

Exercicios e problemas

1. Polinomios

34. Cales das seguintes expresións son monomios? Indica o seu grao.

- a) $4x^5y^2z$ b) $6a^{-4}b^3$ c) $p^5q^4 + 3pq$ d) $\sqrt{2}x^3$

35. Escribe os termos, o grao, os coeficientes, o coeficiente principal e o termo independente dos seguintes polinomios:

- a) $5x^3 - 7x^2 + 8$ b) $-x^8 - 2x^4 + x^2 - 5$
c) $7x^4 - 9x + 3$ d) $-x^9 + x^6 - 2x^4 - 4$

36. Suma os seguintes polinomios:

$$P(x) = 4x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 1$$

$$Q(x) = x^5 + 8x^3 - 2x^2 + 4x + 2$$

37. Calcula $P(x) - Q(x)$:

$$P(x) = 8x^4 + x^3 - 5x^2 - x + 4$$

$$Q(x) = 2x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x - 1$$

38. Dados os polinomios:

$$P(x) = 7x^5 + 2x^3 - 5x - 4$$

$$Q(x) = 3x^4 - 7x^2 + 9x + 2$$

$$R(x) = x^5 + 5x^4 - 8x^2 - 5$$

calcula:

- a) $P(x) + Q(x) - R(x)$
b) $P(x) - Q(x) + R(x)$

39. Expresa mediante unha incógnita os enunciados que aparecen a continuación:

- a) Un número máis o triplo do devandito número.
b) A área dun cadrado en función do seu lado.

2. Produto e división de polinomios

40. Multiplica os polinomios:

$$P(x) = x^5 - x^4 - 3x^2 + 2$$

$$Q(x) = 3x^4 + x^2 - 1$$

41. Divide $P(x)$ entre $Q(x)$ e fai a proba:

$$P(x) = 4x^5 + 6x^4 - 12x^3 + 8x^2 + 2x - 4$$

$$Q(x) = 2x^3 - 4x + 3$$

42. Divide $P(x)$ entre $Q(x)$:

$$P(x) = 2x^8 + 4x^6 - x^5 - 3x^4 + x^2 + 4$$

$$Q(x) = 2x^5 - 3x^2 + x - 3$$

43. Divide por Ruffini $P(x)$ entre $Q(x)$:

$$P(x) = x^4 - 4x^2 + 5x + 6$$

$$Q(x) = x + 1$$

44. Divide por Ruffini $P(x)$ entre $Q(x)$:

$$P(x) = 4x^3 - x^2 + x + 1$$

$$Q(x) = x - 4$$

45. Expresa o resultado das divisións que aparecen a continuación na forma:

$$\frac{D}{d} = C + \frac{R}{d}$$

a) $\frac{x-2}{x+3}$ b) $\frac{x^3-4x+1}{x^2-4x+3}$

3. Teorema do resto e do factor

46. Calcula mentalmente o valor numérico do polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ para os valores indicados:

- a) Para $x = 0$ b) Para $x = 1$

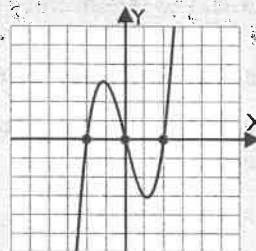
47. Calcula o valor numérico do polinomio

$$P(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 2$$
 para os valores que se indica:

- a) Para $x = 3$ b) Para $x = -2$

48. Observa a gráfica e calcula as raíces do polinomio

$$P(x) = x^3 - 4x$$



49. Comproba se os números -2 , 1 e 3 son raíces do polinomio: $P(x) = x^3 - 7x - 6$

50. Atopa, sen facer a división, o resto de dividir:

- a) $P(x) = x^5 - 3x^2 - 7x + 3$ entre $x - 2$.
b) $Q(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x - 1$ entre $x + 2$.

51. Comproba, sen facer a división, que o polinomio

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 11x + 20$$
 é divisible entre $x + 5$.

52. Atopa o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 10:

$$(x^4 + kx^3 - 5x^2 + 6) : (x - 1)$$

53. Atopa o valor de k para que o polinomio

$$P(x) = 2x^3 - x^2 + kx - 4$$
 sexa divisible entre $x - 2$.

