

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Aplicar correctamente o Teorema de Tales.
- Recoñecer e debuxar figuras semellantes.
- Aplicar os criterios de semellanza de triángulos.
- Calcular a razón de semellanza.
- Utilizar a relación entre as áreas de figuras semellantes.
- Calcular distancias en mapas e planos.
- Construír figuras a partir dunha escala.
- Resolver problemas xeométricos aplicando o Teorema de Pitágoras.

Antes de comezar

1. Teorema de Tales.....páx. 118
Enunciado e posición de Tales
Aplicacións
2. Semellanza de figuras.....páx. 120
Figuras semellantes
Semellanza de triángulos
Relación entre lonxitudes
Relación entre áreas
3. Ampliación e redución de figuras....páx. 124
Ampliación, redución e escala
4. Teorema de Pitágoras.....páx. 126
Enunciado
Aplicacións

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

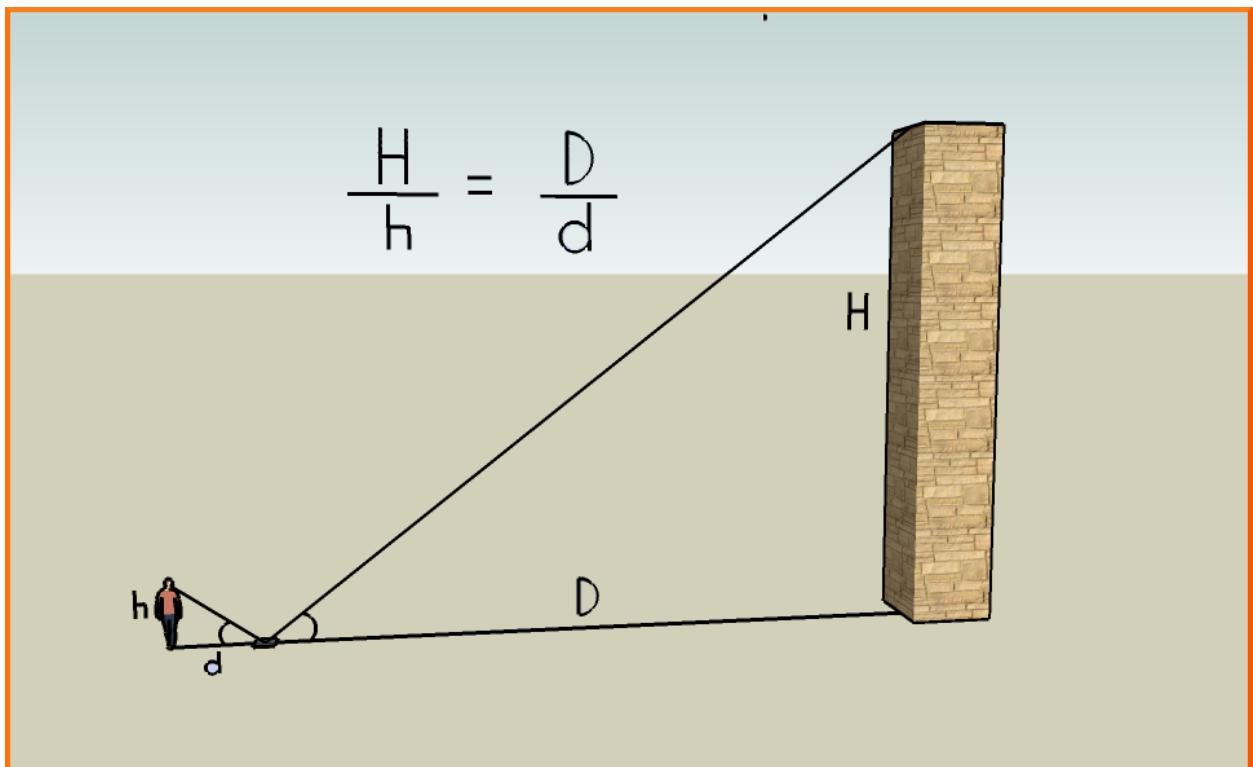
Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor

Semellanza. Teorema de Pitágoras.

Antes de empezar

Aplicando a semellanza aprenderás, entre outras cousas, a medir alturas de edificios cun espello sen necesidade de subirte a eles. Tamén podes facelo empregando as súas sombras...



Investiga

Nunha pizzería, a pizza pequena ten 23 cm de diámetro e é para unha persoa. Non obstante, a pizza familiar ten 46 cm de diámetro, xusto o dobre que a pequena, pero din que é para 4 persoas. Estannos enganando?

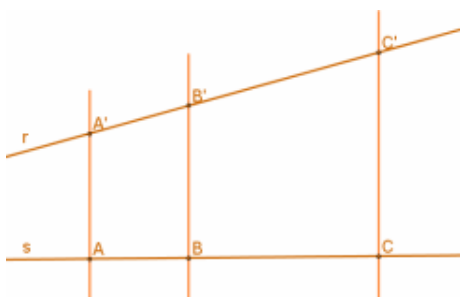


Semellanza. Teorema de Pitágoras.

1. Teorema de Tales

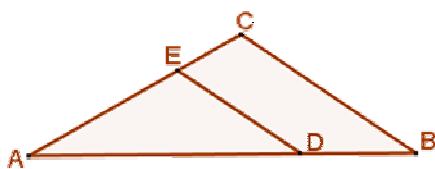
Enunciado e posición de Tales

Se varias rectas paralelas son cortadas por dúas secantes r e s , **os segmentos que determinan ditas paralelas na recta r son proporcionais aos segmentos que determinan en s .**



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

Os triángulos ABC e ADE comparten o ángulo A, están encaixados. Os lados opostos ao ángulo A son paralelos. Nestes casos dicimos que os dous triángulos están en **posición de Tales**:

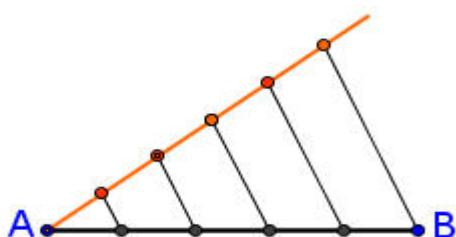


Cando os triángulos se poden colocar en posición de Tales, **os seus lados son proporcionais**:

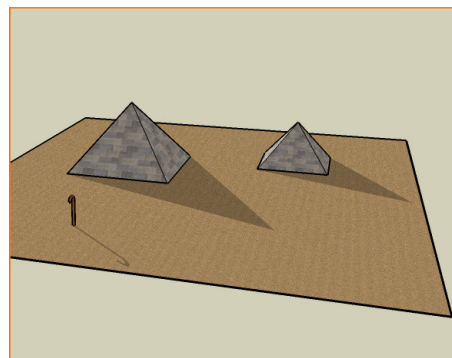
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

Aplicacións

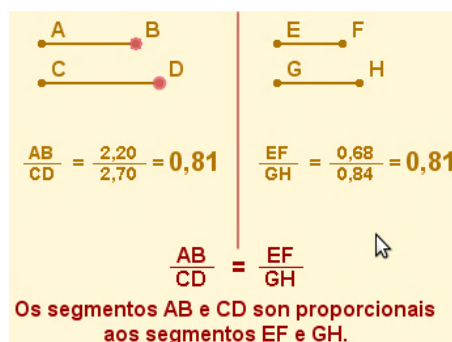
O Teorema de Tales permítenos **dividir un segmento en partes iguais** (cinco neste caso):



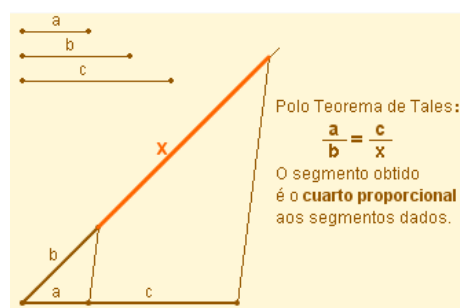
Trazamos unha semirrecta a partir de A. Sobre ela marcamos, co compás, 5 segmentos iguais, da lonxitude desexada. Unimos a última marca con B e trazamos paralelas, unha por cada marca da semirrecta.



