

Exercicios e problemas

1. Números racionais e irracionais

36. Clasifica os seguintes números como racionais ou irracionais:

- a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{3}{7}$ c) e d) $\sqrt{25}$

37. Escribe tres números racionais comprendidos entre $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$.

38. Representa graficamente de forma exacta:

- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{34}$

39. Representa graficamente de forma aproximada:

- a) $\sqrt{13}$ b) π
c) $\sqrt[3]{50}$ d) $\sqrt[5]{100}$

40. Calcula:

- a) $\frac{3}{8} + 2 - \frac{5}{12}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{6}$
c) $\frac{3}{4} : \left(\frac{1}{6} - 5 + \frac{1}{2}\right)$ d) $\frac{5}{3} \left(\frac{1}{8} - 3 + \frac{13}{6}\right)$

41. Atopa de forma exacta a aresta dun cubo de volume 5 cm^3 e escribe que tipo de número é.

2. A recta real

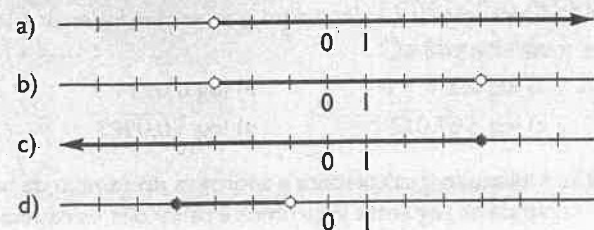
42. Representa na recta real os seguintes pares de números e calcula a distancia que hai entre eles.

- a) -5 e -2 b) $-2,4$ e $3,5$

43. Escribe en forma de desigualdade, representa graficamente os seguintes intervalos e clasifícaos:

- a) $(-1, 3]$ b) $[-2, 1]$
c) $[2, +\infty)$ d) $(-\infty, -1)$

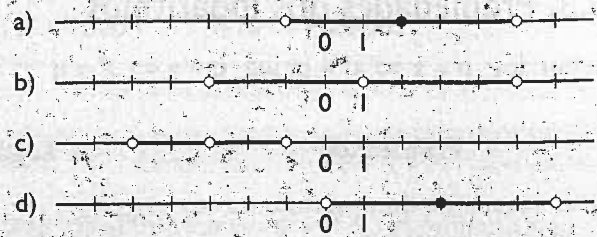
44. Escribe os intervalos que se representan nos seguintes debuxos e clasifícaos:



45. Representa graficamente os seguintes contornos:

- a) $E^*(3, 2)$ b) $E(-1, 3)$
c) $E(1, 2)$ d) $E^*(-2, 1)$

46. Escribe os contornos que se representan nos seguintes debuxos:



3. Sucesións de números reais

47. Engade tres termos en cada unha das sucesións que aparecen a continuación:

- a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$
b) $5, -7, 9, -11, 13, \dots$
c) $3, 1, -1, -3, -5, \dots$
d) $2, 5, 10, 17, \dots$

48. Escribe os catro primeiros termos das sucesións que aparecen a continuación:

- a) $a_n = 5 + \frac{1}{10^n}$
b) $a_n = 2n + 1$
c) $a_n = (-1)^n n(n + 1)$
d) $a_n = \frac{2n - 3}{n + 1}$

49. Atopa o termo xeral das seguintes sucesións:

- a) $1, 3, 5, 7, 9, \dots$
b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$

50. Dá valores a n nas seguintes sucesións e indica o valor ao que tenden:

- a) $a_n = 2 + \frac{1}{n}$ b) $a_n = 1 + 2n - \frac{1}{4}n^2$
c) $a_n = \frac{n+1}{n^2}$ d) $a_n = 3 + (-1)^n \frac{1}{n}$

4. Radicais e operacións

51. Calcula mentalmente todas as raíces reais dos seguintes radicais:

- a) $\sqrt[4]{625}$ b) $\sqrt{-81}$ c) $\sqrt[3]{-128}$ d) $\sqrt[5]{243}$

52. Escribe en forma de radical as potencias que aparecen a continuación:

- a) $5^{-2/3}$ b) $3^{1/5}$ c) $2^{3/4}$ d) $7^{-1/5}$

Exercicios e problemas

53. Escribe en forma de potencia os seguintes radicais:

a) $\sqrt[5]{7^3}$ b) $\frac{1}{\sqrt[4]{11}}$ c) $\sqrt[3]{5}$ d) $\frac{1}{\sqrt[4]{3^5}}$

