

con TABLA INVERSA

1) X = "Cantidad de Fe en sangre de mujer adulta"

$$X \in N(120, 30)$$

$$\mu = 120 \mu\text{g/dl} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Anemia} \\ \text{Ferropénica} \rightarrow X < 75 \end{array} \right.$$

$$\sigma = 30 \mu\text{g/dl}$$

$$a) P(X < 75) = P\left(X' < \frac{75-120}{30}\right) = P(X' < -1.5) =$$

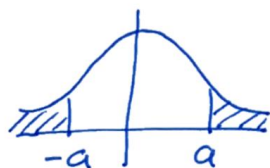
tipificamos

$$X' = \frac{X - 120}{30}$$

$$= P(X' < -1.5) = 1 - P(X' < 1.5) = 1 - P(X' < 1.5) \approx \boxed{0.0668}$$

TABLA
buscamos
1.5 en columna

$$= \boxed{6.68\%}$$



$$b) P(X > k) = \frac{45}{100} = 0.45 \quad \Rightarrow \quad P(X' > \frac{k-120}{30}) = 0.45$$

para usar la tabla tipificamos

$$X' = \frac{X - 120}{30} \quad 1 - P(X' < \frac{k-120}{30}) = 1 - 0.45 = 0.55$$

buscamos en la tabla 0.55 en el interior de las celdas y vemos que

que $\left\{ \begin{array}{l} \text{si } z'_1 = 0.12 \Rightarrow P(X' < z'_1) = 0.548 \approx 0.55 \text{ (se queda corto)} \\ \text{si } z'_2 = 0.13 \Rightarrow P(X' < z'_2) = 0.5517 \approx 0.55 \text{ (se pasa)} \end{array} \right.$

Hacemos el promedio de los dos valores $\frac{z_1 + z_2}{2} = \boxed{0.125}$

$$\Rightarrow P(X' < 0.125 = \frac{k-120}{30}) = 0.55$$

$$125 = \frac{k-120}{30} \Rightarrow 30 \cdot 120 = k - 120 \Rightarrow k = 30 \cdot 120 + 120$$

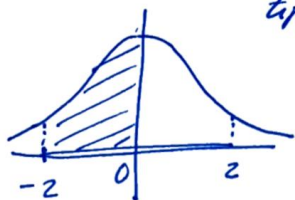
$k = \boxed{123.75} \Rightarrow$ el 45% de las mujeres tienen MAS de $\boxed{123.75 \mu\text{g/dl}}$ de hierro en sangre

[2] $X \in N(\mu, \sigma)$ $\mu = 10, \sigma = 2$

(p.2)

$$X' = \frac{X - 10}{2} \in N(0, 1)$$

a) $P(6 < X < 10) = P\left(\frac{6-10}{2} < X' < \frac{10-10}{2}\right) = P(-2 < X' < 0) =$
 $\xrightarrow{\text{tip.}} = P(X' < 0) - P(X' < -2) = P(X' < 0) - P(X' > 2)$
 $= P(X' < 0) - [1 - P(X' < 2)] =$
 $= P(X' < 0) + P(X' < 2) - 1 = 0.5 + 0.9772 - 1 =$
 $\xrightarrow{\text{TABLA}}$



$$= \boxed{0.4772} = \boxed{47.72\%}$$

b) Se revisan datos $\mu' = \mu = 10$ $\left\{ \begin{array}{l} P(X \leq 12) = 0.8 \\ \text{calcular } \sigma \end{array} \right.$
 $\sigma' \neq \sigma$

tipificando: $P(X < 12) = P\left(X' < \frac{12-10}{\sigma'}\right) = 0.8 = P\left(X' < \frac{2}{\sigma'}\right)$

Busco la entrada para el valor 0.8 en la TABLA

(tabla INVERSA) resulta que $z' = 0.84 \rightarrow P(X' < 0.84) = 0.7995 \approx 0.8$
 $\xrightarrow{\frac{z'}{\sigma'}} \Rightarrow \boxed{\frac{2}{\sigma'} = 0.84}$

NOTA: en el examen dieron datos adicionales y dijeron que
 $F(0.8416) = 0.8$ (valor exacto) $\Rightarrow$ en lugar
 de aproximar: tomo $z' = 0.8416 \Rightarrow$

para ese valor $P(X < \frac{2}{\sigma'}) = 0.8$ (exacto)

$$\Rightarrow 0.8416 = \frac{2}{\sigma'} \Rightarrow \sigma' = \frac{2}{0.8416} \approx \boxed{2.3764} \text{ soluci3n.}$$