Tales de Mileto foi un filósofo e matemático grego que viviu no século VI a. C. Calculou as alturas das pirámides de Exipto comparando as súas sombras cas dun caxato.



Dous pares de segmentos son **proporcionais** se a razón entre os dous primeiros (cociente entre as súas lonxitudes) coincide coa razón entre os dous últimos.

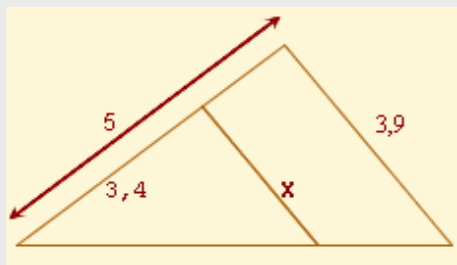


Un segmento, de lonxitude x , é **cuarto proporcional** a outros tres de lonxitudes a , b e c se se verifica que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

EXERCICIOS resoltos

1. Usa o teorema de Tales para calcular x.



Os dous triángulos están en posición de Tales, polo que os seus lados son proporcionais:

$$\frac{5}{3,4} = \frac{3,9}{x}; \quad 5 \cdot x = 3,4 \cdot 3,9; \quad x = \frac{3,4 \cdot 3,9}{5};$$

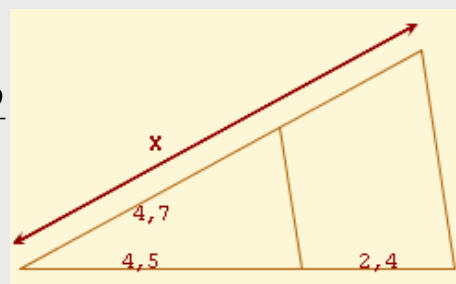
$$x = 2,6$$

2. Calcula o valor de x.

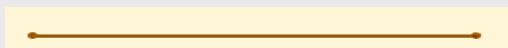
Os dous triángulos tamén están en posición de Tales. Os seus lados son proporcionais:

$$\frac{x}{4,7} = \frac{4,5 + 2,4}{4,5}; \quad 4,5 \cdot x = 4,7 \cdot (4,5 + 2,4); \quad x = \frac{4,7 \cdot 6,9}{4,5}$$

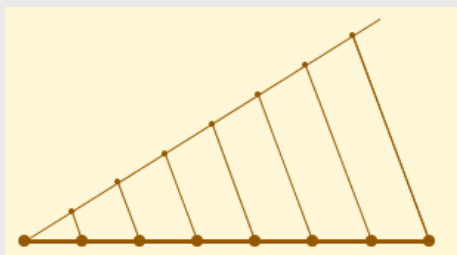
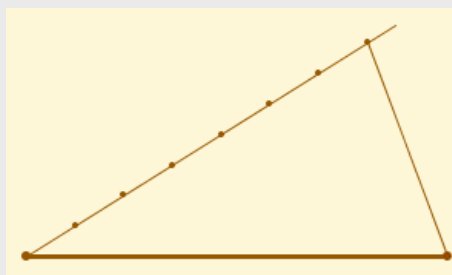
$$x = 7,2$$



3. Divide o segmento en 7 partes iguais.



Trázase unha semirrecta a partir dun dos extremos do segmento. Márcanse nela, co compás, 7 segmentos iguais, da lonxitude que se desexe. Únense a última marca e o outro extremo do segmento.



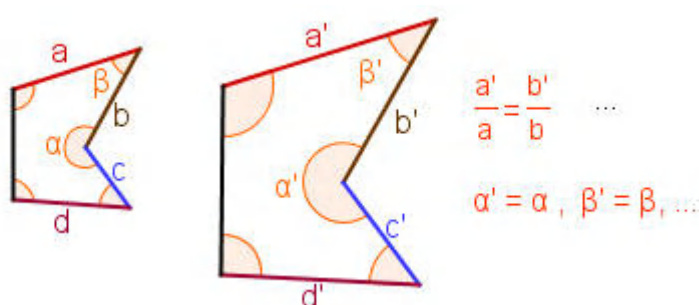
Trazamos paralelas, unha por cada marca, e o segmento queda dividido en 7 partes iguais.

Semellanza. Teorema de Pitágoras.

2. Semellanza de figuras

Figuras semellantes

Dúas figuras son **semellantes** se os seus segmentos correspondentes (homólogos) son proporcionais e os seus ángulos iguais. É dicir; ou son iguais, ou **teñen a mesma forma e só se diferencian no seu tamaño**.



Cada lonxitude nunha das figuras obtense multiplicando a lonxitude correspondente na outra por un número fixo que se chama **razón de semellanza**.

Criterios de semellanza de triángulos

Un **criterio de semellanza** de dous triángulos é un conxunto de condicións tales que, se se verifican, podemos asegurar que os dous triángulos son semellantes.

Non é necesario comprobar que os seus ángulos son iguais e que os seus lados son proporcionais para saber se os dous triángulos son semellantes. É suficiente que se verifica algún dos seguintes criterios:

1.- Teñen dous ángulos iguais.

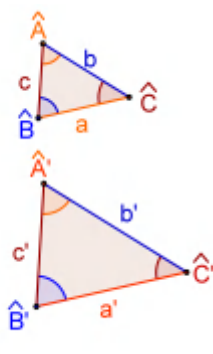
$$\hat{A} = \hat{A}' \text{ e } \hat{B} = \hat{B}'$$

2.- Os seus lados son proporcionais

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

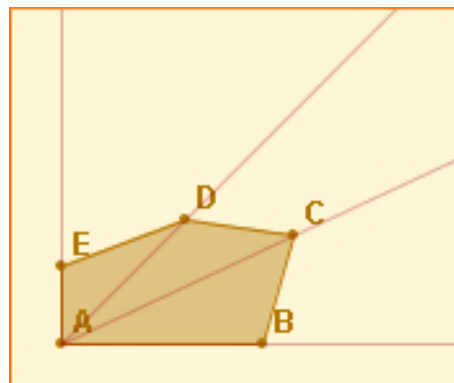
3.- Teñen dous lados proporcionais e o ángulo comprendido igual

$$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} \text{ e } \hat{A} = \hat{A}'$$

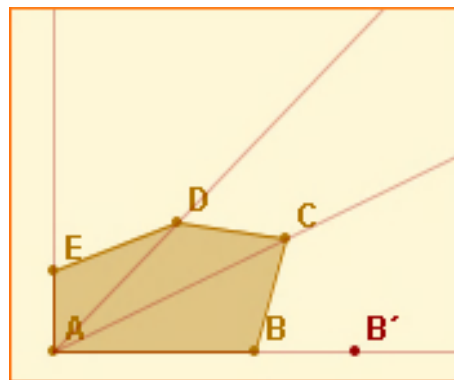


Construción de polígonos Semellantes.

