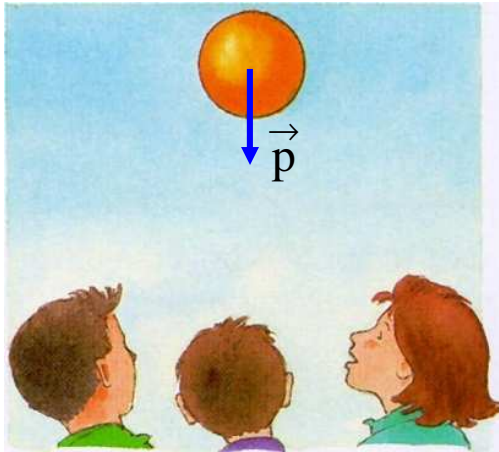


ALGUNHAS FORZAS IMPORTANTES

- PESO:



A **masa (cantidade de materia dun corpo)** é unha magnitude escalar de valor constante. A masa dun corpo é a mesma na Terra que en Xúpiter .

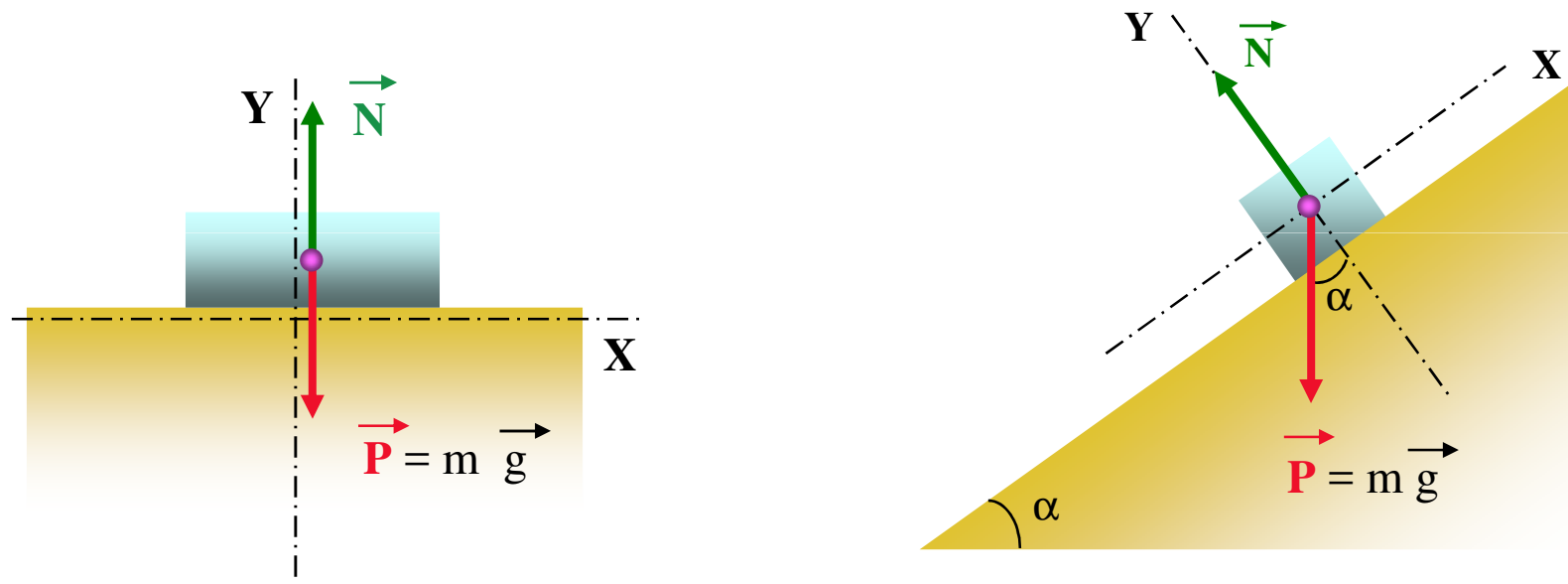
Peso (magnitude vectorial): forza con que un astro atrae aos obxectos que se encontran na súa superficie, é sempre vertical e hacia abaixo. O seu valor non é constante, depende da gravidade.

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

- **FORZA NORMAL:** $\vec{N}$

Forza de reacción que aparece nas superficies de contacto de dous corpos. É sempre perpendicular a ditas superficies .

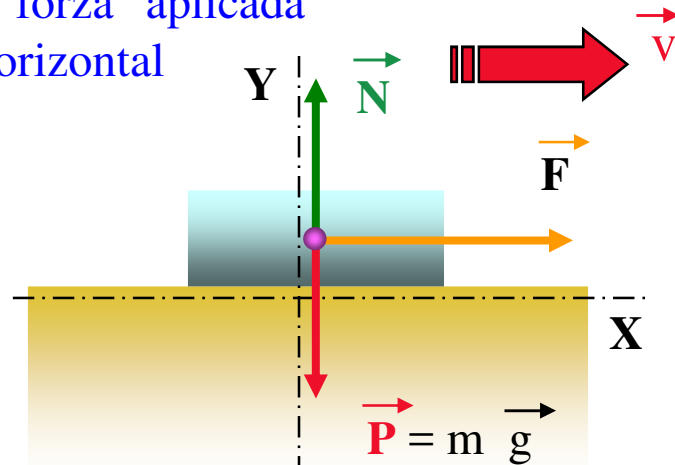
O que se chama forza normal é a reacción dunha superficie ao apoio dun corpo ou a calquera outra forza que presione contra ella.



Para que exista normal debe haber algunha forza presionando a superficie, do contrario non hai reacción. Pola lei de acción e reacción a normal é igual á forza de apoio.

Exemplos de como plantear os problemas de dinámica aplicando as leis de Newton.
 Supoñendo un corpo de masa m sobre un plano horizontal.

