

**CINEMÁTICA**

1

## QUE É A CINEMÁTICA?

A cinemática é a parte da física que estuda o movemento dos corpos sen ter en conta as causas que o producen

2

## QUE É O MOVEMENTO?

Decimos que un corpo móvese cando cambia de lugar.

A localización dun punto no espazo respecto de outro punto que tomamos como referencia (P.R.) recibe o nome de **posición**.

Para saber se un corpo se atopa en movemento, é preciso fixar a súa posición nun instante determinado respecto ao P.R.. Se a súa **posición varía co tempo**, dise que, respecto a ese punto, o obxecto está en **movemento**.



O condutor está en repouso respecto ao seu acompañante, pero en movemento respecto ao peatón.

3

## ELEMENTOS FUNDAMENTAIS DO MOVIMENTO

A

O OBJECTO QUE SE MOVE: UN PUNTO MATERIAL

B

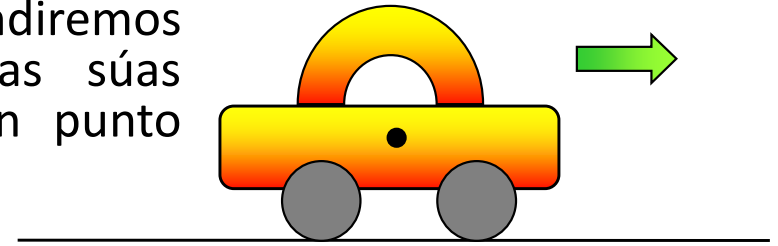
O SISTEMA DE REFERENCIA

C

TRAXECTORIA DESCRITA POR UN MÓBIL

## A O OBXECTO QUE SE MOVE: UN PUNTO MATERIAL

Para simplificar o estudo do movemento prescindiremos de todos os compoñentes do corpo e das súas dimensións e tratarémolos como se fose un punto material.

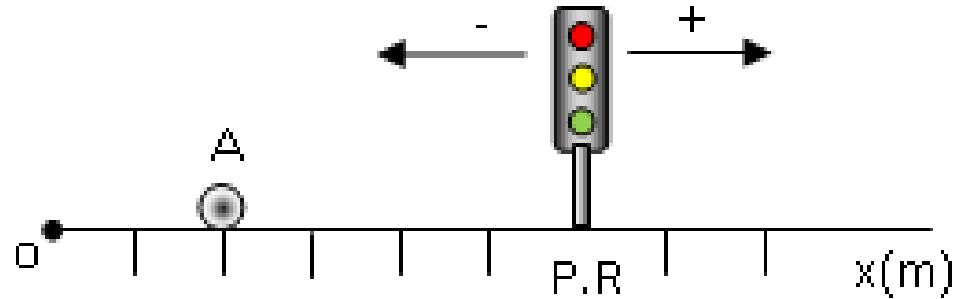


## B O SISTEMA DE REFERENCIA

Para determinar a posición dun punto en calquera instante é necesario fixar outro punto no espacio como referencia, é dicir, un punto de referencia (P.R.)

- O punto de referencia pode ser calquera obxecto, real ou imaxinario.
- Se o punto de referencia está en repouso ou se move con velocidade constante dicimos que é un sistema de referencia inercial. Podemos considerar la Terra como un **sistema de referencia inercial**.

## EJEMPLO



### Caso 1

Tomamos como P.R. a orixe do eixo x:

O obxecto A atópase a 2 m do P.R. na parte dereita ou positiva

### Caso 2

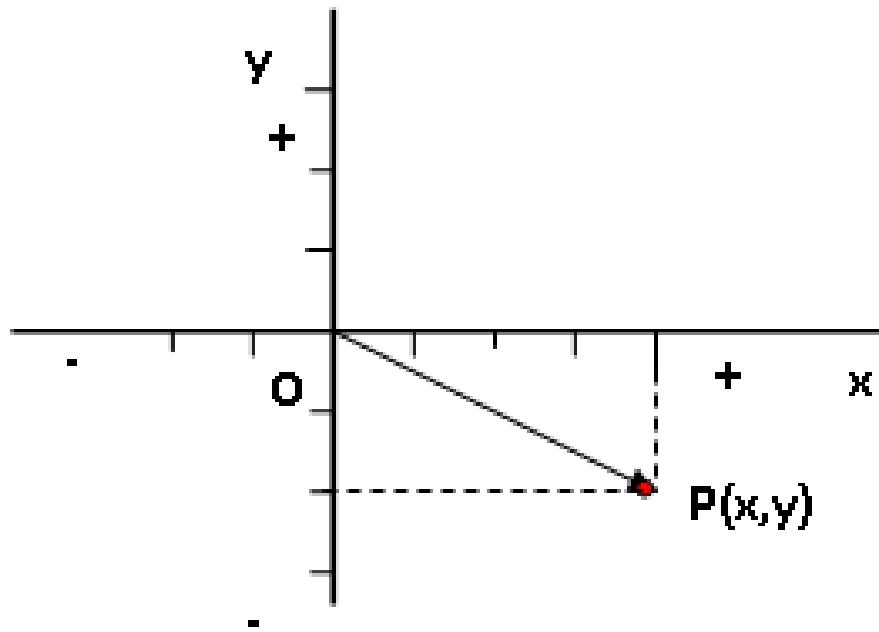
Tomamos como P.R. o semáforo

O obxecto A atópase a 4 m do P.R. na parte esquerda ou negativa

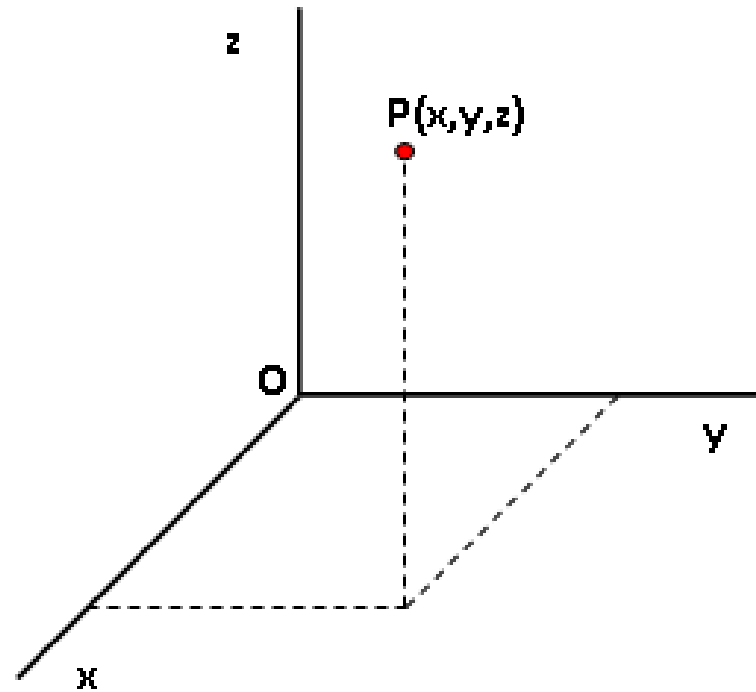
**Observa que ademais é necesario establecer un criterio de signos!**

