

1.3) E y B incompatibles?

para ser incompatibles $E \cap B = \emptyset$, $P(E \cap B) = 0$

según el enunciado E y B eran independientes $\Rightarrow P(E \cap B) = P(E) \cdot P(B)$

$$P(E \cap B) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12 \neq 0 \Rightarrow \underline{\text{No pueden ser incompatibles}}$$

Pregunta 4 (2025 ORD)

a) Datos
$$\left\{ \begin{array}{l} P(A) = 0.4 \\ P(A \cap B) = 0.21 \\ P(A|B) = 0.6 \end{array} \right.$$

$$4.1.1) P(\bar{A} \cap \bar{B}) \stackrel{\uparrow}{=} P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Leyes Morgan

* para calcular $P(A \cup B)$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.4 + P(B) - 0.21$$

* para calcular $P(B)$: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$; $0.6 = \frac{0.21}{P(B)}$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{0.21}{0.6} = \underline{0.35} \Rightarrow P(A \cup B) = 0.4 + 0.35 - 0.21 = \underline{0.54}$$

$$\Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.54 = \underline{0.46} = \underline{46\%} \text{ solución}$$

b) Calcular $P(\bar{B}|A) \stackrel{\uparrow}{=} \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} \stackrel{\uparrow}{=} \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} =$
definición propiedades

$$\stackrel{\uparrow}{=} \frac{0.4 - 0.21}{0.4} = \underline{0.475} = \underline{47.5\%} \text{ solución}$$

datos

4.1.2)
$$\left\{ \begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.21 \\ P(A) = 0.4 \\ P(B) = 0.35 \end{array} \right. \text{ datos}$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.35 = 0.14 \neq 0.21 \Rightarrow \underline{\text{NO pueden ser indep.}}$$

4.1. datos $\begin{cases} P(A|B) = \frac{1}{2} \\ P(B|A) = \frac{1}{3} \\ P(A \cup B) = \frac{1}{4} \end{cases}$

4.1.1 $P(A \cap B)$?

Bayes $\rightarrow P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{3} P(A)}{P(B)} \Rightarrow$

$\Rightarrow P(B) = \frac{2}{3} P(A)$

por otro lado $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{3} P(A)$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$P(A \cap B) = P(A) + \frac{2}{3} P(A) - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} P(A)$

$P(A) + \frac{2}{3} P(A) - \frac{1}{3} P(A) = \frac{1}{4} ; \frac{4}{3} P(A) = \frac{1}{4} ; P(A) = \frac{3}{16}$

$P(A) = 0.1875$

$P(B) = 0.125$

$P(A \cap B) = 0.0625$

Solución

4.1.2. $P(A \cap B) = 0.0625$

$P(A) \cdot P(B) = 0.1875 \cdot 0.125 = 0.0234375$

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ No son indep.

4.2 $\rightarrow$ es de estadística, binomial

Ej 4 2024 ORD

Datos y Sucesos

O = "padecer obesidad" ;
H = "padecer hipertensión" o ser hipertenso

$P(O) = 20\% = 0.2$

$P(O \cap H) = 11\% = 0.11$

$P(O|H) = 27.5\% = 0.275$

a) $P(O \cup H) = ?$ $\leftarrow$ lo que piden

$P(O \cup H) = P(O) + P(H) - P(O \cap H)$ (*)

tengo que calcular antes $P(H)$, utilizo la prob. condicionada:

$P(O|H) = \frac{P(O \cap H)}{P(H)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow P(H) = \frac{P(O \cap H)}{P(O|H)} = \frac{0.11}{0.275} = 0.4 = 40\%$$

sustituyendo en $\textcircled{a} \Rightarrow P(O \cup H) = 0.2 + 0.4 - 0.11 = 0.49 = \boxed{49\%}$ Solución

b) $P(H) \cdot P(O) = 0.4 \cdot 0.2 = 0.08$ | son $\neq$ $\Rightarrow$ NO
 $P(H \cap O) = 0.11$ son indep.

c) $P(H|\bar{O}) = \frac{P(H \cap \bar{O})}{P(\bar{O})} \textcircled{*} = \frac{\frac{29}{100}}{\frac{80}{100}} = 0.3625 = \boxed{36.25\%}$
↑ ↑
 Condicionada tabla de contingencia

datos $\begin{cases} P(O) = 0.2 \Rightarrow P(\bar{O}) = 0.8 \\ P(H) = 0.4 \\ P(O \cup H) = 0.49 \\ P(O \cap H) = 0.11 \end{cases}$ completo
tabla de contingencia

	O	$\bar{O}$	
H	11	29	40
$\bar{H}$	9	51	60
	20	80	100

de otra forma:

→ Sin tabla de contingencia, usando propiedades de las probabilidades

$$P(H \cap \bar{O}) = P(H) - P(H \cap O) = 0.4 - 0.11 = 0.29$$

$\Rightarrow$ sustituyendo en $\textcircled{*} \Rightarrow P(H|\bar{O}) = \frac{0.29}{1-0.2} = 0.3625$ lo mismo

Ej 5

2024 EXT

datos y sucesos

L = "lee"

M = "escucha música"

$$P(L \cup M) = 80\% = 0.8$$

$$P(L \cap M) = 35\% = 0.35$$

$$P(\bar{L}) = 60\% = 0.6$$

a) $P(M \cap \bar{L}) = P(M) - P(M \cap L) = \textcircled{*}$

$\uparrow$ propiedades
 calculo $P(M)$; $P(M \cup L) = P(M) + P(L) - P(M \cap L)$
 $0.8 = P(M) + (1 - 0.6) - 0.35$

$\Rightarrow P(M) = 0.8 - 1 + 0.6 + 0.35 = 0.75 \Rightarrow$ sustituyo en $\textcircled{*}$

$P(M \cap \bar{L}) = 0.75 - 0.35 = \boxed{0.4 = 40\%}$ solución

$$b) P(L \cap \bar{M}) = P(L) - P(L \cap M) = 0.4 - 0.35 = \boxed{0.05} \text{ pág 3}$$

c) Sólo una de las dos cosas = $(M \cap \bar{L}) \cup (\bar{M} \cap L)$

Como son disjuntos $\Rightarrow$

$$P((M \cap \bar{L}) \cup (\bar{M} \cap L)) = P(M \cap \bar{L}) + P(\bar{M} \cap L)$$

$$\left. \begin{array}{l} P(M \cap \bar{L}) = 0.4 \text{ (aptdo a)} \\ P(L \cap \bar{M}) = 0.05 \text{ (aptdo b)} \end{array} \right\} \Rightarrow P(\text{sólo una de las dos cosas}) = 0.4 + 0.05 = \boxed{0.45 = 45\%}$$

Solución

$$d) \left. \begin{array}{l} P(M \cap L) = 0.35 \\ P(M) = 0.75 \\ P(L) = 0.4 \end{array} \right\} \text{datos}$$

$$0.4 \cdot 0.75 = 0.3 \neq 0.35$$

$\Rightarrow$ NO son indep.

Ej 6 2023 ORD

P = recibe publicidad ; $P(P) = 70\% = 0.7$; $P(\bar{P}) = 30\% = 0.3$
 C = realiza compra ; $P(C|P) = 90\% = 0.9$; $P(\bar{C}|P) = 10\% = 0.1$
 $P(C|\bar{P}) = 60\% = 0.6$; $P(\bar{C}|\bar{P}) = 40\% = 0.4$

a) $P(C) = ?$

Th. Prob. Total, P y $\bar{P}$ es una partición

$$P(C) = P(C|P) \cdot P(P) + P(C|\bar{P}) \cdot P(\bar{P}) = 0.9 \cdot 0.7 + 0.6 \cdot 0.3 = 0.81 = \boxed{81\%}$$

b) $P(P|C) = ?$

Bayes : $P(P|C) = \frac{P(C|P) \cdot P(P)}{P(C)} = \frac{0.9 \cdot 0.7}{0.81} \approx 0.7778$

$\boxed{77.78\%}$

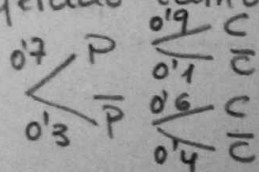
c) ¿P y C indep?

$$P(P|C) = \frac{P(P \cap C)}{P(C)} ; P(P \cap C) = P(P|C) \cdot P(C) = 0.7778 \cdot 0.81 = 0.63 = 63\%$$

$$P(P) \cdot P(C) = 0.7 \cdot 0.81 = 0.567 = 56.7\% \neq 63\%$$

son distintos $\Rightarrow$ NO son indep.