[3] $Z = \text{"velocidad en autopista de los coches"} \in N(\mu, 10)$

$$69.15\% = P(Z < 130) = P\left(Z' < \frac{130 - \mu}{10}\right) = 0.6915$$

μ desconocida

tipificamos

Hacemos una consulta inversa a la tabla, buscando en las celdas el valor m3s pr3ximo a 0.6915 y encontramos que para $z' = 0.5 \Rightarrow P(Z' < 0.5) = 0.6915 \Rightarrow$

$$0.5 = \frac{130 - \mu}{10} \Rightarrow 5 = 130 - \mu \Rightarrow \mu = 130 - 5$$

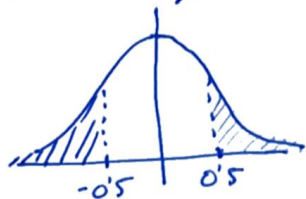
$$\boxed{\mu = 125 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

[3] b) $P(Z < 120) = ? \quad Z \in \mathcal{N}(125, 10)$

pd'g. [3]

$$Z' = \frac{Z - 125}{10}$$

$$P(Z < 120) = P\left(Z' < \frac{120 - 125}{10}\right) = P(Z' < -0.5) =$$

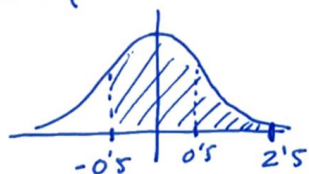


$$= P(Z' > 0.5) = 1 - P(Z' < 0.5) \xrightarrow{\text{TABLA}} \\ = 1 - 0.6915 = \boxed{0.3085} = \boxed{30.85\%}$$

c) DGT $\rightarrow$ multa 100 € si vas entre 120 y 150 km/h

$$P(120 < Z < 150) \xrightarrow{\text{tipif.}} P\left(\frac{120 - 125}{10} < Z' < \frac{150 - 120}{10}\right) =$$

$$= P(-0.5 < Z' < 2.5) = P(Z' < 2.5) - P(Z' < -0.5) =$$

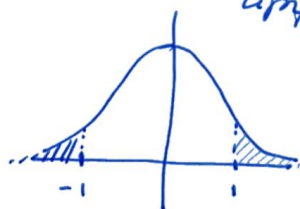


$$= P(Z' < 2.5) - P(Z' > 0.5) = P(Z' < 2.5) - [1 - P(Z' < 0.5)] \\ = P(Z' < 2.5) + P(Z' < 0.5) - 1 = \\ = 0.9938 + 0.6915 - 1 = 0.6853 = \boxed{68.53\%}$$

porcentaje
de vehículos
sancionados

[4] $X \in \mathcal{N}(30, 10)$ tipificando $X' = \frac{X - 30}{10} \in \mathcal{N}(0, 1)$

a) $P(X \leq 20) \xrightarrow{\text{tipif.}} P\left(X' \leq \frac{20 - 30}{10}\right) = P(X' < -1) = P(X' > 1) =$



$$= 1 - P(X' < 1) \xrightarrow{\text{TABLA}} 1 - 0.8413 = \boxed{0.1587} \\ = \boxed{15.87\%}$$

b) Revisión de datos

$$\begin{cases} 0.5 = P(X < 35) \\ 0.75 = P(X < 40) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{calcular} \\ \text{nueva } \mu' \text{ y } \sigma' \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 0.5 = P(X < 35) = P\left(X' < \frac{35 - \mu'}{\sigma'}\right) \\ 0.75 = P(X < 40) = P\left(X' < \frac{40 - \mu'}{\sigma'}\right) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{haciendo consulta} \\ \text{INVERSA en la TABLA} \end{array} \right.$$

resulta que $\begin{cases} 0.5 = P(X' < 0) \\ 0.75 = P(X' < 0.6745) \end{cases} \Rightarrow$