# Sistema cartesiano de referencia

No plano



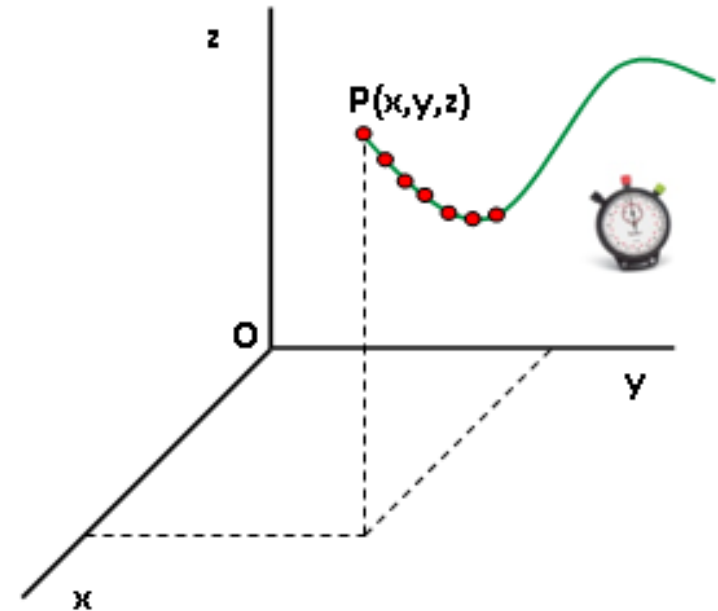
No espacio





## TRAXECTORIA DESCRITA POLO MÓBIL

O punto  $P(x,y,z)$  estará en repouso respecto a  $O$  se as súas coordenadas permanecen constantes co tempo. Cando o punto  $P$  se move, as súas coordenadas van tomando distintos valores co tempo.



**A traxectoria é o lugar xeométrico das sucesivas posicións que vai tomando un punto móbil no espazo.**

Exemplos: rastro que deixa un caracol, un avión,...

# 4

# MAGNITUDES DO MOVIMENTO

## Coñecementos Previos

As magnitudes necesarias para o estudo do movemento poden ser:

### □ MAGNITUDES ESCALARES

- Espazo recorrido
- Tempo

Para ser definidas só necesitamos coñecer o seu valor numérico e a unidade correspondente

### □ MAGNITUDES VECTORIAIS

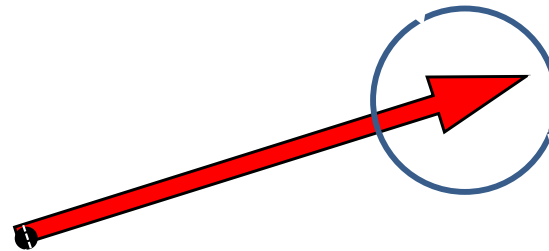
- Posición
- Desprazamento
- Velocidade
- Aceleración

Para estar correctamente definidos precisamos coñecer o seu:

- Punto de aplicación ou orixe
- Módulo, intensidade ou valor numérico e a súa unidade.
- Dirección (liña na que se apoia o vector)
- Sentido, ven indicado pola punta da frecha

# Elementos dun vector

SENTIDO



DIRECCIÓN

MÓDULO

PUNTO DE APLICACIÓN

4

## MAGNITUDES DO MOVIMENTO

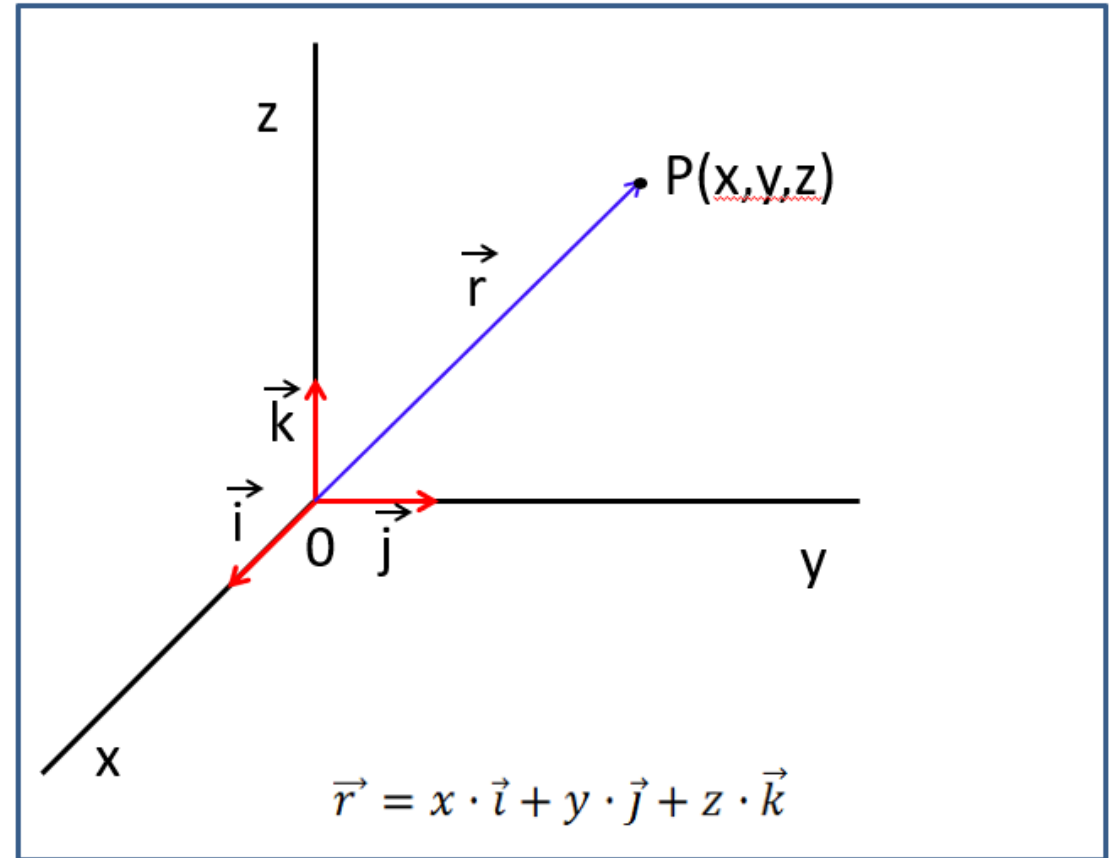
- A VECTOR DE POSIÇÃO
- B VECTOR DESPRAZAMENTO
- C ESPAZO RECORRIDO
- D VELOCIDADE
- E ACELERACIÓN

