

## Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Calcular a área de prismas rectos de calquera número de caras.
- Calcular a área de pirámides de calquera número de caras.
- Calcular a área dun tronco de pirámide.
- Calcular a área dun cilindro.
- Calcular a área dun cono.
- Calcular a área dun tronco de cono.
- Calcular a área dunha esfera.
- Calcular a área de corpos xeométricos obtidos pola composición de todo ou parte dos corpos anteriores.

Antes de empezar

1. Área dos prismas..... páx. 164  
Área dos prismas

2. Área da pirámide e do tronco de pirámide..... páx. 166  
Área da pirámide  
Área do tronco de pirámide

3. Área dos corpos de revolución..... páx. 169  
Área do cilindro  
Área do cono  
Área do tronco de cono  
Área da esfera

4. Resolución de problemas ..... páx. 172  
Resolución de problemas

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

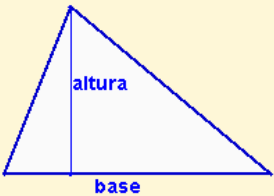
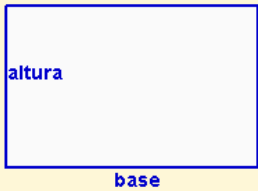
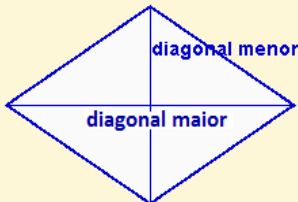
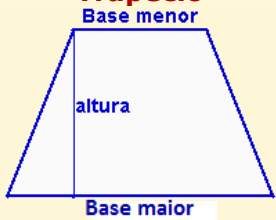
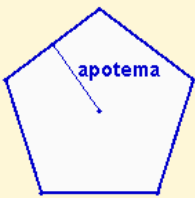
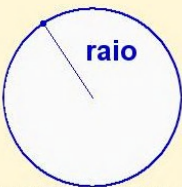
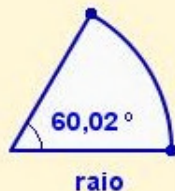
Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor

# Área de corpos xeométricos

## Antes de empezar

Recorda a área das figuras planas

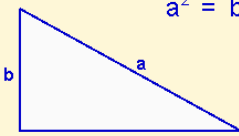
|                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Triángulo</b></p>  <p><math>A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}</math></p>                | <p><b>Cadrado</b></p>  <p><math>A = \text{lado}^2</math></p>                     | <p><b>Rectángulo</b></p>  <p><math>A = \text{base} \cdot \text{altura}</math></p>                                  |
| <p><b>Rombo</b></p>  <p><math>A = \frac{D \cdot d}{2}</math></p>                                          | <p><b>Romboide</b></p>  <p><math>A = \text{base} \cdot \text{altura}</math></p> | <p><b>Trapecio</b></p>  <p><math>A = \frac{(B \text{ maior} + b \text{ menor}) \cdot \text{altura}}{2}</math></p> |
| <p><b>Polígono regular</b></p>  <p><math>A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}</math></p> | <p><b>Círculo</b></p>  <p><math>A = \pi \cdot r^2</math></p>                   | <p><b>Sector circular</b></p>  <p><math>A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \text{nº grados}}{360}</math></p>          |

## Investiga: Teorema de Pitágoras en corpos xeométricos

Na Unidade 7 estudaches o Teorema de Pitágoras e viches aplicacións deste teorema en figuras planas.

Nesta unidade necesitas recordalo e verás aplicacións en corpos xeométricos. Na pirámide, no tronco de pirámide, no cono e no tronco de cono necesitarás construír triángulos rectángulos para calcular as arestas, a altura ou a xeratriz.

Nun triángulo rectángulo, o cadrado da hipotenusa é igual á suma dos cadrados dos catetos



$$a^2 = b^2 + c^2$$

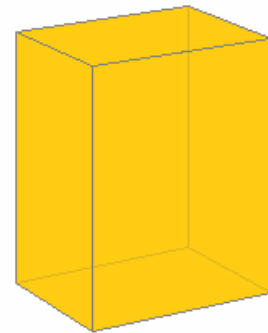
## 1. Área dos prismas

### Área dos prismas

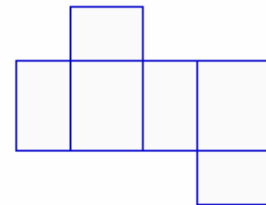
A **área** dun prisma ou de calquera poliedro, é a suma das áreas de cada unha das súas caras. Podemos distinguir:

**Área lateral:** Suma das áreas das caras laterais. No prisma as caras laterais son rectángulos.

**Área total:** É a suma da área lateral e a área das dúas bases. As bases son dous polígonos iguais.



Paralelepípedo:  
prisma rectangular recto.



Desenvolvemento dun paralelepípedo:  
obtéñense seis rectángulos iguais dous a dous. As caras opostas son iguais.

Calcula a área lateral e a área total dun paralelepípedo de 25 cm de alto, 15 cm de longo e 10 cm de largo.