(no dieron
datos adicionales)

$$F(0) = P(X' < 0); F(0.6745) = P(X' < 0.6745)$$

$$0.5 = P(X < 35) = P\left(X' < \frac{35 - \mu'}{\sigma'}\right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{como } P(X' < 0) = F(0) = 0.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{pág (4)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{35 - \mu'}{\sigma'} = 0} \Rightarrow 35 - \mu' = 0 \Rightarrow \boxed{\mu' = 35}$$

$$0.75 = P(X < 40) = P\left(X' < \frac{40 - \mu'}{\sigma'}\right) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{como } 0.75 = F(0.6745) \\ P(X' < 0.6745) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{\frac{40 - \mu'}{\sigma'} = 0.6745} \\ \text{como } \mu' = 35 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{40 - 35}{\sigma'} = 0.6745 \\ 5 = 0.6745 \sigma' \end{array}$$

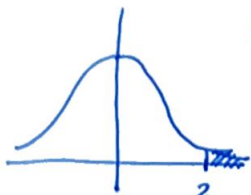
$$\sigma' = \frac{5}{0.6745} = \boxed{7.4129}$$

5) $Z \in N(600, 200)$ $Z =$ "nivel testosterona en sangre de un hombre de una población"

tipificamos $Z' = \frac{Z - 600}{200} \in N(0, 1)$

$$a) P(Z > 1000) = P\left(Z' > \frac{1000 - 600}{200}\right) = P(Z' > 2) =$$

$$= 1 - P(Z' < 2) \xrightarrow{\text{TABLA}} 1 - 0.9772 = \boxed{0.0228} = \boxed{2.28\%}$$



b) $P(Z > z_k)$ donde z límite antidoping para ello

$$P(Z > z_k) = 0.001 = P\left(Z' > \frac{z_k - 600}{200}\right) = 0.001$$

$\downarrow$
 $\frac{1}{1000}$

$$= 1 - P\left(Z' < \frac{z_k - 600}{200}\right) = 0.001 \Rightarrow P\left(Z' < \frac{z_k - 600}{200}\right) = 0.999$$

Busco en la tabla al revés $\rightarrow$ para $\frac{z_k - 600}{200} = 3.09$
se cumple: $z_k - 600 = 3.09 \cdot 200$; $z_k = \boxed{1218 \mu g/dl}$

[6] Z = "concentración media de colesterol en sangre en un adulto sano de una cierta población" $\in N(190, 30)$ en mg/dl pág. (5)

a) $P(Z > 250) = P(Z' > \frac{250-190}{30}) = P(Z' > 2) =$

↑
tipificamos
 $Z' = \frac{Z-190}{30} \in N(0,1)$



$= 1 - P(Z' < 2) = 1 - 0.9772 = \boxed{0.0228} = \boxed{2.28\%}$
↑
TABLA

b) $1\% = 0.01 = P(Z > k)$ $k?$ Tabla inversa

tipificamos $P(Z' > \frac{k-190}{30}) = 0.01$

"
 $1 - P(Z' < \frac{k-190}{30}) = 0.01 \Rightarrow P(Z' < \frac{k-190}{30}) = 1 - 0.01$

$P(Z' < \frac{k-190}{30}) = 0.99 \rightarrow$ busco en las celdas de la tabla el valor
 más próximo: para $\left. \begin{array}{l} k' = 2.33 \Rightarrow 0.9901 \text{ (se pasa)} \\ k' = 2.32 \Rightarrow 0.9898 \text{ (se queda corto)} \end{array} \right\}$
 ($k' = \frac{k-190}{30}$) calculo el valor intermedio $\frac{2.33+2.32}{2} = 2.325$

$\Rightarrow 2.325 = \frac{k-190}{30} \Rightarrow 3 \cdot 2.325 + 190 = k \Rightarrow k = \boxed{259.75}$

[7] Z = "tiempo empleado, en minutos, para obtener respuesta de un test que detecta una cierta enfermedad"

$Z \in N(20, 4) \rightarrow$ tipificamos $Z' = \frac{Z-20}{2} \in N(0,1)$

a) $P(16 < Z < 26) = P(\frac{16-20}{4} < Z' < \frac{26-20}{4}) = P(-1 < Z' < 1.5)$



$= P(Z' < 1.5) - P(Z' < -1) =$

$= P(Z' < 1.5) - P(Z' > 1) =$

$= P(Z' < 1.5) - [1 - P(Z' < 1)] =$

$= P(Z' < 1.5) + P(Z' < 1) - 1 = 0.9332 + 0.8413 - 1 =$

$= \boxed{0.7745} = \boxed{77.45\%}$
↑
TABLA

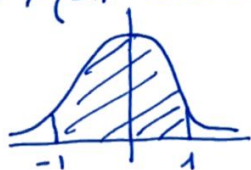
b) $k?$ t.q. $P(Z' < k') = 96.41\% = 0.9641$