→ **F: forza aplicada horizontal**



• Forzas na dirección do eixo X: $\sum F_{ix} = F = m a_x$

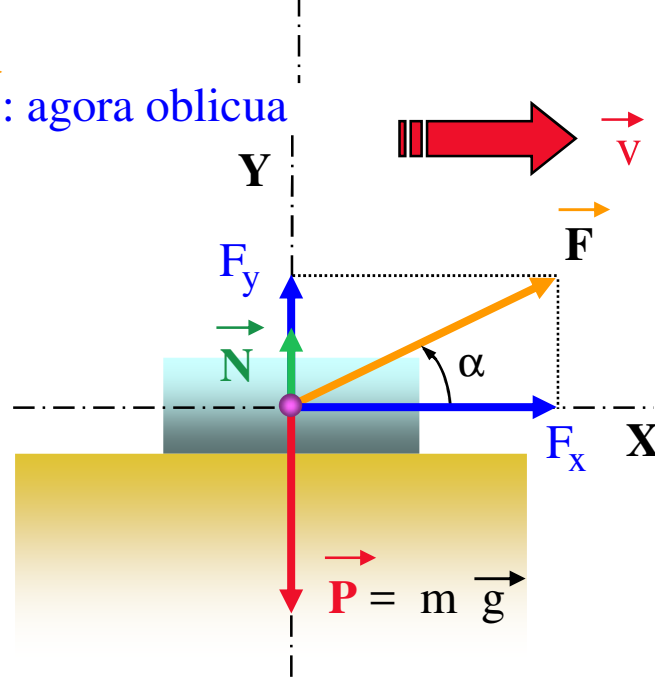
• Forzas na dirección do eixo Y: ($a_y = 0$)

$$\sum F_{iy} = N - P = m a_y \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow \mathbf{N = P = m g}$$

O corpo adquire unha MRUA de aceleración

$$a_x = \frac{F}{m}$$

→ **F : agora oblicua**



$$\begin{cases} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = F \sin \alpha \end{cases}$$

• Forzas na dirección do eixo X

$$\sum F_{ix} = m a_x \Rightarrow F_x = m a_x$$

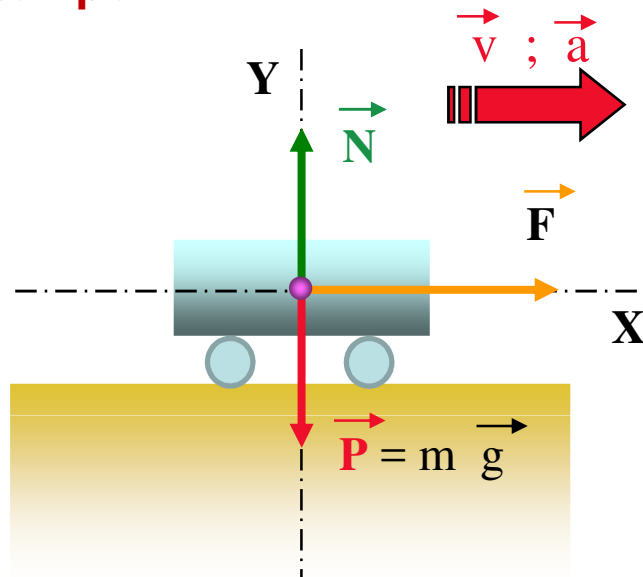
$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{F \cos \alpha}{m}$$

• Forzas na dirección do eixe Y

$$\sum F_{iy} = m a_y \Rightarrow N + F_y - P = m a_y$$

$$\text{Si } a_y = 0 \Rightarrow \mathbf{N = P - F_y = mg - F \sin \alpha}$$

Exercicio: Sobre un automóbil de 1.000 kg que se move a unha velocidade de 20 m/s actúa unha forza constante de 3.000 N no sentido do movemento. Calcular: a) o valor da forza normal; b) a aceleración do móbil; c) Cal é a velocidade do móbil 4 s despois?; d) que distancia recorre el móbil nese tempo?



a) Aplicamos a 2ª lei de Newton a cada eixo:

$$\text{Eixo Y: } \Sigma F_y = m a_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = P = m \cdot g = \underline{9800 \text{ N}}$$

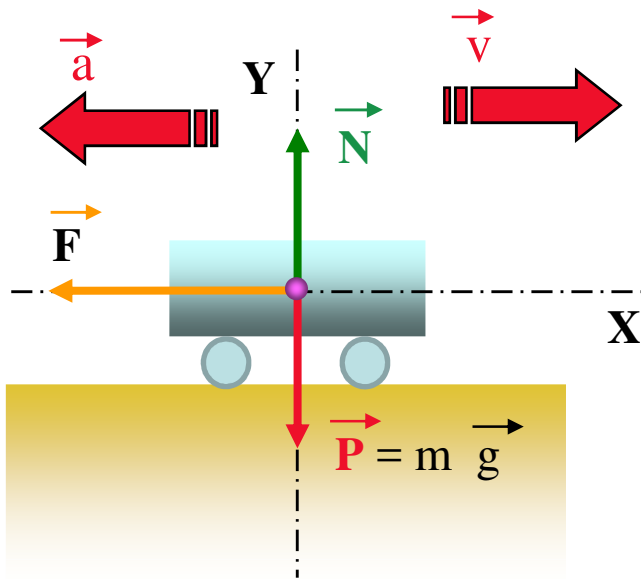
$$\text{b) Eixo X: } \Sigma F_x = m a_x \Rightarrow F = m a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{3000 \text{ N}}{1000 \text{ kg}} = 3 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \Rightarrow a = \underline{3 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{c) Velocidade aos 4 s: } v = v_0 + a t \Rightarrow v = 20 + 3 \cdot 4 = \underline{32 \text{ m/s}}$$

$$\text{d) Distancia aos 4 s: } x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x = 20 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 = \underline{104 \text{ m}}$$

Exercicio: Repetir o problema anterior para o caso de que a forza se aplique no sentido oposto.



a) Aplicamos a 2ª ley de Newton a cada eje:

$$\text{Eje Y: } \Sigma F_y = m a_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = P = m \cdot g = \underline{9800 \text{ N}}$$

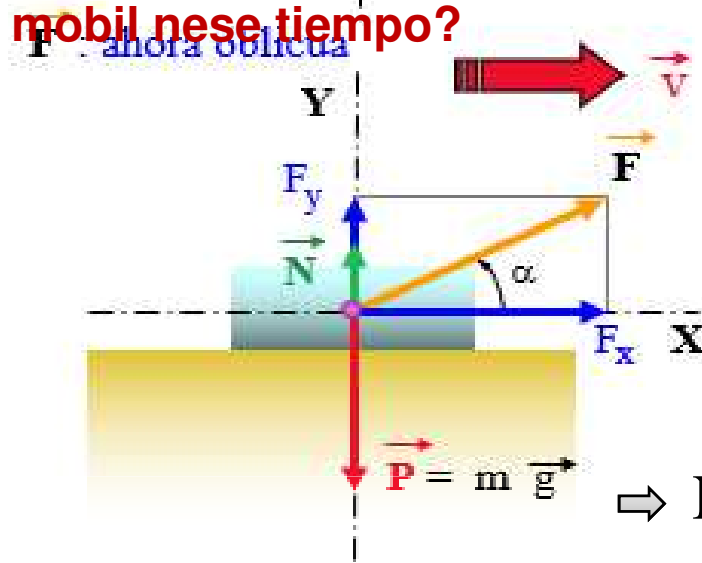
$$\text{b) Eje X: } \Sigma F_x = m a_x \Rightarrow -F = m a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{-F}{m} \Rightarrow a = \frac{-3000 \text{ N}}{1000 \text{ kg}} = -3 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \Rightarrow a = \underline{-3 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{c) Velocidad a los 4 s: } v = v_0 + a t \Rightarrow v = 20 - 3 \cdot 4 = \underline{8 \text{ m/s}}$$

$$\text{d) Distancia a los 4 s: } x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x = 20 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot (-3) \cdot 4^2 = \underline{56 \text{ m}}$$