# A

## VECTOR DE POSICIÓN

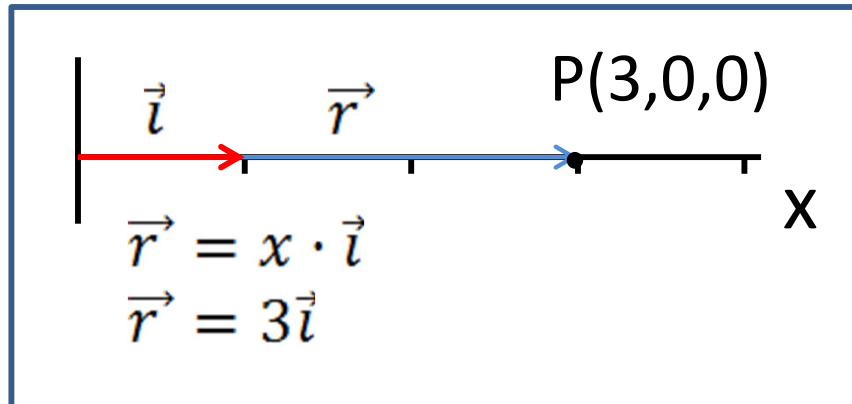
Existen dúas formas de localizar un punto (P) no espazo:

- Coordenadas cartesianas  $\vec{P}(x,y,z)$
- Cun vector de posición,  $\vec{r}$ , é un vector que une a orixe do sistema de referencia co punto P. A orixe deste vector atópase sempre na orixe de coordenadas e o seu extremo coincide en cada instante coa posición do punto móvil. Ten unidades de lonxitude, SI serían metros. O módulo deste vector indícanos a distancia en liña recta dende a partícula á orixe do sistema de referencia escollido.



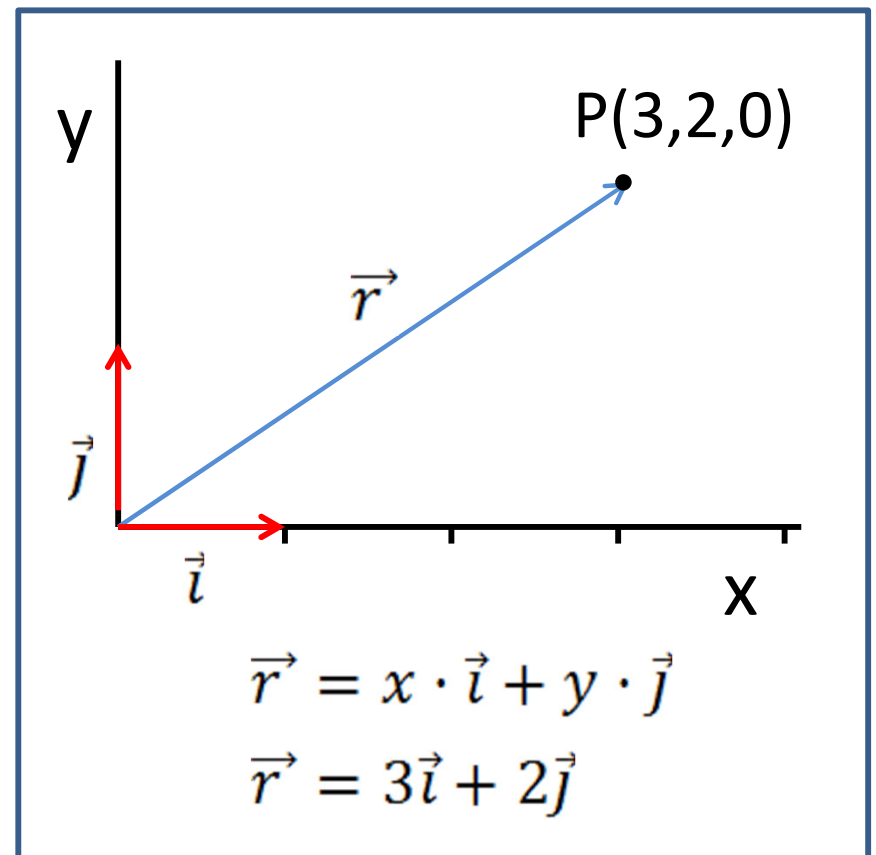
## Exemplos

Nunha dimensión



Onde  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  son vectores unitarios que teñen a dirección dos eixes , x, y, z, respectivamente e sentidos positivos

No plano



## O módulo do vector de posição

Vector de posición

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

Módulo

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

## B VECTOR DESPRAZAMENTO

Se nun instante determinado un móbil se atopa na posición  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  e ao cabo de certo tempo a súa posición é  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  dise que o móbil desprazouse dende o punto  $P_0$  ao  $P_1$ . Este cambio de posición ven definido polo vector desprazamento,