54. Atopa o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 7:

$$(x^5 + kx^2 - 7x + 1) : (x + 2)$$

Exercicios e problemas

4. Factorización de polinomios

55. Factoriza mentalmente os seguintes polinomios:

- a) $x^4 - 2x^2$ b) $x^2 - 16$
c) $x^2 + 6x + 9$ d) $x^2 - 10x + 25$

56. Factoriza mentalmente os seguintes polinomios e atopa as súas raíces:

- a) $x^3 - 9x$ b) $x^3 + 10x^2 + 25x$
c) $x^4 - 16x^2$ d) $x^3 - 8x^2 + 16x$

57. Atopa a descomposición factorial dos seguintes polinomios e atopa as súas raíces:

- a) $15x^3 - 8x^2 - 9x + 2$
b) $5x^3 - 2x^2 - 20x + 8$
c) $49x^3 - 28x^2 + 4x$
d) $3x^4 - x^3 - 57x^2 - 71x + 30$

58. Factoriza os seguintes polinomios e atopa as súas raíces:

- a) $x^3 - 5x^2 - 2x + 10$
b) $8x^5 + 18x^4 + x^3 - 6x^2$

59. Escribe un polinomio que teña as seguintes raíces:

- a) $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 1$
b) $x_1 = x_2 = 3, x_3 = 0$
c) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3$
d) $x_1 = 2, x_2 = x_3 = 1, x_4 = -2$

5. Fraccións alxébricas

60. Descompón mentalmente en factores o numerador e o denominador, e simplifica as fraccións alxébricas que aparecen a continuación:

a) $\frac{3x^2 - 3x}{6x - 6}$ b) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$

61. Completa:

a) $\frac{x+1}{x^2-1} = \frac{2x+3}{\dots}$ b) $\frac{x^2+3x}{x^2-9} = \frac{\dots}{x-3}$

62. Calcula:

a) $\frac{3x}{x-2} + \frac{5}{x+2}$ b) $\frac{x}{x^2+6x+9} - \frac{2x+1}{x+3}$

63. Efectúa:

a) $\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{3x^2+1}{x^2+2x+1}$ b) $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{x-3}{x^2}$

64. Calcula:

a) $\frac{x+1}{x+5} : \frac{x^2-1}{x^2+10x+25}$ b) $\frac{x+2}{x^2+1} : \frac{x^2+4x+4}{5x^2+5}$

65. Opera e simplifica:

a) $\left(\frac{5x}{x-1} - \frac{2x+3}{x-2} \right) : \frac{x-5}{x-2}$
b) $\left(\frac{1}{2x-3} + 4 \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-3} \right)$

Para ampliar

66. Reduce a un só monomio:

- a) $5x^3 - 2x^3 + 4x^3 - x^3$
b) $5x + 2x - 4x + 4x - 3x$
c) $2ax^2 + 5ax^2 - 8ax^2 + ax^2$
d) $3k^2z + 5k^2z - 8k^2z + k^2z$

67. Dados os polinomios:

$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3x + 4$
 $Q(x) = x^4 - x^3 + 5x^2 - 3$
 $R(x) = -2x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 2x + 1$

calcula :

a) $P(x) + Q(x) - R(x)$ b) $Q(x) - P(x) + R(x)$

68. Dados os polinomios:

$P(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{4}x^2 - 2x + 1$
 $Q(x) = 2x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}$
 $R(x) = 4x^3 - x^2 + 5x + 3$

calcula :

a) $P(x) + Q(x)$ b) $P(x) - R(x)$
c) $P(x) - Q(x) + R(x)$ d) $Q(x) - R(x) + P(x)$

69. Escribe, mediante unha incógnita, os seguintes enunciados:

- a) O cuádruplo dun número menos o triplo do número máis cinco.
b) A suma dos cadrados de dous números consecutivos.

70. Atopa un polinomio tal que ao dividilo entre $2x^3 + x^2 - 2x + 5$ se obteña de cociente $x^2 - 5x + 3$, e de resto, $8x - 6$.