Tabla inversa $\rightarrow k' = 1.800 \rightarrow 0.9641 \Rightarrow$

$1.8 = \frac{k-20}{4} \Rightarrow 1.8 \cdot 4 + 20 = k \Rightarrow k = \boxed{27.2} \text{ MINUTOS}$

18] $Z = \text{"peso lechones recién nacidos"} \in \mathcal{N}(4'2, 0'5)$ pág. 6
 * tipificamos $Z' = \frac{Z - 4'2}{0'5} \in \mathcal{N}(0, 1)$

a) $P(3'7 < Z < 4'7) = P\left(\frac{3'7 - 4'2}{0'5} < Z' < \frac{4'7 - 4'2}{0'5}\right) =$
 $= P(-1 < Z' < 1) = P(Z' < 1) - P(Z' < -1) = P(Z' < 1) - P(Z' > 1) =$
 $= P(Z' < 1) - [1 - P(Z' < 1)] =$

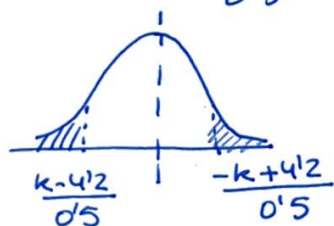


$P(Z' < 1) + P(Z' < 1) - 1 = 2P(Z' < 1) - 1 \xrightarrow{\text{TABLA}}$
 $= 2 \cdot 0'8413 - 1 = \boxed{0'6826} = \boxed{68'26\%}$

b) $k?$ t.g. $P(Z < k) = 0'3 = 30\%$
 $P\left(Z' < \frac{k - 4'2}{0'5}\right) = 0'3 \rightarrow \text{buscamos tabla inversa}$
 Este valor no está en la tabla, el menor es 0'5

la única posibilidad es que $\frac{k - 4'2}{0'5} < 0$

$\Rightarrow \frac{-k + 4'2}{0'5} > 0 \quad ; \quad \underset{0'3''}{P\left(Z' < \frac{k - 4'2}{0'5}\right)} = \underset{\text{negativo}}{P\left(Z' > \frac{-k + 4'2}{0'5}\right)} =$



$= 1 - P\left(Z' < \frac{-k + 4'2}{0'5}\right) = 0'3$

$\Rightarrow P\left(Z' < \frac{-k + 4'2}{0'5}\right) = 1 - 0'3 = \boxed{0'7}$

Busco en la tabla 0'7 y obtenemos:

para $\begin{cases} 0'52 \rightarrow 0'6985 \text{ se queda corto} \\ 0'53 \rightarrow 0'7019 \text{ se para} \end{cases}$

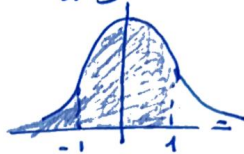
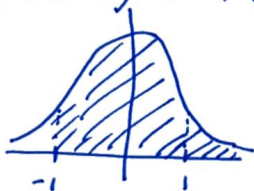
calculo el pto intermedio $\frac{0'52 + 0'53}{2} = \underline{0'525}$

$\frac{-k + 4'2}{0'5} = 0'525 \Rightarrow -k + 4'2 = 0'5 \cdot 0'525$
 $-k + 4'2 = 0'2625$ (ojo! las soluciones del tibitral tienen una errata y ponen 2'625)
 $4'2 - 0'2625 = k \Rightarrow \boxed{k = 3'9375} \Rightarrow$ El lechón debe pesar al menos 3'9375 kg para que esté por encima del 30%

[9] $Z = \text{"Notas de Mate II en EBAU"} \in \mathcal{N}(6,5; 1,5)$ pág. 7

$\mu = 6,5$ $\sigma = 1,5$ tipificamos $Z' = \frac{Z - 6,5}{1,5} \in \mathcal{N}(0,1)$

$P(Z > 5) = P(Z' > \frac{5 - 6,5}{1,5}) = P(Z' > -1) = P(Z' < 1) \xrightarrow{\text{TABLA}}$



$0,8413 = 84,13\%$

(es una función PAR
es simétrica
con el eje Y)

b) k? t.g. $P(Z < k) = 97,50\% = 0,9750$

tipificamos $P(Z' < \frac{k - 6,5}{1,5}) = 0,9750 \rightarrow$ busco en la tabla

para $1,96 \rightarrow P(Z' < 1,96) = 0,9750$ (exacto!)