Exercicio: Sobre un automóbil de 1.000 kg que se move a unha velocidade de 20 m/s actúa unha forza constante de 3.000 N, formando un ángulo de 30° co sentido do movemento. Calcular: a) o valor da forza normal; b) a aceleración do móbil; c) Cal é a velocidade do móbil 4 s despois?; d) Que distancia recorre o mobil nese tempo?



a) Aplicamos a 2ª lei de Newton a cada eixo:

$$\text{Eixo Y: } \Sigma F_y = m a_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N + F_y - P = 0 \Rightarrow N = P - F_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = mg - F \sin \alpha = 1000 \cdot 9,8 - 3000 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{N = 8300 \text{ N}}$$

$$\text{b) Eixo X: } \Sigma F_x = m a_x \Rightarrow F_x = m a \Rightarrow F \cos \alpha = m a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{F \cos \alpha}{m} \Rightarrow a = \frac{3000 \cdot \cos 30^\circ}{1000} \cong 2,6 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \Rightarrow \underline{a = 2,6 \text{ m/s}^2}$$

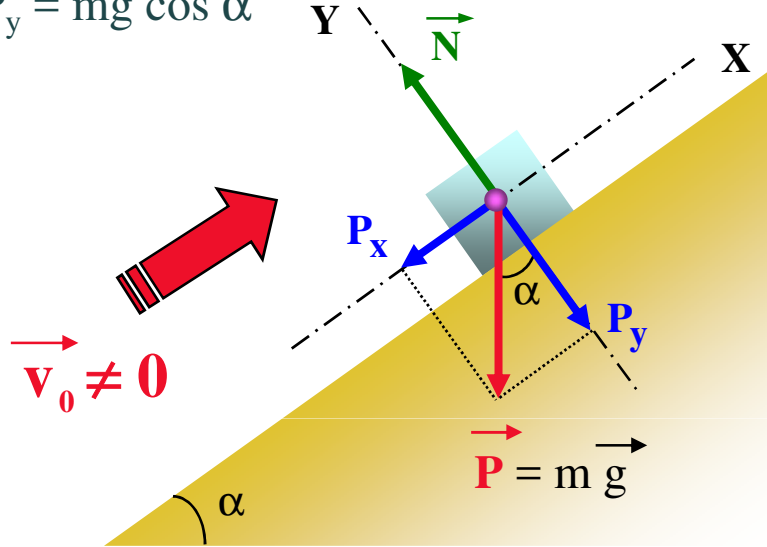
b) Velocidad aos 4 s: $v = v_0 + a t \Rightarrow v = 20 + 2,6 \cdot 4 = \underline{30,4 \text{ m/s}}$

c) Distancia aos 4 s: $x = \cancel{x_0} + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x = 20 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2,6 \cdot 4^2 = \underline{100,8 \text{ m}}$

Exemplos de planos inclinados sin rozamiento:

Corpo, que foi impulsado, e sobe por un plano inclinado:

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$



A forza inicial impulsora non se contabiliza

• Forzas na dirección do eixo X

$$\sum F_{ix} = m a_x \Rightarrow -P_x = m a_x \Rightarrow$$

$$-mg \sin \alpha = m a_x \Rightarrow a_x = -g \sin \alpha$$

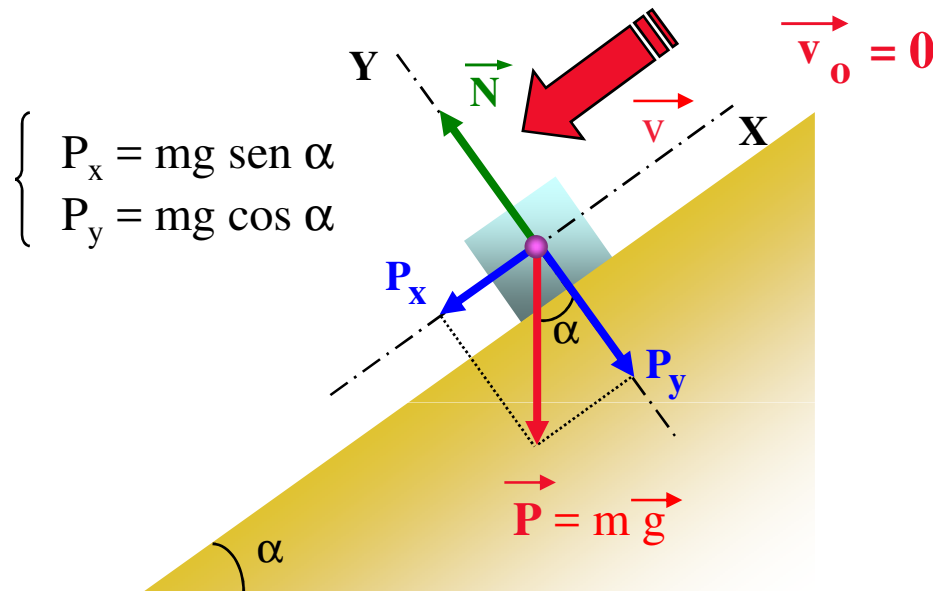
Aceleración de frenado

• Forzas na dirección do eixo Y

$$\sum F_{iy} = m a_y \Rightarrow N - P_y = 0$$

$$N = P_y = mg \cos \alpha$$

Corpo que desciende polo plano inclinado:



- Forzas na dirección do eixo X

$$\sum F_{ix} = m a_x \Rightarrow P_x = m a_x$$

$$mg \sin \alpha = m a_x$$

$$a_x = g \sin \alpha$$

Acelera no descenso

- Forzas na dirección do eixo Y

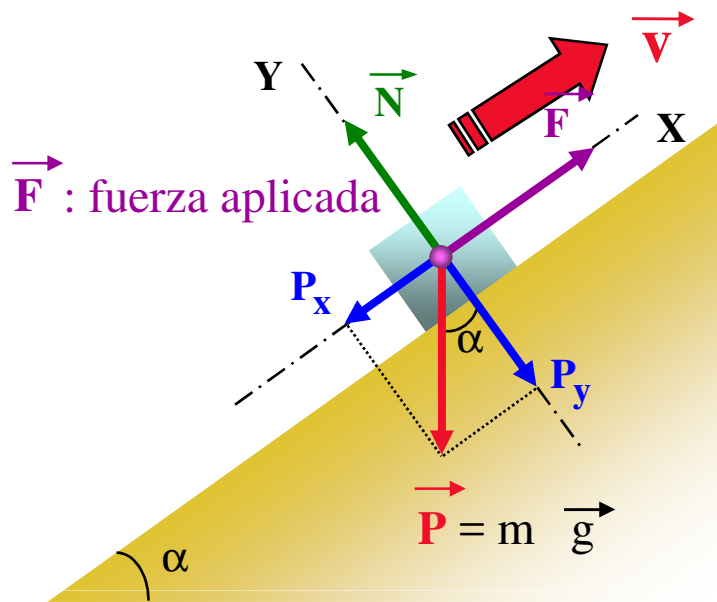
$$\sum F_{iy} = m a_y \Rightarrow N - P_y = 0$$

$$N = P_y = mg \cos \alpha$$

Exemplo dun corpo nun plano inclinado, sobre o que exercemos una forza paralela ao plano:

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$

Para que el cuerpo suba acelerando,
 $F > P_x$



- Forzas na dirección do eixo X:

$$\sum F_{ix} = m a_x \Rightarrow F - P_x = m a_x$$

$$F - mg \sin \alpha = m a_x$$

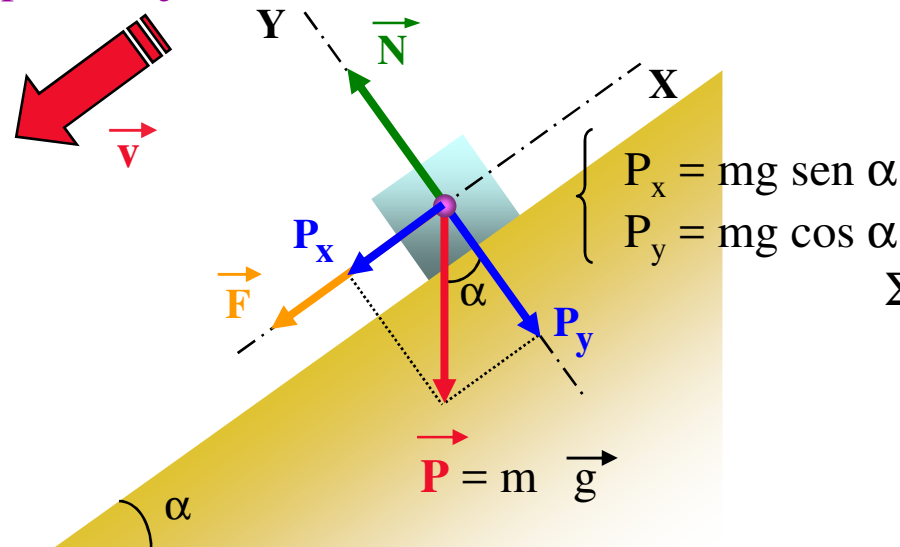
- Forzas na dirección do eixo Y:

$$\sum F_{iy} = m a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = mg \cos \alpha$$

A aceleración do corpo será:

$$a_x = \frac{1}{m} (F - m g \sin \alpha)$$

$\vec{F}$: fuerza aplicada
para abaixo



- Forzas na dirección do eixo X:

$$\sum F_{ix} = m a_x \Rightarrow -F - P_x = m a_x$$

$$-F - mg \sin \alpha = m a_x$$

- Forzas na dirección do eixo Y:

$$\sum F_{iy} = m a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = mg \cos \alpha$$

$$a_x = -\frac{1}{m} (F + m g \sin \alpha)$$

Exercicio: Calcular a aceleración coa que descende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40°, supoñendo que non existe rozamento.

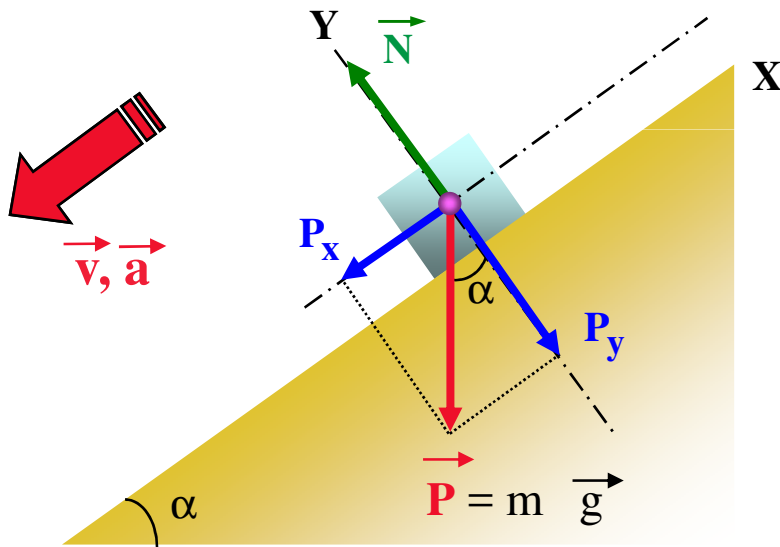
A resultante sobre o corpo é P_x , que fará que o corpo descenda acelerando (tomamos ese sentido como positivo).

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha = 126 \text{ N} \\ P_y = mg \cos \alpha = 150 \text{ N} \end{cases}$$

- Forzas na dirección do eixo X

$$P_x = m a \quad \Rightarrow \quad 126 = 20 \cdot a$$

$$a = \frac{126}{20} = 6,3 \text{ m/s}^2$$



Exercicio: Calcular a aceleración coa que ascende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40° , supoñendo que non existe rozamiento, si sobre el se realiza unha forza paralela ao plano, e hacia arriba, de 160 N.