71. Aplica a regra de Ruffini: $(x^4 - 32) : (x + 2)$

72. Divide por Ruffini:

a) $(x^3 - x^2 - x + 3) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$
b) $(2,5x^3 - 3,5x^2 - 1,5x + 2,5) : (x - 1)$

Exercicios e problemas

73. Divide por Ruffini:

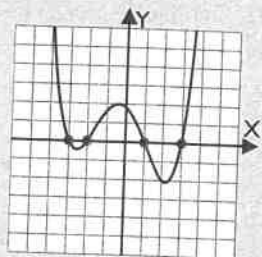
- a) $(x^4 - a^4) : (x - a)$ b) $(x^4 - a^4) : (x + a)$
c) $(x^5 + a^5) : (x + a)$ d) $(x^5 - a^5) : (x - a)$

74. Calcula o valor numérico do polinomio

$$P(x) = 2x^3 - x^2 + 5x - 3 \text{ para os valores:}$$

- a) $x = 3$ b) $x = -3$

75. Observa a gráfica e calcula as raíces do polinomio representado.



76. Comproba se os números $-1, -2$ e 3 son raíces do polinomio: $P(x) = x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72$

77. Atopa, sen facer a división, o resto de:

- a) $(x^4 - x^2 - 6x + 8) : (x - 3)$
b) $(2x^3 - 4x^2 + 7x - 3) : (x + 1)$

78. Atopa o valor de k para que as seguintes divisións teñan o resto indicado:

- a) $(x^4 - x^3 - kx^2 + 2) : (x - 2)$ Resto = 4
b) $(x^3 + (k - 1)x^2 - kx + 1) : (x + 2)$ Resto = 1

79. Encontra o valor de k para que os seguintes polinomios sexan divisibles entre os binomios correspondentes:

- a) $(x^3 - kx^2 + kx - 1) : (x - 1)$
b) $(x^4 - kx^2 + (k + 2)x + 1) : (x + 1)$

80. Factoriza mentalmente os seguintes polinomios:

- a) $x^2 + x + 1/4$ b) $x^2 - 3$

81. Factoriza mentalmente os seguintes polinomios:

- a) $x^2 + 2x/3 + 1/9$ b) $4x^2 - 12x + 9$
c) $x^2 + 2x/5 + 1/25$ d) $9x^2 - 25$

82. Factoriza os seguintes polinomios:

- a) $x^5 - 16x$ b) $x^6 - 25x^2$

83. Factoriza os seguintes polinomios:

- a) $x^4 - 81$ b) $x^4 - 9x^2$

84. Factoriza os seguintes polinomios e atopa as súas raíces:

- a) $14x^3 - 27x^2 - 6x + 8$
b) $x^3 - 3x^2 - 13x + 15$
c) $x^4 - 7x^3 - 3x^2 + 21x$
d) $x^4 - 4x^3 - x^2 + 20x - 20$

85. Resolve as seguintes ecuacións aplicando a factorización de polinomios:

- a) $x^3 - 27 = 0$
b) $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$
c) $x^3 - 2x^2 - 49x + 98 = 0$
d) $4x^3 - 16x^2 - x + 4 = 0$

86. Escribe un polinomio que teña as seguintes raíces:

- a) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = -2$
b) $x_1 = x_2 = -1, x_3 = 4$
c) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1$
d) $x_1 = -3, x_2 = x_3 = 2, x_4 = 1$

87. Descompón mentalmente en factores o numerador e o denominador, e simplifica as fraccións alxébricas que aparecen a continuación:

- a) $\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 6x + 9}$ b) $\frac{x^2 + 10x + 25}{x^2 - 25}$

88. Calcula:

- a) $\frac{4}{x} + \frac{3}{x-2} - \frac{x+1}{x^2-4}$ b) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{3}{x}$

89. Efectúa:

- a) $\frac{x^2-1}{x^2-4} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2+2x+1}$ b) $\frac{x^3-x^2}{x^2+5x+6} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+x}$

90. Calcula:

- a) $\frac{3x^2+6x+3}{x^4+x^3} : \frac{x^2+2x+2}{x^3+x^2}$
b) $\frac{4x^2-1}{x^2-10x+25} : \frac{2x+1}{x^2-25}$

Problemas

91. Dados os polinomios

$$P(x) = 3x^4 - 5x^3 - x^2 + 3$$

$$Q(x) = x^5 + 8x^3 - x^2 + 5x - 1$$

calcula un polinomio $R(x)$ tal que:

$$P(x) + Q(x) - R(x) = x^5 - 2x^4 + 7x^3 - x^2 + x + 7$$

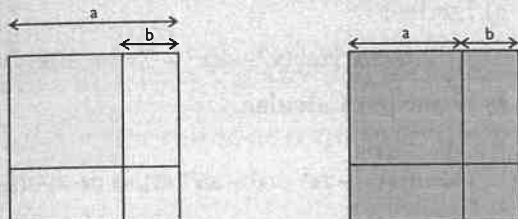
92. Expresa mediante un polinomio os enunciados que aparecen a continuación:

- a) A suma dos cadrados de dous números.
b) O volume dun prisma cuadrangular cuxa altura é o dobre que a lonxitude da aresta da base.

