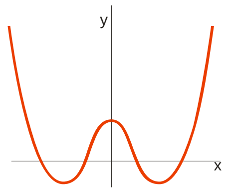
Características dunha función

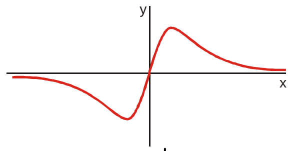
1.- Dominio: conxunto de valores que pode tomar a variable independente “x”.

2.- Continuidade: É unha medida da “regularidade” dunha función. Se unha función é continua nun intervalo, a súa gráfica pode debuxarse dun só trazo.

3.- Simetrías: estudaremos dous tipos de simetrías:

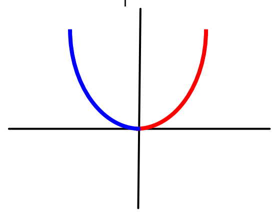


- **Simetría en relación ao eixe Y:** O resultado da función en valores de x con signo contrario é igual: $f(x) = f(-x)$

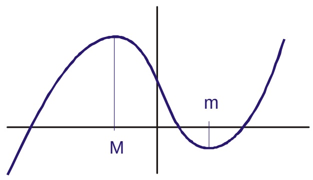


- **Simetría en relación á orixe de coordenadas:** O resultado da función en valores de x con signo contrario é tamén de signo contrario: $f(x) = -f(-x)$

4.- Crecemento



- Unha función é ***crecente*** se ao aumentar o valor da variable independente, x, tamén aumenta o valor da función ou, cando menos, non diminúe. Se aumentar dise “estritamente crecente”, como o exemplo da gráfica nos valores positivos).



- Unha función é ***decrecente*** se, ao aumentar o valor da x, diminúe o valor da función, ou polo menos non aumenta. (“estritamente decrecente” se diminúe, como o exemplo da gráfica nos valores negativos).

5.- Extremos

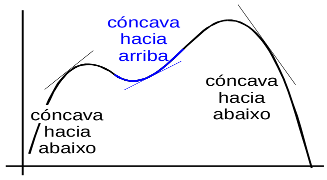
- **Máximo relativo:** se a función é maior que nos puntos que o rodean (na gráfica x=M).
- **Mínimo relativo:** se a función é menor que nos puntos que o rodean (na gráfica x=m).

Nos extremos relativos prodúcese un cambio no crecemento da función: Nos mínimos pasa de decrecente a crecente e nos máximos de crecente a decrecente.

Estudo do crecemento e dos extremos: Xa que a derivada mide como varía a función nun punto, podemos empregala para estudar o crecemento.

- Se a derivada é positiva, a función será crecente.
- Se a derivada é negativa, a función será decrecente.
- Se a derivada é cero nun punto, a función terá nese punto:
  - Un máximo relativo.
  - Un mínimo relativo.
  - Un punto de inflexíon con tanxente horizontal.

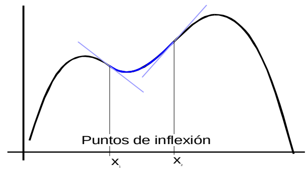
6.- Curvatura



- **Cóncava hacia arriba**, ou convexa, se a gráfica está por encima da tanxente nese punto.
- **Cóncava hacia abaixo**, ou simplemente cóncava, cando a gráfica está por debaixo da tanxente no punto.

Nos puntos onde cambia a curvatura, a tanxente corta a gráfica. Eses puntos reciben o nome de **puntos de inflexión**.

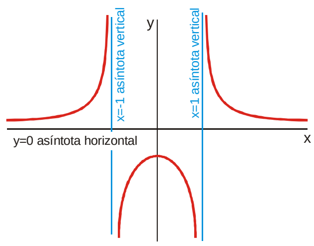
Nos máximos relativos a función é cóncava e nos mínimos relativos é convexa.



Estudo da curvatura: podemos empregar a derivada segunda para estudar a curvatura e os puntos de inflexión dunha función.

- **Derivada segunda positiva:** A función orixinal ten que ser cóncava cara arriba.
- **Derivada segunda negativa:** A función orixinal ten que ser cóncava cara abaixo.
- **Derivada segunda 0:** a función orixinal pode ter un extremo ou un punto de inflexión nese punto.

7.- Asíntotas: Cando a gráfica dunha función se aproxima a unha recta, diremos que esa recta é unha asíntota da función.



- **Asíntotas verticais:** a recta vertical, ***x=a*** (***a*** un número), é unha asíntota se $\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$
- **Asíntota horizontal:** para que unha recta horizontal, ***y=b*** (***b*** un número) sexa asíntota ten que suceder que $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = b$.
- **Asíntota oblicua:** para que unha recta oblicua, y=ax+b (a e b números) sexa unha asíntota ten que verificarse que: $a = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ e $b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - ax]$

Regra de L´Hopital

A regra de L'Hopital proporciona un método moi eficaz para o cálculo de límites cando temos indeterminacións do tipo $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$: $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

- Tamén pode aplicarse a límites cando x tende a ∞.
- Mediante transformacións podemos aplicala tamén a outras indeterminacións: $0 \cdot \infty$ (dividindo un dos factores polo inverso do outro), 1^{∞}, 0^{0} e ∞^{0} (tomando logaritmos),