54. Extrae mentalmente todos os factores que se poidan nos seguintes radicais:

a) $\sqrt{32}$ b) $\sqrt{45}$ c) $\sqrt{50}$ d) $\sqrt{75}$

55. Suma os seguintes radicais:

a) $4\sqrt{27} - 2\sqrt{12} - \sqrt{75}$
b) $5\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{250}$

56. Multiplica os seguintes radicais:

a) $\sqrt[4]{60} \cdot \sqrt[4]{24}$ b) $\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{128}$

57. Divide os seguintes radicais:

a) $\sqrt[5]{40} : \sqrt[5]{5}$ b) $\sqrt[6]{24} : \sqrt[6]{36}$

58. Transforma os radicais seguintes. Os que están como potencia pásalos a radical e os que están como radical pásalos a potencia:

a) $(\sqrt[3]{5})^2$ b) $\sqrt[5]{7^2}$ c) $\sqrt[3]{3^5}$ d) $(\sqrt[11]{13})^5$

59. Expressa en forma dun só radical as expresións que aparecen a continuación:

a) $\sqrt{\sqrt{3}}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ c) $\sqrt{\sqrt[3]{5}}$ d) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{7}}$

60. Racionaliza as seguintes expresións:

a) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ b) $\frac{3}{\sqrt[3]{5^2}}$
c) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ d) $\frac{5 + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}}$

5. Logaritmos

61. Atopa mentalmente o valor de x nos seguintes casos:

a) $3^3 = x$ b) $x^3 = 125$ c) $3^x = 81$
d) $10^3 = x$ e) $x^2 = 100$ f) $10^x = 1\,000\,000$

62. Calcula mentalmente os seguintes logaritmos:

a) $\log_2 1$ b) $\log_3 \frac{1}{9}$ c) $\log_5 25$ d) $\log 0,0001$

63. Calcula mentalmente a parte enteira dos seguintes logaritmos:

a) $\log_2 27$ b) $\log_3 52,6$
c) $\log_5 18,27$ d) $\log 78,24$

64. Utilizando a calculadora, atopa os seguintes logaritmos e redondea os resultados a catro decimais:

a) $\log 86,233$ b) $\log 0,0874$
c) $L\ 765,023$ d) $L\ 0,01234$

65. Utilizando a calculadora e as propiedades dos logaritmos, atopa os seguintes logaritmos e redondea os resultados a catro decimais:

a) $\log 5,7^{12}$ b) $\log 0,567^{-15}$
c) $\log \sqrt[4]{345,98}$ d) $\log \sqrt[7]{0,00345}$

66. Utilizando a calculadora e a fórmula do cambio de base, atopa os seguintes logaritmos e redondea os resultados a catro decimais:

a) $\log_2 7,3456$ b) $\log_3 45,987$
c) $\log_5 0,3054$ d) $\log_7 0,056712$

Para ampliar

67. Que números enteiros teñen inverso enteiro?

68. Atopa o oposto e o inverso de:

a) $\frac{2}{3}$ b) -5

69. Clasifica os seguintes números como racionais ou irracionais:

a) $5 - \sqrt{3}$ b) $\frac{3}{7} - \frac{3}{5}$ c) $\pi + e$ d) $\sqrt[3]{-64}$

70. Escribe en forma de intervalo as desigualdades que aparecen a continuación:

a) $2 \leq x \leq 5$ b) $x > 3$ c) $-3 < x \leq 2$ d) $x < 4$

71. Escribe en forma de contorno as desigualdades que aparecen a continuación:

a) $|x - 2| < 3$ b) $|x| < 2,5$
c) $|x + 3| < 2$ d) $|x + 1| < 3,2$

Exercicios e problemas

72. Representa graficamente os conxuntos dados polas seguintes expresións:

- a) $|x| = 3$ b) $|x| < 3$ c) $|x| \leq 3$ d) $|x| > 3$

73. Suma os seguintes radicais:

- a) $3a\sqrt{8a^3} - 5\sqrt{18a^5} + 7a\sqrt{50a^3}$
 b) $7\sqrt[3]{16x^8} + 5\sqrt[3]{54x^5} - 2\sqrt[3]{128x^2}$

