

9

Dist. Binomial con Aproximación a Normal (P.1) y corrección de continuidad (YATES o medio punto)

[1] ** $X =$ "nº de pacientes en los que se cura el acné con un cierto medicamento" (V.A. discreta)

$n = 100$ pacientes (tomados al azar para la muestra)

$p =$ prob. de curar acné con el medicamento $= 0.8 =$ prob. de Éxito, es siempre constante

$q = 1 - p =$ prob. fracaso

los sucesos son indep.

sólo se contempla éxito o fracaso

$\Rightarrow$ es una BINOMIAL $X \in Bi(100, 0.8)$

$$n = 100$$

$$p = 0.8$$

$$q = 0.2$$

$$P(X > 75) = P(X = 76) + P(X = 77) + \dots + P(X = 100)$$

Es innoble pensar en hacer todas esas cuentas
ni siquiera la calculadora puede gestionárselas

Tenemos que ver si podemos aproximar V.A. Binomial $\rightarrow$

Miramos si cumple las condiciones: V.A. Normal

$$n \cdot p = 100 \cdot 0.8 = 80 > 5 \quad \text{Si } \Rightarrow \text{podemos aproximar}$$

$$n \cdot q = 100 \cdot 0.2 = 20 > 5 \quad \text{Si } \Rightarrow$$

$$X \in Bi(100, 0.8) \rightsquigarrow Z \in N(\mu, \sigma)$$

$$\text{donde } \mu = n \cdot p = \boxed{80}$$

$$Z \in N(80, 4)$$

$$\sigma^2 = npq = 16 \Rightarrow \boxed{\sigma = 4}$$

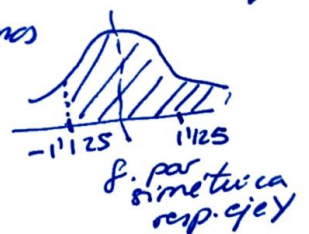
* Como estamos aproximando V.A. discreta $\rightarrow$ V.A. continua
hay que aplicar la corrección de continuidad, o de medio pto o YATES

$$a) P(X > 75) \cong P(Z > 75.5) \overset{\text{tipificamos}}{=} P(Z > \frac{75.5 - 80}{4}) =$$

$$\begin{array}{ccccccc} 74 & 75 & 76 & 77 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \end{array}$$

$\rightarrow 75.5$

$$= P(Z' > -1.125) = P(Z' < 1.125)$$



$$P(Z' < 1.125) \simeq P(Z' < 1.13) = \boxed{0.8708} \quad \text{p.2}$$

TABLA

Como en la TABLA de $N(0,1)$

sólo tenemos hasta las centésimas

tenemos que aprox $1.125 \simeq 1.13$

Solución $\boxed{87.08\%}$

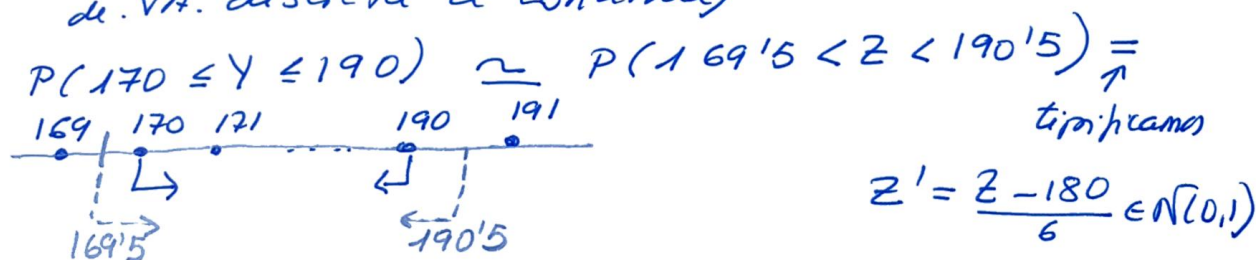
b) Cambia el tamaño de la muestra $\boxed{n = 225}$

$$Y \in B_i(225, 0.8)$$

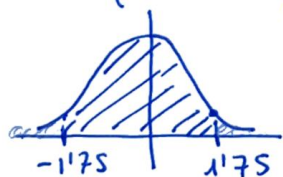
$$\begin{aligned} n=225 \left\{ \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 225 \cdot 0.8 = \boxed{180} > 5 \\ p = 0.8 \quad n \cdot q = 225 \cdot 0.2 = 45 > 5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{si} \\ \text{si} \end{array} \Rightarrow \text{podemos} \\ \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{36} = \boxed{6} \end{aligned}$$

aproximar a una dis. Normal $Z \in N(180, 6)$

(hay que aplicar corrección de continuidad por pasar de VA. discreta a continua)



$$= P\left(\frac{169.5 - 180}{6} < Z' < \frac{190.5 - 180}{6}\right) = P(-1.75 < Z' < 1.75) =$$



$$\begin{aligned} &= P(Z' < 1.75) - P(Z' < -1.75) = \\ &= P(Z' < 1.75) - P(Z' > 1.75) = \\ &= P(Z' < 1.75) - [1 - P(Z' < 1.75)] = \end{aligned}$$

$$= 2 P(Z' < 1.75) - 1 = 2 \cdot \underset{\text{TABLA}}{0.9599} - 1 = \boxed{0.9198} = \boxed{91.98\%}$$

c) Pensemos al revés, ahora nos interesan los que NO se curan, éxito = que no se curen

$$\begin{aligned} p &= 0.2 \\ q &= 0.8 \\ n &= 500 \end{aligned}$$

$Y = \text{"nº pacientes que NO se curan"} \in B_i(500, 0.2)$
con el medicamento

$$\boxed{1} c) \quad \left. \begin{array}{l} n=500 \\ p=0'2 \\ q=0'8 \end{array} \right\} Y \in Bi(500, 0'2)$$

