EJERCICIOS

DE

REPASO

LÍMITES

(SOLUCIONARIO LIBRO)

1º DE BACHILLERATO

COLEGIO MARAVILLAS

TERESA GONZÁLEZ

1.-

Dada $f(x) = 2^{\ln x}$, determina:

a) $\lim\limits_{x \to e} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to -5} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

a) $\lim\limits_{x \to e} f(x) = 2^1 = 2$

b) $\lim\limits_{x \to -5} f(x)$ no existe porque no podemos calcular logaritmos de números negativos.

c) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ no existe ya que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$ y $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ no existe.

2.-

Si tenemos la función $f(x) = \dfrac{6x - 12}{x^2 - 3x - 4}$, ¿cuáles serán sus límites cuando x tienda a 0, -1, 1 y 4?

$$\lim_{x \to 0} \frac{6x - 12}{x^2 - 3x - 4} = 3$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{6x - 12}{x^2 - 3x - 4} = \frac{-18}{0} = \infty \to \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = +\infty \end{array}\right\} \to \text{No existe } \lim_{x \to -1} f(x).$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{6x - 12}{x^2 - 3x - 4} = 1$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{6x - 12}{x^2 - 3x - 4} = \frac{12}{0} = \infty \to \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = +\infty \end{array}\right\} \to \text{No existe } \lim_{x \to 4} f(x).$$

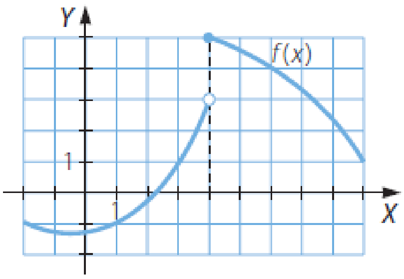
3.-

Observa la gráfica de la función $f(x)$, y calcula los límites.

a) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

b) $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x)$

c) $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x)$



a) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -1$ b) $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = 3$ c) $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = 5$

4.-

Resuelve estos límites.

a) $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$ $\quad\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

b) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$ $\quad\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

c) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9}$ $\quad\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9}$

d) $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$ $\quad\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$

a) $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3} = -1$ $\quad\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3} = -1$

b) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3} = -\infty$ $\quad\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 3} = +\infty$

c) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9} = -\infty$ $\quad\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9} = +\infty$

d) $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12} = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{(x-2)(x+3)}{(x-2)^2(x+3)} = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{1}{x-2} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12} = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{1}{x-2} = +\infty$

5.-

e) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x - 4}{(x-4)(\sqrt{x} + 2)} = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{1}{\sqrt{x} + 2} = \dfrac{1}{4}$

f) $\lim\limits_{x \to 9} \dfrac{x - 9}{\sqrt{x} - 3} = \lim\limits_{x \to 9} \dfrac{(x-9)(\sqrt{x} + 3)}{x - 9} = \lim\limits_{x \to 9} (\sqrt{x} + 3) = 6$

6.-

a) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^3 + 11x^2 + 31x + 21}{x^3 + 7x^2} = \dfrac{240}{90} = \dfrac{8}{3}$

7.-

a) $$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{2x^2-3x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(2x+1)}=\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{2x+1}=\frac{3}{5}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{2x^2-3x-2}=0$$

b) $$\lim_{x\to -2}\frac{x^3+5x^2+6x}{x^3+x^2-8x-12}=\lim_{x\to -2}\frac{x(x+2)(x+3)}{(x-3)(x+2)^2}=\frac{-2}{0}=\infty$$

$$\lim_{x\to -2^-}\frac{x^3+5x^2+6x}{x^3+x^2-8x-12}=\lim_{x\to -2^-}\frac{x(x+3)}{(x-3)(x+2)}=-\infty$$

$$\lim_{x\to -2^+}\frac{x^3+5x^2+6x}{x^3+x^2-8x-12}=\lim_{x\to -2^+}\frac{x(x+3)}{(x-3)(x+2)}=+\infty$$

$$\lim_{x\to -3}\frac{x^3+5x^2+6x}{x^3+x^2-8x-12}=0$$

c) $$\lim_{x\to 1}\frac{3x^3-18x^2+27x}{5x^2-20x+15}=\frac{12}{0}=\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{3x^3-18x^2+27x}{5x^2-20x+15}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{3x^3-18x^2+27x}{5x^2-20x+15}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{3x^3-18x^2+27x}{5x^2-20x+15}=\lim_{x\to 3}\frac{3x(x-3)^2}{5(x-1)(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{3x(x-3)}{5(x-1)}=0$$

8.-

Se considera la función $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)^2}$. Calcula $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

(Baleares. Junio 2008. Opción A. Cuestión 3)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x}{(x-1)^2}=\frac{1}{0}=\infty \to \left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x}{(x-1)^2}=+\infty\\[2ex] \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x}{(x-1)^2}=+\infty\end{array}\right\}\to \lim_{x\to 1} f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{x}{(x-1)^2}=0$$

9.-

Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^3 - 8x^2 + 7x}{x^2 - x}$.