El ejercicio también se podía hacer con árbol



"V" = "sacar una bola verde"

"R" = "sacar una bola roja"

"A" = "la bola procede de la urna A"

"B" = "la bola procede de la urna B"

"M" = "sacar un n^2 menor que 3 al lanzar un dado" = $\{1, 2\}$ urna A $\rightarrow$ $\begin{cases} 8 \text{ Verdes} \\ 6 \text{ Rojas} \end{cases}$ urna B $\rightarrow$ $\begin{cases} 4 \text{ Verdes} \\ 5 \text{ Rojas} \end{cases}$

$$P(A) = P(M)$$

$$P(B) = P(\bar{M})$$

$$\bar{M} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$P(M) = \frac{2}{6} ; P(\bar{M}) = \frac{4}{6}$$

$$P(V|A) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

$$P(R|A) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$P(V|B) = \frac{4}{9}$$

$$P(R|B) = \frac{5}{9}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad M \rightarrow A \begin{cases} 4/7 V \\ 3/7 R \end{cases}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \bar{M} \rightarrow B \begin{cases} 4/9 V \\ 5/9 R \end{cases}$$

por el enunciado
 $\bar{V} = R$
 $\bar{R} = V$

a) $P(R) = ?$

Th. Prob. Total $\Rightarrow P(R) = P(R|A) \cdot P(A) + P(R|B) \cdot P(B) =$

$$= \frac{6}{14} \cdot \frac{2}{6} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{6} \approx 0.5132 = \boxed{51.32\%} \quad \left(\frac{92}{189} \right)$$

b) $P(A|V) = ?$ Bayes $\Rightarrow P(A|V) = \frac{P(V|A) \cdot P(A)}{P(V)} = \frac{\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3}}{1 - P(R)} =$

$$= \frac{\frac{4}{21}}{\frac{92}{189}} = \frac{4 \cdot 189}{21 \cdot 92} = \frac{756}{1932} \approx 0.3913 = \boxed{39.13\%}$$

V y R son
disjuntos
y son una
partición

$$V = \bar{R}$$

NOTA:
También se podía: $P(V) = P(V|A)P(A) + P(V|B)P(B)$
por Th. Prob. Total

$$= \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{21} + \frac{8}{27} = \frac{36 + 56}{189} = \frac{92}{189}$$

pero no era necesario

$$\approx 0.4868$$

c) ¿R y A indep?

$$P(R) = 0.5132$$

$$P(A) = \frac{1}{3} = 0.3333$$

$$\left. \begin{array}{l} P(R) = 0.5132 \\ P(A) = \frac{1}{3} = 0.3333 \end{array} \right\} P(R) \cdot P(A) = 0.171$$

$$P(R \cap A) = P(A) \cdot P(R|A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{7} \approx 0.1429$$

regla del producto

 $\left. \begin{array}{l} \text{son distintas} \\ \Rightarrow \text{NO son indep.} \end{array} \right\}$

Ej 10

datos:

H = "ser hombre"

P(H) = 45% = 0.45

L = "ser lector de prensa deportiva"

P(H ∩ L) = 27% = 0.27

2021 ORD

P(H̄ ∩ L̄) = 38.5% = 0.385

a) P(L|H) = P(L ∩ H) / P(H) = 27 / 45 = 0.6 = 60%

b) P(H̄ ∪ L) = ? tabla

= P(H̄) + P(L) - P(H̄ ∩ L) =

= 55/100 + 43.5/100 - 16.5/100 = 82/100 = 82%

Contingency table with rows H, H-bar and columns L, L-bar. Totals are 45, 55, 100%.

c) P(H|L) = P(H ∩ L) / P(L) = 27 / 43.5 = 0.6207 = 62.07%

d) ¿H ∩ L̄ = ∅? NO, P(H ∩ L̄) = 18% ≠ 0, No son incompatibles

Ej 11

2021 EXT

E = "ser español q. visita el pórtico de la gloria"

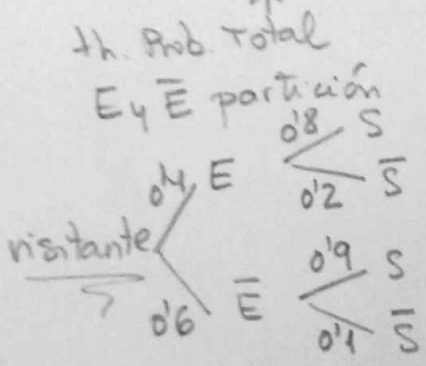
P(E) = 40% = 0.4

S = "estar satisfecho con la visita"

P(S|E) = 4/5 = 0.8 = 80%

P(S̄|E) = 10% = 0.1

a) P(S) = P(S|E) * P(E) + P(S|Ē) * P(Ē) = 0.8 * 0.4 + 0.9 * 0.6 = 0.86 = 86%



b) P(S ∩ Ē) = P(S|Ē) * P(Ē) = 0.9 * 0.6 = 0.54 = 54%

c) E y S indep?

P(E) = 0.4, P(S) = 0.86, P(E ∩ S) = 0.54

0.4 * 0.86 = 0.344 ≠ 0.54 => NO son indep.

Ej 12

2020 ORD

pág 5

datos

$$P(A) = 0.4$$

$$P(\bar{B}) = 0.7; P(B) = 0.3$$

$$P(\bar{B}|A) = 0.75$$

A y B NO es una partición

$$a) \boxed{P(A \cap \bar{B})} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Regla} \\ \text{del producto}}}{=} P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(\bar{B}|A) P(A)}{P(\bar{B})} \cdot P(\bar{B}) =$$

$$= P(\bar{B}|A) \cdot P(A) = 0.75 \cdot 0.4 = \boxed{0.3}$$

$$b) P(A \cup B) = ? \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = (*)$$

$$1^\circ \text{ calculo } P(A \cap B) = ?$$

$$\text{como } P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$0.3 = 0.4 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.4 - 0.3 = 0.1$$

$$2^\circ \text{ sustituyo en } (*)$$

$$P(A \cup B) = 0.4 + 0.3 - 0.1 = \boxed{0.6}$$

$$c) P(A \cap B) = \boxed{0.1} \text{ lo calculé antes}$$

$$d) A \text{ y } B \text{ indep?}$$

$$P(A) = 0.4$$

$$P(B) = 0.3$$

$$P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.3 = 0.12 \neq 0.1 \Rightarrow \underline{\underline{NO}} \text{ son indep.}$$

Ej 13

2020 EXT

Datos

240	del dist.	A
600	"	B
360	"	C

Total: 1200

A = "vehículos del dist. A"
 B = "vehículos del dist. B"
 C = "vehículos del dist. C"

$$P(A) = \frac{240}{1200} = 0.2$$

$$P(B) = \frac{600}{1200} = 0.5$$

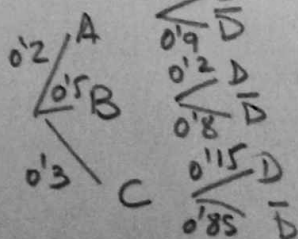
$$P(C) = \frac{360}{1200} = 0.3$$

D = "tiene algún defecto"

$$P(D|A) = 10\% = 0.1$$

$$P(D|B) = 20\% = 0.2$$

$$P(D|C) = 15\% = 0.15$$



datos:

C = "proceder del centro de la ciudad"

B = " " " de barrios periféricos"

R = " " " de pueblos próximos"

E = "efectúan alguna compra"

 $\bar{E}$ = "no efectúan ninguna compra"

$$P(E|C) = 60\% = 0.6 ; P(\bar{E}|C) = 0.4$$

$$P(E|B) = 75\% = 0.75 ; P(\bar{E}|B) = 0.25$$

$$P(E|R) = 50\% = 0.5 ; P(\bar{E}|R) = 0.5$$

$$P(C) = 20\% = 0.2$$

$$P(B) = 45\% = 0.45$$

$$P(R) = 35\% = 0.35$$

C, B y R es una partición
E y $\bar{E}$ también es una partición

a) Total de visitantes 2000 personas

$$P(\bar{E}) = P(\bar{E}|C) \cdot P(C) + P(\bar{E}|B) \cdot P(B) + P(\bar{E}|R) \cdot P(R) =$$

↑
th Prob TOTAL

$$= 0.4 \cdot 0.2 + 0.25 \cdot 0.45 + 0.5 \cdot 0.35 = 0.08 + 0.1125 + 0.175 =$$

$$= 0.3675 = 36.75\% \text{ de 2000 personas, no efectúan compra}$$

 $\Rightarrow$ 735 personas se espera que 735 personas NO comprada ese día

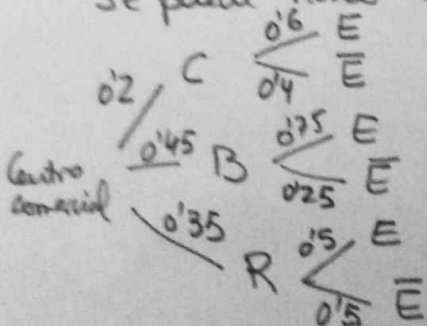
$$b) P(R|E) = \frac{P(E|R) \cdot P(R)}{P(E)} = \frac{0.5 \cdot 0.35}{1 - 0.3675} = \frac{0.175}{1 - 0.3675}$$

