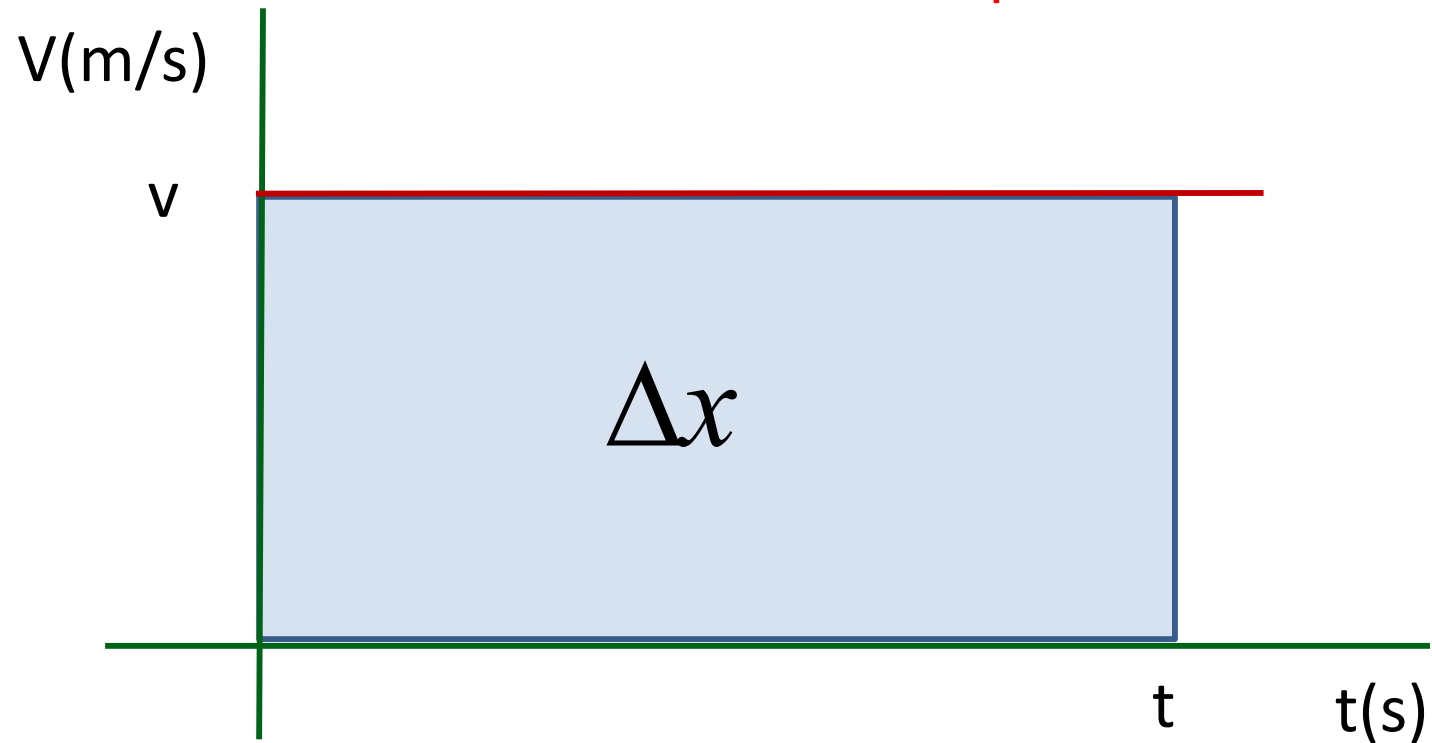
$$a = 0$$

$$v = \text{cte}$$

$$x = x_0 + v \cdot t$$

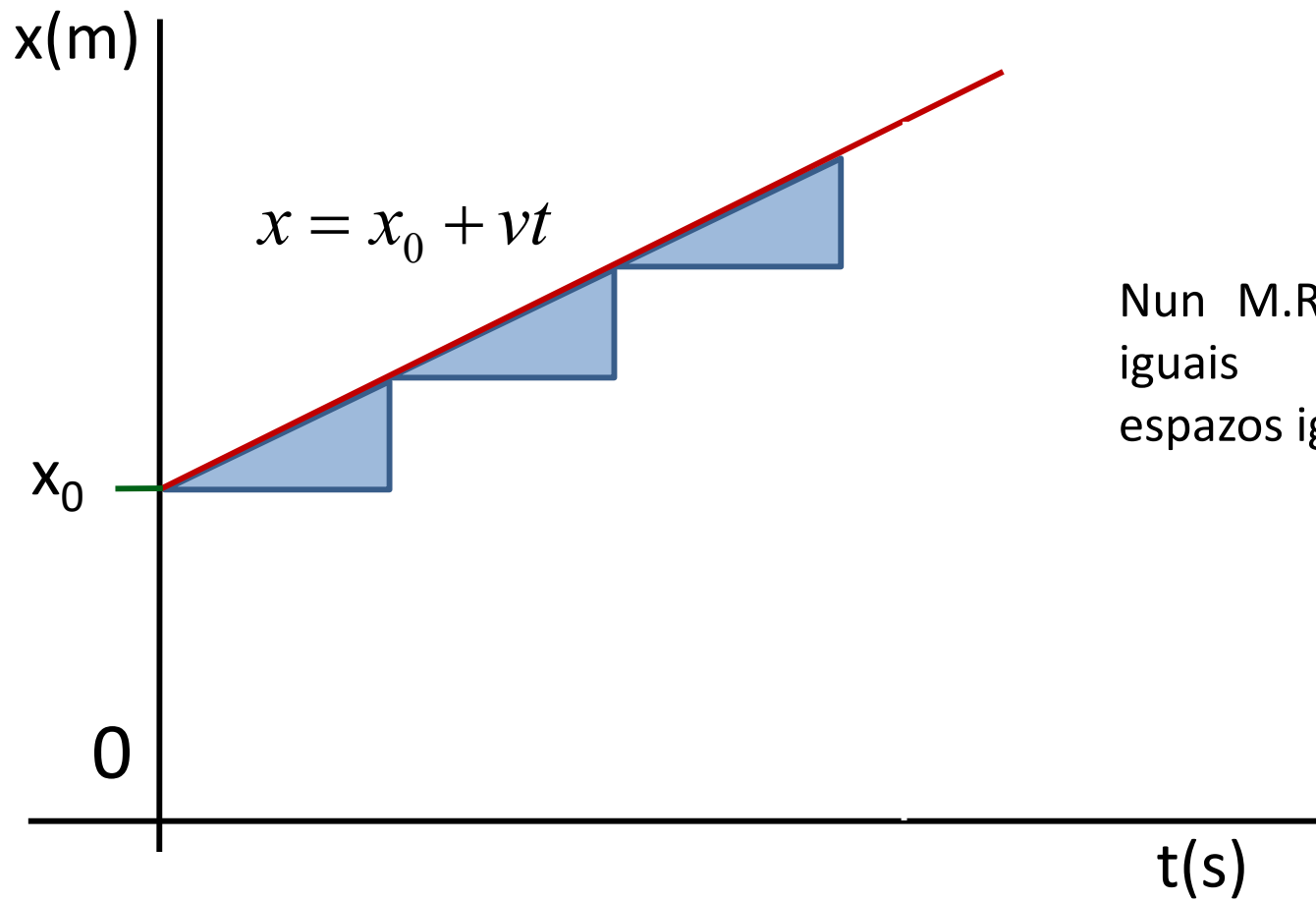
Gráficas del M.R.U.

Gráfica velocidade-tempo



A área baixo a curva representa o desprazamento e como a traxectoria é unha liña recta coincide co espazo recorrido polo móbil.

Gráfica posición-tiempo



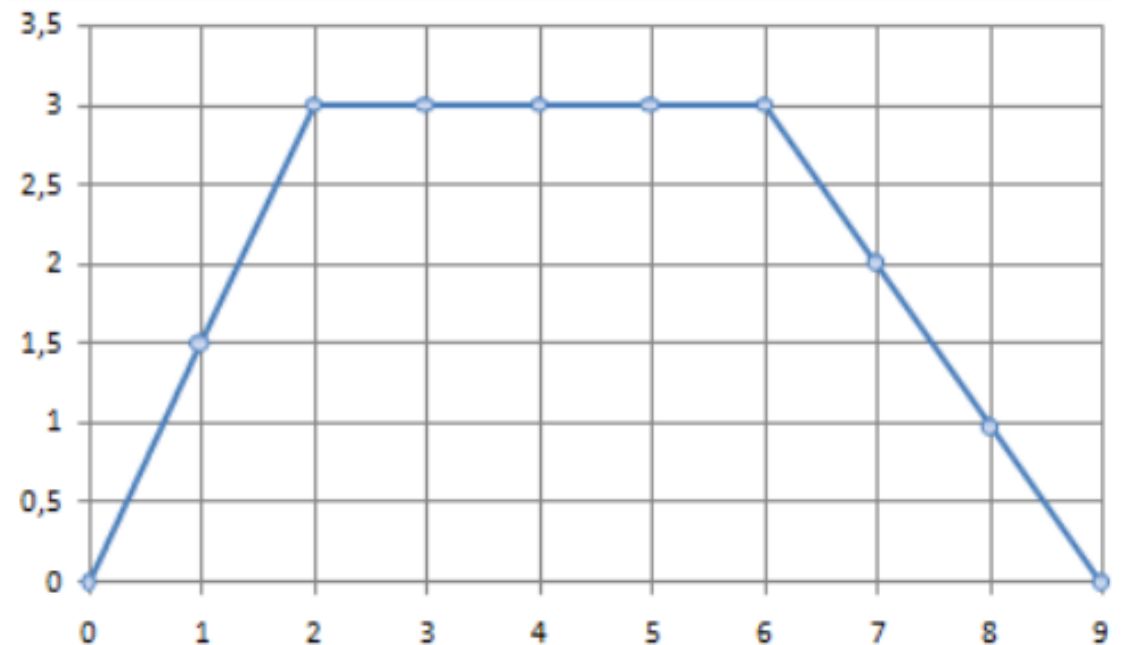
Nun M.R.U. en tempos iguais recórrense espazos iguais.

1. Mischo Erban pasou a historia como o patinador máis rápido da historia ao alcanzar 130 km/h. Pola súa parte, Jean-Yves Blondeau logrou alcanzar os 126 km/h. Si os dous patinadores circularan a súa máxima velocidade e se dirixiran un ao encontro do outro, canto tempo tardarán en atoparse e a que distancia do punto de saída de Mischo si ao principio a súa separación é de 10 km?