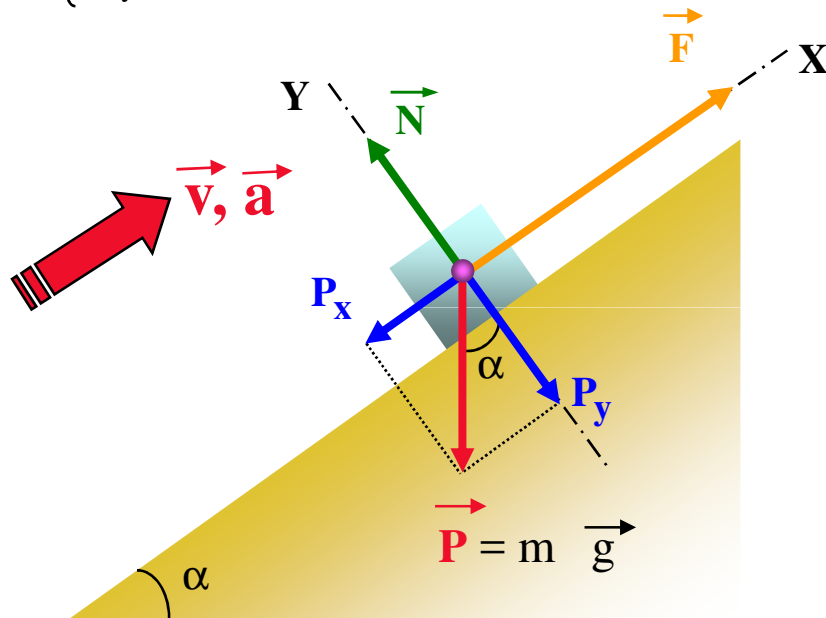
Tomamos sentido positivo (eje X) o da aceleración.

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha = 126 \text{ N} \\ P_y = mg \cos \alpha = 150 \text{ N} \end{cases}$$

- Forzas na dirección do eixo X

$$F - P_x = m a_x \Rightarrow 160 - 126 = 20 \cdot a$$

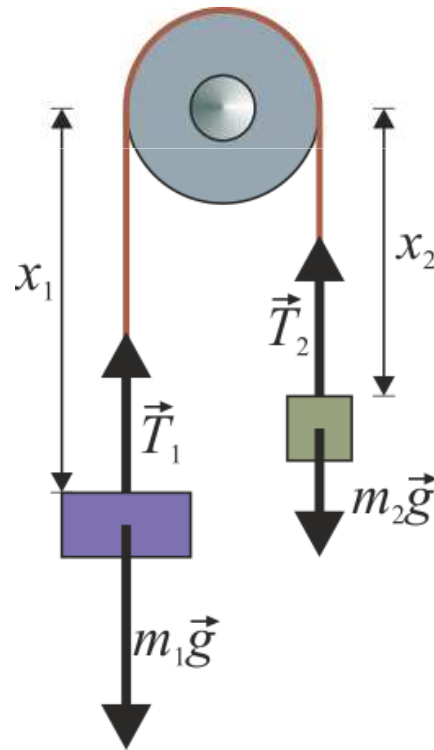
$$a = \frac{160 - 126}{20} = 1,7 \text{ m/s}^2$$



$\vec{F}$: forza aplicada

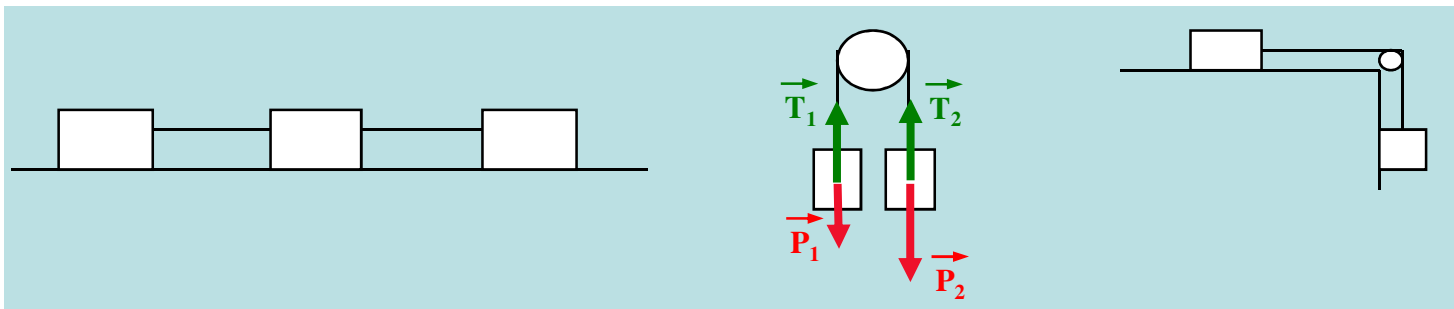
- **FORZA TENSION:** $\vec{T}$

Tensión: é a forza que mantén tenso un arame, cable, corda, cadea, fío, etc. A dirección é a mesma da corda, e o sentido é cara afora. Por suposto, debe haber unha forza en cada extremo, para manter tensa a corda. Representase como $\vec{T}$.



CORPOS ENLAZADOS: TENSIÓN $\vec{T}$

Cando unimos varios mediante cordas, a forza que se aplica sobre un deles vaise transmitendo aos outros tensando a corda que os une. **A forza que exerce unha corda tensa ao tirar dun corpo unido a ela chámase TENSIÓN e dibúxase sempre partindo do corpo que en ese momento se estuda e sobre a corda.**



Supoñendo que as poleas e as cuerdas teñen masas despreziables e que estas son inextensibles, podemos afirmar que se cumpre que:

Os módulos das tensiones serán iguais, en virtude da 3ª lei de Newton:

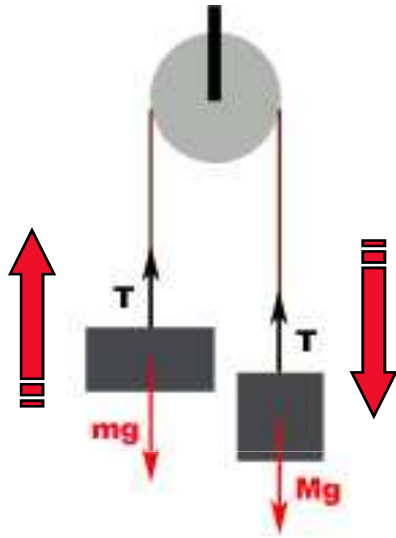
$$T_1 = T_2$$

Os módulos das aceleracións dos corpos enlazados tamén serán iguais:

$$a_1 = a_2$$

Exercicio: Unha máquina de Atwood como a da figura ten colgados dous corpos, $m = 2 \text{ kg}$ y $M = 5 \text{ kg}$. Si se libera o sistema, calcular a aceleración que adquiren e a tensión da cuerda..