Bayes

$$= \frac{0.175}{0.6325} \approx \boxed{0.2767} = 27.67\%$$

Se puede hacer árbol

o por tabla



	C	B	R	
E	12	33.75	17.5	63.25
$\bar{E}$	8	11.25	17.5	36.75
	20	45	35	100%

200 bombillas Blancas
150 " " Azules
250 " " Rojas

B = "bombilla Blanca"
A = "bombilla Azul"
R = "bombilla Roja"

Total: 600

$$P(B) = \frac{200}{600} = \frac{1}{3} ; P(A) = \frac{150}{600} = 0.25 ; P(R) = \frac{250}{600}$$

B, A y R particián del Laplace
contenedor de bombillas

Laplace

$$= \frac{5}{12}$$

$\bar{F}$ = "la bombilla NO funciona"

F = "la bombilla funciona"

$$P(\bar{F}|B) = 0.01 ; P(F|B) = 0.99$$

$$P(\bar{F}|A) = 0.02 ; P(F|A) = 0.98$$

$$P(\bar{F}|R) = 0.03 ; P(F|R) = 0.97$$

a) $P(\bar{F}) = ?$ como A, B, R es una particián puedo aplicar
el teorema de la PROB. TOTAL

$$P(\bar{F}) = P(\bar{F}|B) \cdot P(B) + P(\bar{F}|A) \cdot P(A) + P(\bar{F}|R) \cdot P(R) =$$

$$= 0.01 \cdot \frac{1}{3} + 0.02 \cdot 0.25 + 0.03 \cdot \frac{5}{12} = \boxed{0.0208\bar{3}} \approx \boxed{2.0833\%}$$

$$b) P(\bar{R}|F) = ?$$

calculo 1º $P(R|F) = \frac{P(F|R) \cdot P(R)}{P(F)} = \frac{0.97 \cdot \frac{5}{12}}{1 - 0.0208\bar{3}}$

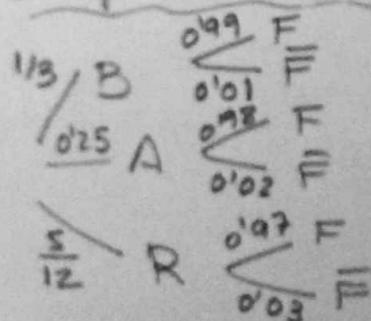
Bayes

$$= \frac{0.4041\bar{6}}{0.9791\bar{6}} \approx 0.5105$$

51.05%
 hay un error

$$\Rightarrow P(\bar{R}|F) = 1 - P(R|F) \approx 0.4895 = \boxed{48.95\%}$$

diagrama de árbol



Ej. 18

2018 ORD A

datos:

M = "trabajador mayor de 30 años"

 $\bar{M}$ = "trabajador de 30 años o menos"

D = "ocupa algún puesto directivo"

$$P(M) = 20\% = 0.2 \quad ; \quad P(\bar{M}) = 80\% = 0.8$$

$$P(D) = 8\% = 0.08 \quad ; \quad P(\bar{D}) = 92\% = 0.92$$

$$P(M \cap D) = 6\% = 0.06$$

$$a) \underset{\uparrow}{P(M \cap \bar{D})} = P(M) - P(M \cap D) = 0.2 - 0.06 = \boxed{0.14 = 14\%}$$

$$b) \underset{\substack{\text{Morgan} \\ \uparrow}}{P(\bar{D} \cap \bar{M})} = P(\overline{D \cup M}) = 1 - P(D \cup M) \quad (*)$$

$$1^\circ \text{ calculo } P(D \cup M) = P(D) + P(M) - P(D \cap M) = 0.08 + 0.2 - 0.06 = 0.22 = 22\%$$

$$2^\circ \text{ ahora sustituyo en } (*) \rightarrow P(\bar{D} \cap \bar{M}) = 1 - 0.22 = 0.78 = \boxed{78\%}$$

c) 100 trabajadores, cuántos $D \cap \bar{M}$?

$$P(D \cap \bar{M}) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Morgan}}}{P(D)} - P(D \cap M) = 0.08 - 0.06 = 0.02 = 2\%$$

Hay 2 trabajadores que no son mayores de 30 años y desempeñan algún cargo directivo

Se puede hacer por tabla de contingencia:

	M	$\bar{M}$	
D	6	2	8
$\bar{D}$	14	78	92
	20	80	100%

B = "estudiante del instituto que practica baloncesto"
 T = "ser estudiante del instituto que practica tenis"

$$P(B) = 30\% = 0.3 \quad ; \quad P(\bar{B}) = 0.7$$

$$P(T|B) = 40\% = 0.4 \quad ; \quad P(\bar{T}|B) = 60\% = 0.6$$

$$P(T|\bar{B}) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\% \quad ; \quad P(\bar{T}|\bar{B}) = 75\% = 0.75$$

$$a) P(B \cap T) = P(T \cap B) = P(T|B) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.3 = \boxed{0.12 = 12\%}$$

$$b) P(T) = P(T|B) \cdot P(B) + P(T|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) =$$

th. Prob. TOTAL
como B y $\bar{B}$ es
una partición

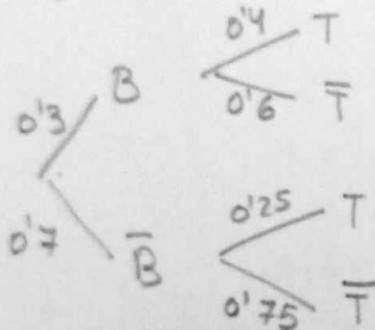
$$= 0.4 \cdot 0.3 + 0.25 \cdot 0.7 = 0.12 + 0.175 = \boxed{0.295 = 29.5\%}$$

c) T y B son indep.?

$$P(T) = 0.295 \quad \left\{ \begin{array}{l} P(T) \cdot P(B) = 0.295 \cdot 0.3 = 0.0885 \\ P(B) = 0.3 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{son } \neq \\ \Rightarrow \text{NO} \\ \text{son indep} \end{array} \right.$$

$$P(T \cap B) = 0.12$$

Se podía hacer por diagrama de árbol



Ej 20 Datos:

M = "ser empleado mujer"

H = "ser empleado hombre"

I = "tener contrato indefinido"

$$P(M) = 30\% = 0.3 \quad ; \quad P(H) = 70\% = 0.7$$

tratan M y H como
una partición $H = \bar{M}$

$$P(I|M) = 80\% = 0.8 \quad ; \quad P(\bar{I}|M) = 20\% = 0.2$$

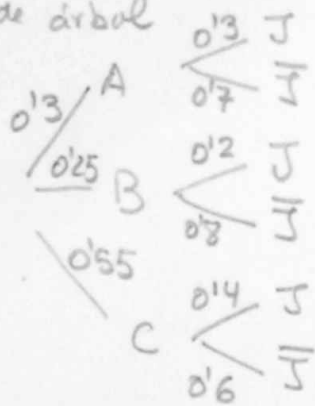
$$P(I|H) = 70\% = 0.7 \quad ; \quad P(\bar{I}|H) = 30\% = 0.3$$

a) $P(I) = ?$ por M y H partición puedo utilizar el th. Prob. TOTAL

$$P(I) = P(I|M) \cdot P(M) + P(I|H) \cdot P(H) = 0.8 \cdot 0.3 + 0.7 \cdot 0.7 =$$

$$= 0.24 + 0.49 = 0.73 = \boxed{73\%}$$

$$b) P(M|I) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(I|M) \cdot P(M)}{P(I)} = \frac{0.8 \cdot 0.3}{0.73} = \frac{0.24}{0.73} \approx \boxed{32.88\%}$$



Ej 22

H = "clientes del gran almacén hombres" ; $P(H) = 0'3 = 30\%$
 $\bar{H}$ $P(\bar{H}) = 0'7 = 70\%$

E = "clientes del gran almacén que adquieren algún producto del departamento de electrónica"

$P(E) = 25\% = 0'25$; $P(\bar{E}) = 75\% = 0'75$

$P(\bar{H}|E) = 40\% = 0'4$; $P(H|E) = 60\% = 0'6$

(NOTA: este ejercicio no es recomendable por árbol)

a) $P(\bar{H} \cap E) = ?$ $P(\bar{H} \cap E) = P(\bar{H}) - P(\bar{H} \cap \bar{E}) = P(E) - P(E \cap H)$
↑ Morgan ↑ Morgan
 $= 0'25 - P(E \cap H) \quad (*)$

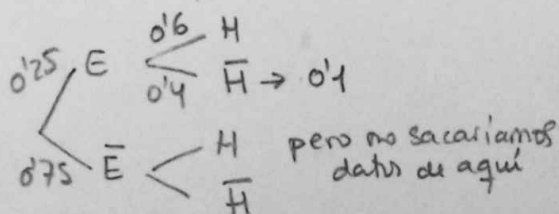
1º calculo $P(E \cap H) = P(H \cap E) = P(H|E) \cdot P(E) = 0'6 \cdot 0'25 = 0'15 = 15\%$
↑ regla del producto