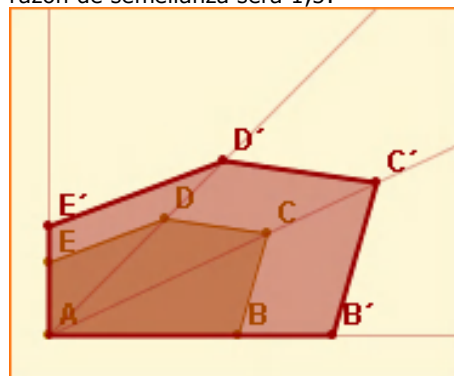
Escólese a razón de semellanza, por exemplo 1.5, e trázanse semirrectas que unen un vértice cos demais:



Na semirrecta AB escólese un punto B', de xeito que AB' sexa 1,5 veces máis longo que AB:



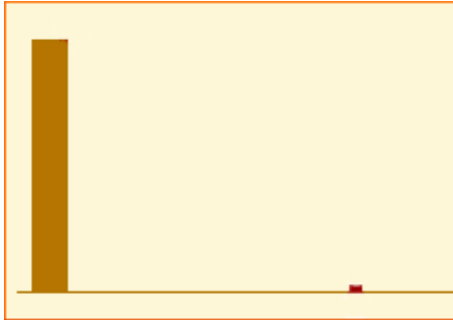
Dende B' trázanse paralelas ao polígono inicial, obtendo un polígono semellante. A razón de semellanza será 1,5:



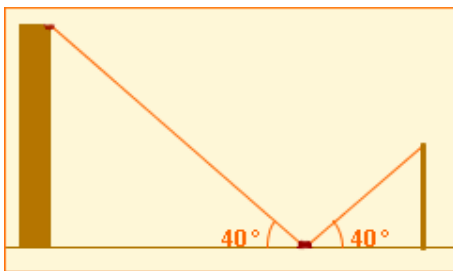
Semellanza. Teorema de Pitágoras.

Medición de alturas con espellos e sombras.

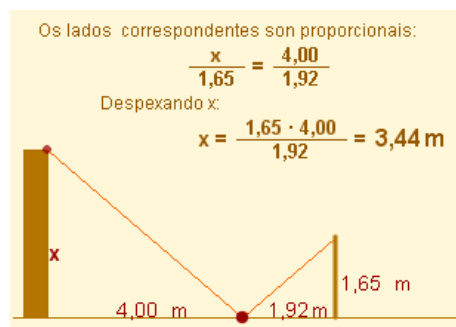
Colócase un espello pequeno no chan:



O observador sitúase de xeito que, erguido, poida ver reflectida no espello a parte máis alta do edificio:



Mídese a altura do observador (dende os seus ollos ao chan), a distancia deste ao espello e a distancia do espello ao edificio:

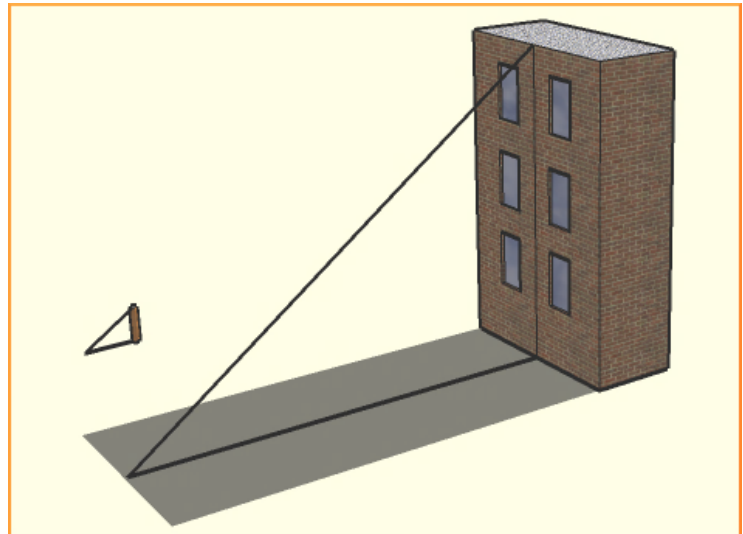


Do mesmo xeito, medindo as sombras do obxecto e dunha estaca, e a altura da estaca, pódese determinar a altura dun obxecto a partires da súa sombra.

Aplicacións

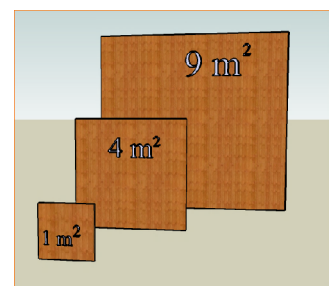
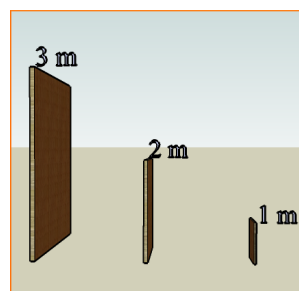
A semellanza de figuras, e en particular a semellanza de triángulos, ten moitas aplicacións prácticas. Entre outras:

- 1.- Cálculo da altura dun obxecto vertical a partires da súa sombra.
- 2.- Cálculo da altura dun obxecto vertical cun espello.



Relación entre as áreas.

Observa as dúas imaxes. Os segmentos nas figuras mediana e grande son o dobre e o triplo de grandes que os da figura pequena.



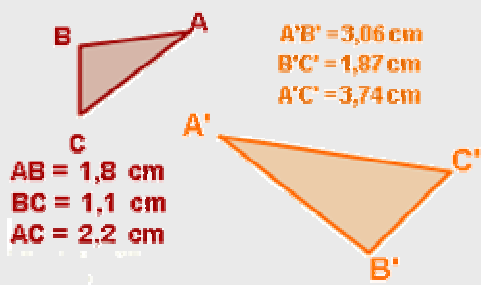
Por contra, as áreas son catro e nove veces máis grandes. En xeral, para figuras semellantes:

**Razón entre áreas =
(Razón de semellanza)²**

Semellanza. Teorema de Pitágoras.

EXERCICIOS resoltos

4. Son semellantes os triángulos? En caso afirmativo calcula a razón de semellanza.

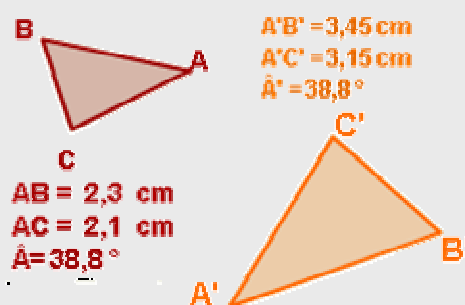


$$\frac{3,06}{1,8} = 1,7; \quad \frac{1,87}{1,1} = 1,7; \quad \frac{3,74}{2,2} = 1,7$$

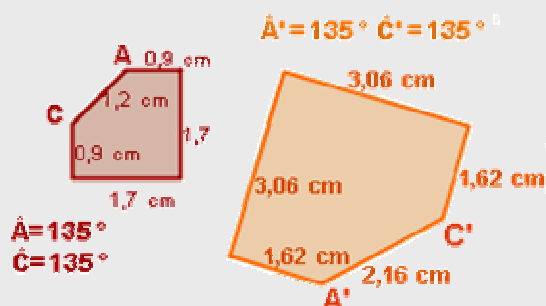
Os triángulos son semellantes, xa que teñen os seus lados proporcionais (segundo criterio). A razón de semellanza é $r = 1,7$

$$\frac{3,45}{2,3} = 1,5; \quad \frac{3,15}{2,1} = 1,5$$

Os triángulos son semellantes, xa que teñen un ángulo igual e os lados que o forman son proporcionais (terceiro criterio). A razón de semellanza é $r = 1,5$



