

Problemas Binomiales Interesantes

pág ①

- ① (Muy completo) Empieza con prob. y termina con binomial

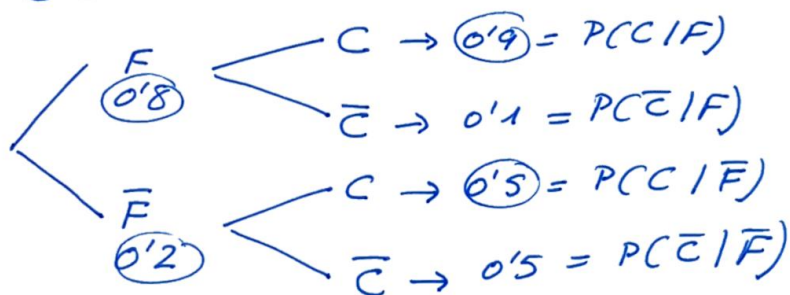
Red social $\rightarrow$ los usuarios comparten fotos o nunca lo hacen $\rightarrow$ Pueden comentar fotos o nunca lo hacen

F = "alguna vez comparte foto"

$\bar{F}$ = "nunca comparte foto"

C = "alguna vez comenta fotos de sus contactos"

$\bar{C}$ = "nunca comentan fotos"



$$a) P(C) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{P. Totales}}}{=} 0.5 \cdot 0.2 + 0.9 \cdot 0.8 = \boxed{0.82} = \boxed{82\%}$$

$$b) P(F|\bar{C}) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(F \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(\bar{C} \cap F)}{P(\bar{C})} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(\bar{C}|F) \cdot P(F)}{P(\bar{C})} =$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ a)}{=} \frac{0.1 \cdot 0.8}{1 - 0.82} = \boxed{0.4444} = \boxed{44.44\%}$$

- c) Algoritmo de reconocimiento facial
* $p = 0.8$ = prob. ident. correcta a las personas a partir de las fotografías.
prob. constante

* Procesamos 4 fotografías $n = 4$
(cada proceso es indep. de los otros)

* Consideramos solamente la prob. de éxito "persona ident. correcta" o fracaso "no ident. correctamente a la persona"

Claramente es una binomial

$X =$ "nº de personas correctamente identificadas entre las 4 fotos procesadas" $\in B_i(4, 0'8)$ pág(2)

$$\left. \begin{array}{l} n=4 \\ p=0'8 \\ q=0'2 \end{array} \right\}$$

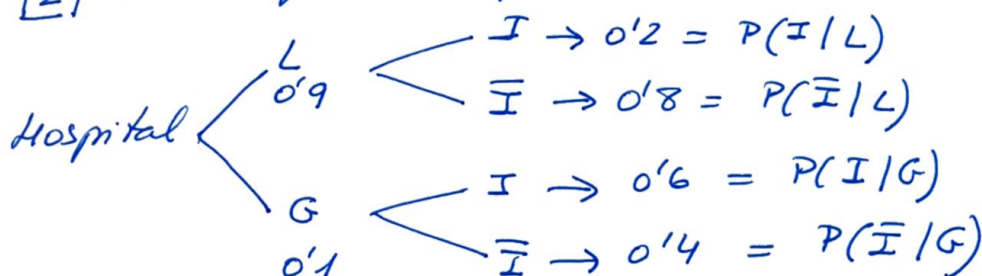
$$P(X=4) = \binom{4}{4} 0'8^4 \cdot 0'2^0 = \boxed{0'4096} = \boxed{40'96\%}$$

$$d) \text{ "al menos 1" } \rightarrow P(X \geq 1) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) \\ = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{4}{0} 0'8^0 \cdot 0'2^4 = \boxed{0'9984} = \boxed{99'84\%}$$

↑
más corto

menos cuentas $\rightarrow$ lo contrario a no identificar a ninguna.

[2] Un completo de probabilidad con una binomial



$$a) P(I) = 0'2 \cdot 0'9 + 0'6 \cdot 0'1 = \boxed{0'24} = \boxed{24\%}$$

↑
P. Totales

$$b) P(L|I) = \frac{P(L \cap I)}{P(I)} = \frac{P(I \cap L)}{P(I)} \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(I|L) \cdot P(L)}{P(I)} = \\ = \frac{0'2 \cdot 0'9}{0'24} = \boxed{0'75} = \boxed{75\%}$$

↑
Bayes

c) Aquí viene la binomial
llegan 8 pacientes ; $n=8$

$P = P(L) = 0'9$ es constante ; $q = 1 - p = 0'1$
cada suceso es indep.

sólo contemplamos éxito = ser clasificado como LEVE

o fracaso = No ser clasificado
como leve = ser clasificado
como grave

Continuación [2] $\Rightarrow$ pág. [3]

$X =$ "nº de pacientes clasificados como leves, entre los 8 pacientes recién llegados" $\in B_i(8, 0.9)$

$$P(X=4) = \binom{8}{4} 0.9^4 \cdot 0.1^4 \approx \boxed{0.0046} = \boxed{0.46\%}$$

$$d) P(X \leq 7) = 1 - P(X=8) = 1 - \binom{8}{8} 0.9^8 \cdot 0.1^0 =$$

"como mucho 7"

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7

(con suia larguísimo)

$$\approx \boxed{0.5695} = \boxed{56.95\%}$$

[3] Lote de 20 arandelas; $n=20$

$X =$ "nº de defectuosas en el lote"

$p(\text{defectuosa}) = 0.01$ es constante

$$q = 1 - 0.01 = 0.99$$

Sólo consideramos éxito ó fracaso

los sucesos son independientes

$$\Rightarrow X \in B_i(20, 0.01)$$

$$a) P(X=2) + P(X=1) = \binom{20}{2} 0.01^2 \cdot 0.99^{18} + \binom{20}{1} 0.01 \cdot 0.99^{19} =$$

(1 ó 2 arandelas defectuosas)

$$\approx \boxed{0.1811} = \boxed{18.11\%}$$

Obviamente 18.11% No es mayor que

b) Un lote se rechaza si se encuentra, al menos, 1 arandela defectuosa $P(\text{rechazar lote})?$

$$P(X \geq 1) = P(X=1) + P(X=2) + \dots + P(X=20) =$$

$$\approx 1 - P(X=0) = 1 - \binom{20}{0} 0.01^0 \cdot 0.99^{20} \approx \boxed{0.1821} = \boxed{18.21\%}$$

Así menos
cuentas que hacer

prob. de rechazar
el lote

c) Ahora cambiamos el pto. de vista un poco, ampliamos

$$n = 200$$

$$p = 0.99$$

$$q = 0.01$$

ma la muestra a 200

$Y =$ "nº arandelas sin defectos en el lote de 200" $\in B_i(200, 0.99)$

(Ahora el éxito es "sin defectos")

Esperanza, valor esperado, media $= \mu = np = 200 \cdot 0.99$

$$= \boxed{198}$$

En un lote de 200 esperamos que 198 no sean defectuosas