2º sustituyo en (*) $\rightarrow P(\bar{H} \cap E) = 0'25 - 0'15 = 0'1 = 10\%$

b) $P(\bar{E}|H) = \frac{P(\bar{E} \cap H)}{P(H)} = \frac{P(H) - P(H \cap E)}{P(H)} = \frac{0'3 - 0'15}{0'3} = 0'5 = 50\%$
↑ prob. condicionada ↑ Morgan

mujeres que compran electrónica

Si se hiciera un árbol sería:



Por tabla

	H	H̄	
E	15	10	25
Ē	15	60	75
	30	70	100%

Ej 23
2017 ORDB

A = "artículo de la marca A vendido en el supermercado ^{datos} 'dianamarte'"
 B = " " " " " B " " " " "
 C = " " " " " C " " " " "

$$P(A) = 30\% = 0.3$$

$$P(B) = 50\% = 0.5$$

$$P(C) = 20\% = 0.2$$

$$100\% = 1$$

Es una partición

M = "artículo del supermercado vendido por la mañana"
 T = $\bar{M}$ = "artículo del supermercado vendido por la tarde"

$$P(M|A) = 60\% = 0.6 \quad ; \quad P(T|A) = 40\% = 0.4$$

$$P(T|B) = 55\% = 0.55 \quad ; \quad P(M|B) = 45\% = 0.45$$

$$P(M|C) = 40\% = 0.4 \quad ; \quad P(T|C) = 60\% = 0.6$$

a) $P(M) = ?$ como A, B y C es una partición puedo utilizar el th. de Prob. TOTAL:

$$P(M) = P(M|A) \cdot P(A) + P(M|B) \cdot P(B) + P(M|C) \cdot P(C) =$$

$$= 0.6 \cdot 0.3 + 0.45 \cdot 0.5 + 0.4 \cdot 0.2 = 0.18 + 0.225 + 0.08 =$$

$$= \boxed{0.485} = 48.5\%$$

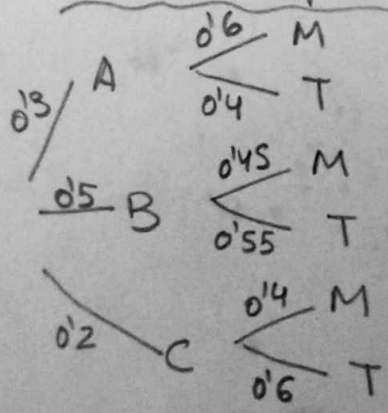
El 48.5% de los artículos se venden por la mañana

b) $P(C|T) = ?$

$$P(C|T) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(T|C) \cdot P(C)}{P(T)} = \frac{0.6 \cdot 0.2}{1 - 0.485} =$$

$$= \frac{0.12}{0.515} \approx \boxed{0.233} = \boxed{23.3\%}$$

Si se hiciera por árbol:



$$P(R|A) = 15\% = 0.15 \quad ; \quad P(\bar{R}|A) = 0.85$$

$$P(R|B) = 10\% = 0.1 \quad ; \quad P(\bar{R}|B) = 0.9$$

$$P(R|C) = 5\% = 0.05 \quad ; \quad P(\bar{R}|C) = 0.95$$

a) $P(R) = P(R|A) \cdot P(A) + P(R|B) \cdot P(B) + P(R|C) \cdot P(C) =$
 $\uparrow$
 como A, B y C partici3n
 puedo utilizar el teorema
 de Prob. TOTAL

$$= 0.15 \cdot 0.4 + 0.1 \cdot 0.2 + 0.05 \cdot 0.4 =$$

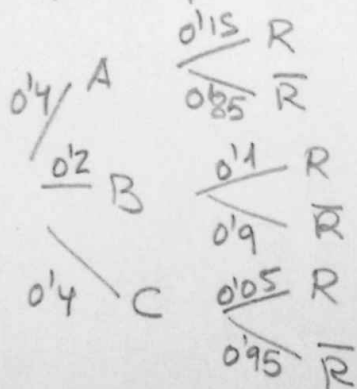
$$= 0.06 + 0.02 + 0.02 = 0.1 = \boxed{10\%}$$

en el 10% de las operaciones de la multinacional
 se producen retrasos en el pago

b) $P(A|R) = \frac{P(R|A) \cdot P(A)}{P(R)} = \frac{0.15 \cdot 0.4}{0.1} = \frac{0.06}{0.1} = 0.6 = \boxed{60\%}$
 $\uparrow$
 Bayes

El 60% de las operaciones en las que se retras3 el pago, fueran realizadas en el mercado A

El ejercicio puede hacerse con un 3rbol



Opacional

Ej 26 2016 ORD A datos

H = "hombres pensionistas" ; $P(H) = 49.5\% = 0.495$

M = "con 85 3os o mas" ; $P(\bar{H}) = 0.505$

$P(M|H) = 11\% = 0.11$; $P(\bar{M}|H) = 89\% = 0.89$

$P(M) = 16\% = 0.16$

a) $P(H|M) = ?$

$P(H|M) = \frac{P(M|H) \cdot P(H)}{P(M)} = \frac{0.11 \cdot 0.495}{0.16} =$
 $\uparrow$
 Bayes
 $= \frac{0.05445}{0.16} = 0.3403 = \boxed{34.03\%}$

El 34.03% de los pensionistas de 85 3os o mas
 son hombres

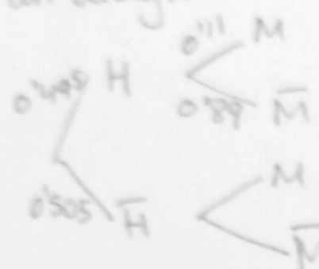
b) como $P(H|M) \triangleq 0.3403 \Rightarrow P(\bar{H}|M) = 1 - 0.3403$ Prob (1)

$$P(M|\bar{H}) = \frac{P(\bar{H}|M)P(M)}{P(\bar{H})} = \frac{0.6597 \cdot 0.16}{0.505} = \frac{0.105552}{0.505} \approx \boxed{0.209}$$

↑
Bayes

$$= \boxed{20.9\%} (\approx 21\%)$$

Nota Se podía haber usado un diagrama de árbol



pero no tenemos datos de estas ramas
sólo que $P(M) = 0.16$

Datos

Ej 27
206000B

A = "entregar pedido con la empresa A"
 B = " " " " " " " " "
 C = " " " " " " " " "
son una partición

$$P(A) = \frac{1}{2} ; P(B) = \frac{1}{3} ; P(C) = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} ;$$

E = "entregado en plazo"

$$P(E|A) = 0.84 ; P(\bar{E}|A) = 0.16$$

$$P(E|B) = 0.90 ; P(\bar{E}|B) = 0.1$$

$$P(E|C) = 0.96 ; P(\bar{E}|C) = 0.04$$

$$a) P(E) = P(E|A) \cdot P(A) + P(E|B) \cdot P(B) + P(E|C) \cdot P(C) =$$

por A, B y C ser partición podemos usar el th. Prob. TOTAL

$$= 0.84 \cdot \frac{1}{2} + 0.9 \cdot \frac{1}{3} + 0.96 \cdot \frac{1}{6} = 0.42 + 0.3 + 0.16 = \boxed{0.88}$$

el 88% de los pedidos son entregados en plazo.

$$b) P(B \cup \bar{E}) = P(B) + P(\bar{E}) - P(\bar{E} \cap B) = \textcircled{*}$$

$$1^\circ \text{ calculo } P(\bar{E} \cap B) = P(\bar{E}|B) \cdot P(B) = 0.1 \cdot \frac{1}{3} = 0.0333$$

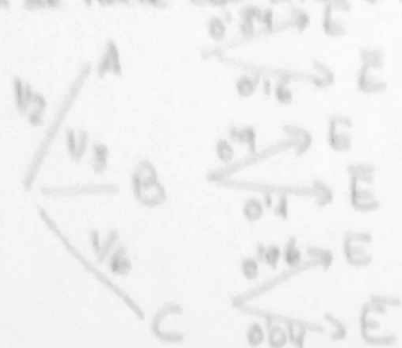
↑
Regla del producto

2ª ahora sustituyo en (4) $\Rightarrow$

$$P(B \cup \bar{E}) = P(B) + P(\bar{E}) - P(\bar{E} \cap B) =$$

$$= \frac{1}{3} + (1 - 0.88) - 0.1 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{0.42}$$

Si se hace con árbol sería:



Ej. 28 ROBERT A

Datos: $A =$ "artículo a la venta en formato A"; $P(A) = \frac{2}{5}$
 $B =$ " " " " " " " " B "; $P(B) = \frac{3}{5}$
 $S =$ "el cliente queda satisfecho" una partición