Aplicamos a 2ª lei de Newton a cada corpo (tomamos sentido positivo o de cada aceleración):



$$\begin{aligned}\text{Corpo } m: \quad \Sigma F &= m a \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow \\ &\Rightarrow T - 2 \cdot 9,8 = 2a \Rightarrow \boxed{T - 19,6 = 2a} \quad (\text{I})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Corpo } M: \quad \Sigma F &= M a \Rightarrow Mg - T = Ma \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5 \cdot 9,8 - T = 5a \Rightarrow \boxed{49 - T = 5a} \quad (\text{II})\end{aligned}$$

$$\text{Sumando (I) y (II): } 49 - 19,6 = 7a \Rightarrow a = \frac{29,4}{7} = \underline{4,2 \text{ m/s}^2}$$

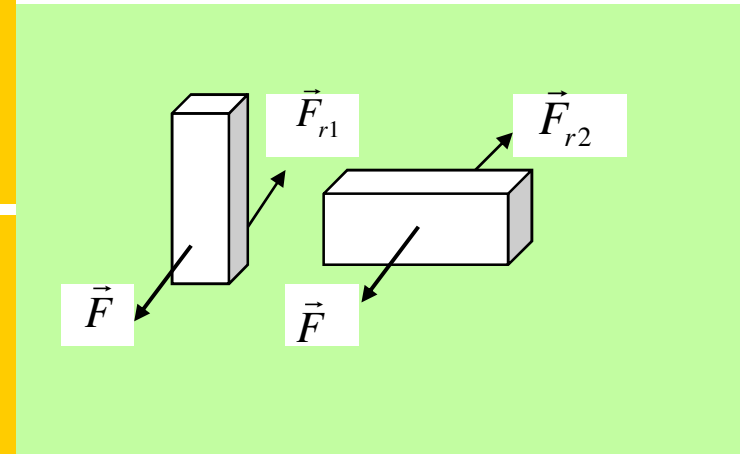
$$\begin{aligned}\text{Sustituíndo en (I): } T - 19,6 &= 2 \cdot 4,2 \Rightarrow T = 19,6 + 8,4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \underline{T = 28 \text{ N}}\end{aligned}$$

FORZA DE ROZAMENTO

Cando un corpo se move roza coa superficie sobre a que se produce o movemento e isto crea una forza que se opón sempre ao movemento do corpo, paralela á superficie sobre a que se move e que recibe el nome de forza de rozamento

1-Non depende da cantidade de superficie de contacto. Si a rugosidade da superficie e o tipo de material é o mesmo en todas as caras do corpo compróbase experimentalmente que a forza de rozamento é a mesma para todas as caras. $\vec{F}_{r1} = \vec{F}_{r2}$

2-Depende da natureza das superficies en contacto. Orixínase polo contacto dunhas superficies con outras, por adherencias entre diversos materiais e pola rugosidade das superficies, a máis rugosidade máis rozamento. Existen táboas onde a cada material asígnaselle un valor característico obtido grazas a diversas medidas experimentais segundo o maior ou menor rozamento observado ao deslizar un obxecto sobre eles, **este valor constante e característico de cada material chámase coeficiente de rozamento μ .**

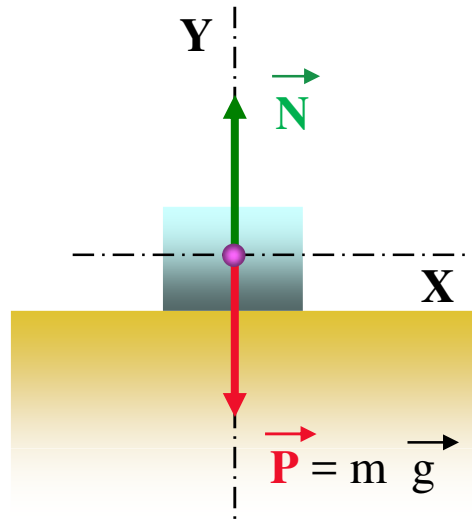


$$F_R = \mu N$$

3-Depende tamén da forza normal, á dicir da resultante das forzas perpendiculares á superficie sobre a que se move o corpo. Canto maior é a forza de apoio do corpo sobre a superficie de movemento maior é o rozamento coa mesma, en cambio as forzas que tenden a levantar ao corpo diminúen o seu apoio e polo tanto o seu rozamento.

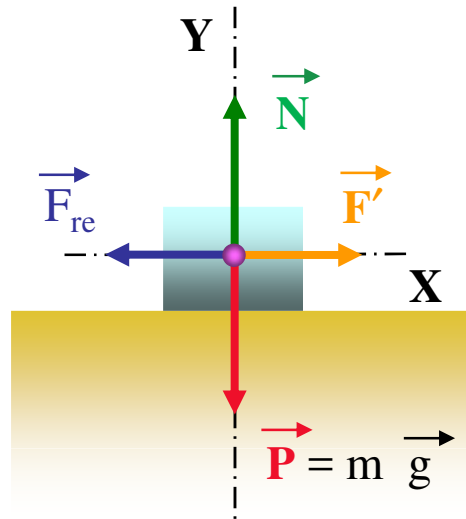
Existen dúas clases de rozamento, o estático que existe mentres o corpo non se move, e o dinámico, que existe cando o corpo se move sobre a superficie.

- Forza de rozamento estático $\vec{F}_{re}$:



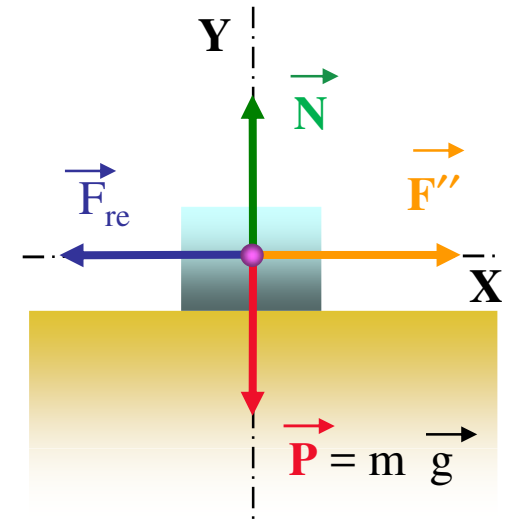
$$F_{re} = 0$$

Sin forza aplicada, non hai forza de rozamento



$$F_{re} = F'$$

Empezamos a facer forza. A forza de rozamento aparece equilibrando á forza aplicada



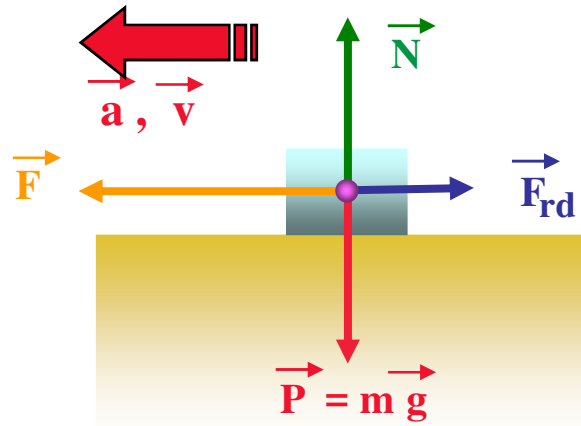
$$F_{re \max} = \mu_e N = F''$$

Forza aplicada máxima sin que o corpo se mueva, será igual que a forza de rozamento estático máxima

A forza de rozamiento estático, varía entre $0 \leq F_{re} \leq \mu_e N$

Unha forza aplicada $F > \mu_e N$, pon o corpo en movemento, e acelérao

- Forza de rozamiento dinámico : aparece cando se move o corpo.



$$F_r = \mu_d N$$

- Coeficiente de rozamiento dinámico

$$\mu_d \leq \mu_e$$

O coeficiente de rozamiento estático é sempre maior que o dinámico porque un corpo en movemento roza menos coa superficie sobre a que se move que si está en repouso.