**Área lateral:**

Hai dous rectángulos de 25 por 15:  $A = 25 \cdot 15 = 375 \text{ cm}^2$

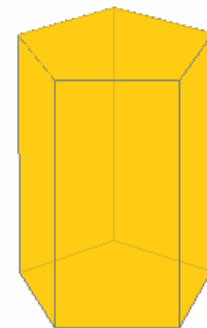
Hai dous rectángulos de 25 por 10:  $A = 25 \cdot 10 = 250 \text{ cm}^2$

A área lateral é:  **$Al = 2 \cdot 375 + 2 \cdot 250 = 1250 \text{ cm}^2$**

**Área total:**

As bases son dous rectángulos de 15 por 10:  
 $A = 25 \cdot 15 = 375 \text{ cm}^2$

A área total é:  **$At = 1250 + 2 \cdot 150 = 1550 \text{ cm}^2$**



Prisma pentagonal.

Calcula a área lateral e a área total dun prisma pentagonal de 30 cm de alto e 12 cm de aresta da base. A apotema da base mide 8,26 cm.

**Área lateral:**

Hai cinco rectángulos de 30 por 12:  $30 \cdot 12 = 360 \text{ cm}^2$

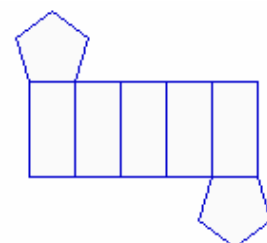
A área lateral é:  **$Al = 5 \cdot 360 = 1800 \text{ cm}^2$**

**Área total:**

As bases son dous pentágonos de 12 cm de lado y 8,26 cm de apotema:

$$Ab = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 12 \cdot 8,26}{2} = 247,8 \text{ cm}^2$$

A área total é:  **$At = 1800 + 2 \cdot 247,8 = 2295,6 \text{ cm}^2$**

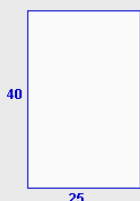


Desenvolvemento dun prisma pentagonal: obtéñense dous pentágonos das bases e cinco rectángulos iguais das caras laterais.

# Área de corpos xeométricos

## EXERCICIOS resoltos

1. Calcular a área lateral e a área total dun prisma triangular de 40 centímetros de altura e 25 centímetros de aresta da base.



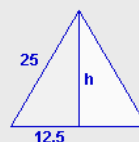
Área lateral: hai tres rectángulos iguais:

$$Al = 3 \cdot 40 \cdot 25 = 3000 \text{ cm}^2$$

Área da base: un triángulo equilátero.  
Aplícase o Teorema de Pitágoras

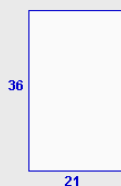
$$h = \sqrt{25^2 - 12,5^2} = \sqrt{468,75} = 21,65 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{25 \cdot 21,65}{2} = 270,63 \text{ cm}^2$$



$$\text{Área total: } At = 3000 + 2 \cdot 270,63 = 3541,27 \text{ cm}^2$$

2. Calcular a área lateral e a área total dun prisma de base cadrada de 36 centímetros de altura e 21 centímetros de aresta da base.

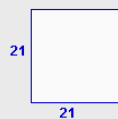


Área lateral: hai catro rectángulos iguais:

$$Al = 4 \cdot 36 \cdot 21 = 3024 \text{ cm}^2$$

Área da base: un cadrado

$$Ab = 21^2 = 441 \text{ cm}^2$$



$$\text{Área total: } At = 3024 + 2 \cdot 441 = 3906 \text{ cm}^2$$

3. Calcular a área lateral e a área total dun prisma hexagonal de 10 centímetros de altura e 10 centímetros de aresta da base.



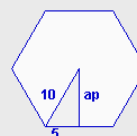
Área lateral: hai seis rectángulos iguais (neste caso particular son cadrados):

$$Al = 6 \cdot 10 \cdot 10 = 600 \text{ cm}^2$$

Área da base: un hexágono regular  
Aplícase o Teorema de Pitágoras

$$ap = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} = 259,81 \text{ cm}^2$$



$$\text{Área total: } At = 600 + 2 \cdot 259,81 = 1119,62 \text{ cm}^2$$

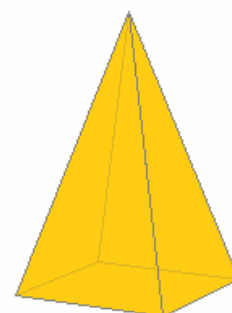
## 2. Área da pirámide e do tronco de pirámide

### Área da pirámide

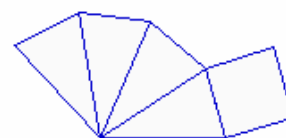
Ao desenvolver unha pirámide obtense a base que é un polígono e as caras laterais que son triángulos.

**Área lateral:** Suma das áreas das caras laterais.

**Área total:** É a suma da área lateral e a área da base. A base é un polígono calquera, regular ou non. (Aquí traballaremos con bases que son polígonos regulares).



Pirámide de base cadrada



Desenvolvemento dunha pirámide de base cadrada: obtéñense catro triángulos isósceles iguais e un cadrado

Calcula a área lateral e a área total dunha pirámide de base cadrada de 25 cm de aresta lateral e 15 cm de aresta da base.