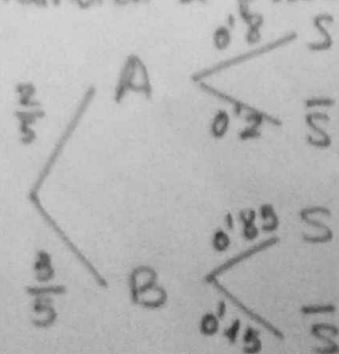
$$P(S/A) = 80\% = 0.8; \quad P(S/B) = 85\% = 0.85$$

$$P(\bar{S}/A) = 0.2; \quad P(\bar{S}/B) = 0.15$$

a) $P(S) = P(S/A) \cdot P(A) + P(S/B) \cdot P(B) = 0.8 \cdot \frac{2}{5} + 0.85 \cdot \frac{3}{5} =$
 $= 0.32 + 0.51 = \boxed{0.83}$
 $= 83\%$
 por A y B su partición puedo aplicar el th. Prob. TOTAL

b) $P(A|\bar{S}) = \frac{P(\bar{S}/A) \cdot P(A)}{P(\bar{S})} = \frac{0.2 \cdot \frac{2}{5}}{1 - 0.83} = \frac{0.08}{0.17} = \frac{8}{17}$
 $\approx \boxed{0.4706}$
 47.06%
 Bayes

También se podía hacer un diagrama de árbol:



datos: $P(A) = 0.8$
 $P(B) = 0.6$
 $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.52$

a) $P(A \cap B) = ?$ por $0.52 = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$
 $\Rightarrow$ despejando $P(A \cap B) = 1 - 0.52 = \boxed{0.48}$

2) son A y B indep? para ser indep $\Leftrightarrow P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$
 siempre q. $P(A) \neq 0$ y $P(B) \neq 0$

$P(A) = 0.8$
 $P(B) = 0.6$ $\Rightarrow P(A) \cdot P(B) = 0.8 \cdot 0.6 = 0.48$ son iguales $\Rightarrow$
 $P(A \cap B) = 0.48$

Si A y B son indep

b) "que ocurra A y no ocurra B" = $A \cap \bar{B}$

i) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.48 = \boxed{0.32}$

Morgan

"que no ocurra A ni B" = $\bar{A} \cap \bar{B}$

ii) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \quad (*)$

1º calculo $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.6 - 0.48$
 $= 0.92$

2º sustituyo en (*) $\Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.92 = \boxed{0.08}$

Este ejercicio no se puede hacer por árbol / A y B

NO es una partición

La tabla sería:

	A	$\bar{A}$	
B	48	12	60
$\bar{B}$	32	8	40
	80	20	100%

calculando el apdo a) $P(A \cap B) = 0.48$
 se puede completar la tabla

EJ 80 2015 ORD A

$A =$ "ciudadano adolescente de una cierta ciudad que sigue una serie de televisión"

una serie de televisión" $\rightarrow$ No es de probabilidad, es estadística una binomial

Ej. 31 2015 ORD B

datos

Datos

M = "alcoólicos q. tienen madre alcohólica"
 " " " padre alcohólico"

$P = \text{" "}$

" " tienen padre alcohólico.

$$P(P) = 40\% = 0.4$$

$$P(M) = 0.06 = 6\%$$

$$P(M|P) = 10\% = 0.1$$

$$P(M|P) = 10\% = 0.1$$

a) $P(M \cap P) = P(M|P) \cdot P(P) = 0.1 \cdot 0.4 = \underline{\underline{0.04}}$

regla del
producto

b) "al menos uno de los ^{producto} padres es alcohólico" =

$$= MVP$$

$$P(M \cup P) = P(M) + P(P) - P(M \cap P) = 0.06 + 0.4 - 0.04 =$$

$$= 0.42$$

$\Rightarrow$ el 42% de los alcohólicos tienen al menos a uno de los dos padres también alcohólicos

de los dos padres también ~~...~~

No vale la pena hacerlo por tabla y no sirve para diagrama de árbol

— • —

Ej. 32 2015 EXTA → No es de prob.

Ej. 33 2015 EXT B

Datos

250 dientes elegidos al azar

$P =$ "efectiva el pago a plazos 'siempre'"

$C = \text{"efectiva el pago al contado"}$

$C = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ Laplace
 $P(P) = \frac{150}{250} = 0.6$; $P(C) = 0.4$
 " " " " $P(A/P)$

$C = \text{efecto Laplace}$
 $P(P) = \frac{150}{250} = 0'6$; $P(C) = 0'4$
 $A = \text{"aceptar el producto"}$; $P(A/P) = 0'9$; $P(\bar{A}/P) = 0'1$
 $\bar{A}$; $P(A/C) = 0'65$; $P(\bar{A}/C) = 0'35$

$$P(A/C) = 0.65; P(\bar{A}/C) = 0.35$$

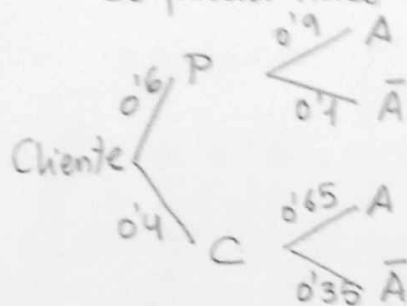
a) $P(\bar{A}) = ?$
 como P_P y C son partici... pueda utilizar el pag 13
 th. de Prob. TOTAL

$$P(\bar{A}) = P(\bar{A}/P) \cdot P(P) + P(\bar{A}/C) \cdot P(C) =$$

$$= 0.1 \cdot 0.6 + 0.35 \cdot 0.4 = 0.06 + 0.14 = \boxed{0.2}$$

b) $P(C/A) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(A/C) \cdot P(C)}{P(A)} = \frac{0.65 \cdot 0.4}{1 - 0.2} = \frac{0.26}{0.8} = \boxed{0.325}$

Se podía hacer un diagrama de árbol



Ej. 35 2014 ORD B

datos:

$$P(A \cap B) = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$P(A|B) = \frac{1}{4}$$

a) $P(A \cup B) = ?$ por $P(A|B) = \frac{1}{4} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{P(B)}$

despejando: $P(B) = 4 \cdot 0.1 = 0.4$

por $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.2 = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$\Rightarrow$ despejando $P(A \cup B) = 1 - 0.2 = \boxed{0.8}$

b) $P(A) = ?$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 despejando $P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) =$
 $= 0.8 - 0.4 + 0.1 = \boxed{0.5}$

No vale la pena mi árbol mi tabla

Ej. 34 2014 ORD A

a) $P(\text{responda la empresa}) = \frac{75}{150} = \frac{1}{2} = 0.5$

se espera que respondan 75 empresas de las 150

b) $\rightarrow$ No es prob, es de estadística

Ej 86 H = "ser hombre en una cierta población de personas mayores de 70 años"

$$M = \bar{H}$$

$$P(H) = 40\% = 0.4$$

$$P(M) = 60\% = 0.6$$

D = "ser dependiente en esa población de mayores de 70"

$$P(D|H) = 10\% = 0.1 \quad ; \quad P(\bar{D}|H) = 90\% = 0.9$$

$$P(D|M) = 20\% = 0.2 \quad ; \quad P(\bar{D}|M) = 80\% = 0.8$$

a) $P(D) = ?$ como H y M es una partición, podemos utilizar el teorema de la Prob. TOTAL $\Rightarrow$

$$P(D) = P(D|H) \cdot P(H) + P(D|M) \cdot P(M) =$$

$$= 0.1 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.6 = 0.04 + 0.12 = 0.16 = 16\%$$

El 16% de esta población es dependiente

b) $P(M \cup \bar{D}) = ?$

$$P(M \cup \bar{D}) = P(M) + P(\bar{D}) - P(M \cap \bar{D}) \quad (*)$$

$$1^\circ \text{ calculo } P(M \cap \bar{D}) = P(\bar{D} \cap M) = P(\bar{D}|M) \cdot P(M) =$$

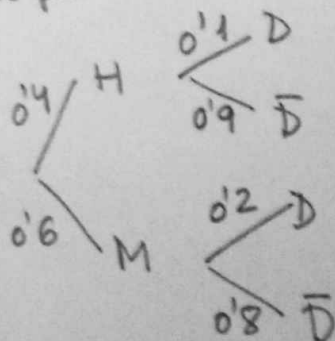
regla del producto

$$= 0.8 \cdot 0.6 = 0.48 = 48\%$$

2° sustituyo en (*) $\Rightarrow$

$$P(M \cup \bar{D}) = 0.6 + (1 - 0.16) - 0.48 = 0.96 = 96\%$$

Se podía hacer un diagrama de árbol:



Ej. 37) 2014 EXT B

datos: $P(B|A) = 0.7$
 $P(A|B) = 0.4$
 $P(A) = 0.2$

$$a) i) P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0.7 \cdot 0.2 = \boxed{0.14}$$

↑
regla del producto

$$ii) P(B) = ? \quad 0.14 = P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 0.4 \cdot P(B)$$

↑
regla del producto.

$$\text{despejando } P(B) = \frac{0.14}{0.4} = \boxed{0.35}$$

$$b) P(A \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) =$$

$$= 1 - P(B \cap \bar{A}) = 1 - [P(B) - P(B \cap A)] =$$

↑
Morgan

$$= 1 - 0.35 + 0.14 = \boxed{0.79}$$

Novale la pena mi árbol mi tabla

faltaba justificar que A y B indep? para ser $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0.2 \\ P(B) = 0.35 \\ P(A \cap B) = 0.14 \end{array} \right\}$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0.2 \cdot 0.35 = 0.07$$

$$0.07 \neq 0.14$$

$\Rightarrow$ NO son indep.