$\vec{F}$: forza aplicada

Se ocorre que $\vec{F} > \vec{F}_{rd}$

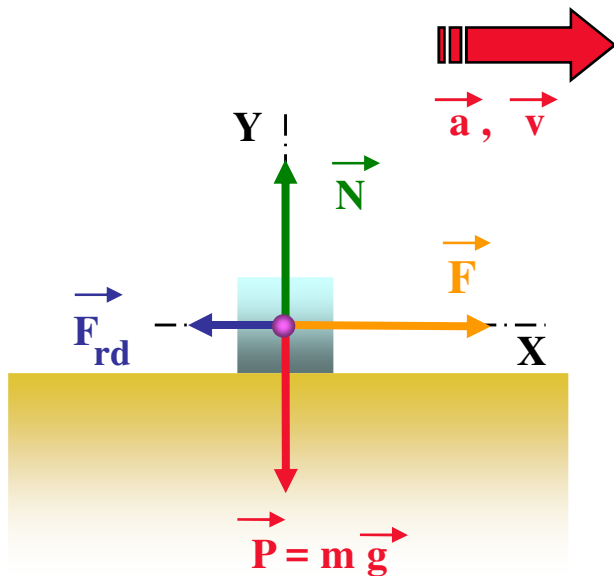
En ambos casos tenremos:

- Forzas na dirección do eixo X

$$\left. \begin{array}{l} F - F_{rd} = m a \\ F_{rd} = \mu_d N \end{array} \right\} \Rightarrow F - \mu_d N = m a$$

- Forzas na dirección do eixo Y

$$N - P = 0 \Rightarrow N = P = m g$$



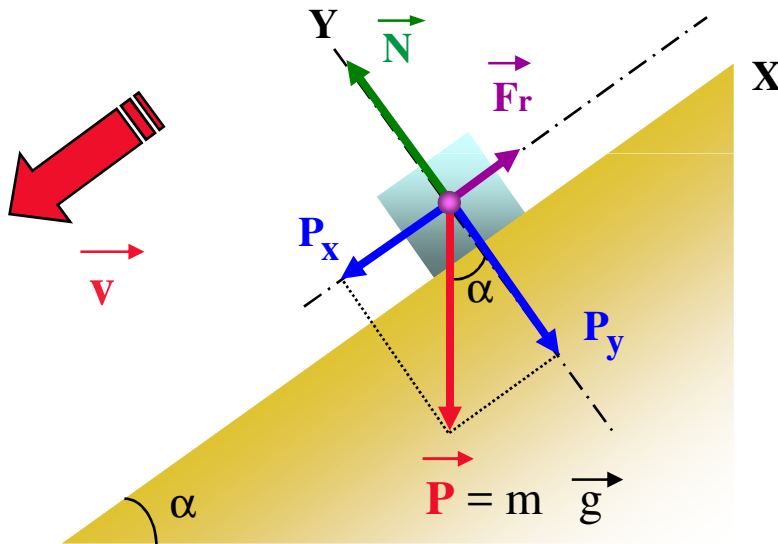
$$a = \frac{1}{m} (F - \mu_d \cdot m g)$$

Exemplos de planos inclinados con rozamiento.

Primero imos ver un corpo libre sobre un plano inclinado:

Supoñendo que $P_x > F_r$, entón o corpo descenderá acelerando.

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$



- Forzas en la dirección del eje X

$$\left. \begin{array}{l} P_x - F_r = m a \\ F_r = \mu N \end{array} \right\} \Rightarrow m g \sin \alpha - \mu N = m a$$

- Forzas na dirección do eixo Y

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m g \cos \alpha$$

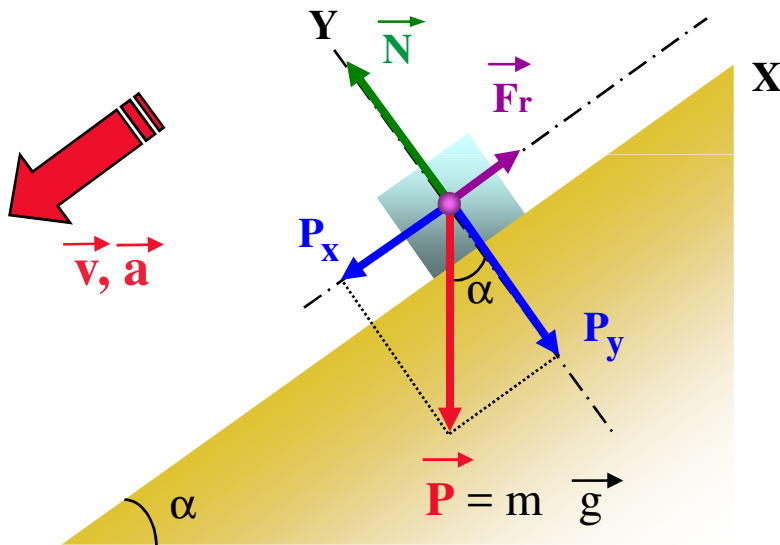
$$a = g \sin \alpha - g \mu \cos \alpha$$

Ejercicio: Calcular a aceleración coa que descende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40° , supoñendo que existe un coeficiente de rozamento de 0,2.

Primeiro ver as forzas sobre o corpo en cuestión:

Supoñendo que $P_x > F_r$, entón o corpo descenderá acelerando.

