**Boletín 15. Sistemas Lineales**

**1.** Resuelve aplicando el método de Gauss

a) $\left.\begin{array}{r} y+z=-5 \\ 2x-y=0 \\ x+z=-4 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} -x-y+z+t=4 \\ 3x-2y-t=-2 \\ x+2y-2z-t=0 \\ y+z-4t=-4 \end{array}\right\}$

**2.** Discute estos sistemas de ecuaciones lineales utilizando método Gauss

a) $\left.\begin{array}{r} x+2y-2z=1 \\ -x-y+z=0 \\ y-z=1 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} -2x+y-z=1 \\ 2x-2y-z=3 \\ -y-2z=7 \end{array}\right\}$

**3.** Discute y resuelve los sistemas:

$\left.\begin{array}{r} 2x+y-z=1 \\ -x-2y+z=0 \\ x-y+\lambda z=2 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{r} x-2y+z=-2 \\ 2x-2y=1 \\ x-\lambda z=3 \end{array}\right\}$

**4.** Determina la expresión matricial del sistema y resuélvelo como si fuera una ecuación matricial

$\left.\begin{array}{r} -3x+y+2z=0 \\ -x-2y+z=-2 \\ x-y+z=1 \end{array}\right\}$

**5.** Utiliza el teorema de Rouché-Frobenius para determinar si estos sistemas son compatibles y resuelvelos mediante el método de Gauss.

a) $\left.\begin{array}{r} 2x-3y+z=-2 \\ -x-y+2z=0 \\ x-4y+3z=-2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x+3y-2z=1 \\ -2x-3y+z=0 \\ -x-z=7 \end{array}\right\}$

**6.** Discute este sistema aplicando el teorema de Rouché-Frobenius

$\left.\begin{array}{r} x+y-z+t=1 \\ -x-3y+z-2t=0 \\ -2y-t=1 \\ y-2z=-3 \end{array}\right\}$

**7.** Evalúa si se puede aplicar la regla de Cramer a estos sistemas de ecuaciones

a) $\left.\begin{array}{r} x+y+z=-2 \\ x-y+z=4 \\ -2y+z=-3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x+2y+z+t=0 \\ x-3y+z-2t=-2 \\ -2y+3t=3 \end{array}\right\}$

**8.** Evalúa si se puede aplicar la regla de Cramer a este sistema. En caso afirmativo resuelve el sistema utilizando esta regla

$\left.\begin{array}{r} -x+2y-z=2 \\ x-y+2z=1 \\ -2x+z=-1 \end{array}\right\}$

**9.** Resuelve este sistema utilizando la regla de Cramer, si es posible

$$\left.\begin{aligned} -2x+y-z+t&=4\\ -x-3y+z-2t&=-8\\ -2y-t&=-4\\ y-2z&=-1 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 2x+y-3z+2t&=4\\ -x-3y+z-2t&=0\\ x-2y-2z&=4\\ 3x+4y-4z+4t&=4 \end{aligned}\right\}$$

**10.** Resuelve estos sistemas de ecuaciones mediante la regla de Cramer

a) $\left.\begin{aligned} 3x+2y-3z&=0\\ x-y+4z&=1\\ 2x+3y-7z&=-1 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x+y-z&=0\\ x-y+z&=1\\ 2x+4y-4z&=-1 \end{aligned}\right\}$

**11.** Discute estos sistemas en función de los valores de m y de a

$$\left.\begin{aligned} -x+y-z&=-1\\ 4x-2y+2z&=2m\\ -3x-2y+mz&=-4 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} -x+y-z&=-1\\ 4x-2y+2z&=2m\\ -3x-2y+mz&=-4 \end{aligned}\right\}$$

**12.** Resuelve aplicando el método de Gauss

a) $\left.\begin{aligned} 2x+3y+5z&=1\\ 4x+7y+13z&=-1\\ 2x+3y+7z&=-3 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} 3y+z&=3\\ 3x+4y&=11\\ -2x+2z&=-8 \end{aligned}\right\}$

g) $\left.\begin{aligned} 3x-y+2z&=7\\ -x+2y+5z&=-2\\ 3x+4y+19z&=8 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x+2y+z&=1\\ x+y-z&=1\\ 2x+3y+z&=1 \end{aligned}\right\}$

e) $\left.\begin{aligned} x-2y-z&=-1\\ x-y+2z&=2\\ x+2y+z&=3 \end{aligned}\right\}$

h) $\left.\begin{aligned} 2a-4b-c&=-7\\ -3a+2b-3c&=-4\\ -a-3b-8c&=-12 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} 5x+2y+3z&=5\\ -x+3y-2z&=12\\ x+y+z&=2 \end{aligned}\right\}$

f) $\left.\begin{aligned} -p+3q-r&=12\\ 3p+2r&=7\\ 5p-6q+4r&=5 \end{aligned}\right\}$

**13.** Escribe en forma matricial, y luego resuelve empleando la matriz inversa

a) $\left.\begin{aligned} 4x-y&=18\\ 3x+2y&=8 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x-z&=-7\\ 2x+y-3z&=-26\\ 4y+2z&=0 \end{aligned}\right\}$