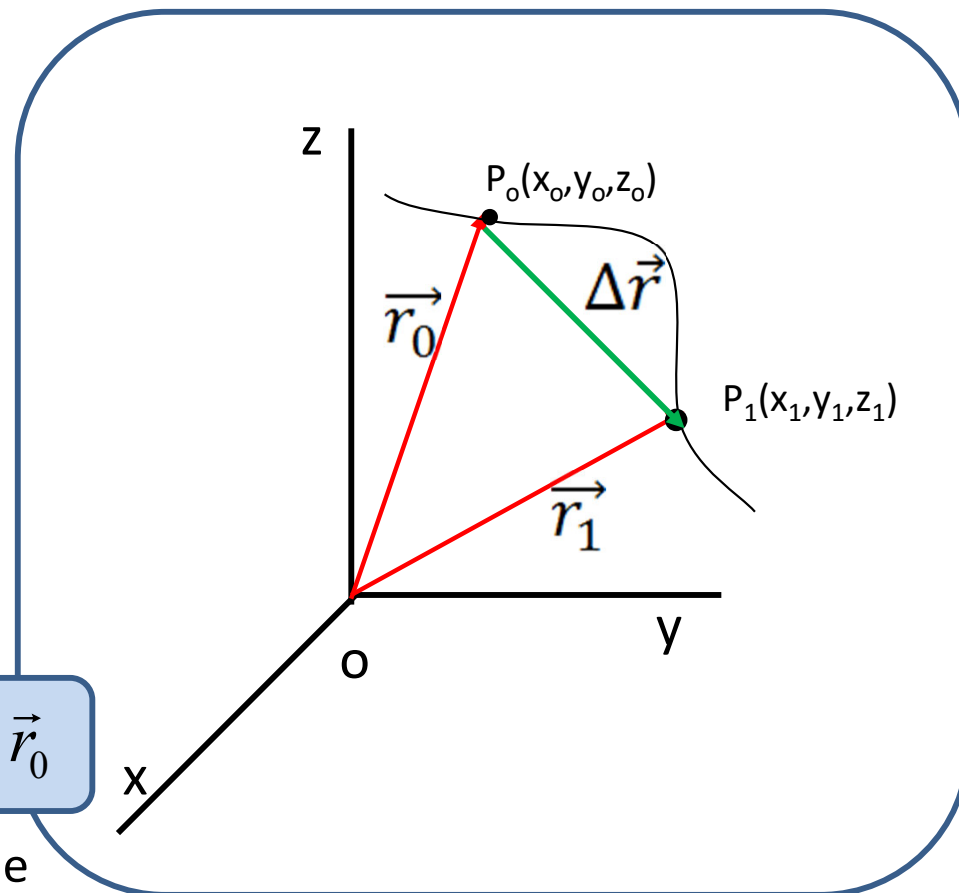
$$\Delta\vec{r}$$

O **vector desprazamento** é un vector que ten a súa orixe na posición inicial do móbil e o seu extremo na posición final. É a diferenza entre o vector de posición final e o inicial.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_0$$

Neste vector só interveñen as posicións inicial e final do móbil, é independente da traxectoria seguida.

O **módulo do vector desprazamento** proporciona a distancia que o obxecto se **despraza en liña recta**. En xeral esa distancia non coincide coa distancia recorrida polo corpo, a non ser que leve movemento rectilíneo e que non varíe de sentido.



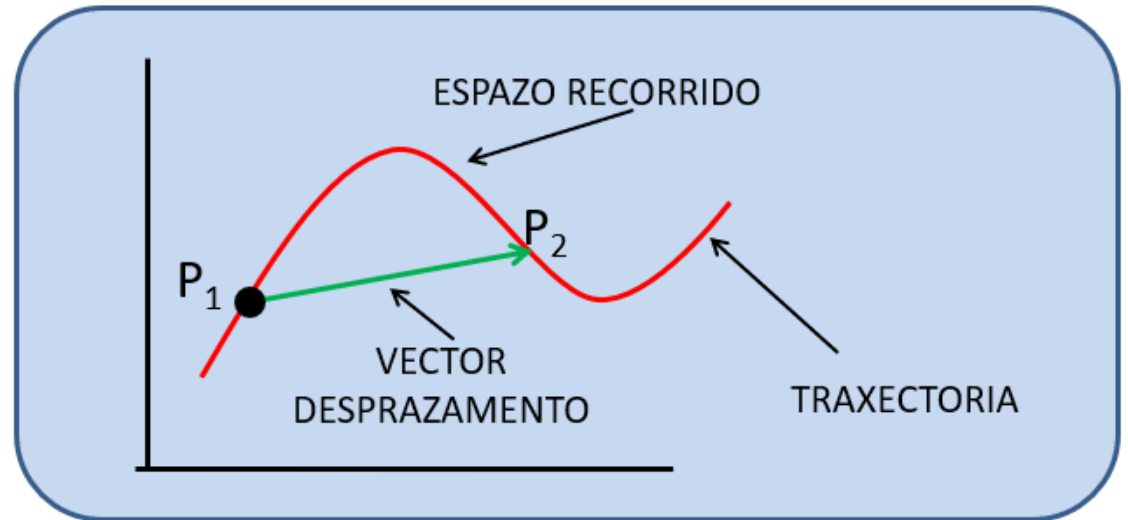
# C

## ESPAZO RECORRIDO

O espazo recorrido é a lonxitude da traxectoria que seguiu o móbil.

É unha magnitude escalar.

### Exercicios



1. Un móbil móvese segundo o vector de posición seguinte:

$$\vec{r}(t) = 2t \vec{i} + (3 - t) \vec{j}$$

- Determina a posición inicial e despois de que transcurran 5 s.
- Calcula o vector desprazamento e o seu módulo entre as dúas posición do apartado anterior.
- Calcula a expresión da ecuación da traxectoria.

2. No movement dun obxecto, o seu vector posición é:

$$\vec{r}(t) = t^2 \vec{i} + 1/2t \vec{j}$$

- Calcula a posición inicial e a que ocupará cando pasaron 2 s.
- Calcular o vector desprazamento e o seu módulo entre as dúas posicións do apartado anterior.
- Ecuación da traxectoria.

# D

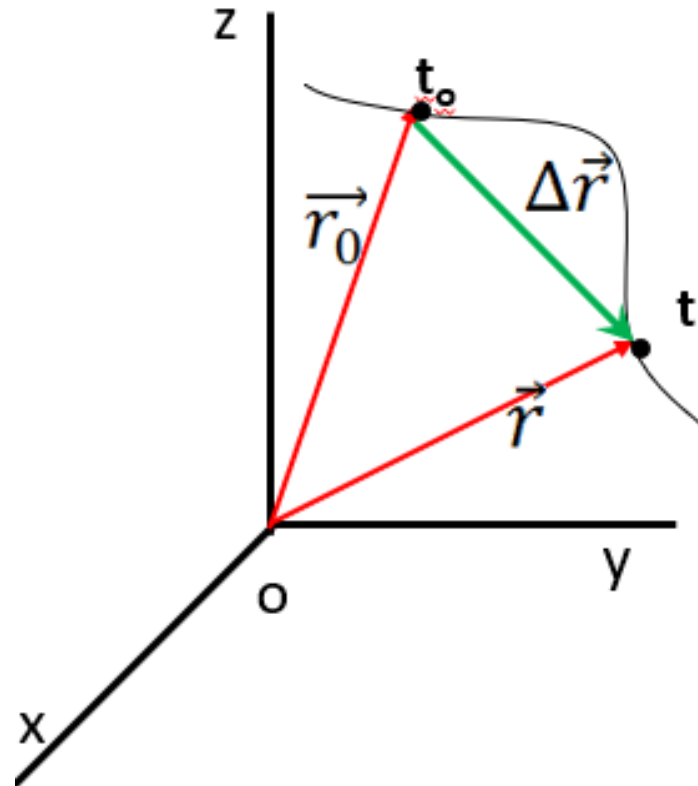
## VELOCIDADE

Para determinar o movement dunha partícula é necesario coñecer como varía a súa posición no transcurso do tempo. A velocidade é a magnitude que relaciona o desprazamento co tempo. A velocidade é unha magnitud vectorial

