

Ejercicio — Gastos financieros de una organizacion

Los gastos financieros de una organizacion, medidos en **cientos de miles de euros**, vienen dados por la funcion:

$$G(t) = \begin{cases} 4 - \frac{t}{3}, & 0 \leq t \leq 3, \\ \frac{5t-3}{t+1}, & t > 3, \end{cases}$$

donde t representa el tiempo en anos.

La subvencion anual recibida es de **350.000 euros**, es decir,

3,5 en las mismas unidades.

1. Gastos iguales a 400.000 euros

Dado que los gastos estan expresados en cientos de miles de euros,

$$400,000 \text{ euros} \iff G(t) = 4.$$

Primer tramo: $0 \leq t \leq 3$

$$4 - \frac{t}{3} = 4 \Rightarrow -\frac{t}{3} = 0 \Rightarrow t = 0.$$

Segundo tramo: $t > 3$

$$\frac{5t-3}{t+1} = 4 \Rightarrow 5t-3 = 4(t+1) \Rightarrow 5t-3 = 4t+4 \Rightarrow t = 7.$$

Por tanto, los gastos son de 400.000 euros en $t = 0$ y en $t = 7$.

2. Crecimiento, decrecimiento y minimo

Primer tramo

$$G'(t) = -\frac{1}{3} < 0.$$

La funcion es decreciente en $0 \leq t \leq 3$.

Segundo tramo

$$G'(t) = \frac{(5)(t+1) - (5t-3)}{(t+1)^2} = \frac{8}{(t+1)^2} > 0.$$

La funcion es creciente para todo $t > 3$.

Minimo absoluto

$$G(3) = 4 - \frac{3}{3} = 3.$$

El minimo absoluto de los gastos es:

$$G_{\min} = 3 \quad \text{en } t = 3,$$

es decir, **300.000 euros**.

3. Comportamiento a largo plazo

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{5t - 3}{t + 1} = 5.$$

Los gastos se estabilizan en torno a **500.000 euros**.

4. Comparacion con la subvencion

Buscamos cuando:

$$G(t) < 3,5.$$

En el primer tramo:

$$4 - \frac{t}{3} < 3,5 \Rightarrow -\frac{t}{3} < -0,5 \Rightarrow t > 1,5.$$

Durante el intervalo $1,5 < t \leq 3$, la subvencion es superior a los gastos.

Conclusion

Durante los primeros anos los gastos disminuyen, alcanzando un minimo en el tercer ano. Posteriormente aumentan y se estabilizan a largo plazo. Durante parte del periodo inicial, la subvencion cubre completamente los gastos financieros.