(Castilla-La Mancha. Junio 2008. Bloque 1. Pregunta A)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^3 - 8x^2 + 7x}{x^2 - x} = \lim_{x\to 0} \frac{x(x-1)(x-7)}{x(x-1)} = \lim_{x\to 0} (x-7) = -7$$

10.-

Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x}$.

(Madrid. Junio 2003. Opción A. Ejercicio 1)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x} = \lim_{x\to 0} \frac{4+x-(4-x)}{4x\left(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2x}{4x\left(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{2\left(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}\right)} = \frac{1}{8}$$

11.-

Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$.

(Andalucía. Año 2001. Modelo 4. Opción A. Ejercicio 2)

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{1 - (1 - x^2)}{x^2\left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x^2\left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{1 + \sqrt{1 - x^2}} = \frac{1}{2}$$

12.-

Sea la función: $h(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x-2} & \text{si } x < -2 \\ x^2 + 4x + 4 & \text{si } -2 \leq x < 3 \\ 2^{x+1} + 9 & \text{si } x > 3 \end{cases}$. Calcula estos límites.

a) $\lim\limits_{x \to -5} h(x)$ c) $\lim\limits_{x \to 5} h(x)$ e) $\lim\limits_{x \to 3} h(x)$

b) $\lim\limits_{x \to 2} h(x)$ d) $\lim\limits_{x \to -2} h(x)$ f) $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$

a) $\lim_{x\to -5} h(x) = \lim_{x\to -5} \frac{4}{x-2} = -\frac{4}{7}$

b) $\lim_{x\to 2} h(x) = \lim_{x\to 2} (x^2+4x+4) = 16$

c) $\lim_{x\to 5} h(x) = \lim_{x\to 5} (2^{x+1}+9) = 73$

d) $\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to -2^-} h(x) = \lim_{x\to -2^-} \frac{4}{x-2} = -1 \\ \lim_{x\to -2^+} h(x) = \lim_{x\to -2^+} (x^2+4x+4) = 0 \end{array}\right\} \to \lim_{x\to -2^-} h(x) \neq \lim_{x\to -2^+} h(x)$

$\to$ No existe $\lim_{x\to -2} h(x)$.

e) $\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 3^-} h(x) = \lim_{x\to 3^-} (x^2+4x+4) = 25 \\ \lim_{x\to 3^+} h(x) = \lim_{x\to 3^+} (2^{x+1}+9) = 25 \end{array}\right\} \to \lim_{x\to 3^-} h(x) = \lim_{x\to 3^+} h(x)$

$\to \lim_{x\to 3} h(x) = 25$

f) $\lim_{x\to +\infty} h(x) = \lim_{x\to +\infty} (2^{x+1}+9) = +\infty$

13.-

Determina el valor de *a* para el cual:

$$\lim_{x\to +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2+ax+1}\right) = 1$$

(La Rioja. Junio 2000. Propuesta A. Ejercicio 4)

$$\lim_{x\to +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2+ax+1}\right) =$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \frac{\left(2x - \sqrt{4x^2+ax+1}\right)\left(2x + \sqrt{4x^2+ax+1}\right)}{2x + \sqrt{4x^2+ax+1}} =$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \frac{4x^2-4x^2-ax-1}{2x+\sqrt{4x^2+ax+1}} = \lim_{x\to +\infty} \frac{-ax-1}{2x+\sqrt{4x^2+ax+1}} =$$

$$= -\frac{a}{4} = 1 \to a = -4$$

14.-

Si $g(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{si } x<3 \\ \dfrac{3}{x+5} & \text{si } x\geq 3\end{cases}$, determina los límites:

a) $\lim\limits_{x\to -1} g(x)$ c) $\lim\limits_{x\to 3} g(x)$ e) $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$

b) $\lim\limits_{x\to -5} g(x)$ d) $\lim\limits_{x\to 6} g(x)$ f) $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$

a) $\lim\limits_{x\to -1} g(x) = \lim\limits_{x\to -1} (x^2-1) = 0$

b) $\lim\limits_{x\to -5} g(x) = \lim\limits_{x\to -1} (x^2-1) = 24$

c) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^-} g(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} (x^2-1) = 8 \\ \lim\limits_{x\to 3^+} g(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{3}{x+5} = \dfrac{3}{8} \end{array}\right\} \to \lim\limits_{x\to 3^-} g(x) \neq \lim\limits_{x\to 3^+} g(x) \to$ No existe $\lim\limits_{x\to 3} g(x)$.