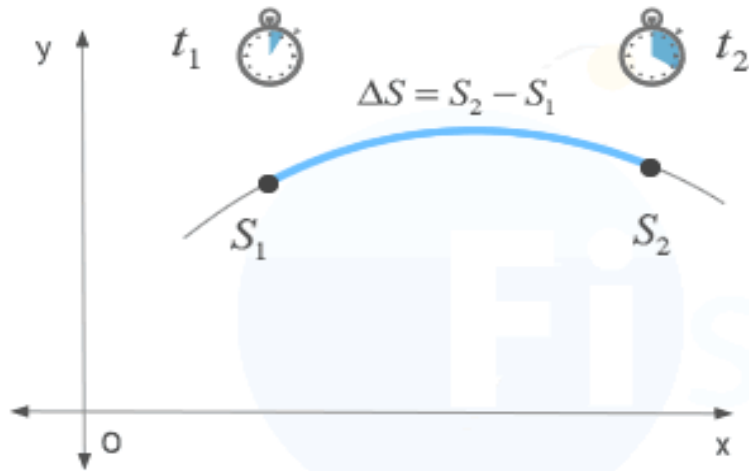
### VECTOR VELOCIDADE MEDIA

Supoñendo que a posición do móbil no instante inicial ( $t_0$ ) ven determinada polo vector  $\vec{r}_0$ , e no instante  $t$ , ocupa a posición determinada polo vector  $\vec{r}$ , así temos que a **velocidade media** é:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$



# CELERIDADE (RAPIDEZ)

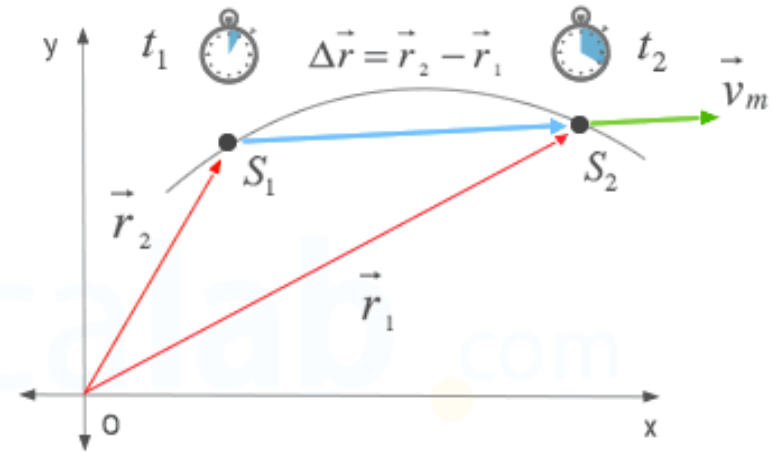


celeridad media

$$c_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Magnitude escalar representa a distancia percorrida por un móvil nun determinado tempo. É sempre positiva.

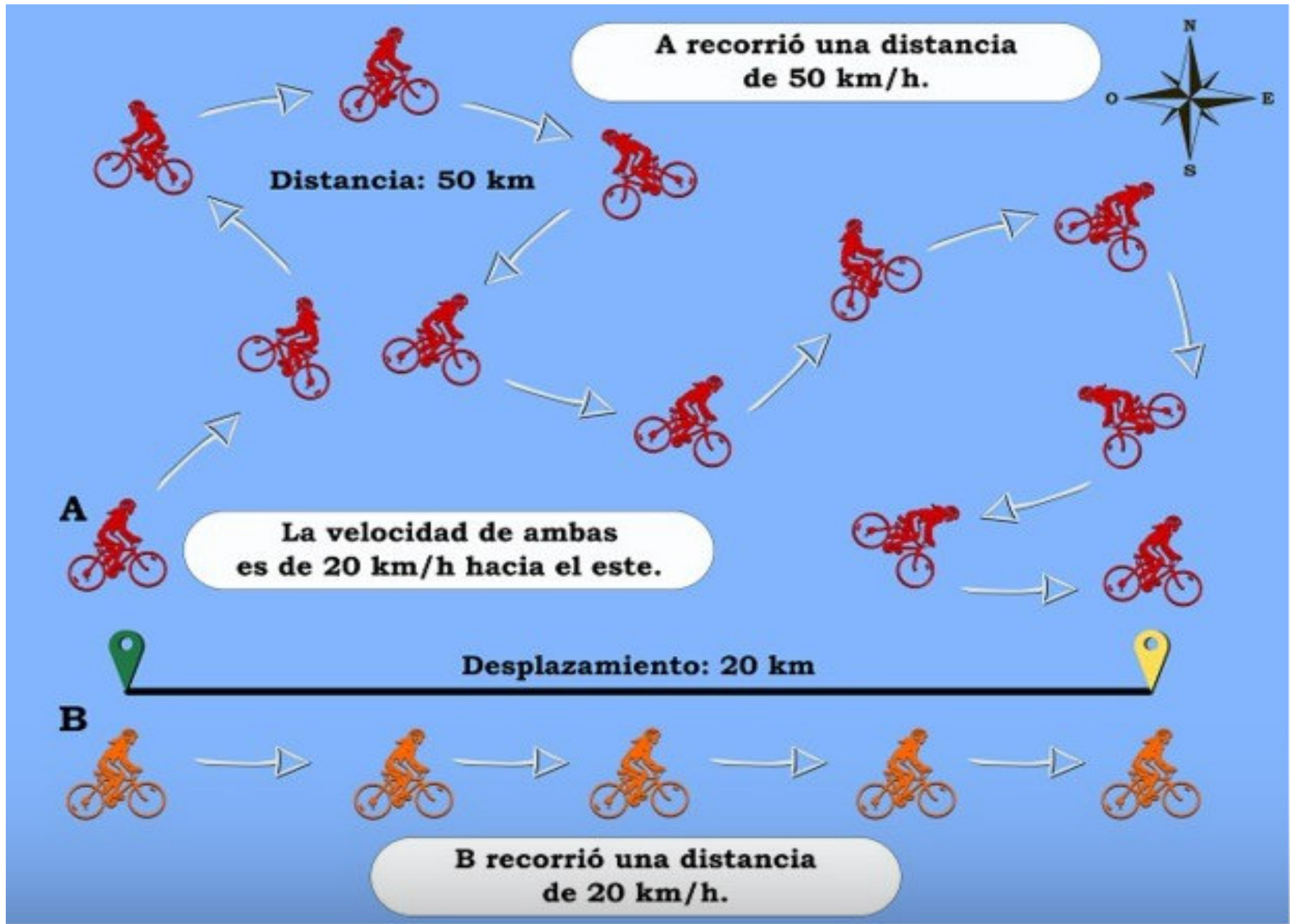
# VELOCIDADE



vector velocidade media

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Magnitude vectorial que representa o desprazamento dun corpo nunha unidade de tempo. Pode ser positiva, negativa ou cero.