5. Pensa se son semellantes as figuras. En caso afirmativo, calcula a razón de semellanza.

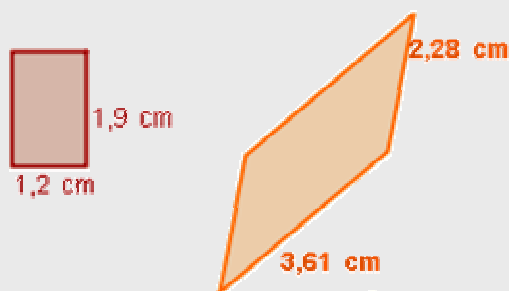


$$\frac{3,06}{1,7} = 1,8; \quad \frac{1,62}{0,9} = 1,8; \quad \frac{2,16}{1,2} = 1,8$$

Os lados son proporcionais e os ángulos son iguais, polo tanto son semellantes. A razón de semellanza é $r = 1,8$

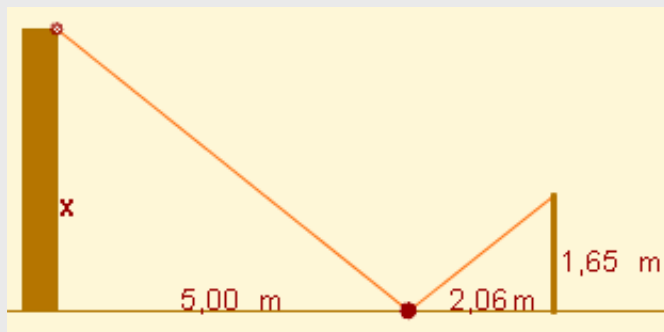
$$\frac{2,28}{1,2} = 1,9; \quad \frac{3,61}{1,9} = 1,9$$

Os lados son proporcionais, pero os ángulos non son iguais. Non son semellantes.



EXERCICIOS resoltos

6. Un observador, no que a altura dende os seus ollos ao chan é 1,65 m, ve como se reflicte nun espello a parte máis alta dun edificio. O espello atópase a 2,06 m dos seus pes e a 5m do edificio. Calcula a altura do edificio.

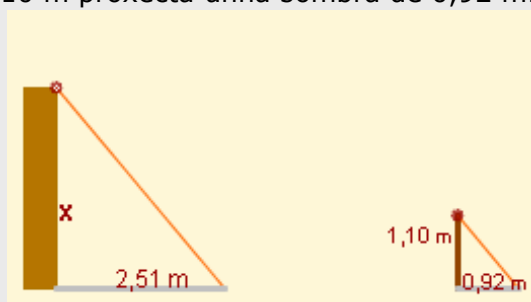


Os dous triángulos son semellantes,
Os seus lados son proporcionais:

$$\frac{x}{1,65} = \frac{5}{2,06}; \quad x \cdot 2,06 = 5 \cdot 1,65;$$

$$x = \frac{5 \cdot 1,65}{2,06} = 4 \text{ m}$$

7. Un muro proxecta unha sombra de 2,51 m ao mesmo tempo que unha vara de 1,10 m proxecta unha sombra de 0,92 m. Calcula a altura do muro.



Os dous triángulos son semellantes,
os seus lados son proporcionais:

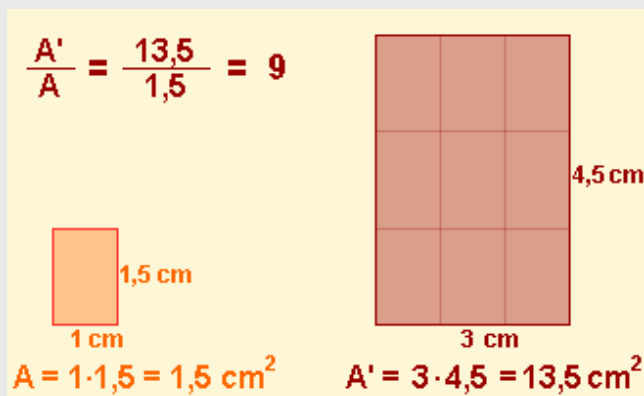
$$\frac{x}{1,10} = \frac{2,51}{0,92}; \quad x \cdot 0,92 = 1,10 \cdot 2,51;$$

$$x = \frac{1,10 \cdot 2,51}{0,92} = 3 \text{ m}$$

8. Un rectángulo de 1 cm x 1,5 cm ten unha superficie de $1 \times 1,5 = 1,5 \text{ cm}^2$. Que superficie terá un rectángulo o triplo de ancho e o triplo de longo?

Os dous rectángulos son semellantes
e a razón de semellanza é $r=3$.
La razón entre as áreas é $r^2=9$,
polo que o rectángulo grande ten
9 veces máis superficie que o pequeno:

$$A' = 9 \cdot A = 9 \cdot 1,5 = 13,5 \text{ cm}^2$$



Semellanza. Teorema de Pitágoras.

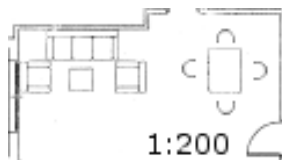
3. Ampliación e redución de figuras

Ampliación, redución e escala

A semellanza de figuras permítenos facer representacións de obxectos reais a un tamaño máis grande (**ampliacións**) ou máis pequeno (**reducións**).

Nas representacións de obxectos a razón de semellanza recibe o nome de factor **de escala**.

O factor de escala é 200, o salón na realidade é 200 veces máis grande que no plano.

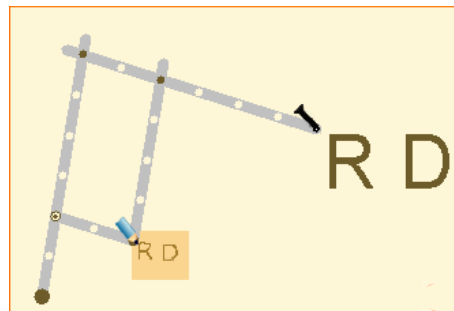
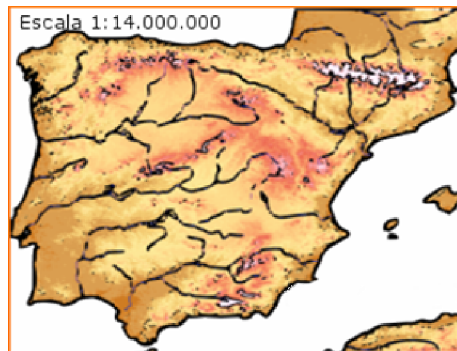


A **escala** exprésase en forma de cociente:

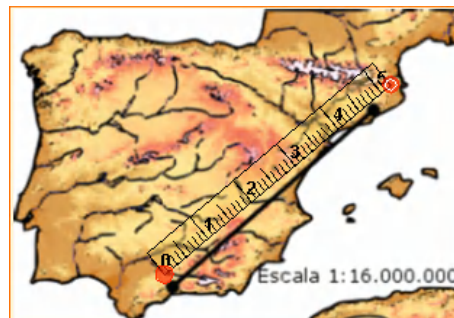
1:200

Neste caso, 200 é a razón de semellanza ou **factor de escala**. A figura representada será 200 veces máis pequena que a real. Nun plano a escala 1:200 **cada centímetro equivale a 200 centímetros na realidade**.

