

Binomial y normal

1.-a) Un técnico realiza un test de cien ítems a unos doscientos opositores. Suponiendo que las puntuaciones X obtenidas por los opositores siguen una distribución normal de media 60 puntos y desviación típica 10 puntos. Se pide obtener:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| a) $P(X \geq 70)$ | b) $P(X \leq 80)$ | c) $P(X \leq 30)$ |
| d) $P(X \geq 46)$ | e) $P(39 \leq X \leq 80)$ | f) $P(80 \leq X \leq 82,5)$ |
| g) $P(30 \leq X \leq 40)$ | h) $P(X - 60 \leq 20)$ | i) $P(X - 60 \geq 20)$ |

b) Calcula k en los siguientes casos:

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------|------------------------------|
| a) $p(z < k) = 0.695$ | b) $p(z > k) = 0.6331$ | c) $p(z > k) = 0.0329$ |
| d) $p(-k < z < k) = 0.9676$ | e) $P(Z < k) = 0.4013$ | f) $P(k < Z < 1.3) = 0.5475$ |
| g) $P(-k \leq Z \leq k) = 0.7498$ | | |

2.- La duración media de un lavavajillas es de 12 años, con una desviación típica de 0.8 años. Si la vida útil del electrodoméstico se distribuye normalmente, hallar la probabilidad de que al comprar un lavavajillas, nos dure más de 15 años.

Si la garantía es de 2 años, que porcentaje de lavavajillas de entre los que no se estropean en periodo de garantía, duran menos de 10 años

3.- En un examen se comprobó que las calificaciones obtenidas correspondían a una distribución normal de media 6 y desviación típica 1. Elegido al azar un estudiante, calcular cuál es la probabilidad de que: a) Su calificación esté comprendida entre un 6.5 y un 8.

b) Haya suspendido

c) Si se presentan al examen 5 alumnos, cual es la probabilidad de que suspenda como máximo 1?

4.- El peso de las truchas de una piscifactoría sigue una normal de media 200 gramos y desviación típica de 25 gramos. Extraído un pez al azar, calcular: a) La probabilidad de que su peso no exceda los 175 gramos. b) La probabilidad de que su peso exceda los 230 gramos. c) La probabilidad de que su peso esté comprendido entre los 225 y 275 gramos. d) $p(|X - 200| < 10)$

5.- La vida útil (medida en años) de un teléfono móvil fabricado por una determinada empresa es una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{5} - \frac{2}{25}x & \text{si } x \in [0, 5] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Dicha marca ofrece una garantía de año y medio, de modo que si el móvil falla en ese período tendrá que reemplazarlo por otro nuevo.

- Calcula la probabilidad de que se tenga que reemplazar un teléfono en el período de garantía.
- Si un padre compra a cada uno de sus cinco hijos un móvil de esa marca, determina la probabilidad de que por lo menos uno de ellos se averíe durante el período de garantía.

6.-

El retraso con el que llegan los autobuses de una línea que cubre el trayecto entre dos ciudades sigue una distribución normal de media $\mu = 5$ minutos. Si se sabe que el 30% llega con un retraso superior a 7 minutos.

- Calcula la desviación típica de la distribución.
- Determina el porcentaje de autobuses que llega antes de la hora fijada.
- Halla la probabilidad de que el retraso supere los 8 minutos.
- ¿Cuál es retraso de un autobús que llega antes que el 80% de los autobuses?

7

El diámetro medio de las piezas producidas en una fábrica es de 45 mm

- Determina su desviación típica sabiendo que la probabilidad de que una pieza tenga un diámetro mayor que 50 mm es igual a 0.0062.
- Si se analizan 820 piezas, ¿cuántas se estima que tendrán un diámetro comprendido entre 39.7 y 43.5 mm?

8.- El tiempo que invierto en llegar a clase sigue una distribución normal de media 20 minutos. He comprobado que el 94.5% de los días tardo menos de 28 minutos. Si en todo el año voy 177 días a clase, ¿cuántos días puedo estimar que tardare menos de un cuarto de hora en llegar?

9.- Para aprobar un examen de ingreso en una escuela, se necesita obtener 50 puntos o más. Por la experiencia de años anteriores, sabemos que la distribución de puntos obtenidos por los alumnos es normal, con media 55 puntos y desviación típica 10.

- ¿Qué probabilidad hay de que un alumno apruebe?
- Si se presentan al examen 400 alumnos, ¿cuántos cabe esperar que ingresen en esa escuela?
- Si resulta que este año el número de plazas de nuevo ingreso está limitado a 90, ¿cuál será la nota mínima necesaria para que cualquiera de esos 400 alumnos consiga entrar en la escuela?

10.- I) Se presentan 400 personas a un examen, y las puntuaciones obtenidas siguen una distribución normal de media 60 y desviación típica 5. Como solo puede aprobar el 30%, ¿cuál es la puntuación mínima necesaria que debe conseguir una persona?