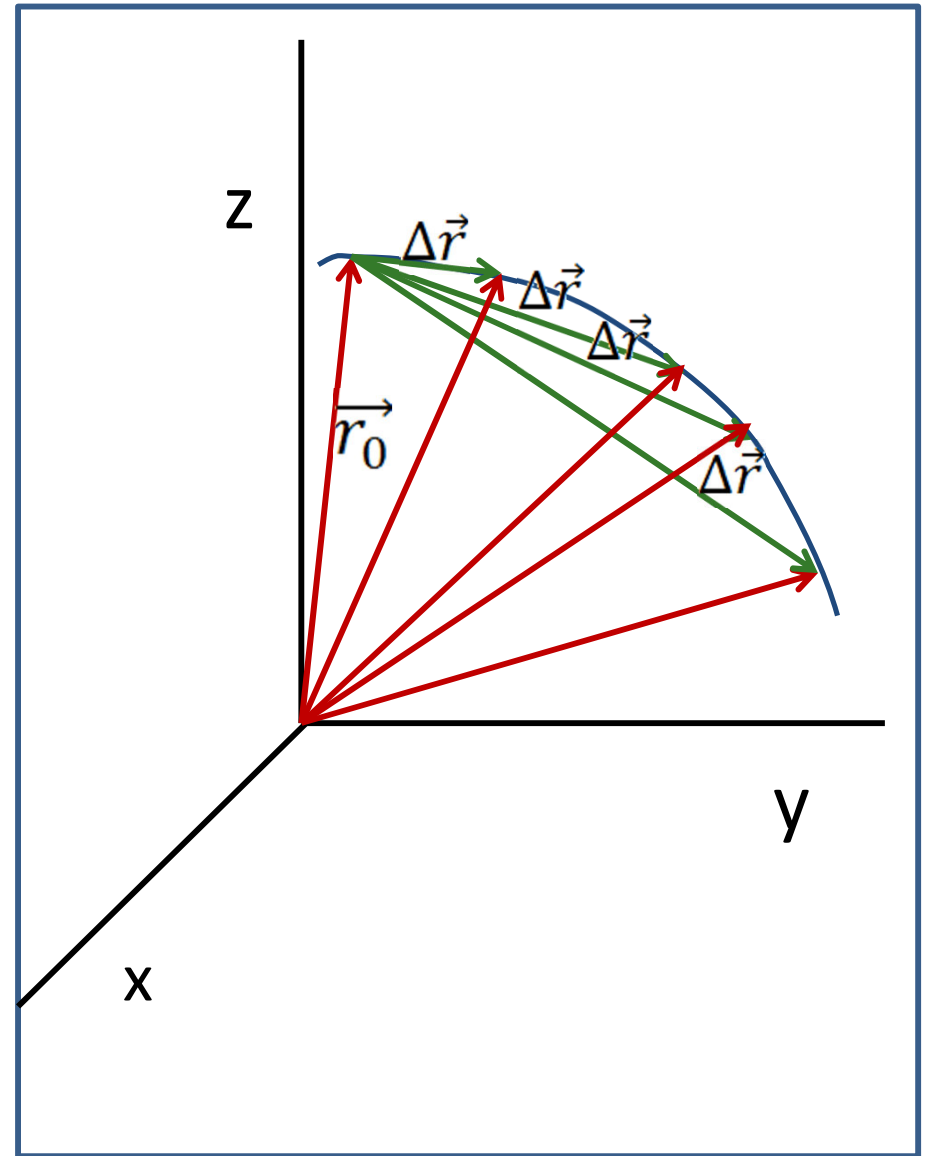
- O vector  $\vec{v}_m$  ten a mesma dirección e sentido que o vector desprazamento  $\vec{\Delta r}$
- No S.I. o módulo da velocidade media exprésase m/s.
- Si se quere describir o movemento dun móbil en cada instante, a velocidade media non é útil, debe empregarse a velocidade instantánea.

# VECTOR VELOCIDADE INSTANTÂNEA

Para calcular a velocidade de um objecto em qualquer instante, deve-se ir reduzindo o intervalo de tempo considerado no cálculo da velocidade média até conseguir que seja praticamente nulo.

Assí observaremos que:

- A medida que se reduz o intervalo de tempo, o módulo do vector desprazamento aproxima-se mais e mais à distancia recorrida
- O vector velocidade instantânea é tangente à traxectoria em qualquer ponto desta.



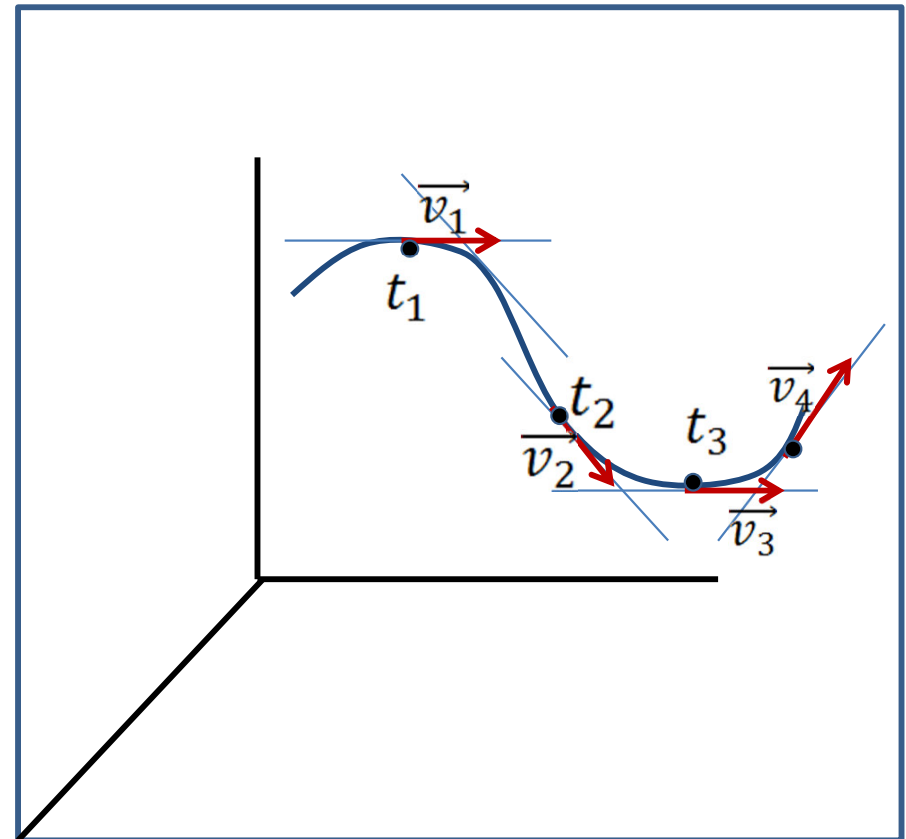
Matematicamente, o proceso anterior é o seguinte:

A velocidade instantánea é o valor ao que tende a velocidade media ao ir aproximando a cero o intervalo de tempo