(p.3)

El valor esperado, la esperanza, la media $\mu = n \cdot p =$
 $= 500 \cdot 0'2 = \boxed{100}$ pacientes

Si 500 pacientes se toman el medicamento se espera que 100 NO se curen _____

$$\boxed{2} \quad n=100 \text{ días (elegidos al azar de los últimos 50 años)}$$

$$p = \text{Prob. que llueva} = 45\% = 0'45$$

$$q = 1 - 0'45 = 0'55$$

$X =$ "nº días, de los 100 de la muestra, en que sí ha llovido"

- independientes
 - probabilidad constante p
 - sólo se contempla éxito o fracaso
- $\Rightarrow$ Binomial

$$X \in Bi(100, 0'45)$$

$$a) P(X=40) = \left[\binom{100}{40} 0'45^{40} \cdot 0'55^{60} \right]$$

Sólo nos piden expresarlo, no calcularlo, además es imposible hacerlo con una calculadora estándar

b) Queremos que hacer un cálculo aproximado

$$X \in Bi(100, 0'45) \rightarrow Z \in N(\mu, \sigma)$$

DISCRETA CONTINUA

$$\left. \begin{array}{l} n=100 \\ p=0'45 \\ q=0'55 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 100 \cdot 0'45 = 45 > 5 \text{ Si'} \\ n \cdot q = 100 \cdot 0'55 = 55 > 5 \text{ Si'} \\ \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{24'75} \approx 4'9749 \approx 5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{podemos} \\ \text{aproximar} \\ \text{a una dist.} \\ \text{normal} \end{array} \right.$$

pero hay que aplicar la corrección de continuidad

$$P(X=40) = P(40 \leq X \leq 40) = Z \in N(45, 5)$$

$$\begin{array}{ccc} 39 & 40 & 41 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & \dots \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{YATES} \end{array} \quad = P(39'5 < Z < 40'5)$$

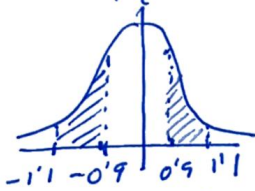
amplio
el int. medio
pto a izquierda y
derecha

$$P(39'5 < Z < 40'5) \underset{\uparrow}{=} P\left(\frac{39'5-45}{5} < Z' < \frac{40'5-45}{5}\right) \text{ (p. 4)}$$

tipificamos

$$= P(-1'1 < Z' < -0'9) = P(0'9 < Z' < 1'1) =$$

$$= P(Z' < 1'1) - P(Z' < 0'9) \underset{\uparrow}{=}$$



por su f. par
simetr. con respecto
al eje Y

TABLA

$$0'8643 - 0'8159 = \boxed{0'0484}$$

$$\approx \boxed{4'84 \%}$$

[3] $n = 3900$ personas al año

la probabilidad de que cumplan años en 1 día
en concreto (p. ejemplo el 25 de julio) es $\frac{1}{365} = p$

$$p = \text{prob. éxito} = \frac{1}{365}$$

$X =$ "nº personas que están de
cumpleaños el 25 de julio"

$$q = \frac{364}{365}$$

Cada suceso es indep.
prob. constante
sólo contemplamos éxito
ó fracaso

$\Rightarrow$ claramente es una Binomial

$$X \in Bi(3900, \frac{1}{365})$$

V.A. DISCRETA

$$n = 3900$$

$$p = \frac{1}{365}$$

$$q = \frac{364}{365}$$

Veamos si se puede aproximar a una NORMAL

$$\mu = n \cdot p = 3900 \cdot \frac{1}{365} = 10'6849 > 5 \text{ si'}$$

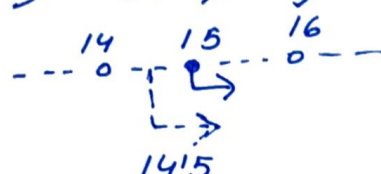
$$\sigma = \sqrt{npq} \approx 3'2643; \quad n \cdot q = 3900 \cdot \frac{364}{365} = 3889'3 > 5 \text{ si'}$$

$$X \rightsquigarrow Z \in N(10'68, 3'26)$$

V.A. continua

hay que aplicar
la corrección
de continuidad
o YATES

a) $P(X \geq 15) \sim P(Z > 14'5) =$ p. ⑤



$$Z' = \frac{Z - \mu}{\sigma}$$

tipificamos
 $\in N(0,1)$

$$= P(Z' > \frac{14'5 - 10'68}{3'26}) = P(Z' > 1'1718) \approx$$

como la tabla $N(0,1)$
sólo la tenemos con
aprox. a centésimas
 $1'1718 \approx 1'17$

$$\approx P(Z' > 1'17) =$$

$$= 1 - P(Z' < 1'17) = 1 - 0'8790 =$$

TABLA

$$= \boxed{0'121} = \boxed{12'1\%}$$

b) $P(5 \leq X \leq 15) \sim P(4'5 < Z < 15'5) =$



$$Z' = \frac{Z - \mu}{\sigma}$$

tipificamos

$$= P(\frac{4'5 - 10'68}{3'26} < Z' < \frac{15'5 - 10'68}{3'26}) = P(-1'9 < Z' < 1'48)$$

$$= P(Z' < 1'48) - P(Z' < -1'9) = P(Z' < 1'48) - P(Z' > 1'9)$$

$$= P(Z' < 1'48) - [1 - P(Z' < 1'9)] = P(Z' < 1'48) + P(Z' < 1'9) - 1$$

$$= 0'9306 + 0'9713 - 1 = \boxed{0'9019} = \boxed{90'19\%}$$

TABLA