II)

El nivel de colesterol total en sangre sigue una distribución normal de media 180 mg/dL y varianza $225\text{mg}^2/\text{dL}^2$. Se considera que valores del nivel de colesterol mayores de 200 mg/dL son perjudiciales para la salud y debe iniciarse un tratamiento

- Elegidas 200 personas al azar, ¿cuál es el número esperado de personas que necesitarán tratamiento?
- Elegida una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su nivel de colesterol sea inferior a 170 mg/dL, si se sabe que no precisa tratamiento?
- Si la varianza se mantiene en su actual valor, calcula qué valor medio debe tener el nivel de colesterol para que solo el 5% de la población deba seguir tratamiento médico.

11.- I) Una máquina produce tornillos cuya longitud tiene una distribución normal de media 5 cm y desviación 5 mm. No se pueden vender los tornillos que se desvíen 6 mm o más de la media. De un lote de 500 tornillos, ¿Cuántos deben ser descartados para la venta?

II)

La anchura de las hojas de una especie de árbol siguen una distribución normal de media $\mu = 4$ cm. Además, se ha observado experimentalmente que la anchura del 90 % de las hojas es inferior a 5 cm.

- Halla la varianza de la distribución.
- Calcula la probabilidad de que la anchura de una hoja elegida al azar sea mayor de 6 cm.
- ¿Cuál es la anchura máxima de las hojas que se encuentran entre el 30% con menor anchura?

12.- El 1% de los individuos de una población supera los 185 cm de estatura, mientras que el 3% no llega a 160 cm. Si se supone que la estatura sigue una distribución normal, calcula los parámetros de esa distribución.

13.- La utilización de la tarjeta VISA en operaciones comerciales, en la población de una gran ciudad, sigue en porcentajes una distribución normal de media 4.5 y desviación típica 0.5. Se pide calcular las siguientes probabilidades: La utilización de la tarjeta VISA en operaciones comerciales, en la población de una gran ciudad, sigue en porcentajes una distribución normal de media 4.5 %y desviación típica 0.5%. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

- Que un ciudadano tomado al azar utilice la tarjeta más del 5% en sus operaciones.*
- Tanto por ciento de la ciudad que utiliza la tarjeta menos del 3.75%*
- Porcentaje de operaciones con tarjeta que utiliza el 20% más alto de la población.*
- Porcentaje de operaciones con tarjeta que utiliza el 10% más bajo de la población.*
- Porcentaje de operaciones del 80% más próximo a la media.*

14.- I) En una población, las puntuaciones de un test de ansiedad riesgo siguen una distribución normal $N(25,10)$. Al clasificar la población en cuatro grupos de igual tamaño, ¿cuáles serán las puntuaciones que delimiten estos grupos?

II)

Las calificaciones obtenidas por los estudiantes para acceder a una facultad siguen una distribución normal de media 6,5 y desviación típica 1,5. Si la nota de corte se estableció en 8,2,

- a) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que no pudo acceder a la facultad ese año?
- b) Suponiendo que se presentaron 300 solicitudes, ¿Cuántos estudiantes con nota superior a 7,5 se quedaron sin plaza?

15.- Un test de inteligencia consta de 200 preguntas de verdadero o falso. Para una persona que respondiese al azar, calcular la probabilidad de que acertase: a) 50 preguntas o menos b) Más de 50 preguntas y menos de 100 c) Más de 120 preguntas

16.- Se sabe que el 10% de los alumnos de Bachillerato son alérgicos a la lactosa. En base a este dato, calcula la probabilidad aproximada de que por lo menos haya 310 alérgicos entre los 3 000 que se presentarán a las pruebas ABAU.

17.- El 40% de las personas empadronadas en una ciudad vive en urbanizaciones alejadas del centro. De una muestra de 1500 personas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 550 vivan en dichas urbanizaciones?

18.- En una población se sabe que el 15% de los individuos es partidario de no vacunar a los niños. Elegida al azar una muestra de 50 personas, calcular: a) La probabilidad de que haya más de cinco antivacunas. b) La probabilidad de que como máximo haya seis antivacunas. c) La probabilidad de que haya entre cuatro y diez antivacunas (inclusive).

19.- Un pasajero opta por una compañía aérea con probabilidad 0,5. En un grupo de 400 pasajeros potenciales, la compañía vende billetes a cualquiera que se lo solicita, sabiendo que la capacidad de su avión es de 230 pasajeros. Se pide: a) Probabilidad de que la compañía tenga overbooking, es decir, que un pasajero no tenga asiento. b) Si existen 10 compañías aéreas que realizan el mismo viaje con condiciones similares a la anterior, ¿cuál será la probabilidad de que al menos dos de ellas tenga overbooking?