74. Racionaliza as seguintes expresións:

- a) $\frac{a}{\sqrt{a}}$ b) $\frac{b}{\sqrt{a^2}}$ c) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ d) $\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$

75. Calcula, aplicando a fórmula do cambio de base, os logaritmos que aparecen a continuación e redondea o resultado a catro decimais:

- a) $\log_{1/2} 15,87$ b) $\log_{1/3} 345,769$
 c) $\log_{1/5} 0,0006$ d) $\log_{0,1} 0,005439$

Con calculadora

76. Atopa coa calculadora o valor dos seguintes números e redondea a 5 cifras:

- a) π b) e c) $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ d) $\sqrt[3]{5}$

77. Atopa o valor dos seguintes resultados e redondea o resultado a cinco decimais:

- a) $1,000001^{1000000}$ b) $0,9999991^{1000000}$

78. Utilizando a calculadora, atopa os seguintes logaritmos; redondea os resultados a catro decimais:

- a) $\log \pi$ b) $\log e$ c) $L \pi$ d) $L 10$

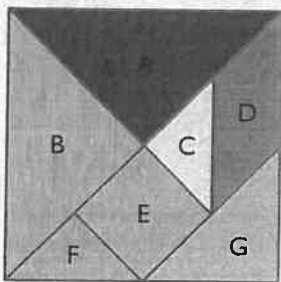
79. Utilizando a calculadora, atopa:

- a) π^π b) e^e c) π^e d) e^π

Problemas

10. Atopa de forma exacta a lonxitude dunha circunferencia de diámetro 1 m. Que clase de número é?

11. A seguinte figura coñécese co nome de tangram chinés. Se o lado do cadrado mide 1 m, atopa a área de cada unha das figuras que o compoñen.



2. Escribe o menor intervalo aberto, cuxos extremos sexan números enteiros, que conteña o número π .

3. A lonxitude dunha leira rectangular é 15 m e o perímetro é inferior a 50 m. Que valores pode tomar o ancho da leira?

4. Calcula as seguintes potencias e redondea os resultados a cinco decimais. A que número real moi coñecido se aproximan os valores que se obteñen?

- a) $1,1^{10}$ b) $1,01^{100}$
 c) $1,001^{1000}$ d) $1,0001^{10000}$
 e) $1,00001^{100000}$ f) $1,000001^{1000000}$

85. Atopa a fórmula da área dun triángulo equilátero cuxo lado mide a cm.

86. Atopa a diagonal dun cadrado cuxo lado mide x m.

87. Demostra que o produto de dous números irracionais non é sempre irracional, resolvendo o seguinte contraexemplo: atopa un número irracional que ao multiplicalo polo número irracional $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ sexa racional.

88. Escribe o menor intervalo aberto, cuxos extremos sexan números enteiros, que conteña $\log 525$.

89. De dous números sábese que $\log x + \log y = 0$. Que relación hai entre x e y?

90. Sabendo que $\log 5 = 0,6990$ e aplicando as propiedades dos logaritmos, atopa os seguintes logaritmos sen utilizar a calculadora:

- a) $\log 2$ b) $\log 25$
 c) $\log 4$ d) $\log \sqrt{5}$

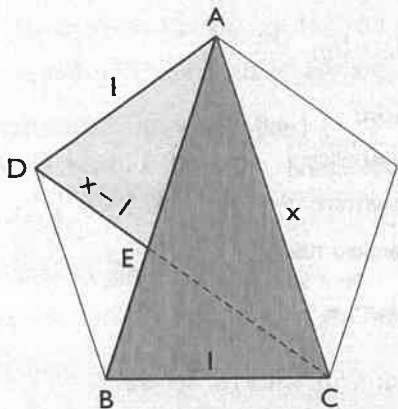
91. Unha célula reproducése por bipartición cada hora. Cantos días tardará en exceder o billón?

92. Un coche deportivo custa 70 000 €, pero cada ano desvalorízase un 15%. Cantos anos tardará en valer menos de 10 000 €?

Exercicios e problemas

Para profundar

93. Sabendo que os triángulos ABC e ADE son semellantes, calcula o valor de x . Que número coñecido é x ? É racional ou irracional?