(Sol $t = 140,6$ s; $x = 5078$ m)

2. Para a seguinte gráfica posición – tempo

- Identificar o tipo de movemento en cada tramo.
- O espazo total percorrido
- A velocidade en cada tramo
- A velocidade media no percorrido



5.2

MOVIMENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A)

Un movimento rectilíneo uniformemente acelerado caracteriza-se porque:

- A sua trajetória é unha liña recta
- O módulo da velocidade varía proporcionalmente co tempo

Polo tanto:

$a_n = 0$, porque a trajetória é rectilínea

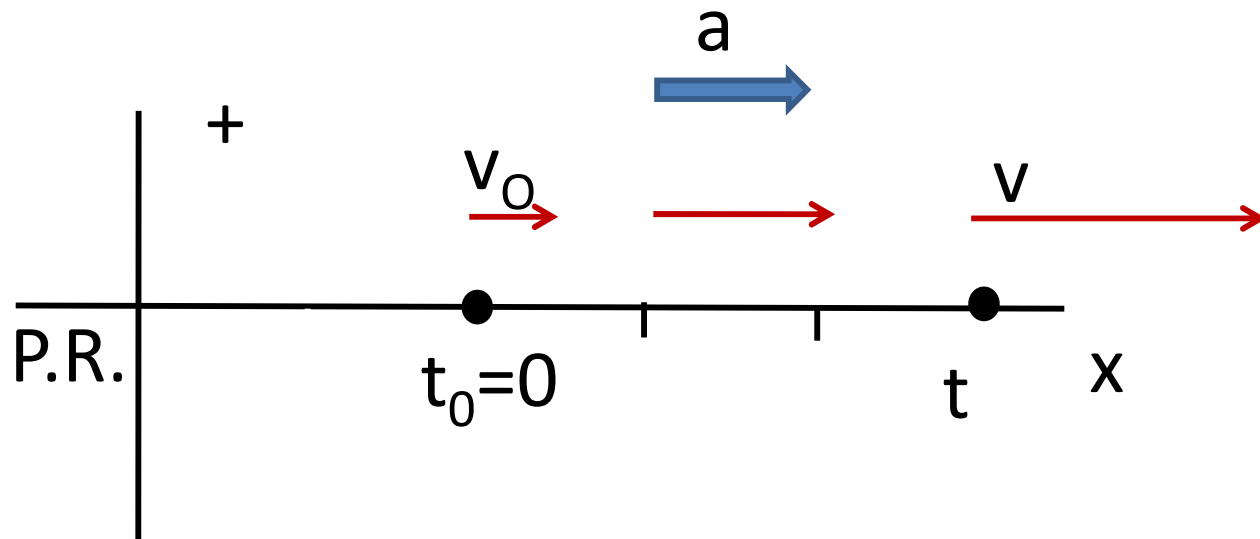
$a_T = \text{cte}$, porque o módulo da velocidade varía uniformemente

$$a = \text{cte} = a_T$$

Ecuaciones do Movemento

Rectilíneo Uniformemente Acelerado

Imos buscar as expresións matemáticas que relacionen as variables posición, velocidade, aceleración e tempo.



Sabemos $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

como $a = \text{cte}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

A partires desta expresión, despexando, obtemos a velocidade en calquera instante:

$$v = v_0 + at$$

Para atopar a ecuación de posición temos que ter en conta que

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

Debemos buscar una función que ao derivala nos de $v = v_0 + at$

As funcións que cumpren este requisito son:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Así, as ecuacións do MRUA son:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