20.- El número de ventas diarias de un quiosco de periódicos se distribuye con media 30 y varianza 2. Determinar: a) Probabilidad de que en un día se vendan entre 13 y 31 periódicos b) Determinar el número de periódicos que se venden en el 90% de las ocasiones c) Si en una ciudad hay 10 quioscos independientes del mismo tipo y características que el anterior. Hallar la probabilidad de que más de dos quioscos vendan entre 13 y 31 periódicos

21.- El retraso con el que llegan los autobuses de una línea que cubre el trayecto entre dos ciudades sigue una distribución normal de media $\mu = 5$ minutos. Si se sabe que el 30% llega con un retraso superior a 7 minutos: a) Calcula la desviación típica de la distribución. b) Determina el porcentaje de autobuses que llega antes de la hora fijada. c) ¿Cuál es retraso de un autobús que llega antes que el 80% de los autobuses?

22.-

Una universidad recibe 800 solicitudes de matrícula para uno de sus grados, siendo la nota de corte (mínima para entrar) un 8,2. Sabiendo que la nota final de un solicitante, después de las pruebas de acceso, sigue una distribución normal de media 7,3 y desviación típica 0,7, ¿cuántas plazas se deberían ofertar como mínimo en este grado para que, con esta nota de corte, se pudiesen matricular todos los alumnos aptos?

23.-

As cafeterías universitarias son espazos nos que, ademais de poder consumir alimentos e bebidas, en numerosas ocasións se empregan como puntos de encontro para outros eventos. Segundo os datos recollidos pola dirección da cafetería dunha facultade, o 65% dos seus clientes son estudantes, o 25% persoal da universidade e o 10% restante son persoas alleas á universidade. Co obxectivo de estudar se é necesario realizar modificacións na cafetería, os seus responsables analizaron datos sobre o tempo de espera ata que un cliente foi atendido e sobre a forma de realizar os pagamentos. Pode supoñerse que o tempo de espera ata que un cliente é atendido segue unha distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos e de tal modo que o 90% dos clientes son atendidos antes de 8 minutos. Polos datos recollidos, chegaron á conclusión de que o 30% dos estudantes efectúan os pagamentos en efectivo, sendo esta porcentaxe igual ao 70% para o persoal da universidade, mentres que o 80% dos pagamentos realizados por persoas alleas á universidade se fan en efectivo.

Responda estes tres apartados:

1. Cal é a probabilidade de que un cliente sexa atendido antes de 4 minutos?
2. Calcular a probabilidade de que un pagamento nesta cafetería non fose realizado en efectivo.
3. Se un pago se fixo en efectivo, que é máis probable, que fose realizado por estudantes ou por persoal da universidade?

Nota: Para resolver algúns dos apartados anteriores poden empregarse algúns dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$$P(Z < -1,28) = 0,1 ; P(Z > 1,64) = 0,05 ; P(Z < 0,43) = 0,6664 ; P(Z < 1,41) = 0,92$$

24.-

A crise climática non vai parar, e a comunidade internacional rexeita o compromiso necesario para revertela. O período comprendido entre 2010 e 2019 foi a década máis cálida que se ten rexistrada, provocando incendios forestais, furacáns, secas, inundacións e outros grandes desastres naturais a todos os continentes. A nosa Comunidade Autónoma sofre numerosos incendios ao longo do ano. Queremos analizar diferentes propostas que nos axuden a combatelas e tentar minimizar o seu impacto no medio ambiente.

Para extinguir ou mitigar o lume emprégase auga transportada en avións anfibios, de distintos modelos. O avión anfíbio tipo 2 (ALFA) ten unha capacidade de 2.000 litros de auga, e o modelo máis empregado é o Air Tractor AT-802FB. Tamén empregan avións anfíbio tipo 1 (FOCA), tanto os Canadair CL-215T como os Bombardier 415, con capacidades de 5.000 e 6.000 litros, respectivamente.

Por datos recollidos de varios anos, pódese afirmar que os bombeiros/as conseguen apagar en menos de dous días o 80 % dos lumes que afectan a máis dunha hectárea. Nun mes no que se produciron 150 lumes de máis dunha hectárea en Galicia.

Responda estes catro apartados:

1. Calcule o valor esperado e a desviación típica do número de lumes de máis dunha hectárea que nese mes os/as bombeiros/as consigan apagar en menos de dous días.
2. Calcule a probabilidade de que nese mes os/as bombeiros/as consigan apagar entre 115 e 125 (ambos os dous incluídos) lumes de máis dunha hectárea en menos de dous días.
3. Considere os sucesos A="Empregar avións tipo 2", B="Empregar avións tipo 1" e C="Empregar avións tipo 1 e tipo 2". Escriba a relación entre os sucesos A, B e C. Escriba o valor da probabilidade do suceso C en función da probabilidade dos sucesos A e B no caso de que A e B sexan independentes. Escriba o valor da probabilidade do suceso C en función da probabilidade dos sucesos A e B no caso de que A e B sexan incompatibles.
4. Proporcione unha interpretación do que quere dicir que os sucesos A e B do apartado anterior sexan incompatibles. Proporcione unha interpretación do que quere dicir que os sucesos A e B do apartado anterior sexan independentes.

Nota: Para resolver algúns dos apartados anteriores poden empregarse algúns dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$$P(|Z| < 0,5) = 0,383 ; P(Z < 1,12) = 0,8686 ; P(Z < -1,02) = 0,1539$$