Neste mapa a escala é 1:14.000.000, o que significa que **cada centímetro equivale a 14.000.000 cm. na realidade; é dicir, 140 Km.**



O pantógrafo permite reproducir debuxos, ou facer gravacións, en tamaños maiores ou menores que o orixinal. Nas representacións de obxectos a razón de semellanza recibe o nome de factor **de escala**.



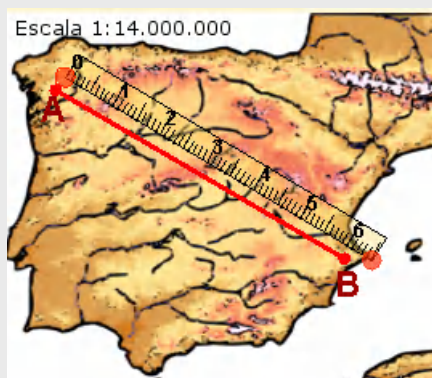
Coñecendo a escala é doado calcular as distancias reais. Neste caso hai 4,7 cm no mapa entre os dous puntos marcados, que equivalen a $4,7 \text{ cm} \cdot 16.000.000 = 75.200.000 \text{ cm} = 752 \text{ Km. reais}$.



Aínda non coñecendo a escala, poderíamos calcular a distancia real aproximada que hai entre A e B. Abondaría con medir no plano algún obxecto de dimensións reais coñecidas. O campo de fútbol grande podería ter uns 100 m de longo na realidade...

EXERCICIOS resoltos

9. Calcula a distancia real entre A e B.



A distancia real entre A e B será:

$$6,1 \text{ cm} \cdot 14.000.000 = 85.400.000 \text{ cm} = \\ = \mathbf{854 \text{ Km.}}$$

10. Calcula a escala do mapa sabendo que o campo de fútbol mide 110 m de longo na realidade. Que distancia aproximada hai entre A e B na realidade, si no plano é de 5,2 cm?

A lonxitude no plano do campo é de 1,1 cm, que equivalen a 110 m = 11000 cm reais.

$$\frac{1,1 \text{ cm no plano}}{11000 \text{ cm reais}} = \frac{1 \text{ cm no plano}}{x \text{ cm reais}}$$
$$1,1 \cdot x = 11000 \cdot 1; x = \frac{11000 \cdot 1}{1,1} = 10.000$$

A escala é **1:10.000**. A distancia de A a B: $5,2 \cdot 10.000 = 52.000 \text{ cm} = \mathbf{520 \text{ m}}$ aprox.



11. Nun plano de escala 1:40, que medidas terá unha mesa rectangular de 0,96 m x 0,72 m?

As lonxitudes no plano serán 40 veces máis pequenas que na realidade. As medidas da mesa son 96 cm x 72 cm, que no plano serán:

$$\frac{96}{40} = \mathbf{2,4 \text{ cm}} \quad \frac{72}{40} = \mathbf{1,8 \text{ cm}}$$

12. Unha maqueta dun coche, a escala 1:50, ten 8 cm de lonxitude, 3,5 cm de anchura e 2,8 cm de altura. Calcula as dimensións reais do coche.

$$\text{Lonxitude: } 8 \text{ cm} \cdot 50 = 400 \text{ cm} = \mathbf{4 \text{ m}}$$

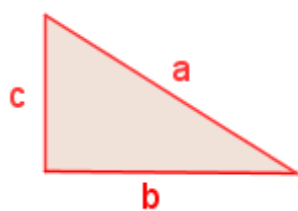
$$\text{Anchura: } 3,5 \text{ cm} \cdot 50 = 175 \text{ cm} = \mathbf{1,75 \text{ m}}$$

$$\text{Altura: } 2,8 \text{ cm} \cdot 50 = 140 \text{ cm} = \mathbf{1,40 \text{ m}}$$

Semellanza. Teorema de Pitágoras.

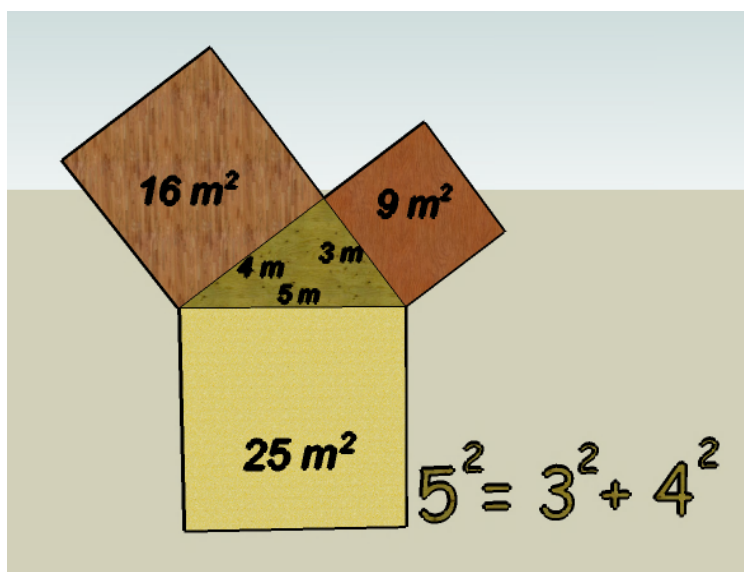
4. Teorema de Pitágoras

O teorema de Pitágoras dá unha relación entre a hipotenusa e os catetos dun triángulo rectángulo:



$$a^2 = b^2 + c^2$$

En todo triángulo rectángulo se verifica que o **cadrado da hipotenusa é igual á suma dos cadrados dos catetos.**

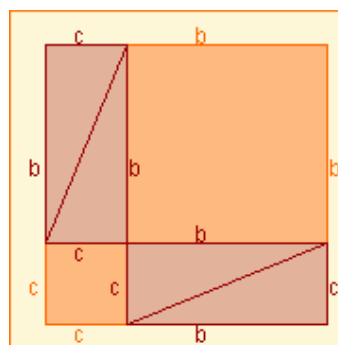
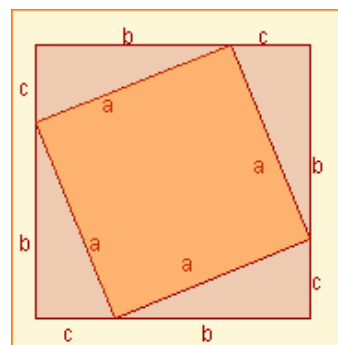


Aplicacións

O Teorema de Pitágoras ten moitas aplicacións; entre outras, veranse nos exercicios resoltos:

- Representación gráfica de números irracionais.
- Cálculo da diagonal dun rectángulo.
- Cálculo da altura dun triángulo isóscele.
- Cálculo da apotema dun hexágono regular.

Demostración.



Os dous cadrados son iguais: os dous teñen de lado $b+c$.

A superficie de cor vermella é a mesma nos dous cadrados: catro triángulos iguais. Polo tanto, a superficie restante, a laranxa, ten que ser a mesma nos dous cadrados. A superficie laranxa no primeiro é:

$$a^2$$

A superficie laranxa no segundo é:

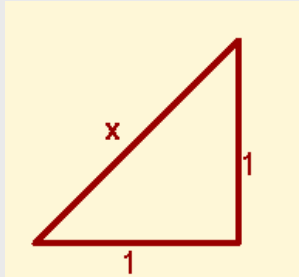
$$b^2 + c^2$$

Conclusión:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

EXERCICIOS resoltos

13. $\sqrt{2} = 1,414213562373095048801\dots$ Pódese debuxar un segmento que mida exactamente $\sqrt{2}$?