$\Rightarrow \frac{k - 6,5}{1,5} = 1,96 \Rightarrow k = 1,96 \cdot 1,5 + 6,5 = 9,14$ la nota que deben sacar en el examen

[10] $Z = \text{"tiempo que tarda una persona en llegar a su trabajo cada día (en minutos)"} \in \mathcal{N}(20, \sigma)$

* $84,1\% = 0,841 = P(Z < 22) = P(Z' < \frac{22 - 20}{\sigma}) = P(Z' < \frac{2}{\sigma})$

hacemos una búsqueda de tabla inversa:

para $k' = 1 \Rightarrow P(Z' < 1) = 0,8413$ (se para)
para $k' = 0,99 \Rightarrow P(Z' < 0,99) = 0,8389$ (se queda corto)

hacemos el promedio $\frac{1 + 0,99}{2} = 0,995$

$0,995 = \frac{2}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{2}{0,995} \approx 2,009 \approx 2,01 = \sigma$

* Durante 1 año va 290 días a trabajar ¿cuántos días puede estimar que tardará menos de 18'?

$P(Z < 18) = P(Z' < \frac{18 - 20}{2,01}) = P(Z' < -0,995) =$

$= P(Z' > 0,995) = 1 - P(Z' < 0,995) = 1 - P(Z' < 1) =$

$= 1 - 0,8413 = 0,1587 = 15,87\%$

la tabla
sólo trae
hasta las centésimas

$0,995 \approx 1$

el 15,87% de los días
llega antes de 18'

aprox. a centésimas
 $\frac{100}{290} \cdot 15,87 \approx x = 46,023 \approx 46 \text{ días}$

11) *** Completo y difícil

pág. 8

$Z = \text{"tiempo de vida, en meses, de una especie"} \in \mathcal{N}(8'8, 3)$

tipificamos $Z' = \frac{Z - 8'8}{3}$

a) 1) $P(Z > 10) = P(Z' > \frac{10 - 8'8}{3}) = P(Z' > 0'4) = 1 - P(Z' < 0'4)$

$\uparrow$
TABLA
 $= 1 - 0'6554 = \boxed{0'3446} = \boxed{34'46\%}$ Supera los 10 meses

2) $P(7 < Z < 10) = P(\frac{7 - 8'8}{3} < Z' < 0'4) = P(-0'6 < Z' < 0'4)$
 $= P(Z' < 0'4) - P(Z' < -0'6) = P(Z' < 0'4) - P(Z' > 0'6) =$
 $= P(Z' < 0'4) - [1 - P(Z' < 0'6)] = P(Z' < 0'4) + P(Z' < 0'6) - 1 =$
 $= 0'6554 + 0'7257 - 1 = \boxed{0'3811} = \boxed{38'11\%}$

El 38'11% vive entre 7 y 10 meses

b) llamo éxito = "No supere los 10 meses vida"

$p = 0'6554$ $\left\{ \begin{array}{l} Y = \text{"nº de individuos que no superan los 10 meses de vida, de la muestra de 4"} \in \text{Bi}(4, 0'6554) \end{array} \right.$
 $n = 4$
 $q = 0'3446$

Claramente es una binomial

- los sucesos son independientes, (sean elegidos al azar)
- la probabilidad es constante
- sólo se contempla éxito o fracaso

$P(Y \geq 1) = P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) + P(Y=4) =$

$\uparrow$
más corto
menos cuentas
 $= 1 - P(Y=0) = 1 - \binom{4}{0} 0'6554^0 \cdot 0'3446^4 =$
 $= \boxed{0'9859} = \boxed{98'59\%}$ probabilidad de que al menos 1 no supere los 10 meses de vida.

c) c? t.g. $P(8'8 - c < Z < 8'8 + c) = 0'98$

$Z \in \mathcal{N}(8'8, 3)$

tipificamos: $P(\frac{8'8 - c - 8'8}{3} < Z' < \frac{8'8 + c - 8'8}{3}) =$

$= P(-\frac{c}{3} < Z' < \frac{c}{3}) = 0'98$

(11) $\Rightarrow P(-\frac{c}{3} < Z' < \frac{c}{3}) = 0.98$ pág. (9)