94. Os números racionais son densos. Vexamos dúas formas de demostralo:

- Atopa a media aritmética entre $2/3$ e $4/5$, comproba que é racional e que está no intervalo $(2/3, 4/5)$.
- Encontra o número que se obtén ao sumar entre si os numeradores e os denominadores de $2/3$ e $4/5$, comproba que é racional e que está no intervalo $(2/3, 4/5)$.

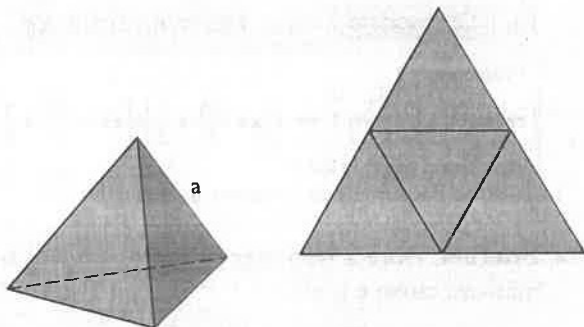
95. Escribe o menor intervalo pechado, cuxos extremos sexan números enteiros, que conteña o número e .

96. Escribe o menor intervalo aberto, cuxos extremos sexan números enteiros, que conteña o número áureo ou de ouro:

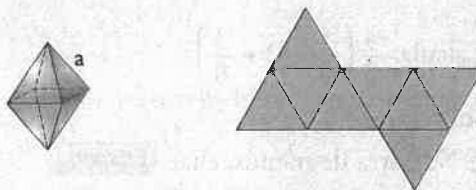
$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

97. A masa da Terra é $5,98 \cdot 10^{24}$ kg e a do Sol $1,98 \cdot 10^{30}$ kg. Calcula cantas veces é maior a masa do Sol ca a masa da Terra.

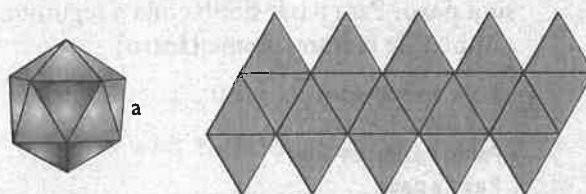
98. Atopa a fórmula da área do seguinte tetraedro regular, cuxa aresta mide a cm.



99. Atopa a fórmula da área do seguinte octaedro regular, cuxa aresta mide a cm.



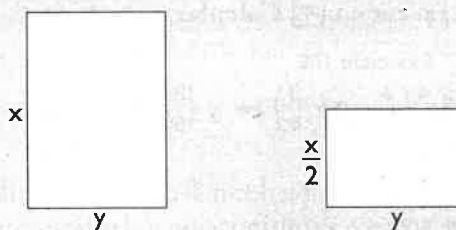
100. Atopa a fórmula da área do seguinte icosaedro regular, cuxa aresta mide a cm.



101. Atopa o volume dun tetraedro cuxa aresta mide a cm.

102. Atopa o volume dun octaedro cuxa aresta mide a cm.

103. Un papel A0 mide 1 m^2 , e cando se corta á metade dá orixe a un A1 que ten a particularidade de que é semellante ao anterior.



- Calcula de forma exacta a lonxitude e a anchura dun papel de formato A0.
- Un A2 é a metade dun A1, un A3 é a metade dun A2, e un A4 é a metade dun A3. Calcula de forma aproximada ata os milímetros as dimensións dun A4 (o A4 é o substituto do folio, pola semellanza entre todos os A...; esta semellanza permite facer fotocopias reducindo ou ampliando e mantendo as proporcións do texto e/ou debuxo e as marxes).

104. Sabendo que $\log 3 = 0,4771$ e aplicando as propiedades dos logaritmos, atopa os seguintes logaritmos sen utilizar a calculadora:

- $\log 30$
- $\log 900$
- $\log \sqrt{1/3}$
- $\log \sqrt[5]{270}$

105. Sabendo que $\log 45 = 1,6532$ e aplicando as propiedades dos logaritmos, atopa os seguintes logaritmos sen utilizar a calculadora:

- $\log 4,5$
- $\log 450$
- $\log \sqrt{45}$
- $\log \sqrt[3]{4500}$