#### Área lateral:

Hai catro triángulos de 15 cm de base. Necesítase calcular a altura:



$$h = \sqrt{25^2 - 7,5^2} = \sqrt{568,75} = 23,85 \text{ cm}$$

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{15 \cdot 23,85}{2} = 178,86 \text{ cm}^2$$

A área lateral é:

$$Al = 4 \cdot 178,86 = 715,45 \text{ cm}^2$$

#### Área total:

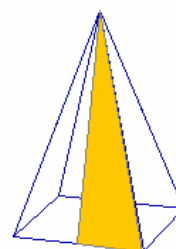
A base é cadrado de 15 cm de lado:

$$Ab = 15 \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2$$

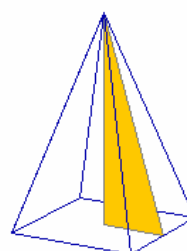
A área total é:

$$At = 715,45 + 225 = 940,45 \text{ cm}^2$$

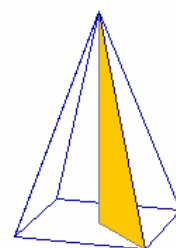
Nunha pirámide de base cadrada:



A aresta lateral, a altura dunha cara e a metade da aresta da base forman un triángulo rectángulo, sendo a hipotenusa a aresta lateral.

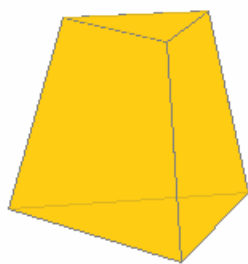


A altura da pirámide, a altura dunha cara e a metade da aresta da base forman un triángulo rectángulo, sendo a hipotenusa a altura dunha cara.

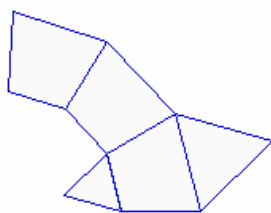


A altura da pirámide, a aresta lateral e a metade da diagonal da base forman un triángulo rectángulo, sendo a hipotenusa a aresta lateral.

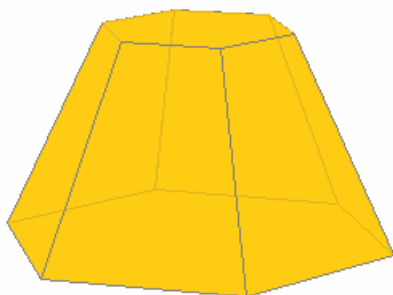
# Área de corpos xeométricos



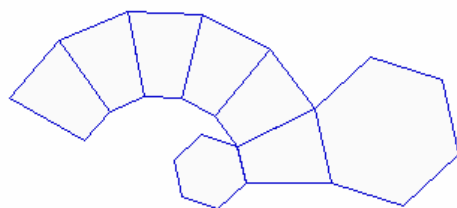
Tronco de pirámide triangular



Desenvolvemento dun tronco de pirámide triangular: obtéñense tres trapezoides isósceles e dous triángulos equiláteros.



Tronco de pirámide hexagonal



Desenvolvemento dun tronco de pirámide hexagonal: obtéñense seis trapezoides isósceles e dous hexágonos.

## Área do tronco de pirámide

Ao desenvolver un tronco de pirámide obtéñense dúas bases que son polígonos semellantes e as caras laterais que son trapezoides. Se o tronco procede dunha pirámide regular, as bases son polígonos regulares e as caras laterais trapezoides isósceles iguais.

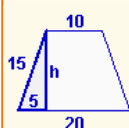
**Área lateral:** Suma das áreas das caras laterais.

**Área total:** É a suma da área lateral e a área das dúas bases.

Calcula a área lateral e a área total dun tronco de pirámide triangular de 15 cm de aresta lateral, 10 cm de aresta da base menor e 20 cm de aresta da base maior.

### Área lateral:

Hai tres trapezoides isósceles de 10 cm de base menor e 20 cm de base maior. Necesítase calcular a altura:



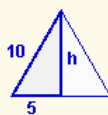
$$h = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(20+10) \cdot 14,14}{2} = 212,13 \text{ cm}^2$$

A área lateral é: **Al = 3 · 212,13 = 636,40 cm<sup>2</sup>**

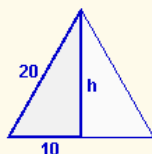
### Área total:

As bases son dous triángulos equiláteros:



$$h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,30 \text{ cm}^2$$



$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ cm}$$

$$AB = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{20 \cdot 17,32}{2} = 173,21 \text{ cm}^2$$

A área total es:

$$\mathbf{At = 636,40 + 43,30 + 173,21 = 852,90 \text{ cm}^2}$$

## EXERCICIOS resoltos

4. Calcula a área lateral e a área total dunha pirámide hexagonal de 30 cm de aresta lateral e 12 cm de aresta da base.

Área lateral: hai seis triángulos iguais:

$$h = \sqrt{30^2 - 6^2} = \sqrt{864} = 29,39 \text{ cm}$$

$$A = \frac{25 \cdot 29,39}{2} = 176,36 \text{ cm}^2$$

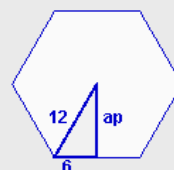
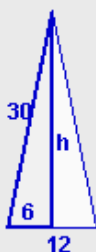
$$Al = 6 \cdot 176,36 = 1058,18 \text{ cm}^2$$

Área da base: un hexágono regular.  
Cálculase a apotema:

$$ap = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10,39}{2} = 374,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 1058,18 + 374,12 = 1432,30 \text{ cm}^2$$



5. Calcula a área lateral e a área total dun tronco de pirámide pentagonal de 15 cm de aresta lateral e 18 e 24 cm de arestas das bases respectivamente. As apotemas das bases miden 12,39 e 16,52 cm respectivamente.