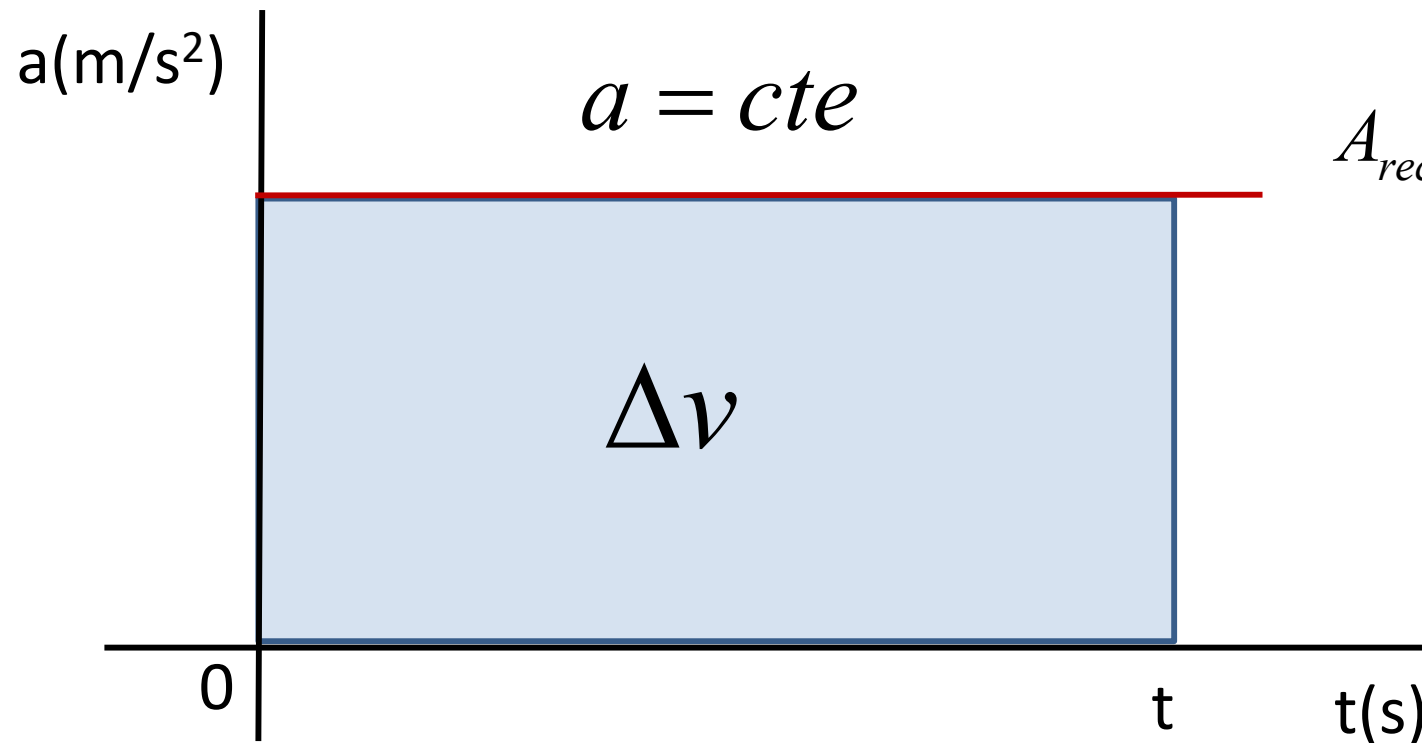
$$v = v_0 + at$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$a = cte$$

Gráficas do MRUA

Gráfica aceleración-tempo

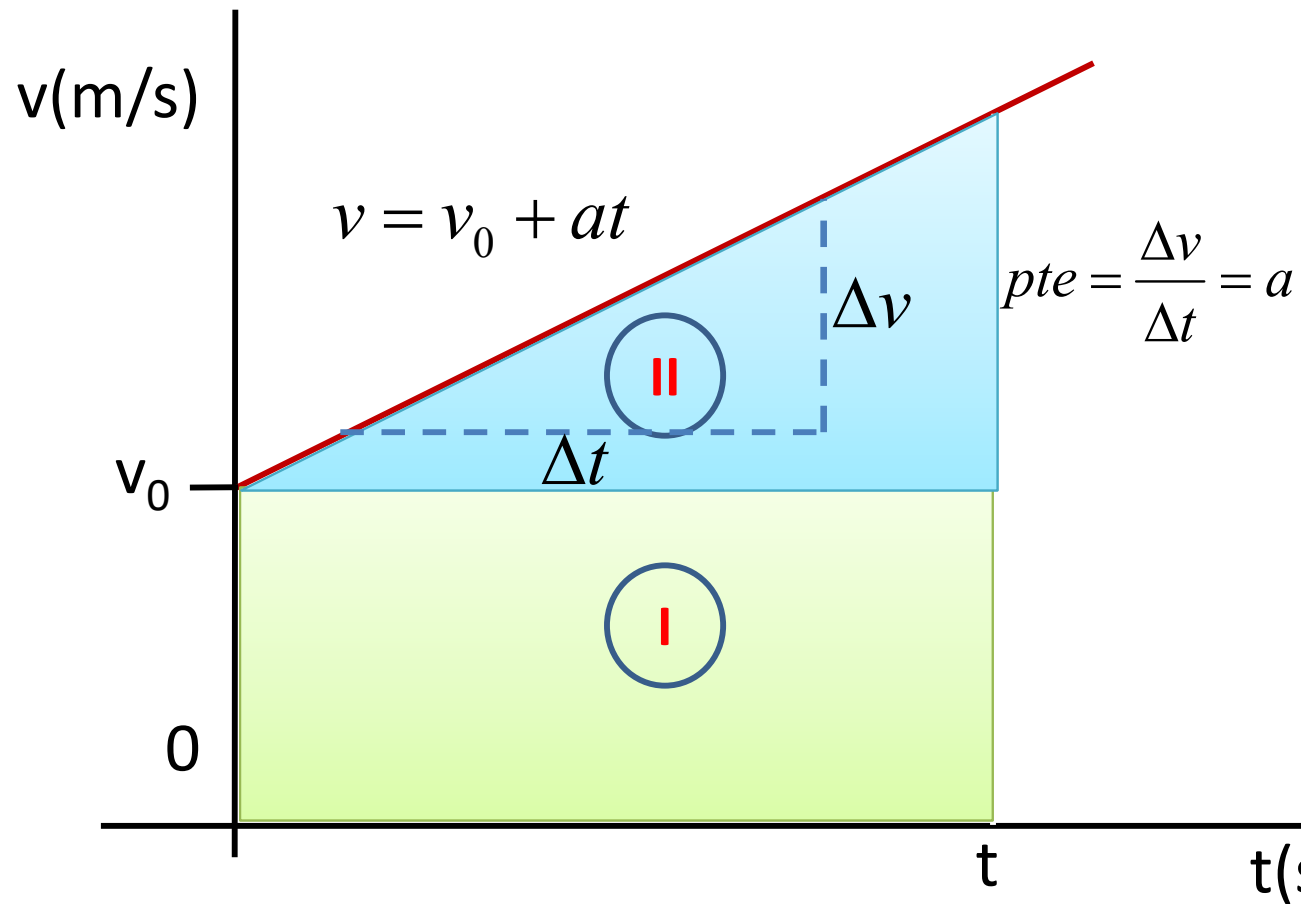


$$A_{rect.} = base \cdot altura$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