d) $\lim\limits_{x\to 6} g(x) = \lim\limits_{x\to 6} \dfrac{3}{x+5} = \dfrac{3}{11}$

e) $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{3}{x+5} = 0$

f) $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to -\infty} (x^2-1) = +\infty$

15.-

Completa $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\boxed{}}{2x^3-x+12}$, escribiendo en su numerador una función de modo que el resultado sea:

a) $+\infty$ b) 4 c) 0

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^4+5}{2x^3-x+12} = +\infty$

c) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2+x}{2x^3-x+12} = 0$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{8x^3-3}{2x^3-x+12} = 4$

16.-

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+3x}-3x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{9x^2+3x-9x^2}{\sqrt{9x^2+3x}+3x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x}{\sqrt{9x^2+3x}+3x}=\frac{1}{2}$$

17.-

Calcula los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-1}{x}-\frac{1+2x^2}{2x-1}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x-\sqrt{1+4x}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+3x}-3x\right)$

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-1}{x}-\frac{1+2x^2}{2x-1}\right)\to\infty-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-1}{x}-\frac{1+2x^2}{2x-1}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2-1)(2x-1)-(1+2x^2)x}{x(2x-1)}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2-3x+1}{2x^2-x}=-\frac{1}{2}$$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)\to\infty-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-2x-x^2}{\sqrt{x^2-2x}+x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-2x}{\sqrt{x^2-2x}+x}=-1$$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x-\sqrt{1+4x}\right)\to\infty-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(2x-\sqrt{1+4x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2-1-4x}{2x+\sqrt{1+4x}}=+\infty$$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+3x}-3x\right)\to\infty-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+3x}-3x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{9x^2+3x-9x^2}{\sqrt{9x^2+3x}+3x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x}{\sqrt{9x^2+3x}+3x}=\frac{1}{2}$$

18.-Calcular a para que se cumpla que:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-x\right)=1$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+ax-x^2}{\sqrt{x^2+ax}+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{\sqrt{x^2+ax}+x}=$$

$$=\frac{a}{2}=1\rightarrow a=2$$

19.- Calcular b para que se cumpla que:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+bx-3}-2x\right)=-\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+bx-3}-2x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2+bx-3-4x^2}{\sqrt{4x^2+bx-3}+2x}=$$

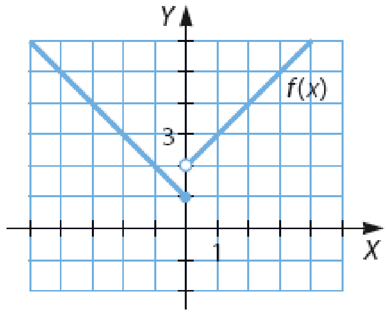
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{bx-3}{\sqrt{4x^2+bx-3}+2x}=\frac{b}{4}=-\frac{1}{4}\rightarrow b=-1$$

20.-

Observa la gráfica y calcula:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

siendo $f(x)=\begin{cases}-x+1 & \text{si } x\le 0\\ x+2 & \text{si } x>0\end{cases}$



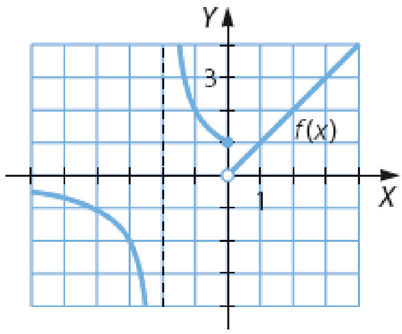
$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=1 \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x)=2$$

21.-

Observa la gráfica y halla:

$$\lim_{x\to -2^-} f(x) \qquad \lim_{x\to 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x)$$



$$\lim_{x\to -2^-} f(x)=-\infty \qquad \lim_{x\to -2^+} f(x)=+\infty \qquad \lim_{x\to 0^-} f(x)=1 \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x)=0$$

22.-

Calcula el límite de la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x + 2}$ en $x = 3$ y $x = -2$.

$$\lim_{x\to 3} f(x) = \frac{6}{5}$$

$$\lim_{x\to -2} f(x) = \frac{1}{0} = \infty \to \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = +\infty \end{array}\right\} \to \text{No existe } \lim_{x\to -2} f(x).$$

23.-

Halla estos límites con ayuda de la calculadora, y comprueba el resultado obtenido.

a) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2 + 5x + 7}{2x^2 + x + 1}$

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4 + x - 2x^3}{2x^2 - 3x + 11}$

c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3 - 2x^2 - 10x}{-x^2 + 2x^3 - x + 3}$

d) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x^2 + 3x + 21}{5x^2 - 4x^3 + 2x}$

a) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2 + 5x + 7}{2x^2 + x + 1} = \dfrac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4 + x - 2x^3}{2x^2 - 3x + 11} = +\infty$

c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3 - 2x^2 - 10x}{-x^2 + 2x^3 - x + 3} = \dfrac{1}{2}$

d) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x^2 + 3x + 21}{5x^2 - 4x^3 + 2x} = 0$