Área lateral: hai cinco trapezios isósceles:

$$h = \sqrt{15^2 - 3^2} = \sqrt{216} = 14,70 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(24 + 18) \cdot 14,70}{2} = 308,64 \text{ cm}^2$$

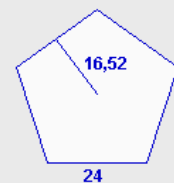
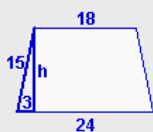
$$Al = 5 \cdot 308,64 = 1543,18 \text{ cm}^2$$

Área das bases: son dous pentágonos regulares.

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{5 \cdot 18 \cdot 12,39}{2} = 557,55 \text{ cm}^2$$

$$AB = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{5 \cdot 24 \cdot 16,52}{2} = 991,20 \text{ cm}^2$$

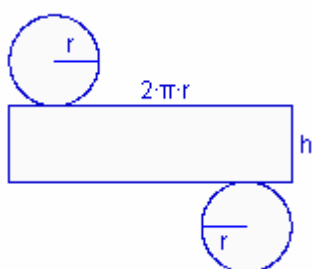
$$\text{Área total: } At = 1543,18 + 557,55 + 991,20 = 3091,93 \text{ cm}^2$$



# Área de corpos xeométricos



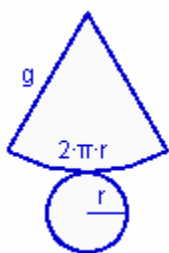
Cilindro



Desenvolvimento dun cilindro: obtéñense un rectángulo e dous círculos.

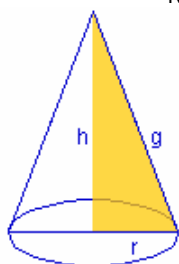


Cono



Desenvolvimento dun cono: obtéñense un sector circular e un círculo.

Nun cono:



A xeratriz, a altura e o raio da base forman un triángulo rectángulo, sendo a hipotenusa a xeratriz.

## 3. Área dos corpos de revolución

### Área dun cilindro

O desenvolvemento dun cilindro componse de dous círculos que son as bases e un rectángulo de base a lonxitude da circunferencia e de altura a do cilindro.

$$\text{Área lateral: } Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$\text{Área total: } At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

Calcula a área lateral e a área total dun cilindro de 25 cm de alto, e de 15 cm de raio da base.

$$\text{Área lateral: } Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 25 = 2356,19 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área da base: } Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 225 = 706,86 \text{ cm}^2$$

$$\text{A área total é: } At = 2356,19 + 2 \cdot 706,86 = 3769,91 \text{ cm}^2$$

### Área dun cono

O desenvolvemento dun cono componse do círculo da base e un sector circular que ten por lonxitude de arco, a lonxitude da circunferencia e por raio, a xeratriz do cono.

$$\text{Área lateral: } Al = \pi \cdot r \cdot g$$

$$\text{Área total: } At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

Calcula a área lateral e a área total dun cono de 30 cm de xeratriz e de 16 cm de raio da base.

$$\text{Área lateral: } Al = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 16 \cdot 30 = 1507,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área da base: } Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 256 = 804,25 \text{ cm}^2$$

$$\text{A área total é: } At = 1507,96 + 804,25 = 2312,21 \text{ cm}^2$$

# Áreas de corpos xeométricos

## Área dun tronco de cono

O desenvolvemento dun tronco de cono componse quitar dous círculos que son as bases e unha figura chamada trapezio circular que ten por lados curvos, as lonxitudes das circunferencias e por altura, a xeratriz do tronco de cono.

$$\text{Área lateral: } Al = \pi \cdot g \cdot (R + r)$$

$$\text{Área total: } At = \pi \cdot g \cdot (R + r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

Calcula a área lateral e a área total dun tronco de cono de 15 cm de xeratriz, 10 cm de raio da base menor e 20 cm de raio da base maior.

**Área lateral:**

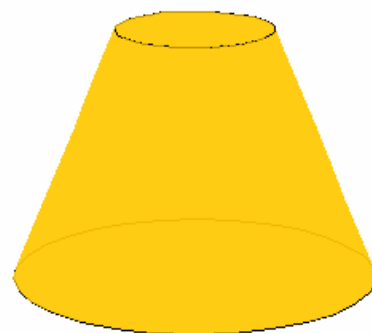
$$Al = \pi \cdot g \cdot (R + r) = \pi \cdot 15 \cdot (10 + 20) = 1413,72 \text{ cm}^2$$

**Área da base menor:**  $Ab = \pi \cdot 10^2 = 314,16 \text{ cm}^2$

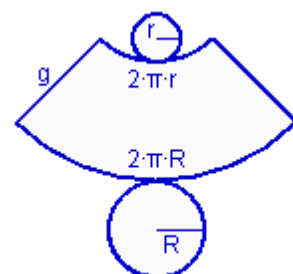
**Área da base maior:**  $AB = \pi \cdot 20^2 = 1256,64 \text{ cm}^2$

A área total é:

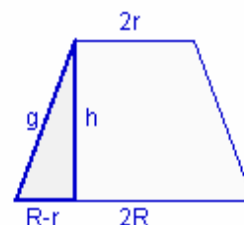
$$At = 1413,72 + 314,16 + 1256,64 = 2984,51 \text{ cm}^2$$



Tronco de cono



Desenvolvemento dun tronco de cono:  
Ao cortar un tronco de cono por un plano que pase polos centros das dúas bases obtense este trapezio isósceles do que se pode deducir a relación que existe entre os raios, a altura e a xeratriz.



