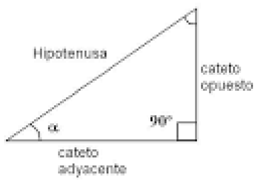
CLASE DE REPASO
NÚMEROS COMPLEJOS DE APLICACIÓN A LA CORRIENTE ALTERNA

RECORDAD:

Siempre presente el triángulo rectángulo:



donde:

cos α = cateto adyacente / hipotenusa
(cateto adyacente dividido por hipotenusa)
sen α = cateto opuesto / hipotenusa
tan α = cateto opuesto / cateto adyacente
Hipotenusa = (teorema de Pitágoras)

A partir de ahora vamos a llamar:
Cateto adyacente = coordenada X o eje real (Re)
Cateto opuesto = coordenada Y o eje imaginario (Img)
hipotenusa = hip o módulo (Mod)

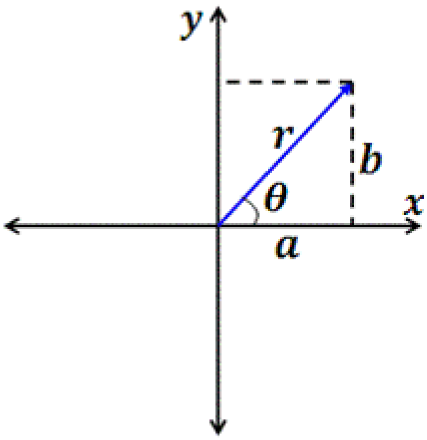
Despejando, de las relaciones anteriores, obtenemos:

X = hip . Cosα
Y = hip . Sen α
hip = raiz cuadrada de $(X^2 + Y^2)$ (teorema de Pitágoras)

Por otro lado, para calcular los ángulos si:
cos α = X / hip   α = arc cos (X / hip)   shift cos (X / hip) en calculadora
sen α = Y / hip   α = arc sen (Y / hip)   shift sen (Y / hip) calculadora
tan α = Y / X   α = arc tan (Y / X)   shift tan (Y / X) en calculadora

Para nosotros, este ángulo α es el ángulo de fase de los receptores o lo que es lo mismo, el ángulo que desfasa la intensidad con respecto de la tensión para un receptor determinado. El famosísimo ángulo φ. A partir de ahora así lo vamos a llamar.

NÚMEROS COMPLEJOS



$$r = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$tan(\theta) = \frac{b}{a}$$

$$\theta = arctan\frac{b}{a}$$

NOTA: los matemáticos denotan la parte imaginaria con i latina. Para no confundirla con la intensidad de corriente, los eléctricos cambiamos la i por una j siendo, en este caso:

r = / a + bj / este es el módulo del nº complejo que llamamos R y que se corresponde con la hipotenusa del triángulo rectángulo, de coordenadas a y b.

Llamamos a a la parte real de nuestro nº complejo R, siendo **a = r.cos φ**
Llamamos b a la parte imaginaria del nº complejo R, siendo **b = r.sen φ**

por lo tanto el nº complejo R, expresado en **forma trigonométrica** (o como suma fasorial de coordenadas) será:

R = a + jb = r.cos φ + j r.sen φ
(recordad que **R** lleva sombrerito)

Para representar el nº en **forma polar** ("con la caja") recordáis?

R = r / φ (módulo de R, caja φ)
(recordad que **R** lleva sombrerito)

siendo r igual a la raiz cuadrada de ($a^2 + b^2$). Teorema de Pitágoras

OPERACIONES ALGEBRAICAS:

1. SUMA:
   Para sumar dos números complejos utilizamos la representación en forma trigonométrica. Por un lado sumamos las partes que no tienen j y por otro lado sumamos la partes que tienen la j entre sí

2. PRODUCTO:
   Para multiplicar dos números complejos entre sí, utilizamos la representación en forma polar. Multiplicamos los módulos y sumamos los ángulos o argumentos.

3. DIVISIÓN:
   Para dividir dos números complejos, utilizamos la representación polar. Dividimos el módulo del numerador entre el módulo del denominador y restamos los ángulos, **siempre** ángulo del numerador menos el ángulo del denominador.

   Ejemplos:
   Dados los siguientes números complejos:
   $\mathbf{R_1} = 5 + j3$
   $\mathbf{R_2} = 3 + j2$
   Realizar las siguientes operaciones: ($\mathbf{R_1 + R_2}$) , ($\mathbf{R_1 * R_2}$) y ($\mathbf{R_1 / R_2}$)

   ($\mathbf{R_1 + R_2}$) = 8 + j5

Para multiplicar y dividir, pasamos a forma polar. Recordamos el procedimiento a seguir (esquema vectorial del principio):

$\mathbf{R_1} = 5 + j3$ r = raiz cuadrada ($5^2 + 3^2$) = 5,83
φ = arc tan (3 / 5) = 30,96º

$\mathbf{R_1}$ = 5,38 / 30,96º en forma polar

$\mathbf{R_2} = 3 + j2$ r = raiz cuadrada ($3^2 + 2^2$) = 3,6
φ = arc tan (2 / 3) = 33,69º

$\mathbf{R_2}$ = 3,6 / 33,69º en forma polar

Ahora ya estamos en condiciones de multiplicar y dividir esos dos números:

$\mathbf{R_1} * \mathbf{R_2} = 5{,}83 * 3{,}6 \,/\, (30{,}96 + 33{,}69) = 20{,}99 \,/\, 64{,}65^{o}$
20,99 caja 64,65º

$\mathbf{R_1} \,/\, \mathbf{R_2} = (5{,}83/3{,}6) \,/\, (30{,}96 - 33{,}69) = 1{,}62 \,/\, -2{,}73^{o}$
1,62 caja -2,73º

PRACTICAMOS:

1. Pasar a forma polar los siguientes números expresados en trigonométrica:
   $\mathbf{Z_1} = 25 + j12$
   $\mathbf{Z_2} = 13 + j\,20$

2. Realizar las siguientes operaciones algebraicas:
   a) $\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}$
   b) $\mathbf{Z_1} * \mathbf{Z_2}$
   c) $\mathbf{Z_1} \,/\, \mathbf{Z_2}$

3. Recordando lo visto en clase y consultando la ficha esta de repaso, a ver si sois capaces de pasar los siguientes números expresados en forma polar a forma trigonométrica:
   a) $\mathbf{Z_3} = 18 \,/\, 20{,}4^{o}$ (18 caja 20,4º)
   b) $\mathbf{Z_4} = 21/ -16{,}4^{o}$ (21 caja -16,4º)

Más adelante os daré los resultados, ahora sólo pido que trabajéis un poquito con estos números tan especiales para entender la corriente alterna. No hace falta que me enviéis los resultados ya que no voy a tener la certeza de que no los habéis copiado por algún compañero pero.... CONFÍO EN VOSOTROS y sé que vais a intentar resolverlos por vosotros mismos, ¿ verdad ?

ÁNIMO!!!!