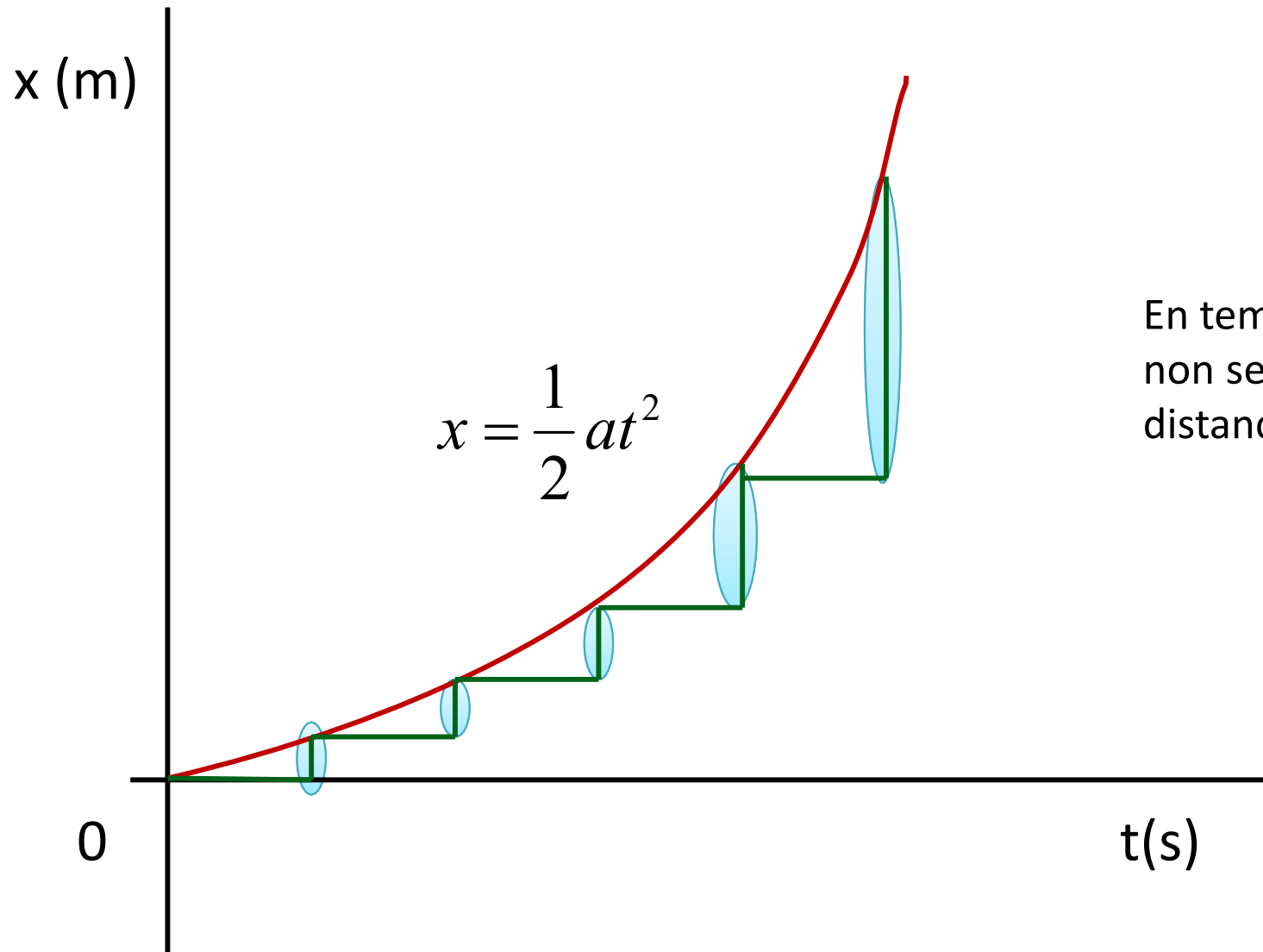
$$v = v_0 + at$$

Gráfica velocidade-tempo



Nun MRUA en tempos iguais a velocidad aumenta o mesmo.

Gráfica posición-tiempo



En tempos iguais
non se recorren
distancias iguais

1. Un atleta descende por unha rampa a unha velocidade de 3 m/s. Ao pasar o lado dunha pelota, esta recibe un impulso e comeza a descender cunha aceleración de 0,5 m/s. Canto tempo tardará a pelota a acadar ao atleta?

(Sol $t = 12$ s)

2. Un avión, cando toca pista ao aterrizar, acciona todos os sistemas de freado, que lle xeran unha desaceleración de 20 m/s^2 , recorrendo 100 metros para deterse.