24.-

Encuentra el valor de:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 - 3}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4}\right)$

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 - 3}\right) \to \infty - \infty$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 - 3}\right) = \lim_{x\to +\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{4x^2 + 2x} + \sqrt{4x^2 - 3}} = \frac{1}{2}$$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4}\right) \to \infty - \infty$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4}\right) =$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \frac{-3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 4}} = 0$$

25.-

Halla los límites.

a) $\lim\limits_{x \to \pi} \cos x$ b) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} tg\, x$ c) $\lim\limits_{x \to \frac{3\pi}{2}} sen\, x$ d) $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\cos x}{sen\, x}$

a) $\lim\limits_{x \to \pi} \cos x = -1$

b) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} tg\, x \to \frac{1}{0}$ $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} tg\, x = +\infty$ $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^+} tg\, x = -\infty$

c) $\lim\limits_{x \to \frac{3\pi}{2}} sen\, x = -1$

d) $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\cos x}{sen\, x} \to -\frac{1}{0}$ $\lim\limits_{x \to \pi^-} \frac{\cos x}{sen\, x} = -\infty$ $\lim\limits_{x \to \pi^+} \frac{\cos x}{sen\, x} = +\infty$

26.-

Determina.

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$ b) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x-2}$

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x} \to \frac{0}{0}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{-x}{x\left(2 + \sqrt{x+4}\right)} = \lim_{x \to 0} \frac{-1}{2 + \sqrt{x+4}} = -\frac{1}{4}$$

b) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x-2} \to \frac{0}{0}$

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x} + \sqrt{2}\right)} = \lim_{x \to 2} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

27.-

Encuentra el valor de:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{4x^2-3}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-2x+4}\right)$

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{4x^2-3}\right)\to\infty-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{4x^2-3}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+3}{\sqrt{4x^2+2x}+\sqrt{4x^2-3}}=\frac{1}{2}$$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-2x+4}\right)\to\infty-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2-2x+4}\right)=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-3}{\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-2x+4}}=0$$

28.-

Resuelve los límites.

a) $\lim_{x\to -3} \frac{(2x-3)(x+3)}{(x+1)(x+3)}$

b) $\lim_{x\to 2} \frac{2x^2-9x+10}{3x^2-7x+2}$

c) $\lim_{x\to -4} \frac{3x^3+12x^2-x-4}{x^3+7x^2+14x+8}$

d) $\lim_{x\to 5} \frac{x^3-9x^2+15x+25}{x^3-5x^2+2x-10}$

e) $\lim_{x\to 2} \frac{2x^2-11x+14}{4x^2-16x+16}$

f) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+x^2-x-1}{x^3+2x^2+x}$

a) $\lim_{x\to -3} \frac{(2x-3)(x+3)}{(x+1)(x+3)} \to \frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to -3} \frac{(2x-3)(x+3)}{(x+1)(x+3)} = \lim_{x\to -3} \frac{2x-3}{x+1} = \frac{9}{2}$$

b) $\lim_{x\to 2} \frac{2x^2-9x+10}{3x^2-7x+2} \to \frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 2} \frac{2x^2-9x+10}{3x^2-7x+2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(2x-5)}{(x-2)(3x-1)} = \lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{3x-1} = -\frac{1}{5}$$

c) $\lim_{x\to -4} \frac{3x^3+12x^2-x-4}{x^3+7x^2+14x+8} \to \frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to -4} \frac{3x^3+12x^2-x-4}{x^3+7x^2+14x+8} = \lim_{x\to -4} \frac{(x+4)(3x^2-1)}{(x+4)(x^2+3x+2)} =$$

$$= \lim_{x\to -4} \frac{3x^2-1}{x^2+3x+2} = \frac{47}{6}$$

d) $\lim_{x\to 5} \frac{x^3-9x^2+15x+25}{x^3-5x^2+2x-10} \to \frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 5} \frac{x^3-9x^2+15x+25}{x^3-5x^2+2x-10} = \lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(x^2-4x-5)}{(x-5)(x^2+2)} = \lim_{x\to 5} \frac{x^2-4x-5}{x^2+2} = 0$$

29.-

Determina el límite, y comprueba el resultado con la calculadora.

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{3x^2-4x}{x+2} - 3x \right)$$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{3x^2-4x}{x+2} - 3x \right) \to \infty - \infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{3x^2-4x}{x+2} - 3x \right) = \lim_{x\to +\infty} \frac{-10x}{x+2} = -10$$

30.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$$

determina los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ d) $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

b) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -1$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$

d) $\lim\limits_{x \to -2} f(x) \to \frac{0}{0}$

$$\lim_{x \to -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \to -2} \frac{(x+2)(2x-1)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \to -2} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{5}{4}$$