Si se pode! Só temos que representar dous segmentos perpendiculares, de lonxitude 1, e formar con eles un triángulo rectángulo. A hipotenusa mide exactamente $\sqrt{2}$:

$$x^2 = 1^2 + 1^2; \quad x^2 = 1 + 1 = 2$$

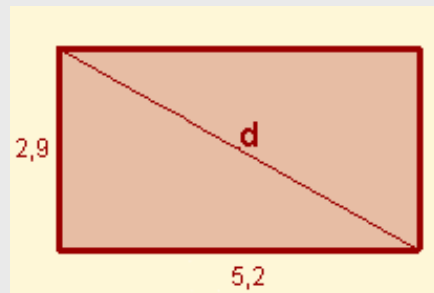
$$x = \sqrt{2}$$

14. Calcula a diagonal do rectángulo.

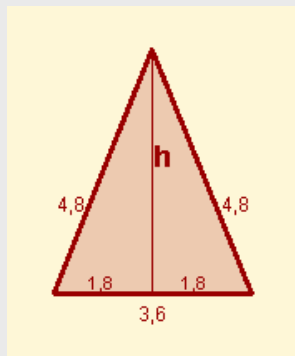
$$d^2 = 2,9^2 + 5,2^2; \quad d^2 = 8,41 + 27,04$$

$$d^2 = 35,45; \quad d = \sqrt{35,45}$$

$$d = 5,95$$



15. Calcula a altura dun triángulo isóscele onde os lados iguais miden 4,8 e o outro 3,6.



$$h^2 + 1,8^2 = 4,8^2; \quad h^2 = 4,8^2 - 1,8^2$$

$$h^2 = 23,04 - 3,24 = 19,80$$

$$h = \sqrt{19,80}$$

$$h = 4,45$$

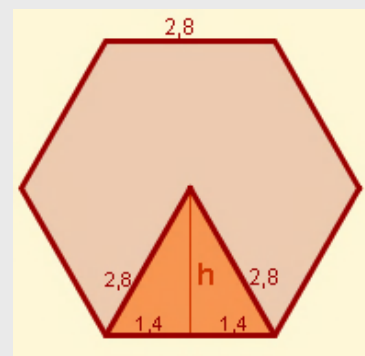
16. Calcula a apotema dun hexágono regular de lado 2,8.

$$h^2 + 1,4^2 = 2,8^2; \quad h^2 = 2,8^2 - 1,4^2$$

$$h^2 = 7,84 - 1,96 = 5,88$$

$$h = \sqrt{5,88}$$

$$h = 2,42$$



Semellanza. Teorema de Pitágoras.

EXERCICIOS resoltos

17. O interior do sinal de tráfico é un triángulo equilátero de 74 cm de lado. A liña que separa a zona branca da negra é unha altura. Canto mide esa altura?



$$h^2 + 37^2 = 74^2; \quad h^2 = 74^2 - 37^2$$

$$h^2 = 5476 - 1369 = 4107$$

$$h = \sqrt{4107}$$

$$h = 64,09 \text{ cm}$$

18. Nunha urbanización protexéronse 310 fiestras cadradas de 126 cm de lado cunha cinta adhesiva especial, como se ve na figura. Cantos metros de cinta se empregaron?

A diagonal da fiestra mide:

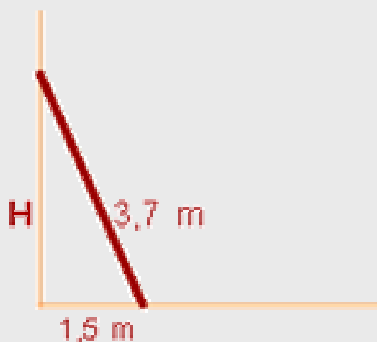
$$d^2 = 126^2 + 126^2; \quad d^2 = 31752$$

$$d = \sqrt{31752} = 178,19 \text{ cm}$$

$$\text{Cinta total: } 178,19 \cdot 310 = 55238,9 \text{ cm} = 552,39 \text{ m}$$



19. Unha escada de 3,7 m de lonxitude atópase apoiada nunha parede, quedando o pé a 1,5 m da mesma. Que altura alcanza a escada sobre a parede?



$$H^2 + 1,5^2 = 3,7^2; \quad H^2 = 3,7^2 - 1,5^2$$

$$H^2 = 13,69 - 2,25 = 11,44$$

$$H = \sqrt{11,44}$$

$$H = 3,38 \text{ m}$$

Semellanza. Teorema de Pitágoras.

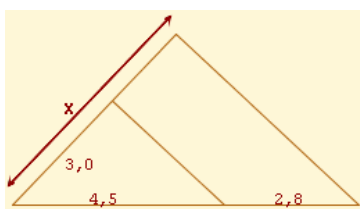
Para practicar



1. Debuxa un segmento de 8 cm de lonxitude e divídeo en 7 partes iguais.

2. Canto medirá un segmento que sexa cuarto proporcional a tres segmentos de lonxitudes 3, 4 e 5 cm?

3. Calcula o valor de x:



4. Os lados dun rectángulo miden 4 cm e 6 cm. Canto medirán os lados dun rectángulo semellante ao anterior se a razón de semellanza, do segundo ao primeiro, é $r=1,3$?

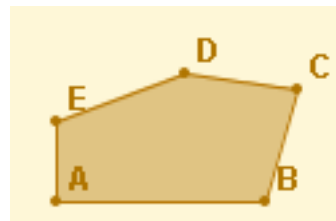
5. O lado dun triángulo equilátero mide 4 cm e o de outro triángulo equilátero 6 cm. Son semellantes os triángulos? Por que? En caso afirmativo, calcula a razón de semellanza.

6. Os lados dun triángulo miden 3 cm, 7 cm e 8 cm. Canto medirán os lados dun triángulo semellante ao anterior se a razón, do primeiro ao segundo, é $r=2$?

7. Nunha fotocopiadora facemos unha ampliación dunha folla ao 135%. Se na folla aparecía un círculo de 4,8 cm de diámetro. Calcula o diámetro do círculo na ampliación. Calcula a razón de semellanza do círculo grande con respecto ao pequeno.

8. Un cuadrilátero ten de lados 3, 4, 7 e 8 cm. O lado menor de outro cuadrilátero semellante a el mide 32 cm. Calcula a razón de semellanza do cuadrilátero grande respecto ao pequeno e a medida dos outros lados.

9. Constrúe un polígono semellante ao da figura, tomando como razón de semellanza $r=1,5$.



10. Os lados dun triángulo miden 2, 5 e 7 cm e os doutro 4, 10 y 13 cm. Son semellantes? En caso afirmativo, calcula a razón de semellanza.

11. Un triángulo rectángulo ten un ángulo de 30° e un lado de 56 cm. Outro triángulo rectángulo ten un ángulo 60° e un lado de 34 cm. Son semellantes os dous triángulos?

12. Di se son semellantes dous triángulos ABC e A'B'C' cos seguintes datos:

a) $\hat{A} = 30^\circ$, $AB=4$ cm, $AC=5$ cm, $\hat{A}'=30^\circ$, $A'B'=12$ cm, $A'C'=15$ cm.

b) $AB=7$ cm, $BC=4$ cm, $AC=9$ cm, $A'B'=14$ cm, $B'C'=8$ cm, $A'C'=18$ cm.