Ej. 38) 2013 ORD B

Datos:

- ① = "el disco proviene de la 1ª quenda"
 ② = "el disco proviene de la 2ª quenda"
 D = "el disco es defectuoso"

1ª quenda: se produjeron 2000 discos
 2ª quenda: " " " 3000 discos

TOTAL 5000 discos

$$P(D|①) = 1\% = 0.01; P(\bar{D}|①) = 0.99$$

$$P(D|②) = 2\% = 0.02; P(\bar{D}|②) = 0.98$$

$$P(①) = \frac{2000}{5000} = 0.4$$

↑
Laplace

$$P(②) = \frac{3000}{5000} = 0.6$$

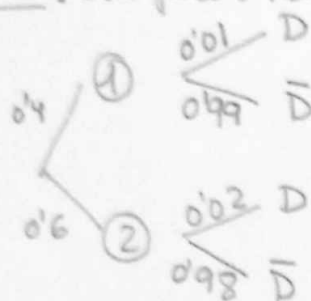
① y ② es una partición

a) Como $P(D) = ?$ es una partición, puedo utilizar el teorema de la Prob. TOTAL $\Rightarrow$

$$P(D) = P(D/1) \cdot P(1) + P(D/2) \cdot P(2) = 0.01 \cdot 0.4 + 0.02 \cdot 0.6 = 0.016 \quad \checkmark$$

b) $P(1/\bar{D}) = ?$ $\xrightarrow{\text{BAYES}}$ $\frac{P(\bar{D}/1) \cdot P(1)}{P(\bar{D})} = \frac{0.99 \cdot 0.4}{1 - 0.016} = \frac{0.396}{0.984} \approx 0.40244 = 40.244\% \quad \checkmark$

Nota: era fácil hacer el diagrama de árbol:



Ej 39 2013 EXT A

Datos:

$D =$ "ser empresas que declaran un dividendo"

$\bar{D} =$ "ser empresa que no declara un dividendo"

$A =$ "ser empresa que tiene aumento de ganancias trimestrales"

$\bar{A}$ obvio

$$P(A) = \frac{1}{3} ; P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$$

$$P(D/A) = 60\% = 0.6 ; P(\bar{D}/A) = 40\% = 0.4$$

$$P(D/\bar{A}) = 10\% = 0.1 ; P(\bar{D}/\bar{A}) = 90\% = 0.9$$

a) $P(A/D) = ?$ $\xrightarrow{\text{Bayes}}$ $\frac{P(D/A) \cdot P(A)}{P(D)} \quad (*)$

1º tengo que calcular $P(D)$, como A y $\bar{A}$ son una partición, por el th. Prob. TOTAL $\Rightarrow$

$$P(D) = P(D/A) \cdot P(A) + P(D/\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0.6 \cdot \frac{1}{3} + 0.1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{0.8}{3} = \frac{8}{30} = 0.26$$

2º Ahora sustituyo en $(*)$

$$P(A/D) = \frac{0.6 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{8}{30}} = \frac{0.2}{8/30} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{8}{30}} = \frac{60}{80} = \frac{3}{4} = 0.75$$

Respuesta: el 75% de las empresas que declaran un dividendo tendrán un aumento en sus ganancias trimestrales $\rightarrow +0.25$ pts Pág 15

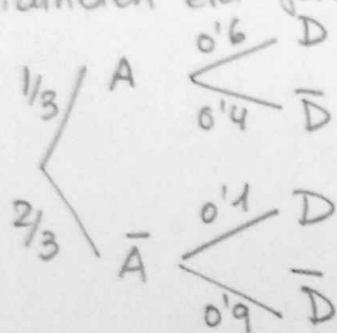
$$b) P(\bar{A} \cap \bar{D}) = P(\bar{D} \cap \bar{A}) = P(\bar{D} | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0.9 \cdot \frac{2}{3} = 0.6 = 60\%$$

$\uparrow$
Regla del Producto

Respuesta: el 60% de las empresas ni tienen aumento en sus ganancias ni declaran un dividendo $\rightarrow +0.25$ pts

NOTA: cuando piden un porcentaje hay que escribir la respuesta literalmente $\rightarrow$ lo puntúan con +0.25

También era fácil hacer un diagrama de árbol



Ej 40 2013 EXT B

Datos:

H = "cliente q. tiene un préstamo hipotecario"

P = "cliente q. tiene un préstamo personal"

$$P(H) = 60\% = 0.6$$

$$P(P) = 50\% = 0.5$$

$$P(H|P) = 40\% = 0.4$$

(¡cuidado! H y P NO es partición)

$$a) P(P \cap H) = ? ; P(P \cap H) \overset{\uparrow}{=} P(P|H) \cdot P(H) = \text{así se vale}$$

$$P(P \cap H) = P(H \cap P) \overset{\uparrow}{=} P(H|P) \cdot P(P) \overset{\uparrow}{=} 0.4 \cdot 0.5 = 0.2 = 20\%$$

$\uparrow$
regla del producto

Respuesta: el 20% de los clientes tienen los dos tipos de préstamos

$$b) P(\bar{P} \cap \bar{H}) = P(\overline{P \cup H}) = 1 - P(P \cup H) \quad (*)$$

Morgan

$$1^\circ \text{ calculo } P(P \cup H) = P(P) + P(H) - P(P \cap H) = 0.5 + 0.6 - 0.2 = 0.9$$

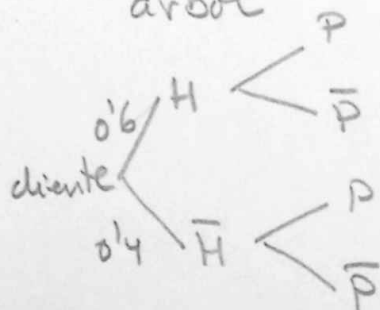
$$2^\circ \text{ sustituyo en } (*) \Rightarrow P(\bar{P} \cap \bar{H}) = 1 - 0.9 = 0.1 = 10\%$$

Respuesta: el 10% de las clientes no tienen ninguno de los dos tipos de préstamos

NOTA: también se podía hacer el ejercicio por tabla de contingencia

	H	$\bar{H}$	
P	20	30	50%
$\bar{P}$	40	10	50%
	60%	40%	100%

o con un diagrama de árbol



Ej 41 2012 ORD A

T: "árbol tratado contra una cierta enfermedad"

E: "árbol con la enfermedad"

Datos:

como T y $\bar{T}$ es una partición

$$P(T) = 40\% = 0.4 ; P(\bar{T}) = 0.6$$

$$P(E|T) = 5\% = 0.05 ; P(\bar{E}|T) = 95\% = 0.95$$

$$P(E|\bar{T}) = 30\% = 0.3 ; P(\bar{E}|\bar{T}) = 70\% = 0.7$$

$$a) P(\bar{E}) = P(\bar{E}|T) \cdot P(T) + P(\bar{E}|\bar{T}) \cdot P(\bar{T}) = 0.95 \cdot 0.4 + 0.7 \cdot 0.6 = \underline{\underline{0.8}} = 80\%$$

$$\Rightarrow P(E) = 0.2$$

Th. Prob TOTAL

T y $\bar{T}$ es una partición

$$b) P(E) = 0.8 ; \text{ hay 625 árboles}$$

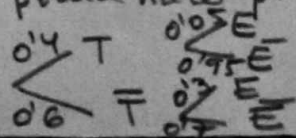
$$n = 625$$

$$p = 0.8$$

$$q = 0.2$$

→ es una binomial → estadística, no es de prob.

