Crecimiento y Decrecimiento

Ejercicios Aplicados de selectividad

Matemáticas Aplicadas II

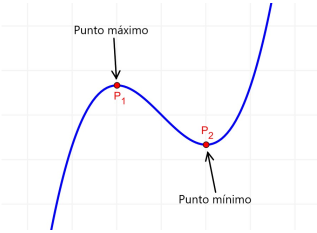
Importante

- **La derivada informa sobre cómo cambia una función en cada punto:**

$$\begin{cases} f'(x) > 0 & \Rightarrow \text{la función crece} \\ f'(x) < 0 & \Rightarrow \text{la función decrece} \\ f'(x) = 0 & \Rightarrow \text{posible máximo o mínimo} \end{cases}$$

- **Un punto x = a es crítico si:**

$$f'(a) = 0 \quad \text{o bien} \quad f'(a) \text{ no existe.}$$



Cómo se calcula

Criterio de la primera derivada

Para estudiar el crecimiento:

1. Se calcula f’(x).
2. Se iguala a cero para hallar los puntos críticos.
3. Se analiza el signo de f’(x) para averiguar los intervalos de crecimiento y decrecimiento
4. Se indican, si existen, los máximos y mínimos relativos o locales

Ejercicio 1

La cantidad de La cantidad de CO_2 (en millones de toneladas) emitidas a la atmósfera por una determinada región a lo largo del año 2020, viene dada por la función:

$$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \le t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \le t \le 12 \end{cases}$$

siendo t el tiempo transcurrido en meses desde comienzo del año.

a) Estudie en qué períodos se ha producido un aumento/disminución de la cantidad de CO_2 emitida a la atmósfera.

b) ¿Cuáles son las cantidades máxima y mínima de CO_2 emitidas a la atmósfera a lo largo del año 2020? ¿En qué momentos se produjeron?

c) Represente la gráfica de la función $C(t)$ teniendo en cuenta el estudio realizado en los apartados anteriores.

Ejercicio 2

Un fabricante de automóviles hace un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, a lo largo de los diez últimos años, y comprueba que éstos se ajustan a la función

$$B\ (t) = t^3 - 18t^2 + 81t - 3 \ \text{ si } \ 0 \leq t \leq 10, \ (\text{t en años})$$

a) ¿Qué beneficios obtuvo la empresa el último año del estudio?
b) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento de los beneficios
c) ¿En qué años se producen los beneficios máximos y mínimos y a cuánto ascienden?

Ejercicio 3

Una pequeña empresa comercializa paraguas a 60 euros la unidad. El coste de producción diario de " x " paraguas viene dado por la función:

$$C(x) = x^2 - 10x$$

estando limitada su capacidad de producción a un máximo de 70 paraguas al día ($0 \leq x \leq 70$)

a. Obtenga las expresiones de las funciones que determinan los ingresos y los beneficios diarios obtenidos por la empresa en función del número de paraguas producidos " x".

b. Determine el número de paraguas que debe producir diariamente para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto ascienden los ingresos, los costes y los beneficios diarios en este caso? Razone la respuesta.

Ejercicio 4

El número de vehículos vendidos por un concesionario a lo largo del último año se estima que viene dado por la función

$$N(t)=\begin{cases} 28-(t-4)^2 & 0\le t<6 \\ (t-10)^2+8 & 6\le t\le 12 \end{cases}$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses.

a. Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del número de vehículos vendidos. ¿Cuál ha sido el mayor número de vehículos vendidos? ¿Y el menor? ¿En qué momentos se han producido? Justifique sus respuestas.
b. Con la información del apartado anterior, represente la gráfica de la función.
c. ¿Hubo algún período del año en el que el número de vehículos vendidos haya sido inferior a 12 unidades? Justifique su respuesta.

Ejercicio 5

Consideremos la función: $f\left(x\right)=ax^{3}-2x^{2}+bx+c$

Donde a, b y c son parámetros reales. Calcula el valor de los parámetros sabiendo que la función pasa por (2, 8) y tiene un extremos relativo en (0,16)