13. Un muro proxecta unha sombra de 32 m ao mesmo tempo que unha estaca de 1,2 m proxecta unha sombra de 97 cm. Calcula a altura do muro.

14. Un observador, de altura ata os ollos de 1,67 m, observa, erguido, nun espello a parte máis alta dun obxecto vertical. Calcula a altura deste, sabendo que o espello se atopa situado a 10 m da base do edificio e a 3 m do observador.

15. Un círculo ten unha superficie de 34 m^2 . Que superficie terá un círculo o triplo de ancho que o anterior?

Semellanza. Teorema de Pitágoras.

16. Se con unha pizza de 23 cm de diámetro pode comer unha persoa, cantas poderían comer cunha pizza de 32,5 cm?

17. Dous triángulos equiláteros son sempre semellantes? E dous triángulos isósceles? Razoa a resposta.

18. Dous hexágonos regulares, son semellantes? E dous polígonos regulares co mesmo número de lados?

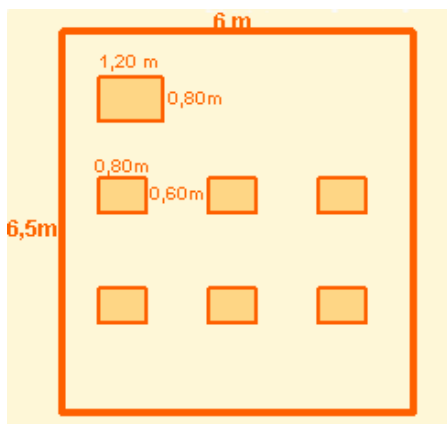
19. Nun mapa a escala 1:150.000, a distancia entre dous puntos é de 3,5 cm. Cal é a distancia real entre eles?

20. Dous pobos, que na realidade están a 36 km de distancia, sitúanse nun mapa a 7,2 cm. Cal é a escala do mapa?

21. Nun plano a escala 1:75, que dimensións terá unha mesa de 2,25 m x 1,5 m?

22. Nun plano representáronse con 3,5 cm unha distancia real de 1,75 m. Cal é a escala do plano?

23. Na figura indícanse as dimensións reais dunha clase. Fai un plano da mesma a escala 1:120.



24. Unha maqueta dunha casa, a escala 1:200, ten unha lonxitude de 3,5 cm, un ancho de 2,7 cm e unha altura de 2 cm. Cal son as medidas reais da casa?

25. Nun plano, a escala 1:500, unha parcela ten unha superficie de 12 cm². Que superficie terá na realidade a parcela?

26. Calcula a distancia real que haberá entre dúas cidades que están a 4,5 cm de distancia nun mapa no que outras dúas cidades, que distan 39 km na realidade, aparecen a 7,8 cm.

27. Calcula a altura que alcanzarían 8 sinais de tráfico colocadas como na figura, se cada unha delas é un octógono regular de 31 cm de lado e 40,5 cm de raio.



28. Calcula o perímetro dun triángulo rectángulo de hipotenusa 50 cm, e un dos seus catetos 40 cm.

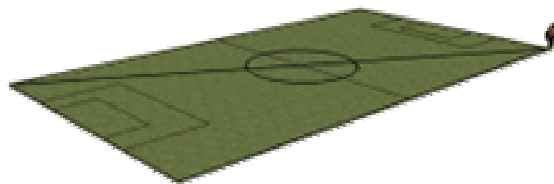
29. Determina, sen debuxalo, se un triángulo de lados 7, 8 e 9 cm é rectángulo.

30. Calcula a apotema dun hexágono de 5 cm de lado.

31. Calcula a altura dun triángulo isóscele no que os lados iguais miden 16 cm e o lado desigual 10 cm.

32. Calcula a medida da diagonal dun rectángulo de lados 6 e 8 cm.

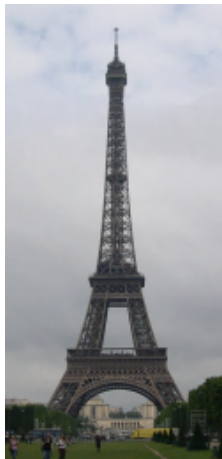
33. Un futbolista adestra correndo a diagonal do terreo de xogo dun campo de fútbol, ida e volta, 30 veces todos os días. Que distancia total percorre? O terreo de xogo ten unhas medidas de 105 x 67 m.



Para saber máis



A **torre Eiffel** foi construída con 18000 pezas de ferro forxado e orixinalmente medía 300 metros e pesaba 7300 toneladas. É unha estrutura **moi lixeira**, unha maqueta exacta da torre, tamén de ferro, de **2 m de altura** pesaría só:



$$(2/300)^3 \cdot 7300 =$$

$$0,00216 \text{ TN} =$$

2,16 Kg.

A sandía superior costa 2,50 €. A sandía inferior é xustamente o **dobre de ancha** que a superior. Canto costa? Custará 5 €, ou será máis cara?



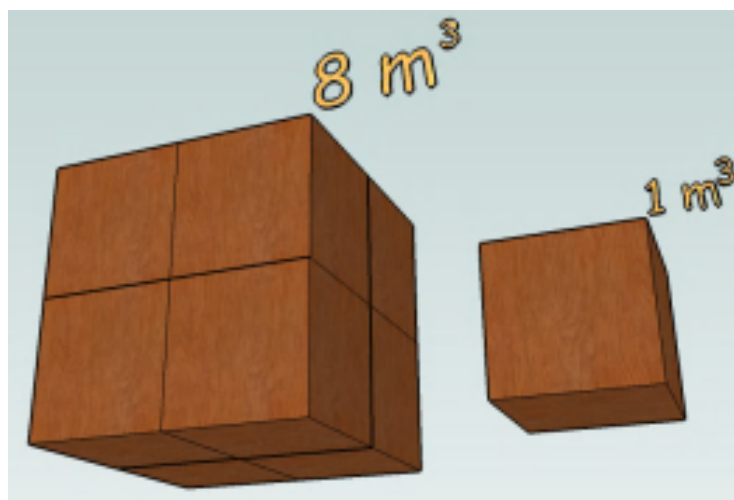
Unha sandía o **dobre de ancha** ten $2^3 = 8$ **vezes máis volume**. Non custaría 5 €, si non $8 \cdot 2,50 = 20 \text{ €}$

Relación entre os volumes de corpos semellantes

Os dous corpos da imaxe son semellantes. **A razón de semellanza é $r=2$** . Calquera segmento no cubo grande será o dobre de grande que o seu correspondente no pequeno. Que relación hai entre os seus volumes? Como podes observar, o **volume do cubo grande** non é o dobre que o do pequeno senón **8 veces maior** que o deste.

$$r=2$$

$$R \text{ vol} = r^3 = 2^3 = 8$$



Razón entre volumes

=

(Razón de semellanza)³

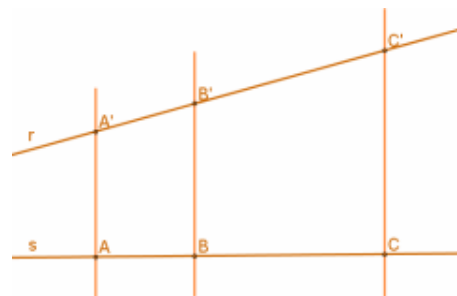
Semellanza. Teorema de Pitágoras.