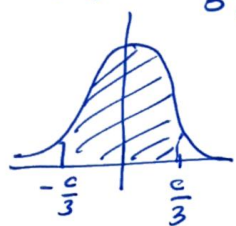
"

$$P(Z' < \frac{c}{3}) - P(Z' > -\frac{c}{3}) = P(Z' < \frac{c}{3}) - P(Z' > \frac{c}{3}) =$$

$$= P(Z' < \frac{c}{3}) - [1 - P(Z' < \frac{c}{3})] =$$

$$= 2 P(Z' < \frac{c}{3}) - 1 = 0.98$$

$$2 P(Z' < \frac{c}{3}) = 1 + 0.98$$



$$P(Z' < \frac{c}{3}) = \frac{1.98}{2} = 0.99$$

Tenemos que hacer una búsqueda de tabla inversa t.g.

$$P(Z' < \frac{c}{3}) = 0.99$$

* para $z_1 = 2.32 \Rightarrow P(Z' < 2.32) = 0.9898$ (se queda corto)
 * para $z_2 = 2.33 \Rightarrow P(Z' < 2.33) = 0.9901$ (se pasa)

hacemos el promedio: $\frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{2.32 + 2.33}{2} = 2.325$

$$\Rightarrow \frac{c}{3} = 2.325 \Rightarrow c = 3 \cdot 2.325 = \underline{6.975} \text{ solución}$$

Para ese valor ocurre que $\begin{cases} 8.8 - c = 1.825 \\ 8.8 + c = 15.775 \end{cases}$

$$P(1.825 < Z < 15.775) = 98\%$$

Esa especie vive, con una prob. del 98%, entre los 1.825 y 15.775 meses.

(12) $Z =$ "tiempo (horas) duración bombillas de una marca" $\sim N(\mu, \sigma)$

b) * Sabemos $69.50\% = P(Z < 5061.2) = P(Z' < \frac{5061.2 - \mu}{\sigma})$
 " 0.6950

por tabla inversa $z' = 0.51 \rightarrow \boxed{\frac{5061.2 - \mu}{\sigma} = 0.51}$

* Sabemos $16.60\% = 0.1660 = P(Z' > \frac{5116.4 - \mu}{\sigma}) =$

$$= 1 - P(Z' < \frac{5116.4 - \mu}{\sigma}) \Rightarrow P(Z' < \frac{5116.4 - \mu}{\sigma}) = 1 - 0.1660$$

$$P(Z' < \frac{5116.4 - \mu}{\sigma}) = 0.834 \Rightarrow \text{usamos tabla inversa} \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{5116'4 - \mu}{\sigma} = 0'97}$$

pág. 10

Junta las dos igualdades hacemos un sistema para μ y σ

$$\left. \begin{aligned} \frac{5061'2 - \mu}{\sigma} &= 0'51 \\ \frac{5116'4 - \mu}{\sigma} &= 0'97 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 5061'2 - \mu &= 0'51 \sigma \\ 5116'4 - \mu &= 0'97 \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu &= 5061'2 - 0'51 \sigma \\ \mu &= 5116'4 - 0'97 \sigma \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} 5061'2 - 0'51 \sigma &= 5116'4 - 0'97 \sigma \\ -0'51 \sigma + 0'97 \sigma &= 5116'4 - 5061'2 \end{aligned} \right.$$

$$0'46 \sigma = 55'2 \Rightarrow \sigma = \frac{55'2}{0'46} = \boxed{120} \text{ Desviación típica } \rightarrow \text{ (horas)}$$

$$\mu = 5061'2 - 0'51 \cdot 120 = \boxed{5000} \text{ Media (hora)}$$

olvidé el apdo a) se podía hacer desde el principio sin necesidad de conocer μ ni σ

$$P(5061'2 < Z < 5116'4) = P(Z < 5116'4) - P(Z < 5061'2)$$

$$\stackrel{(*)}{\uparrow} 0'834 - 0'6950 = \boxed{0'139} \text{ Solución } \boxed{13'9\%}$$

son datos

del ejercicio

$$\text{(porque como } P(X > 5116'4) = 1 - P(X < 5116'4) \text{)}$$

$$0'1660 = P(X > 5116'4)$$

$$\Rightarrow P(X < 5116'4) = 1 - 0'1660 = \boxed{0'834}$$