Calcular:

a) Con que velocidade toca pista?

b) Que tempo necesitou o avión para detenerse?.

(Sol a) 63,25 m; b) 3,16 s)

5.3

CAÍDA LIBRE. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A)

A caída libre é un tipo de MRUA, onde a aceleración é a da gravidade. Na superficie terrestre tomarase o valor de $\vec{g} = -9,81 \vec{j}$ o signo depende do sistema de referencia escollido.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + a t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a s$$

$$a = g$$



$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = v_0 + g t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 g y$$

1. Dende unha azotea a 20 m de altura do chan lánzase verticalmente cara arriba unha pedra con velocidade de 25 m/s. Ao mesmo tempo dende o chan, lánzase outra pedra, tamén verticalmente cara arriba, cunha velocidade de 30 m/s. Calcula:

- a) A distancia do chan á que se cruzan e o tempo que tardan en cruzarse
- b) As velocidades de cada pedra nese instante.

(Sol a) 41,6 m; b) -14,2 m/s e -9,2 m/s)

2. Un observador situado a 40 m de altura ve pasar un corpo cara arriba cunha certa velocidade e ao cabo de 10 s ve pasar cara abaixo, cunha velocidade igual en módulo pero de distinto sentido.

- a) Cal foi a velocidade inicial do móbil?
- b) Cal foi a altura máxima alcanzada?

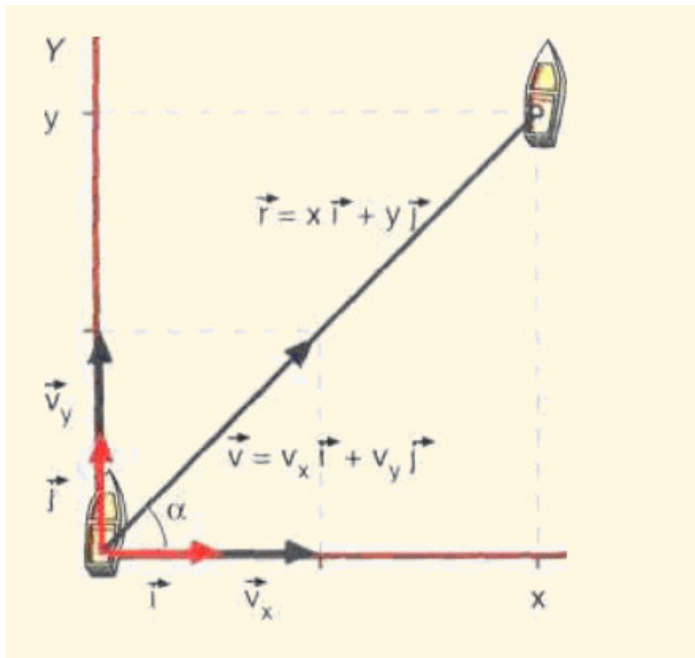
(Sol a) 56,4 m/s; b) 162,5 m)

5.4

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS. DOS MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS.

Se unha partícula se atopa sometida a varios movementos independentes entre si, o movemento resultante obtense sumando vectorialmente os movementos parciais.

Exemplo: supoñer un barco que quere alcanzar a outra orilla dun río navegando perpendicularmente á corrente.



V_R = velocidade da corrente do río.

V_B = velocidade do barco.

$$V = V_R i + V_B j$$

$$r = V \cdot t = V_R \cdot t i + V_B \cdot t j$$

1. Un nadador pretende cruzar un río cunha velocidade de 0,8 m/s, o río leva unha velocidade de 2 m/s perpendicular ao nadador.

- a) Vector posición e posición ao cabo de 2 s. ($\mathbf{r}(2) = 4\mathbf{i} + 1,6\mathbf{j}$ (m))
- b) Velocidade do nadador. (2,15 m/s)
- c) Se o río ten 10 m de ancho en que punto alcanzará a beira. (26,9 m)

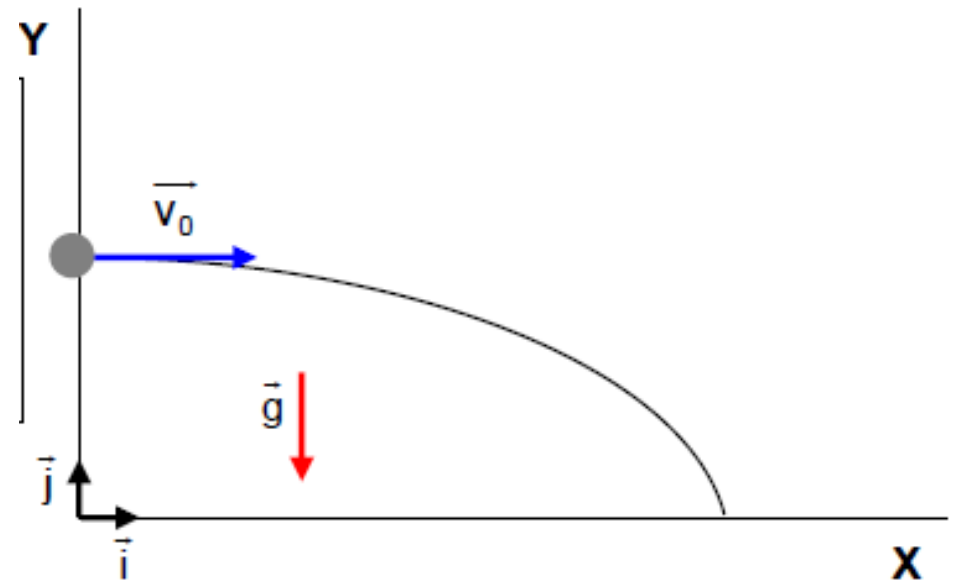
2. Unha barca cruza un río de 1000 m de ancho navegando en dirección perpendicular á ribeira. Se a velocidade media que imprime o motor á barca é de 18 km/h respecto á auga e o río descende a unha velocidade de 2,5 m/s:

- a) Cal será a velocidade da barca respecto á ribeira? ($\mathbf{v} = 2,5\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ (m/s))
- b) Canto tempo tarda en cruzar o río? ($t = 200$ s)
- c) En que punto da ribeira oposta desembarcara? ($\mathbf{r} = 500\mathbf{i} + 1000\mathbf{j}$ (m))

5.5

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS. TIRO HORIZONTAL.

Ten lugar cando un obxecto sometido a acción da gravidade é lanzado cunha determinada velocidade v_0 en dirección paralela ao chan. Pode considerarse como unha composición de dous movementos, un MRU de avance e un MRUA de caída, sendo a aceleración deste último a gravidade.



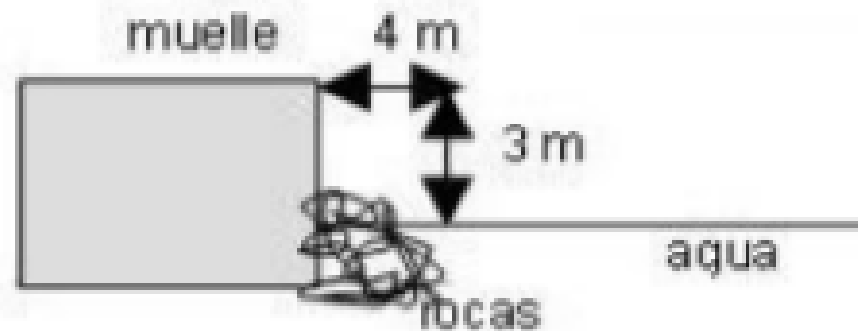
1. Dende unha fiestra situada a 20 m sobre o chan lánzase un obxecto cunha velocidade de 15 m/s.

Determinar:

- a) As ecuacións que describen o movemento do obxecto.
- b) O punto en que choca co chan. (30 m)
- c) Velocidade coa que chega ao chan. (25 m/s)
- d) Ángulo co que golpea o chan. ($-53,1^\circ$)

2. Estamos saltando á auga dende un muelle como o do debuxo.

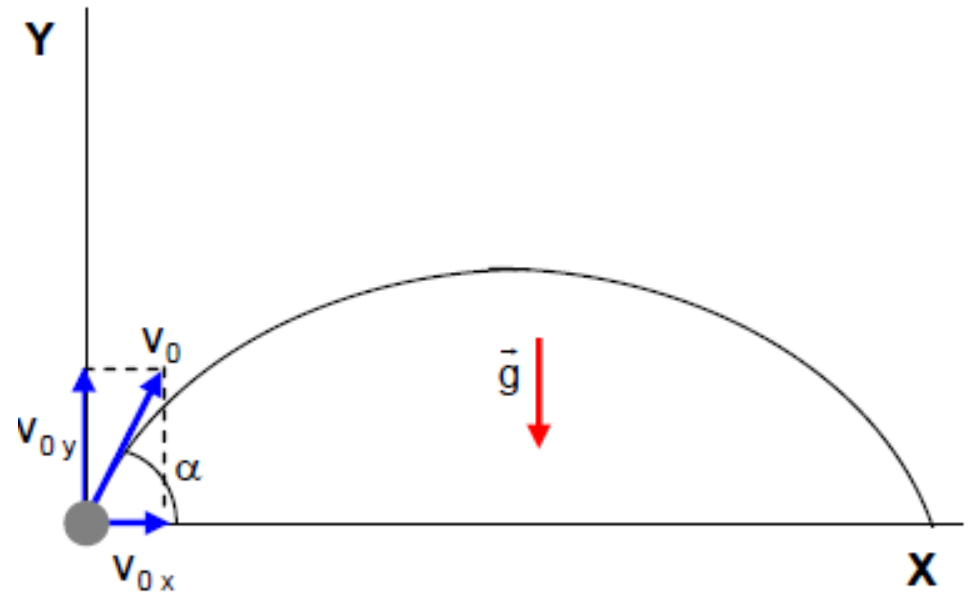
- a) Con que velocidade hai que correr polo muelle para caer en auga profunda si saltamos horizontalmente? (5,13 m/s)
- b) Canto tempo se tardará en chegar á auga? (0,78 s)



5.5

COMPOSICIÓN DE MOVEMENTOS. TIRO OBLICUO.

Ten lugar cando un obxecto sometido a acción da gravidade é lanzado cunha determinada velocidade v_0 que forma un ángulo α coa horizontal. Pode considerarse como unha composición de dous movementos, un MRU de avance no eixo das X e un MRUA de caída no eixo das Y, sendo a aceleración deste último a gravidade.