El ejercicio se podía hacer por árbol



Datos: S = "aspirante que supera prueba de selección" $\bar{S}$ = "no superada" C = "aspirante contratado"

$$P(S) = 40\% = 0.4 ; P(\bar{S}) = 0.6 = 60\%$$

$$P(C|S) = 80\% = 0.8 \quad \text{entonces } P(\bar{C}|S) = 20\% = 0.2$$

$$P(C|\bar{S}) = 5\% = 0.05 \quad \text{entonces } P(\bar{C}|\bar{S}) = 95\% = 0.95$$

a) $P(C) = ?$

como S y $\bar{S}$ es una partición puedo utilizar el teorema de la Prob. TOTAL:

$$P(C) = P(C|S)P(S) + P(C|\bar{S})P(\bar{S}) = 0.8 \cdot 0.4 + 0.05 \cdot 0.6 = 0.35 = \boxed{35\%}$$

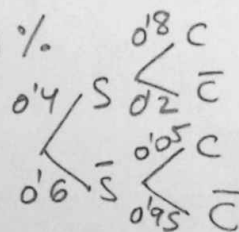
Solución: El 35% de los aspirantes al puesto de trabajo terminan siendo contratados

NOTA: cuando piden porcentajes hay que escribir toda la frase, lo puntúan con 0.25 pts

b) $P(S|\bar{C}) = ?$ utilizando BAYES $P(S|\bar{C}) = \frac{P(\bar{C}|S) \cdot P(S)}{P(\bar{C})}$

$$= \frac{0.2 \cdot 0.4}{1 - P(C)} = \frac{0.08}{0.65} \approx 0.1231 = 12.31\%$$

También se podía resolver con un árbol

Datos:

P = "obtener rentabilidad positiva el Primer año"
un fondo de inversión recientemente constituido

S = "lo mismo el Segundo año"

$$P(P) = 0.4 ; P(S|P) = 0.6 \quad \text{entonces } P(\bar{S}|P) = 0.4$$

$$P(\bar{P} \cap \bar{S}) = 0.48$$

a) $P(S) = ?$

• por $P(\bar{P} \cap \bar{S}) = 0.48 = P(\overline{P \cup S}) = 1 - P(P \cup S)$

$\Rightarrow P(P \cup S) = 1 - 0.48 = 0.52$

• por $0.6 = P(S|P) = \frac{P(S \cap P)}{P(P)} = \frac{P(S \cap P)}{0.4}$
def. prob. condic.

$\Rightarrow P(S \cap P) = 0.6 \cdot 0.4 = 0.24$

• $P(P \cup S) = P(P) + P(S) - P(P \cap S)$

$0.52 = 0.4 + P(S) - 0.24$; $P(S) = 0.52 - 0.4 + 0.24$

$P(S) = 0.36$

b) $P(P \cup S) = 0.52$
calculada antes

También se podía hacer una tabla de contingencia

	P	$\bar{P}$	
S	24	12	36
$\bar{S}$	16	48	64
	40	60	100%

por $P(S|P) = 0.6$
 $\Rightarrow P(S \cap P) = P(S|P)P(P) = 0.6 \cdot 0.4 = 0.24$

Ej 44 2011 ORD A

Sectores de economía B_1, B_2, B_3
 Datos: (los da el propio enunciado) B_1 = "trabajador q. pertenece al sector B_1 "

$P(B_1) = \frac{1}{2}$

$P(B_2) = P(B_3)$, B_1, B_2, B_3 partición según el enunciado

$1 = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = 0.5 + 2P(B_2)$

$\Rightarrow 2P(B_2) = 1 - 0.5$; $2P(B_2) = 0.5$; $P(B_2) = 0.25 = P(B_3)$

P = "estar en el paro"

$P(P|B_1) = 8\% = 0.08$; entonces $P(\bar{P}|B_1) = 92\% = 0.92$

$P(P|B_2) = 4\% = 0.04$; entonces $P(\bar{P}|B_2) = 96\% = 0.96$

$P(P|B_3) = 6\% = 0.06$; entonces $P(\bar{P}|B_3) = 94\% = 0.94$

a) $P(P) = ?$ como B_1, B_2 y B_3 es una partición por (7)
podemos utilizar el th. Prob. TOTAL :

$$\begin{aligned} P(P) &= P(P/B_1) \cdot P(B_1) + P(P/B_2) \cdot P(B_2) + P(P/B_3) \cdot P(B_3) = \\ &= 0.08 \cdot 0.5 + 0.04 \cdot 0.25 + 0.06 \cdot 0.25 = \\ &= 0.04 + 0.01 + 0.015 = 0.065 = \boxed{6.5\%} \end{aligned}$$

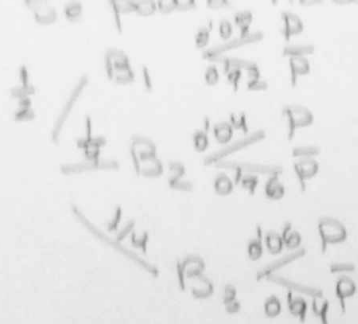
Respuesta: el 6.5% de los trabajadores de dicho estudio están en el paro

b) $P(B_3/\bar{P}) = ?$ por Bayes $P(B_3/\bar{P}) = \frac{P(\bar{P}/B_3) \cdot P(B_3)}{P(\bar{P})}$

$$= \frac{0.94 \cdot 0.25}{1 - 0.065} = \frac{0.235}{0.935} \approx 0.2513 = 25.13\%$$

Respuesta: aproximadamente el 25.13% de los que tienen trabajo pertenecen al sector B_3

Se podría hacer con un diagrama de árbol



Ej 45 2011 EXT B

$T =$ "artículo sometido a test. de calidad"; $P(T) = \frac{7}{10} = 0.7$
 $D =$ "artículo defectuoso" $P(D/T) = 2\% = 0.02$
 por tanto $P(\bar{D}/T) = 98\% = 0.98$
 $P(D/\bar{T}) = 12\% = 0.12$, por tanto $P(\bar{D}/\bar{T}) = 88\% = 0.88$

a) $P(D) = ?$
 como T y $\bar{T}$ es una partición, puedo aplicar el th. Prob. TOTAL :

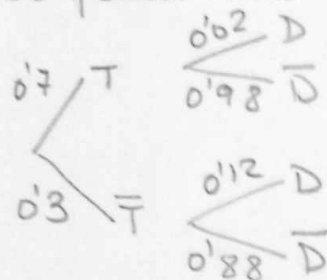
$$\begin{aligned} P(D) &= P(D/T) \cdot P(T) + P(D/\bar{T}) \cdot P(\bar{T}) = \\ &= 0.02 \cdot 0.7 + 0.12 \cdot 0.3 = \boxed{0.05 = 5\%} \end{aligned}$$

$$b) P(\bar{T} | D) \uparrow \frac{P(D | \bar{T}) \cdot P(\bar{T})}{P(D)} = \frac{0'12 \cdot 0'3}{0'05} = \frac{0'036}{0'05} =$$

Bayes

$$= \boxed{0'72 = 72\%}$$

Se podía hacer por diagrama de árbol



Ej. 46 2010 ORD A

Datos: O = "ser obeso en una determinada población"

$$P(O) = \frac{3}{10} = 0'3 \quad ; \quad P(\bar{O}) = 0'7$$

D = "seguir una dieta"

$$P(D | O) = 60\% = 0'6 \quad ; \quad \text{entonces } P(\bar{D} | O) = 40\% = 0'4$$

$$P(\bar{O} \cap \bar{D}) = 63\% = 0'63$$

$$a) P(D) = ? \quad \text{por } P(\bar{O} \cap \bar{D}) = 0'63 = P(\bar{O} \cap \bar{D}) =$$

$$= 1 - P(O \cup D) \Rightarrow P(O \cup D) = 1 - 0'63 = 0'37$$

$$\text{por } P(D | O) = \frac{P(D \cap O)}{P(O)} = 0'6 \quad ; \quad P(D \cap O) = 0'6 \cdot 0'3 = 0'18$$

$$P(D \cup O) = P(D) + P(O) - P(D \cap O) \quad ; \quad P(D) = P(D \cup O) - P(O) + P(D \cap O)$$

$$P(D) = 0'37 - 0'3 + 0'18 = \boxed{0'25 = 25\%}$$

Solución: el 25% de la población sigue una dieta

$$b) P(O | D) \uparrow \frac{P(D | O) \cdot P(O)}{P(D)} = \frac{0'6 \cdot 0'3}{0'25} = \frac{0'18}{0'25} = \boxed{0'72}$$

Bayes

No valía la pena hacerlo ni por árbol ni por tabla

Datos:
$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B) &= 0.1 \\ P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= 0.6 \\ P(A|B) &= 0.5 \end{aligned} \right\}$$

a) i) $P(B) = ?$ ii) $P(A \cup B) = ?$ prob. condicionada

i) por $0.5 = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{P(B)}$ despejando:

$$P(B) = \frac{0.1}{0.5} = \boxed{0.2}$$

Margan

ii) por $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.6 \Rightarrow P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0.6 = \boxed{0.4}$$

b) ¿A y B indep? para ser indep. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A) = ?$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $0.4 = P(A) + 0.2 - 0.1 \Rightarrow P(A) = 0.4 - 0.2 + 0.1 = 0.3$

$P(A) = 0.3$ $\left\{ \begin{aligned} P(A) \cdot P(B) &= 0.3 \cdot 0.2 = 0.06 \\ P(A \cap B) &= 0.1 \end{aligned} \right\}$ son $\neq$

$$P(A \cap B) = \frac{0.1}{0.2}$$

 $\Rightarrow$ NO son indep.