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Este proceso é o cálculo da derivada do vector de posición respecto do tempo

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



Coñecendo a ecuación de posición  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  pódese obter con facilidade a velocidade en cada instante derivando respecto do tempo:

Vector de posición

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Derivando respecto do tempo

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Obtense a velocidade instantánea

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

A rapidez ou a celeridade é o módulo da velocidade instantánea

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

# RESUMO DA VELOCIDADE INSTANTÁNEA

- É a derivada do vector de posición respecto ao tempo

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

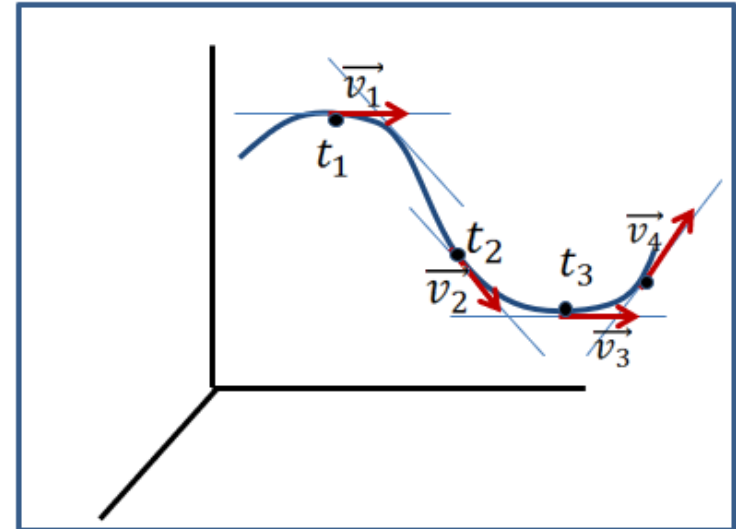
- É un vector tanxente á traxectoria no punto onde se atopa o móbil

## Exercicios

1. O vector de posición dun móbil ven dado por

$r(t) = t^2 \vec{i} + t/2 \vec{j}$  (m). Determina:

- a) A velocidade instantánea.
- b) A velocidade e rapidez media entre os instantes 2 e 5 s.



2. Un controlador aéreo recibe información de radar nun aeroporto. O ordenador co que se traballa indica que o vector posición dunha aeronave que se mantén á mesma altitude

$r(t) = (150t + 5) \vec{i} + (1 - 150t) \vec{j}$  (m).

- a) Atopa a ecuación da traxectoria
- b) Velocidade instantánea en  $t = 0$  s.
- c) Calcula a velocidade e celeridade medias coas que recorreu a distancia dende  $t = 0$  s ata os tres minutos.

# E

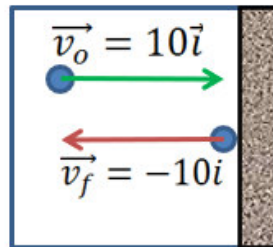
## ACELERACIÓN

A **aceleración** é a **variación da velocidade co tempo**. Como a **velocidade** é unha **magnitude vectorial** pode **variar en módulo** (aumentando ou diminuíndo), **sentido e en dirección**.

### Exemplos de movementos nos que hai aceleración

#### Caso 1: A velocidade cambia de sentido

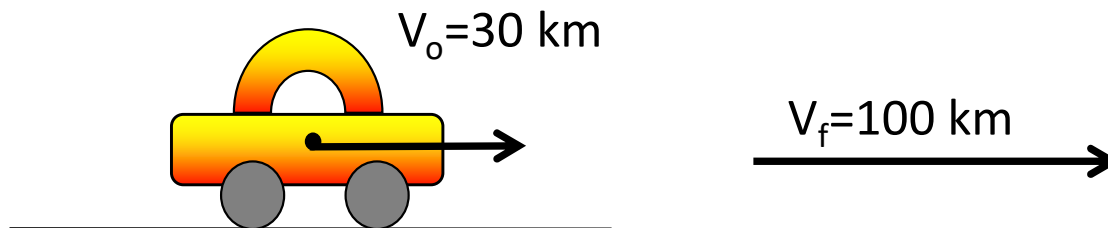
Lanzamos unha pelota horizontalmente cunha velocidade de 10 m/s sobre unha parede. A pelota rebota coa mesma velocidade



$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_0$$
$$\Delta \vec{v} = -10\vec{i} - 10\vec{i} = -20\vec{i} \text{ (m/s)}$$

#### Caso 2: O módulo da velocidade aumenta

Un coche móvese cunha velocidade de 30 km/h acelera ata alcanzar unha velocidade de 100 km/h



$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_0$$
$$\Delta v = 70 \text{ km/h}$$

### Caso 3: O módulo da velocidade diminúe

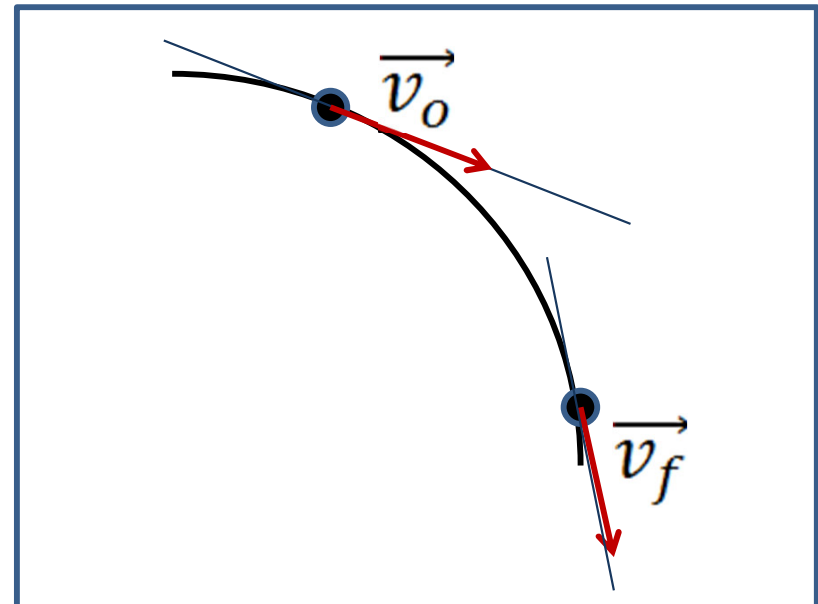
Un coche que se move cunha velocidade de 50 km/h frea ante un obstáculo ata pararse

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_0$$
$$\Delta v = -50 \text{ km/h}$$

### Caso 4: A dirección da velocidade cambia constantemente

Un coche toma unha curva con rapidez constante de 45 km/h

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_0$$



# ACELERACIÓN MEDIA

A velocidade dun móbil non pode pasar instantaneamente dun valor a outro, sempre cambia gradualmente ao longo do tempo. O intervalo de tempo pode ser longo ou curto, é decir, o cambio da velocidade pode ser lento ou brusco.