**Lembra
o máis importante**

Teorema de Tales

Se varias rectas paralelas son cortadas por dúas secantes r e s , **os segmentos que determinan ditas paralelas en r son proporcionais aos que determinan en s .**



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

Figuras semellantes

Dúas figuras son **semellantes** se os seus segmentos correspondentes, ou asociados, son proporcionais e os seus ángulos iguais. É dicir; ou son iguais, **ou teñen "a mesma forma" e só se diferencian no seu tamaño.**

Cada lonxitude nunha das figuras obtense multiplicando a lonxitude correspondente na outra por un número fixo que se chama **razón de semellanza**.

Nas representacións de obxectos esta razón chámase **factor de escala**

Criterios de semellanza de triángulos

1.- Teñen dous ángulos iguais

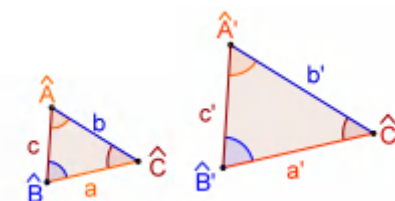
$$\hat{A} = \hat{A}' \text{ e } \hat{B} = \hat{B}'$$

2.- Os seus lados son proporcionais

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

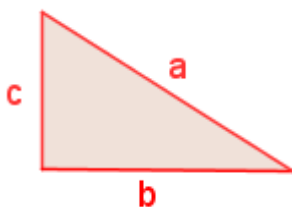
3.- Teñen dous lados proporcionais e o ángulo comprendido igual

$$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} \text{ e } \hat{A} = \hat{A}'$$



Teorema de Pitágoras

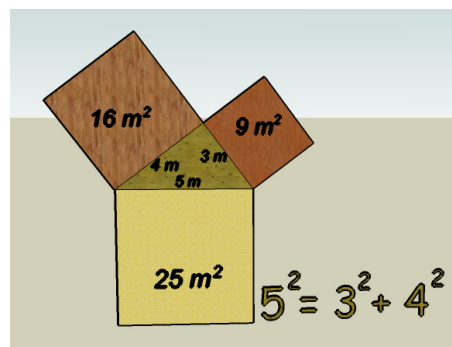
O teorema de Pitágoras da unha relación entre a hipotenusa e os catetos dun triángulo rectángulo:



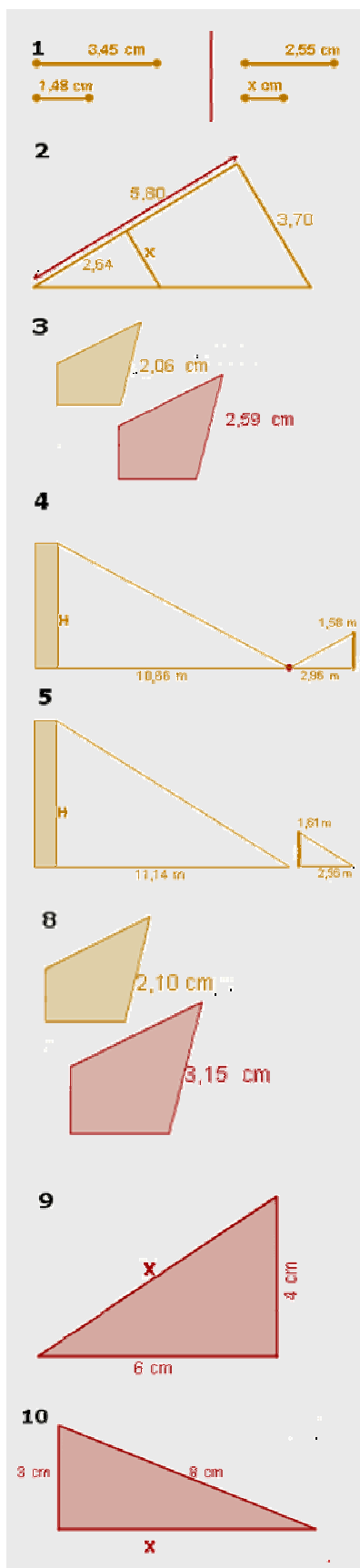
$$a^2 = b^2 + c^2$$



En todo triángulo rectángulo verifícase que **o cadrado da hipotenusa é igual á suma dos cadrados dos catetos.**



Autoavaliación

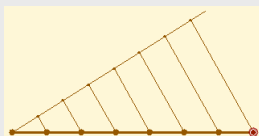


1. Calcula o valor de x para que os dous segmentos sexan proporcionais.
2. Calcula, de forma razoada, o valor de x .
3. Os dous polígonos da imaxe son semellantes. Calcula a razón de semellanza.
4. Un observador, erguido, ve reflectida nun espello, que está situado no chan, a parte máis alta dun edificio. Calcula a altura do edificio sabendo que a altura do observador, dende os seus ollos ao chan, é 1,58 m, o espello está situado a 2,96 m do observador e a 10,66 m do edificio.
5. Determina a altura do edificio sabendo que proxecta unha sombra de 11,14 m ao mesmo tempo que un caxato de 1,61 m proxecta unha sombra de 2,56 m.
6. Nun mapa, a escala 1:10000, a distancia entre dous pobos é 10,6 cm. A que distancia, en Km., están na realidade?
7. A distancia nun mapa entre dous pobos, que na realidade están a 22,4 Km., é de 11,2 cm. Cal é a escala do mapa?
8. As dúas figuras da imaxe son semellantes. Cal é a razón entre as súas áreas?
9. Empregando o teorema de Pitágoras, calcula a lonxitude da hipotenusa do triángulo que aparece na imaxe.
10. O triángulo da imaxe é rectángulo. Calcula x .

Semellanza. Teorema de Pitágoras.

Solucións dos exercicios para practicar

1.



2. 6,67cm

3. 4,87

4. 5,2 x 7,8 cm

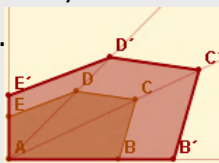
5. Si. Teñen os seus ángulos iguais. $r=1,5$

6. 1'5, 3'5 y 4 cm

7. 6,48 cm, $r=1,35$

8. $r=10,67$. 42'68, 74'69 y 85'36 cm

9.



10. Non. Os seus lados non son proporcionais.

11. Si. Teñen os seus ángulos iguais.

12. a) Si, crit. 3

b) Si, crit. 2.

13. 39,59 m.

14. 5,57 m

15. 306 m²

16. 2 persoas

17. Si, teñen os seus ángulos iguais. Non, non teñen por que verificar os criterios.

18. Si, porque teñen os lados prop. e os ángulos iguais.

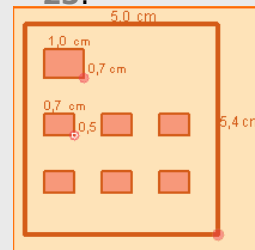
19. 5,25 Km

20. 1:500.000

21. 3x2 cm

22. 1:50

23.



24. 7 x 5,4 x 4 m

25. 300 m²

26. 22,5 Km

27. 5,98 m

28. 120 cm

29. Non, porque os seus lados non verifican o teorema de Pitágoras.

30. 4,33 cm

31. 15,2 cm

32. 10 cm

33. 7.47 Km

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. 1'09 cm

2. 1'68

3. 1'26

4. 5'69 m

5. 7'01 m

6. 1'06 Km

7. 1:200.000

8. 2'25

9. 7'21 cm

10. 7'42 cm

Non esquezas enviar as actividades ao titor ►