## Área dunha esfera

A esfera non se pode desenvolver e representar nun plano.

A área da esfera é igual a catro veces a superficie do círculo de maior raio que contén.

$$\text{Área: } A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Calcula a área dunha esfera 30 cm de raio.

**Área:**  $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 30^2 = 11309,73 \text{ cm}^2$

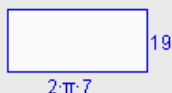


Esfera

# Área de corpos xeométricos

## EXERCICIOS resoltos

6. Calcula a área lateral e a área total dun cilindro de 19 cm de altura e 7 cm de raio da base.



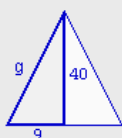
Área lateral: rectángulo  
 $Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 19 = 835,66 \text{ cm}^2$



Área da base: círculo  
 $Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 7^2 = 153,94 \text{ cm}^2$

Área total:  $At = 835,666 + 2 \cdot 153,94 = 1143,54 \text{ cm}^2$

7. Calcula a área lateral e a área total dun cono de 40 cm de altura e 9 cm de raio da base.



Área lateral: necesítase calcular a xeratriz:

$$g = \sqrt{9^2 + 40^2} = \sqrt{1681} = 41 \text{ cm}$$

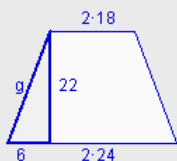
$$Al = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 9 \cdot 41 = 1159,25 \text{ cm}^2$$



Área da base: círculo  
 $Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = 254,47 \text{ cm}^2$

Área total:  $At = 1159,25 + 254,47 = 1413,72 \text{ cm}^2$

8. Calcula a área lateral e a área total dun tronco de cono de 22 cm de altura, 18 cm de raio da base menor e 24 cm de raio da base maior.



Área lateral: necesítase calcular a xeratriz:

$$g = \sqrt{6^2 + 22^2} = \sqrt{520} = 22,80 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot g \cdot (R + r) = \pi \cdot 22,8 \cdot (24 + 18) = 3008,85 \text{ cm}^2$$



Área das bases: círculos

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 18^2 = 1017,88 \text{ cm}^2$$

$$AB = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 24^2 = 1809,56 \text{ cm}^2$$



Área total:  $At = 3008,85 + 1017,88 + 1809,56 = 5836,29 \text{ cm}^2$

9. Calcula a área dunha esfera de 1 metro de raio.

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 1^2 = 12,57 \text{ m}^2$$

## 4. Resolución de problemas

### Resolución de problemas

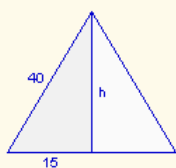
En diversas ocasións presentaranse problemas de cálculo de áreas de corpos xeométricos, nos que os corpos que aparecen obtéñense agrupando varios dos corpos xa estudados.

En situacións deste tipo descompóñense os corpos xeométricos en corpos máis simples e resólvese o problema por partes.

Hai que ter coidado coas caras comúns na descomposición para non contalas dúas veces.

Calcula a área da figura 1, sabendo que as medidas están expresadas en centímetros.

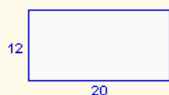
**Área dos triángulos:** Hai seis triángulos iguais a este:



$$h = \sqrt{40^2 - 15^2} = \sqrt{1375} = 37,08 \text{ cm}$$

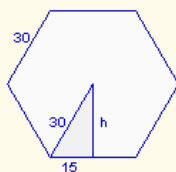
$$A = \frac{30 \cdot 37,08}{2} = 556,22 \text{ cm}^2$$

**Área dos rectángulos:** Hai seis rectángulos iguais a este:



$$A = 20 \cdot 12 = 240 \text{ cm}^2$$

**Área das bases (hexágono):** As caras horizontais forman un hexágono de 30 cm de lado:



$$h = \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{675} = 25,98 \text{ cm}$$

$$A = \frac{6 \cdot 30 \cdot 25,98}{2} = 2338,27 \text{ cm}^2$$

A área total é:

$$At = 6 \cdot 556,22 + 6 \cdot 240 + 2338,27 = 7115,56 \text{ cm}^2$$

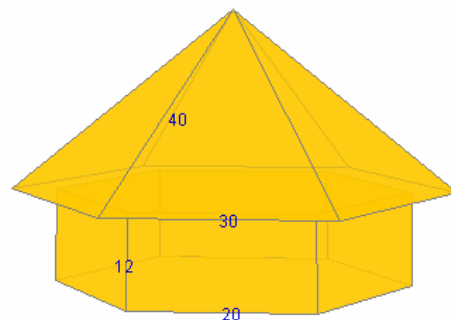


Figura 1

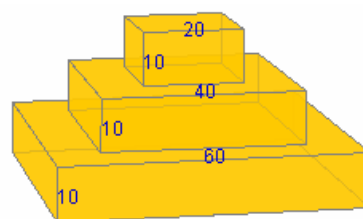


Figura 2

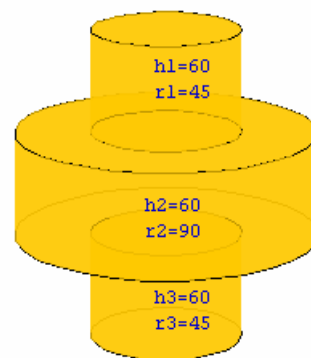


Figura 3

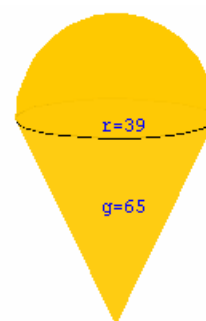


Figura 4

## Área de corpos xeométricos

### EXERCICIOS resoltos

10. Calcula a área da figura 2 da páxina anterior, sabendo que as medidas están expresadas en centímetros.

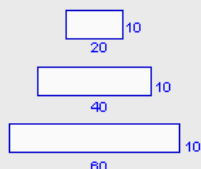
Área lateral: hai catro rectángulos de cada un:

$$A1 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$$

$$A2 = 40 \cdot 10 = 400 \text{ cm}^2$$

$$A3 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ cm}^2$$

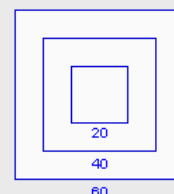
$$Al = 4 \cdot 200 + 4 \cdot 400 + 4 \cdot 600 = 4800 \text{ cm}^2$$



Área da base: ao unir as bases superiores obtense un cadrado de 60 cm de lado, que coincide co cadrado da base inferior

$$Ab = 60^2 = 3600 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 4800 + 2 \cdot 3600 = 12000 \text{ cm}^2$$



11. Calcula a área da figura 3 da páxina anterior, sabendo que as medidas están expresadas en centímetros.

Área lateral: corresponde coa área lateral de tres cilindros:

$$A1 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 45 \cdot 60 = 16964,60 \text{ cm}^2$$

$$A2 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 90 \cdot 60 = 33929,20 \text{ cm}^2$$

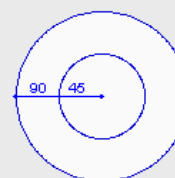
$$A3 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 45 \cdot 60 = 16964,60 \text{ cm}^2$$

$$Al = 16964,60 + 33929,20 + 16964,60 = 67858,40 \text{ cm}^2$$

Área da base: ao unir as bases superiores por unha parte e as bases inferiores por outra se obteñen círculos de 90 cm de raio.

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 90^2 = 25446,90 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = 67858,40 + 2 \cdot 25446,90 = 118752,20 \text{ cm}^2$$



12. Calcula a área da figura 4 da páxina anterior, sabendo que as medidas están expresadas en centímetros.

Pódese descompor este corpo xeométrico nunha semiesfera e un cono:

$$\text{Área da semiesfera: } A_s = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 39^2}{2} = 9556,72 \text{ cm}^2$$

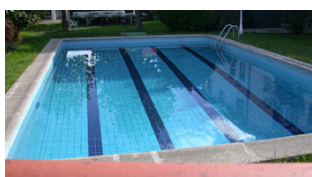
$$\text{Área lateral do cono: } A_c = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 39 \cdot 65 = 7963,94 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } At = A_s + A_c = 9556,72 + 7963,94 = 17520,66 \text{ cm}^2$$



## Para practicar

1. Estou construíndo unha piscina de 5,7 metros de longo, 4 metros de ancho e 1,9 metros de alto. Quero cubrir as paredes e o fondo con azulexos de forma cadrada de 20 cm de lado. Cantos azulexos necesitarei se aproximadamente desperdiciase un 10%?



2. Unha nai compra á súa filla unha caixa dos seus bombóns favoritos. A caixa ten forma de prisma triangular de 21 cm de longa e 12 cm de lado da base. Cal é a cantidade de papel mínima que se necesita para envolverla?



3. Vaise a restaurar o lateral e a parte superior dunha torre con forma de prisma octogonal de 12 m de alta. A base é un octógono regular de 3 m de lado e 3,62 metros de apotema. Se a empresa de restauración cobra 226 euros por cada metro cadrado, cal será o prezo da restauración?



4. Unha pizzería fai pizzas de varios tamaños e véndeas en caixas hexagonais de 39 cm de lado e 4,7 cm de alto. Que cantidade de cartón necesítase para cada caixa tendo en conta que a caixa está formada por dúas partes compostas dunha base e o lateral?

5. Unha pirámide exipcia de base cadrada ten 150 metros de altura e 139 metros de aresta da base. Cal é a súa superficie lateral?



6. Calcula os metros cadrados de tea que se necesita para fabricar unha antuca con forma de pirámide dodecagonal de 84 cm de aresta da base e 194 cm de aresta lateral.



7. A parte exterior do tellado dun edificio ten forma de tronco de pirámide de bases cadradas de 47 m e 51 m de lado respectivamente. A aresta lateral do tellado mide 7,3 m. Calcula a superficie.



8. Unha maceta de plástico ten forma de tronco de pirámide hexagonal. Os lados das bases miden respectivamente 36 e 42 cm e a aresta lateral mide 7,5 cm. Calcula a cantidade de plástico que se necesita para a súa fabricación.