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha = 126 \text{ N} \\ P_y = mg \cos \alpha = 150 \text{ N} \end{cases}$$



- Forzas na dirección do eixo X

$$\left. \begin{array}{l} P_x - F_r = m a \\ F_r = \mu N \end{array} \right\} \Rightarrow 126 - 0,2 \cdot N = 20 \cdot a$$

- Forzas na dirección do eixo Y

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = 150$$

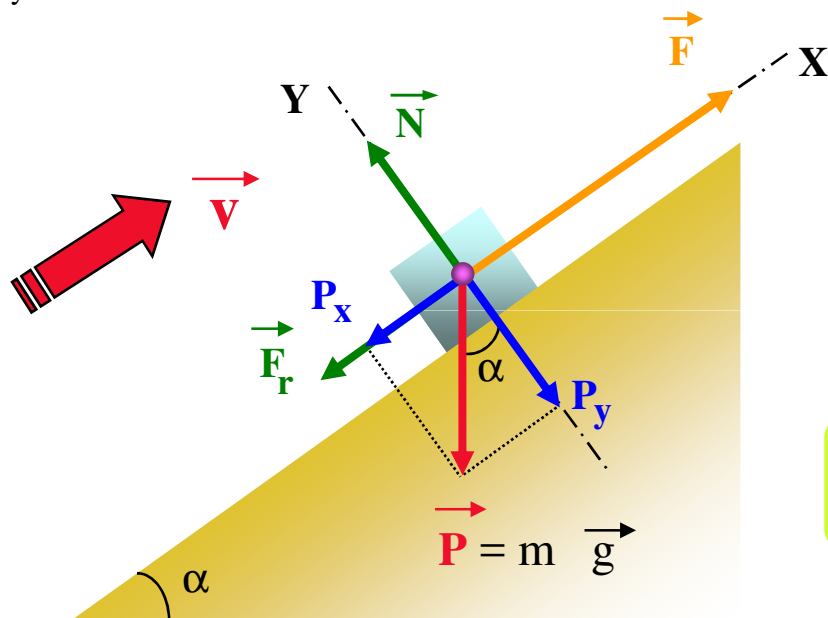
Polo tanto:

$$126 - 0,2 \cdot 150 = 20 \cdot a$$

$$a = \frac{126 - 0,2 \cdot 150}{20} = 4,8 \text{ m/s}^2$$

Corpo sobre o plano sometido a unha **forza paralela ao plano e cara arriba de forma que fai que o corpo ascenda acelerando:**

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$



$\vec{F}$: forza aplicada

- Forzas na dirección do eixo X

$$\left. \begin{aligned} F - P_x - F_r &= m a_x \\ F_r &= \mu N \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$F - P_x - \mu N = m a$$

- Forzas na dirección do eixo Y

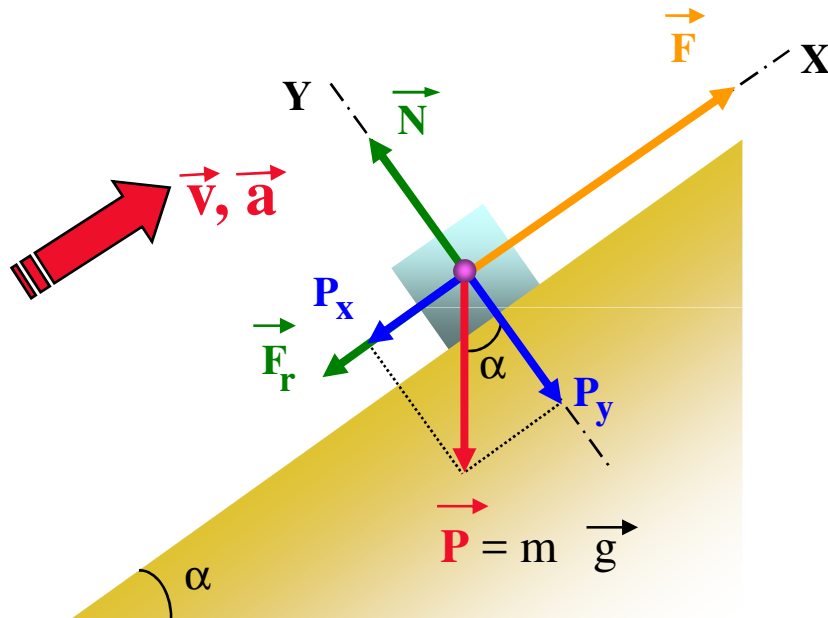
$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m g \cos \alpha$$

$$a = \frac{1}{m}(F - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha)$$

Exercicio: Calcular a aceleración coa que ascende un corpo de 20 kg sobre un plano inclinado 40° , supoñendo que existe un coeficiente de rozamento de 0,2, si sobre el se realiza unha forza paralela ao plano, e cara arriba, de 160 N.

$\vec{F}$: forza aplicada

$$\begin{cases} P_x = mg \sin \alpha = 126 \text{ N} \\ P_y = mg \cos \alpha = 150 \text{ N} \end{cases}$$



- Forzas na dirección do eixo X

$$\left. \begin{aligned} F - P_x - F_r &= m a_x \\ F_r &= \mu N \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 160 - 126 - 0,2 \cdot N = 20 \cdot a$$

- Forzas na dirección do eixo Y

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = 150$$

Polo tanto:

$$160 - 126 - 0,2 \cdot 150 = 20 \cdot a$$

$$a = \frac{160 - 126 - 0,2 \cdot 150}{20} = 0,2 \text{ m/s}^2$$

COMO AFRONTAR OS PROBLEMAS DE DINÁMICA:

Para aplicar as leis de Newton a sistemas con varios corpos enlazados convén seguir ordeadamente unha serie de pasos:

1- Predecir o movemento do sistema, calculando aquelas forzas ou compoñentes que sexan as causas do mesmo. (Ou elixir un sentido lóxico do movemento. Si ao final a aceleración obtida é negativa significará que o sentido do movemento é xusto o contrario e empezárase de novo co sentido correcto).

2-Dibuxar todas as forzas que actúan descompoñendo aquelas que non sexan nin paralelas nin perpendiculares ao desprazamento do corpo (os eixos tómanse segundo a superficie de movemento de cada corpo). Se hai algunha polea considerala soamente como parte do dibuxo pero desprezable á hora de facer os cálculos, polo que a tensión a un lado e a outro de unha polea é a mesma xa que se trata da mesma corda, isto supón cometer algo de erro, pero os resultados aproxímanse bastante aos reais e en poleas pequenas coinciden perfectamente.

3-Se hai varios corpos unidos plantéase a ecuación fundamental da dinámica (2º lei de Newton) a cada corpo e a cada eixo por separado co que se obterán tantas ecuacións como eixos onde haxa forzas dibuxadas. Consideramos positivas as forzas que van a favor do movemento e negativas as que van en contra.

4-O que resulta de todo isto é un sistema de ecuacións de fácil resolución.