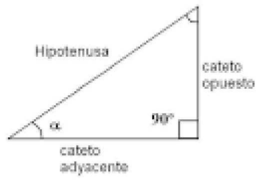
NÚMEROS COMPLEJOS DE APLICACIÓN A LA CORRIENTE ALTERNA

RECORDAD:

Siempre presente el triángulo rectángulo:



donde:

cos α = cateto adyacente / hipotenusa
(cateto adyacente dividido por hipotenusa)
sen α = cateto opuesto / hipotenusa
tan α = cateto opuesto / cateto adyacente
Hipotenusa = (teorema de Pitágoras)

A partir de ahora vamos a llamar:
Cateto adyacente = coordenada X o eje real (Re)
Cateto opuesto = coordenada Y o eje imaginario (Img)
hipotenusa = hip o módulo (Mod)

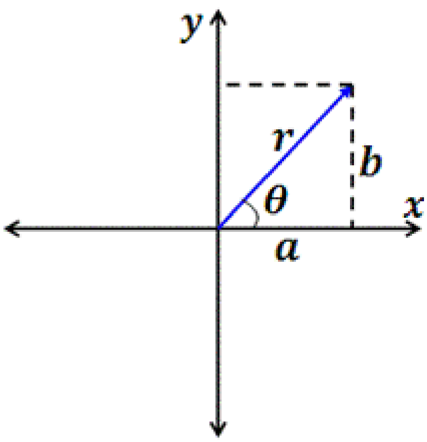
Despejando, de las relaciones anteriores, obtenemos:

X = hip . Cosα
Y = hip . Sen α
hip = raiz cuadrada de ($X^2 + Y^2$) (teorema de Pitágoras)

Por otro lado, para calcular los ángulos si:
cos α = X / hip   α = arc cos (X / hip)   shift cos (X / hip) en calculadora
sen α = Y / hip   α = arc sen (Y / hip)   shift sen (Y / hip) calculadora
tan α = Y / X   α = arc tan (Y / X)   shift tan (Y / X) en calculadora

Para nosotros, este ángulo α es el ángulo de fase de los receptores o lo que es lo mismo, el ángulo que desfasa la intensidad con respecto de la tensión para un receptor determinado. El famosísimo ángulo φ. A partir de ahora así lo vamos a llamar.

NÚMEROS COMPLEJOS



$$r = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$tan(\theta) = \frac{b}{a}$$

$$\theta = arctan\frac{b}{a}$$

NOTA: los matemáticos denotan la parte imaginaria con i latina. Para no confundirla con la intensidad de corriente, los eléctricos cambiamos la i por una j siendo, en este caso:

r = / a + bj / este es el módulo del nº complejo que llamamos R y que se corresponde con la hipotenusa del triángulo rectángulo, de coordenadas a y b.

Llamamos a a la parte real de nuestro nº complejo R, siendo **a = r.cos φ**
Llamamos b a la parte imaginaria del nº complejo R, siendo **b = r.sen φ**

por lo tanto el nº complejo R, expresado en **forma trigonométrica** (o como suma fasorial de coordenadas) será:

R = a + jb = r.cos φ + j r.sen φ
(recordad que **R** lleva sombrerito)

Para representar el nº en **forma polar** ("con la caja") recordáis?

R = r / φ (módulo de R, caja φ)
(recordad que **R** lleva sombrerito)

siendo r igual a la raiz cuadrada de ($a^2 + b^2$). Teorema de Pitágoras

OPERACIONES ALGEBRAICAS:

1. SUMA:
   Para sumar dos números complejos utilizamos la representación en forma trigonométrica. Por un lado sumamos las partes que no tienen j y por otro lado sumamos la partes que tienen la j entre sí

2. PRODUCTO:
   Para multiplicar dos números complejos entre sí, utilizamos la representación en forma polar. Multiplicamos los módulos y sumamos los ángulos o argumentos.

3. DIVISIÓN:
   Para dividir dos números complejos, utilizamos la representación polar. Dividimos el módulo del numerador entre el módulo del denominador y restamos los ángulos, **siempre** ángulo del numerador menos el ángulo del denominador.

   Ejemplos:
   Dados los siguientes números complejos:
   $\mathbf{R_1} = 5 + j3$
   $\mathbf{R_2} = 3 + j2$
   Realizar las siguientes operaciones: ($\mathbf{R_1} + \mathbf{R_2}$) , ($\mathbf{R_1} * \mathbf{R_2}$) y ($\mathbf{R_1} / \mathbf{R_2}$)

$$(\mathbf{R_1} + \mathbf{R_2}) = 8 + j5$$

Para multiplicar y dividir, pasamos a forma polar. Recordamos el procedimiento a seguir (esquema vectorial del principio):

$\mathbf{R_1} = 5 + j3$ r = raiz cuadrada ($5^2 + 3^2$) = 5,83
φ = arc tan (3 / 5) = 30,96º

$\mathbf{R_1}$ = 5,38 / 30,96º en forma polar

$\mathbf{R_2} = 3 + j2$ r = raiz cuadrada ($3^2 + 2^2$) = 3,6
φ = arc tan (2 / 3) = 33,69º

$\mathbf{R_2}$ = 3,6 / 33,69º en forma polar

Ahora ya estamos en condiciones de multiplicar y dividir esos dos números:

$\mathbf{R_1 * R_2} =$ 5,83*3,6 / (30,96 + 33,69) = 20,99 / 64,65º
20,99 caja 64,65º

$\mathbf{R_1}$ / $\mathbf{R_2}$ = (5,83/3,6) / (30,96 – 33,69) = 1,62 / -2,73º
1,62 caja -2,73º

PRACTICAMOS:

1. Pasar a forma polar los siguientes números expresados en trigonométrica:
   $\mathbf{Z_1}$ = 25 + j12
   $\mathbf{Z_2}$ = 13 + j 20

2. Realizar las siguientes operaciones algebraicas:
   a) $\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}$
   b) $\mathbf{Z_1} * \mathbf{Z_2}$
   c) $\mathbf{Z_1}$ / $\mathbf{Z_2}$

3. Recordando lo visto en clase y consultando la ficha esta de repaso, a ver si sois capaces de pasar los siguientes números expresados en forma polar a forma trigonométrica:
   a) $\mathbf{Z_3}$ = 18 / 20,4º (18 caja 20,4º)
   b) $\mathbf{Z_4}$ = 21/ -16,4º (21 caja -16,4º)

Más adelante os daré los resultados, ahora sólo pido que trabajéis un poquito con estos números tan especiales para entender la corriente alterna.