## Área de corpos xeométricos

9. Unha lata de conservas ten 16,6 cm de altura e 8,4 cm de raio da base. Que cantidade de metal necesítase para a súa construción? Que cantidade de papel necesítase para a etiqueta?



10. Quérese tratar dous depósitos con pintura antioxidante. Os depósitos teñen 7,3 metros de alto e 9,7 metros de raio da base. O prezo por pintura de cada metro cadrado é de 39 euros. Cal é o prezo final da pintura, sabendo que só se pinta a base superior de cada un?



11. Unha copa ten forma de cono de 10,2 cm de xeratriz e 9,5 cm de diámetro da circunferencia superior. A base é unha circunferencia de 4,9 cm de raio. Cada vez que se limpa, que superficie de cristal hai que limpar?



12. Deséxase acondicionar un silo antigo con forma de cono. Para iso vaise a aplicar unha capa illante á parede interior e ao chan. As dimensións do silo son 16,5 metros de alto e 7,5 metros de raio da base. Que cantidade de superficie vaise a tratar?



13. Un vaso de plástico ten 7,1 cm de diámetro superior e 5,6 cm de diámetro inferior. A xeratriz mide 12,6 cm. Cantos metros cadrados de plástico necesítáronse para fabricar 150 vasos?



14. Comprei un papel resistente á calor para fabricarme unha lámpada con forma de tronco de cono, de 17,3 cm de diámetro superior e 15,7 cm de diámetro inferior. A altura mide 32,2 cm. Que cantidade de papel necesito?



15. Sabendo que o raio da Terra é de 6370 quilómetros, calcula a superficie do noso planeta utilizando distintas aproximacións do número  $\pi$ .

a) 3    b) 3,14    c) 3,1416    d)  $\pi$



16. a) Calcula a superficie dunha pelota de 5 cm de raio.  
b) Calcula a superficie dunha pelota de raio dobre da anterior.  
c) Calcula a superficie dunha pelota de raio 10 veces maior que a primeira.  
d) Que relación hai entre as superficies das esferas?



# Áreas de corpos xeométricos

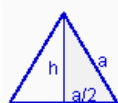
Para saber máis



## ÁREA DOS POLIEDROS REGULARES

Os poliedros regulares teñen todas as súas caras iguais. Para calcular a súa área, calcúlase a área dunha das súas caras e multiplícase polo número de caras que ten. Imos ver como se pode calcular a área dun triángulo equilátero e dun pentágono regular.

### Área dun triángulo equilátero en función do lado "a"

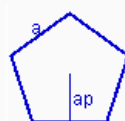


$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$\text{altura: } h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Área: } A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

### Área dun pentágono regular en función do lado "a"



Para calcular a área dun pentágono regular necesítase a unidade de Trigonometría de 4º E.S.O.

$$\text{apotema: } ap = \frac{a}{10} \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$

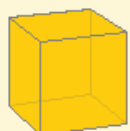
$$\text{Área: } A = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$

Agora xa se pode calcular a área dos poliedros regulares.



**TETRAEDRO:** formado por catro triángulos equiláteros

$$A = 4 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = a^2 \sqrt{3}$$



**CUBO:** formado por seis cadrados

$$A = 6 \cdot a^2$$



**OCTAEDRO:** formado por oito triángulos equiláteros

$$A = 8 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 2 a^2 \sqrt{3}$$



**DODECAEDRO:** formado por doce pentágonos regulares

$$A = 12 \cdot \frac{1}{4} a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}} \Rightarrow A = 3 a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$



**ICOSAEDRO:** formado por vinte triángulos equiláteros

$$A = 20 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 5 a^2 \sqrt{3}$$

# Área de corpos xeométricos



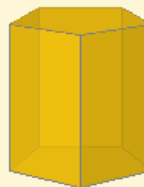
**Lembra  
o máis importante**

## ÁREAS DE CORPOS XEOMÉTRICOS

**Área lateral:** suma das áreas de todas as caras laterais dun corpo xeométrico.

**Área total:** suma da área lateral e da área das bases dun corpo xeométrico.

### PRISMA



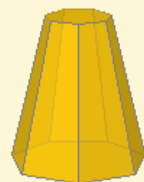
$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área do rectángulo}$$
$$At = Al + 2 \cdot \text{área do polígono regular}$$

### PIRÁMIDE



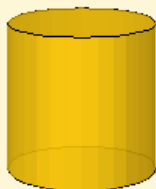
$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área do triángulo}$$
$$At = Al + \text{área do polígono regular}$$

### TRONCO DE PIRÁMIDE



$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área do trapecio}$$
$$At = Al + \text{área de polígonos regulares}$$

### CILINDRO



$$Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$
$$At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

### CONO



$$Al = \pi \cdot r \cdot g$$
$$At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

### TRONCO DE CONO



$$Al = \pi \cdot g \cdot (R + r)$$
$$At = \pi \cdot g \cdot (R + r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