No hay posibilidad ni de árbol ni de tabla

Datos

Ej 48 2010 EXT A

S = "se suscribirían a un servicio de tv. por cable"

A = "hogar de renta Alta"

M = "hogar de renta Media"

B = "hogar de renta Baja"

a) $P(A|S) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = \frac{0.1}{0.3} =$

$$= \boxed{\frac{1}{3}}$$

tipo de renta

	B	M	A	
S	5	15	10	30
$\bar{S}$	15	47	8	70
	20	62	18	100%

b) ¿renta y S son indep.? (aunque parezca obvio
q. No hay que justificarlo)

por la tabla de contingencia anterior sabemos:

$$\begin{aligned} P(A) &= 0'18 & ; & P(S) = 0'3 \\ P(M) &= 0'62 & P(A \cap S) &= 0'1 & ; & P(B \cap S) = 0'05 \\ P(B) &= 0'2 & P(M \cap S) &= 0'15 \end{aligned}$$

$$\bullet P(A|S) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = \frac{0'1}{0'3} = 0'3 \neq P(A) = 0'18$$

$\Rightarrow$ renta Alta y suscripción
No son indep.

$$\bullet P(M|S) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{0'15}{0'3} = 0'5 \neq 0'62 = P(M)$$

$\Rightarrow$ renta Media y Suscripción NO son indep.

$$\bullet P(B|S) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)} = \frac{0'05}{0'3} = 0'16 \neq 0'2 = P(B)$$

$\Rightarrow$ renta Baja y Suscripción NO son indep.

Conclusión: sea cual sea el tipo de renta, ésta NO
es independiente de una posible suscripción

$$\begin{aligned} c) P(M \cup S) &= P(M) + P(S) - P(M \cap S) = \\ &= 0'62 + 0'3 - 0'15 = \boxed{0'77} \end{aligned}$$

$\rightarrow$ demasiado fácil, hasta daban ellos la tabla

T = "que la empresa tecn. no obtenga beneficios anuales esperados"

B = "que la entidad bancaria NO alcance al final del año los beneficios esperados"

$$P(T) = 0.5$$

$$P(B) = 0.2$$

$$P(T \cap B) = 0.1$$

a) $P(T \cup B) = ?$

	T	$\bar{T}$	
B	10	10	20
$\bar{B}$	40	40	80
	50	50	100%

$$P(T \cup B) = P(T) + P(B) - P(T \cap B) = 0.5 + 0.2 - 0.1 = 0.6$$

b) $P((T \cap \bar{B}) \cup (\bar{T} \cap B)) = P(T \cap \bar{B}) + P(\bar{T} \cap B) =$

unión
disjunta

$$= 0.4 + 0.1 = 0.5$$

↑
tabla
contingencia

_____ . _____

a) H = "ser hombre fallecido en la muestra tomada"
M = $\bar{H}$ → se refieren a ser mujer fallecida de la muestra tomada de 500 fallecidos

D = "tener entre 0 y 10 años a la hora de fallecer, referido a las personas de la muestra de 500 ^{menos de} mencionada"

T = "tener entre 11 y 30 años a la hora de fallecer ... etc etc"

C = "tener entre 30 y 50 años a la hora de fallecer, referido a las pers... etc"

V = "tener más de 50 años a la hora de ... etc"

H U T = "ser hombre o tener entre 11 y 30 años a la hora de fallecer, referido a la muestra de 500 personas mencionada"

$$P(H \cup T) = P(H) + P(T) - P(H \cap T) = \frac{305}{500} + \frac{35}{500} - \frac{20}{500}$$

↑
por la
tabla

$$= \frac{320}{500} = \boxed{0'64} = 64\%$$

	D	T	C	V	Totales:
H	200	20	25	60	305
M	120	15	20	40	195
Totales:	320	35	45	100	500

ii) $M \cap (T \cup V) =$ "ser mujer y cumplir alguna de las siguientes condiciones: tener entre 11 y 30 años al fallecer o tener más de 50 años"

como $T \cap V = \phi \Rightarrow T \cup V$ unión disjunta

$$\Rightarrow M \cap (T \cup V) = (M \cap T) \cup (M \cap V) =$$

unión
disjunta

= "ser mujer fallecida entre los 11 y 30 años" o
"mujer fallecida con más de 50 años"

$$P(M \cap (T \cup V)) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{unión} \\ \text{disjunta}}}{P(M \cap T) + P(M \cap V)} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{tabla}}}{\frac{15}{500} + \frac{40}{500}} =$$

$$= \frac{55}{500} = \boxed{0'11 = 11\%}$$

iii) $\bar{T} \cap \bar{H} =$ "mujer muerta antes de los 11 años o bien después de los 30"

$$P(\bar{T} \cap \bar{H}) \stackrel{\uparrow}{=} P(\bar{T} \cup \bar{H}) = 1 - P(T \cap H) = 1 - 0'64 = \boxed{0'36}$$

Margan

b) porcentaje de fallecimientos por sexo

$$P(H) = \frac{305}{500} = 0'61$$

$$P(M) = \frac{195}{500} = 0'39$$

de la muestra de 500 fallecidos el 61% eran hombres y el 39% eran mujeres

$$c) P(H/V) = \frac{P(H \cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{60}{500}}{\frac{100}{500}} = \frac{60}{100} = 0.6 \text{ pág (20)} = \boxed{60\%}$$

E) 60% de hombres fallecidos de los que tienen más de 50 años = de entre los fallecidos de más de 50 años el 60% eran hombres

$$P(M/V) = \frac{P(M \cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{40}{500}}{\frac{100}{500}} = 40\%$$

En el mismo rango de edad el 40% de los fallecidos eran mujeres, obviamente el porcentaje en ese rango de edad, de fallecidos es mayor entre los hombres

Ej. 51 P = "trabajadores que probaron la herramienta"
 T = "los trabajadores de la empresa"
 F = "tienen una opinión favorable"
 D = "tienen una opinión desfavorable"
 I = "no tienen opinión o les es indiferente"

$$P(P) = \frac{3}{5} = 0.6; P(\bar{P}) = 0.4;$$

$$P(F/P) = 70\% = 0.7$$

$$P(D/P) = 5\% = 0.05$$

$$P(I/P) = 25\% = 0.25$$

$$P(F/\bar{P}) = 60\% = 0.6$$

$$P(D/\bar{P}) = 10\% = 0.1$$

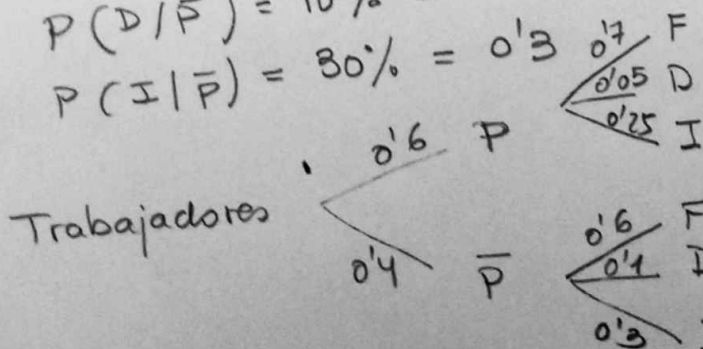
$$P(I/\bar{P}) = 30\% = 0.3$$

b) Para que la comercialice debe ocurrir que

$$P(F) \geq 65\% = 0.65$$

$$P(F) = 0.7 \cdot 0.6 + 0.6 \cdot 0.4 = 0.42 + 0.24 = 0.66$$

$\Rightarrow 0.66 > 0.65$
 E) 66% de los trabajadores dio una opinión favorable para la herramienta



$$a) P(P/D) = \frac{P(D/P) \cdot P(P)}{P(D)} \quad (*)$$

Bayes

calculo antes $P(D)$; como P y $\bar{P}$ es una partición

puedo aplicar el th. Prob. TOTAL $\Rightarrow P(D) = P(D/P) \cdot P(P) + P(D/\bar{P}) \cdot P(\bar{P})$

$$= 0.05 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.4 = 0.07 \rightarrow \text{lo sustituyo en } (*)$$

$$P(P/D) = \frac{0.05 \cdot 0.6}{0.07} = \boxed{0.4286} = \frac{3}{7}$$

$$c) \quad P(P \cap I) \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{regla del} \\ \text{producto}}}{=} P(I|P) \cdot P(P) = 0.25 \cdot 0.6 = 0.15$$

Un 15% de los trabajadores probaron la herramienta y se mostraron indiferentes

—————o—————