Exercicios e problemas

- c) O cadrado dun número máis o número diminuído en cinco.
d) A suma de dous números pares consecutivos.

93. Exprésate mediante polinomios nas variables **a** e **b** as seguintes rexións coloreadas.



94. A diferenza dos cadrados de dous números enteiros consecutivos, é par ou impar? Razona a resposta.

95. Calcula o valor de **m** e **n** para que sexa exacta a división:
 $(2x^4 - 5x^3 + 2x^2 + mx + n) : (x^2 - 3x + 2)$

96. Calcula, aplicando Ruffini, o valor de **m** para que a división: $(x^4 - 3x^2 + mx + 1) : (x + 2)$ sexa exacta.

97. O polinomio de Euler:

$$P(x) = x^2 + x + 41$$

ten a característica de que para $x = 0, 1, 2, \dots, 39$ é un número primo.

Atopa tres números primos aplicando esta característica.

98. Calcula o valor de **k** para que as divisións que aparecen a continuación sexan exactas:

a) $(x^4 + kx^2 + (k-1)x - 2) : (x - 1/2)$

b) $(x^3 - x^2 + 2\sqrt{3}x + k) : (x - \sqrt{3})$

99. Xustifica se o polinomio $x^2 + 4$ ten algunha raíz real.

100. Opera e simplifica:

a) $\left(\frac{x}{x+3} - 1\right) \cdot \left(\frac{x+1}{x-2} + 2\right)$

b) $\left(\frac{2x+1}{2x^2+2x} - \frac{3x-5}{x^2+5x+6}\right) : \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right)$

101. Calcula os polinomios **P(x)** e **Q(x)** en cada caso:

a) $\frac{x-5}{x+2} = 1 + \frac{P(x)}{Q(x)}$

b) $\frac{x^3 - 2x + 4}{x^2 + 2x + 1} = x - 2 + \frac{P(x)}{Q(x)}$

Para profundar

102. Se o polinomio **P(x)** é de grao 5 e o polinomio **Q(x)** é de grao 4, cal é o grao da suma **P(x) + Q(x)**?

103. Escribe dous polinomios **P(x)** e **Q(x)** de grao 3 tales que o grao da súa suma sexa 2. Que se pode dicir do grao da suma de dous polinomios de grao 3?

104. Cunha corda de 24 m quere construír un rectángulo. Calcula a expresión xeral da área do mencionado rectángulo.

105. Nunha división de polinomios, o dividendo é de grao 6, e o divisor, de grao 2. Cal é o grao do cociente? Que se pode dicir do grao do resto?

106. O polinomio de Euler

$$P(x) = x^2 - 79x + 1601$$

ten a característica de que para $x = 0, 1, 2, \dots, 79$ é un número primo.

Atopa tres números primos aplicando esta característica.

107. Atopa o polinomio que calcula as diagonais dun polígono convexo. Cantas diagonais ten un decágono?

108. Observa o dividendo e o divisor e indica cal das seguintes divisións non pode ser exacta:

a) $(2x^3 - 6x^2 - 6x - 8) : (x - 4)$

b) $(2x^3 - 6x^2 - 6x - 8) : (x - 3)$

109. Un trinomio de segundo grao é divisible por $x - 3$ e $x + 2$. Atopa este trinomio.

110. Atopa o valor de **m** e **n**, sabendo que o polinomio $x^3 + mx + n$ é divisible por $x^2 - 4x + 3$.

111. Calcula o valor de **A** e **B** en cada caso:

a) $\frac{2x+5}{x^2-9} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+3}$

b) $\frac{2x+5}{x^2-5x+6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$

112. Calcula o valor numérico das seguintes fraccións alxébricas:

a) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$ para $x = 3$

b) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 6}$ para $x = -2$