A **aceleración informa como varía a velocidade en relación ao tempo** (cambio brusco ou lento da velocidade).

A aceleración media é:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_0}{t_f - t_0}$$

No S.I. a aceleración exprésase en  $\text{m/s}^2$

Exemplo:

Se un coche leva unha aceleración de  $2\text{m/s}^2$ , significa que en cada segundo a velocidade aumenta  $2\text{m/s}$

Se un obxecto lanzado cara arriba leva unha aceleración de  $-9,8\text{ m/s}^2$ , significa que en cada segundo a velocidade diminúe  $9,8\text{ m/s}$

# ACELERACIÓN INSTANTÁNEA

Se o intervalo de tempo se fai infinitamente pequeno, falamos de aceleración instantánea.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Se o intervalo de tempo se fai infinitamente pequeno, falamos de aceleración instantánea

A expresión anterior correspóndese coa derivada do vector velocidade con respecto do tempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

En forma desvolta

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

# COMPOÑENTES INTRÍNSECAS DA ACELERACIÓN

A aceleración é a magnitud que mide a variación do vector velocidade por unidade de tempo, esta variación pode ser debida a:

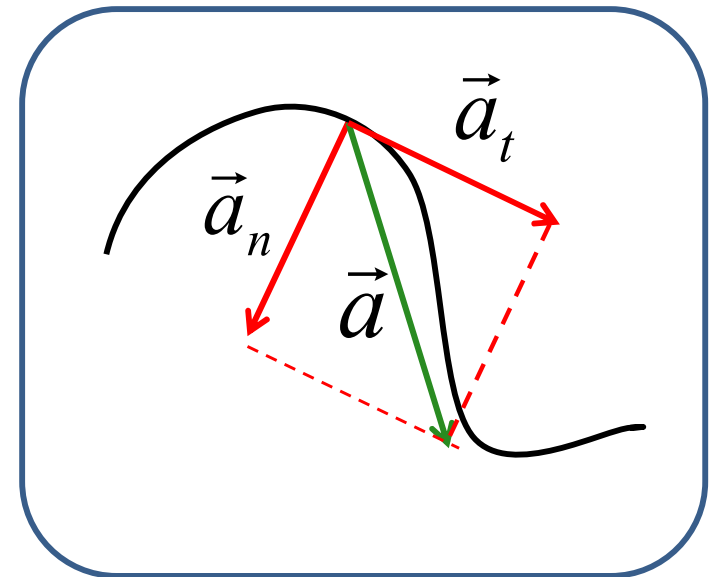
- Variación do módulo da velocidade
- Variación da dirección da velocidade (en movementos curvilíneos).

Polo tanto, a aceleración instantánea será:

$$\vec{a} = \frac{d(v \cdot \vec{u}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + v \frac{d\vec{u}_t}{dt}$$

**Aceleración tanxencial**      **Aceleración normal**

- O primeiro sumando representa a variación da rapidez o módulo da velocidade e é polo tanto a compoñente que chamamos aceleración tanxencial
- O segundo sumando representa a variación da dirección da velocidade e é a compoñente que chamamos aceleración normal.



temos

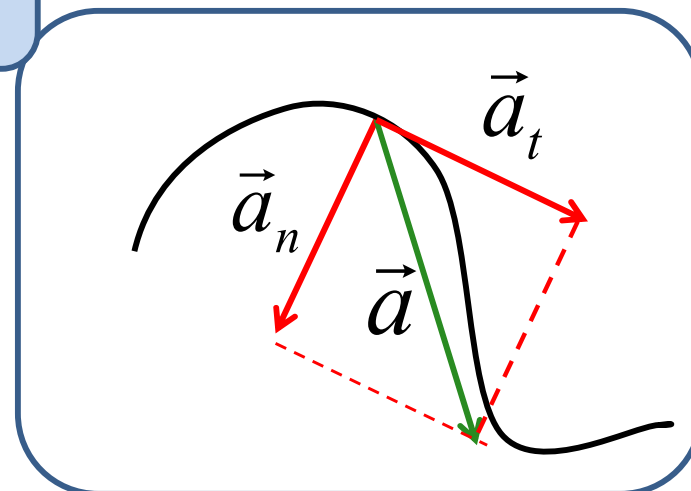
$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

A **aceleración tanxencial**  $a_t$ , mide os cambios no módulo da velocidade, é un vector coas seguintes características

- **Módulo** : é a rapidez coa que cambia o módulo da velocidade. A derivada do módulo da velocidade.

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

- **Dirección**: tanxente á traxectoria en todo punto, (coincide a dirección do vector velocidade).

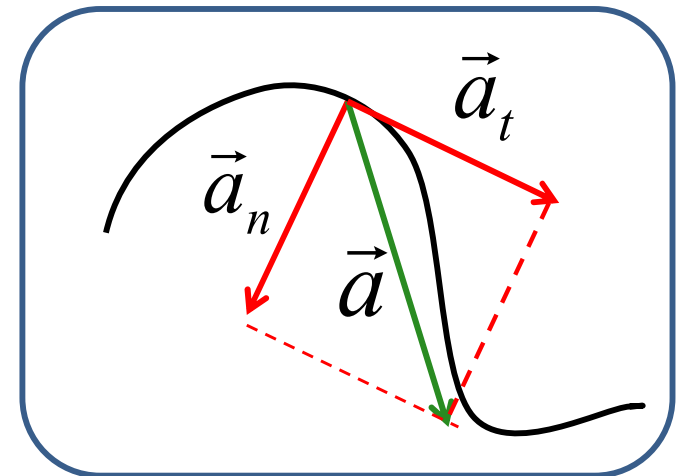


- **Sentido**: o mesmo que o do movemento se o módulo da velocidade aumenta e contrario ao movemento se o módulo da velocidade diminúe.

A aceleración normal ou centrípeta,  $a_n$ , mide o cambio na dirección da velocidade, aparece en movementos curvilíneos, as características do vector aceleración normal son:

- **Módulo**, depende do radio e da rapidez do movemento
- **Dirección**, radial (perpendicular ao vector velocidade)
- **Sentido**, sempre cara ó centro da curvatura

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$



Como as dúas aceleracións son perpendiculares entre sí, a súa composición vectorial permite obter a aceleración total:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

O módulo da aceleración será

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Exemplo

O vector de posición dun móbil ven dado por:

$$\vec{r}(t) = (8t^3 + 1)\vec{i} + (5t^2 + 3t)\vec{j}$$

- Calcula o valor da velocidade e da aceleración no instante  $t = 2$  s.
- Si o valor da aceleración tanxencial en ese instante é  $95,7$  m/s, calcula o valor do radio de curvatura.