**14.** Discute y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales

a) $\left.\begin{aligned} x+2y+z&=3\\ x+y-3z&=3\\ 2x+3y+z&=3 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} 5x+4y+2z&=0\\ 2x+3y+z&=0\\ 16x+17y+7z&=0\\ 4x-y+4z&=1 \end{aligned}\right\}$

g) $\left.\begin{aligned} 2x-4y+z&=7\\ -3x+6y-2z&=4\\ 11x-22y+6z&=24 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x+y+2z&=3\\ 2y+3z&=2\\ 3x+y+3z&=7 \end{aligned}\right\}$

e) $\left.\begin{aligned} a+c&=0\\ b-c&=1\\ a+3b-2c&=5 \end{aligned}\right\}$

h) $\left.\begin{aligned} 2a-b+c&=7\\ 3a+2b-2c&=1 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} a+c&=0\\ b-c&=1\\ a+3b+c&=5 \end{aligned}\right\}$

f) $\left.\begin{aligned} 2x-y+t&=0\\ x+2y-z+4t&=-1\\ 3x-4y+z-2t&=1 \end{aligned}\right\}$

**Soluciones**

1)
a) x = -1, y = -2, z = -3
b) x = -19, y = -22, z = -26, t = -11

2)
a) Sistema compatible indeterminado
b) Sistema incompatible

3)
a)

- Si $\lambda = 0 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \rightarrow$ Sistema incompatible
- Si $\lambda \neq 0 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & \lambda & 2 \\ 0 & -3 & \lambda+1 & 2 \\ 0 & 0 & -\lambda & -1 \end{array}\right) \rightarrow$ Sistema compatible determinado

$$\left.\begin{array}{r} x - y + \lambda z = 2 \\ -3y + (\lambda+1)z = 2 \\ -\lambda z = -1 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1+2\lambda}{3\lambda} \\ y = \dfrac{1-\lambda}{3\lambda} \\ z = \dfrac{1}{\lambda} \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$$

b)

- Si $\lambda \neq 1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1-\lambda & 0 \end{array}\right) \rightarrow$ Sistema compatible $\rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{5}{2} \\ z = 0 \end{cases}$
- Si $\lambda = 1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \rightarrow$ Sistema compatible indeterminado

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y + z = -2 \\ 2y - 2z = 5 \\ 0 = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} x = 3 + a \\ y = \dfrac{5+2a}{2} \\ z = a \end{cases} \quad \text{con } a \in \mathbb{R}$$

4)
a) x = 1, y = 1, z = 1

5)
a)Sistema compatible indeterminado

$$\begin{cases} x = \dfrac{-2+5\lambda}{5} \\ y = \dfrac{2+5\lambda}{5} \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R}$$

b) Sistema incompatible

6) Sistema compatible indeterminado

7)
a) Se puede aplicar Cramer porque número de incógnitas=número de ecuaciones y el determinante de la matriz asociada es distinto de cero

b) No se puede aplicar Cramer porque número de incógnitas es distinto al número de ecuaciones

8) x = 1, y = 2, z = 1

9)
a) x = 0, y = -1/3, z = 1/3, t= 14/3
b) sistema compatible indeterminado

$$x = \frac{12+8\lambda-4\mu}{5}, \quad y = \frac{-8-\lambda+2\mu}{5}, \quad z = \lambda, \quad t = \mu \quad \text{con } \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

10)
a) Sistema compatible indeterminado

$$x = \frac{2-5\lambda}{5}, \quad y = \frac{15\lambda-3}{5}, \quad z = \lambda \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

b) Sistema compatible indeterminado

$$x = \frac{1}{2}, \quad y = \frac{2\lambda-1}{2}, \quad z = \lambda \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

11)
a) Si m= 2: Sistema incompatible. Si m≠2: Sistema compatible determinado
b) Si a= -9: Sistema compatible indeterminado. Si a≠-9: Sistema compatible determinado

12)
a) x = 1, y = 3, z = -2
b) x = -2, y = 2, z = -1
c) x = 1, y = 3, z = -2
d) x = 1, y = 2, z = -3
e) x = 1, y = 3/5, z = 4/5
f) Sistema incompatible
g)

$$\begin{aligned} x &= \frac{12-9\lambda}{5} \\ y &= \frac{1-17\lambda}{5} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R} \\ z &= \lambda \end{aligned}$$

h) x = 123/23, y = 107/23, z=-21/23

13)
a) x = 4, y = -2
b) x = 1, y = -4, z = 8

14)
a) x = -4, y = 4, z = -1
b)

La solución es: $x = \frac{4-\lambda}{2}, \quad y = \frac{2-3\lambda}{2}, \quad z = \lambda \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$

c) a = -2/3, b = 5/3, c = 2/3
d) x = -2/21, y = -1/21, z = 1/3

e) Sistema incompatible

f)

La solución es: $x = \dfrac{-1 + \lambda - 6\mu}{5}$, $y = \dfrac{-2 + 2\lambda - 7\mu}{5}$,

$z = \lambda$, $t = \mu$ con $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

g)

La solución es: $x = 18 + 2\lambda$, $y = \lambda$, $z = -29$ con $\lambda \in \mathbb{R}$

h)

La solución es: $a = \dfrac{15}{7}$, $b = \dfrac{7\lambda - 19}{7}$, $c = \lambda$ con $\lambda \in \mathbb{R}$