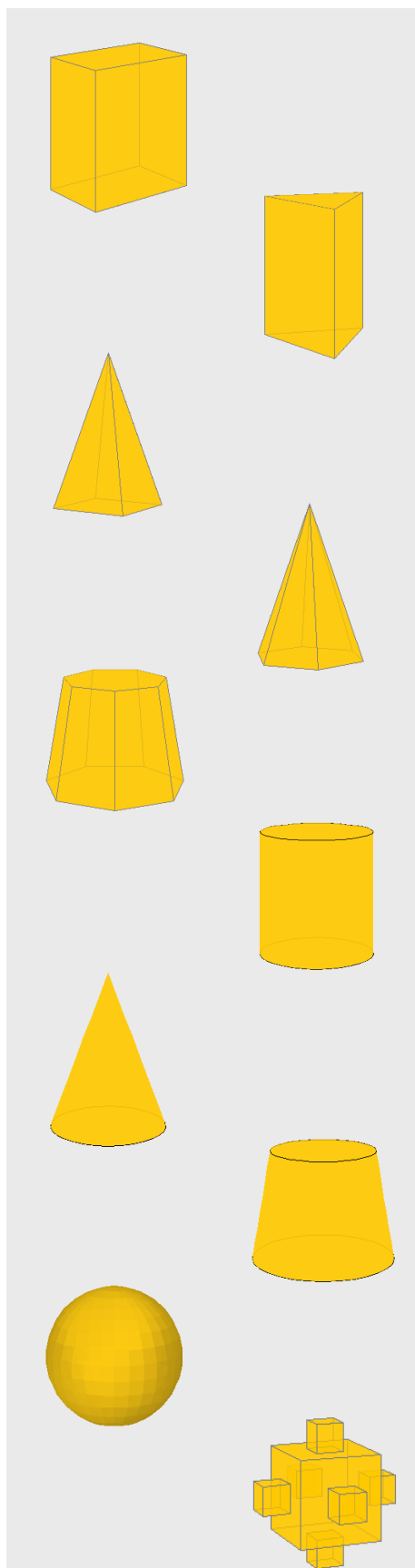
### ESFERA



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

# Áreas de corpos xeométricos

## Autoavaliación



1. Calcula a área total dun ortoedro de 72 metros de longo, 42 metros de ancho e 26 metros de alto.
2. Calcula a área total dun prisma triangular de 55 metros de altura e 30 metros de aresta da base.
3. Calcula a área total dunha pirámide de base cadrada de 69 metros de altura e 77 metros de aresta da base.
4. Calcula a área total dunha pirámide hexagonal de 114 metros de aresta lateral e 100 metros de aresta da base.
5. Calcula a área total dun tronco de pirámide de 7 caras laterais sabendo que as arestas das bases miden respectivamente 47 e 71 metros, a aresta lateral mide 62 metros e as apotemas das bases miden respectivamente 48,80 e 73,78 metros.
6. Calcula a área total dun cilindro de 81 metros de altura e 15 metros de raio da base.
7. Calcula a área total dun cono de 29 metros de altura e 42 metros de raio da base.
8. Calcula a área total dun tronco de cono cuxa xeratriz mide 24 metros e os raios das bases miden respectivamente 41 e 57 metros.
9. Calcula a área dunha esfera de 67 metros de raio.
10. Calcula a área total deste corpo xeométrico sabendo que a aresta do cubo pequeno mide 13 metros e a aresta do cubo grande é o triplo.

# Área de corpos xeométricos

## Solucións dos exercicios para practicar

- |                                                                        |                                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. 1641 azulejos                                                       | 11. 455,28 cm <sup>2</sup>                                                                                                                                 |
| 2. 880,71 cm <sup>2</sup>                                              | 12. 603,76 m <sup>2</sup>                                                                                                                                  |
| 3. 74905,44 euros                                                      | 13. 4,14 m <sup>2</sup>                                                                                                                                    |
| 4. 10102,95 cm <sup>2</sup>                                            | 14. 1669,64 cm <sup>2</sup>                                                                                                                                |
| 5. 45958,58 m <sup>2</sup>                                             | 15. a) 486922800 km <sup>2</sup><br>b) 509645864 km <sup>2</sup><br>c) 509905556,16 km <sup>2</sup><br>d) 509904363,78 km <sup>2</sup>                     |
| 6. 9,55 m <sup>2</sup>                                                 | 16. a) 314,16 cm <sup>2</sup><br>b) 1256,64 cm <sup>2</sup><br>c) 31415,93 cm <sup>2</sup><br>d) a relación é igual ao cadrado da relación entre os raios. |
| 7. 1376,05 m <sup>2</sup>                                              |                                                                                                                                                            |
| 8. 4975,59 cm <sup>2</sup>                                             |                                                                                                                                                            |
| 9. 1319,57 cm <sup>2</sup> de metal<br>876,13 cm <sup>2</sup> de papel |                                                                                                                                                            |
| 10. 57759,37 euros                                                     |                                                                                                                                                            |

## Solucións AUTOAVALIACIÓN

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. 11976 m <sup>2</sup>    | 6. 9047,79 m <sup>2</sup>  |
| 2. 5729,42 m <sup>2</sup>  | 7. 12276,23 m <sup>2</sup> |
| 3. 18097,19 m <sup>2</sup> | 8. 22877,08 m <sup>2</sup> |
| 4. 56715,76 m <sup>2</sup> | 9. 56410,44 m <sup>2</sup> |
| 5. 51468,83 m <sup>2</sup> | 10. 13182 m <sup>2</sup>   |

Non esquezas enviar as actividades ao titor ►