1. Un futbolista realiza un lanzamiento de balón cunha velocidade de 20 m/s formando un ángulo de 30° co chan. Calcular:

- a) Vector posición aos 2 s despois do lanzamento. ($r = 34,64 i + 0,4 j$ m)
- b) Vector velocidade aos 2s e o seu módulo ($v = 17,32 i - 9,6 j$ m/s; $v = 19,8$ m/s)
- c) Altura máxima (5,1 m)
- d) Alcance máximo (35,3 m)

2. Una estudante se monta en una montaña rusa con varias vueltas completas. Cuando su coche empieza la primera vuelta y a 20 m del suelo se inclina 100° sobre la horizontal, se le caen las llaves del bolsillo de la camisa. Si la velocidad en ese momento es de 15 m/s, ¿a qué distancia de ese punto tendrá que buscar las llaves?
(Sol 10,5 m)

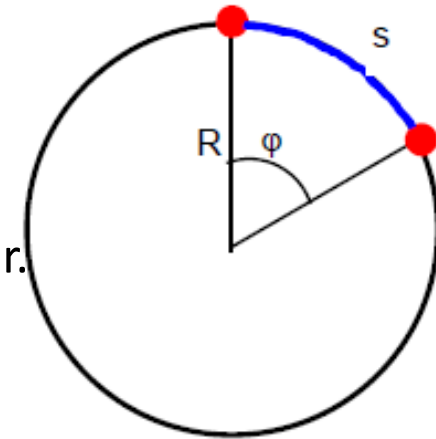
5.5

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU).

Percorrem unha traxectoria circular con velocidade constante.

$a_n \neq 0 = \text{cte}$ O movemento posúe unha traxectoria circular.

$a_t = 0$ A velocidade é constante



$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

$$\omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

ω : rad/s

φ : rad

t : s

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

$\text{rad}(\varphi) = \text{lonxitude do arco(m)}/\text{raio da circunferencia} = \mathbf{s/R}$

$$\mathbf{S = \varphi \cdot R}$$

$$\mathbf{v = \omega \cdot R}$$

1 volta = $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$

O movimento circular uniforme é periódico, xa que se repite a intervalos de tempos iguais.

Período (T): tempo que o punto tarda en dar unha volta completa. Mídese en segundos.

Frecuencia (f): número de voltas que o punto da en un segundo. Mídese en s^{-1} ou hertzios (Hz).

$$T = 1/f$$

Aceleración centrípeta para un movemento circular.

$$\left. \begin{array}{l} a_n = \frac{v^2}{R} \\ v = \omega R \end{array} \right\} a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

1. Un punto describe unha traxectoria circular de 30 cm de raio, tardando 3,52 s en dar cinco voltas. Calcular:

- a) Velocidade angular en rpm e en rad/s. (87 rpm, $2,9 \pi$ rad/s)
- b) O período e a frecuencia do movemento. (0,7 s, 1,4 Hz)
- c) O ángulo xirado ao cabo de 0,85 s de iniciado o movemento. (7,7 rad)
- d) A aceleración centrípeta. ($24,9 \text{ m/s}^2$)

2. Teniendo en cuenta que la Tierra gira alrededor del Sol en 365.25 días y que el radio de giro medio es de $1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, calcula (suponiendo que se mueve en un movimiento circular uniforme):

- a) El módulo de la velocidad angular en rad/día. ($\omega = 0.0172 \text{ rad/día}$)
- b) El módulo de la velocidad a que viaja alrededor del Sol. ($v = 29861 \text{ m/s}$)
- c) El ángulo que recorrerá en 30 días. ($\theta = 0.516 \text{ rad}$)
- d) El módulo de la aceleración centrípeta provocada por el Sol. ($a = 5.9 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$)

5.6

MOVEMENTO CIRCULAR UNIFORME ACCELERADO (MCU).

Percorren unha traxectoria circular, pero a velocidade angular varía co tempo. A aceleración angular, α , é a rapidez coa que varía a velocidade angular en función do tempo.

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

ω : rad/s

φ : rad

t : s

α : rad/s²

RELACIÓNS MAGNITUDES
ANGULARES ^E
MAGNITUDES LINEAIS

$$S = \varphi \cdot R$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$a_t = \alpha \cdot R$$

1. Un punto móvese describindo unha circunferencia de radio 80 cm cunha velocidade de 12 rad/s cando comeza a frear e a súa velocidade diminúe a razón de 2,6 rad/s cada segundo.

- a) Obter as ecuacións que describen o movemento do punto.
- b) Calcular o tempo que tarda en frear e as voltas que da ata que frea. (46 s, 4,4 voltas)

2. Un ventilador de 20 cm de radio que xiraba a 600 r.p.m., desconéctase e deterse en 8 s. Calcula:

- a) A aceleración centrípeta no borde da súa aspa antes de empezar a deterse. ($a_c = 789 \text{ m/s}^2$)
- b) A aceleración angular suposta constante. ($\alpha = -20 \pi / 8 \text{ rad/s}^2$)
- c) A velocidade angular para $t = 3 \text{ s}$. ($\omega = 12,5\pi \text{ rad/s}$)
- d) As voltas que da ata deterse. ($\theta = 40$ voltas)