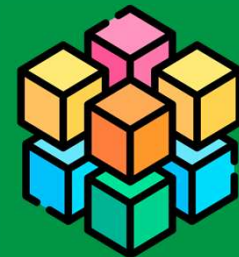


Primitivas e integrales inmediatas

Matemáticas Aplicadas II





Idea intuitiva

Integrar es el concepto contrario a derivar

- Si derivar mide el ritmo de cambio
- Integrar reconstruye la función original

Ejemplo:

Si $f(x) = 2x$, una primitiva es $F(x) = x^2$

Conceptos básicos



Definición de primitiva

Una función $F(x)$ es primitiva de $f(x)$ si:

$$F'(x) = f(x)$$

Una función tiene infinitas primitivas.

Ejemplo:

$$f(x) = 3x^2 ; F(x) = x^3 + 17$$

$$\text{y en general } F(x) = x^3 + k$$

Conceptos básicos



Definición de primitiva

¿Por qué aparece la constante k ?

Porque al derivar, las constantes desaparecen:

$$(x^2 + 5)' = 2x$$

Todas las primitivas se diferencian en una constante.

Conceptos básicos



Integral indefinida

Se escribe:

$$\int f(x)dx = F(x) + k$$

k es la constante de integración.

Conceptos básicos



Regla básica: linealidad

Se integra término a término:

$$\int f + g = \int f + \int g$$

$$\int af = a \int f$$

Cómo calcularla



Integrales inmediatas

Caso de potencias

Fórmula general:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k \text{ siempre que } n \neq -1$$

Ejemplo: $\int x^2 dx = x^3/3 + k$

Esta fórmula también es válida para raíces si las expresamos como potencias donde el exponente es una función

Cómo calcularla



Integrales inmediatas

Caso de logaritmos

Fórmula general:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + k$$

⚠ Muy frecuente en la PAU

Ejemplo:

$$\int \frac{4}{x} dx = 4\ln x + k$$

Cómo calcularla



Integrales inmediatas

Integrales exponenciales

Fórmulas generales:

$$\int e^x dx = e^x + k$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + k$$

Cómo calcularla



Integrales inmediatas

Combinaciones lineales

Se integra término a término

Ejemplos:

$$\int (3x^2 - 4x + 5)dx = x^3 - \frac{4x^2}{2} + 5x + k$$

$$\int \left(5x^2 + \frac{2}{x} \right) dx = \frac{5x^3}{3} + 2 \ln|x| + k$$

Errores frecuentes



- Olvidar la constante k
- Integrar mal el caso logarítmico $\frac{1}{x}$
- No separar términos