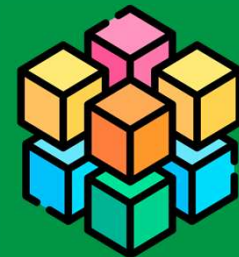


Curvatura: concavidad y convexidad

Matemáticas Aplicadas II

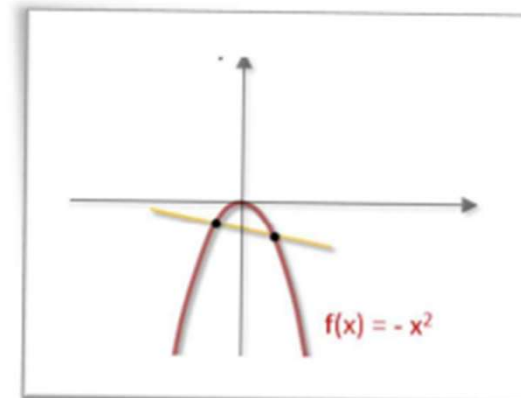
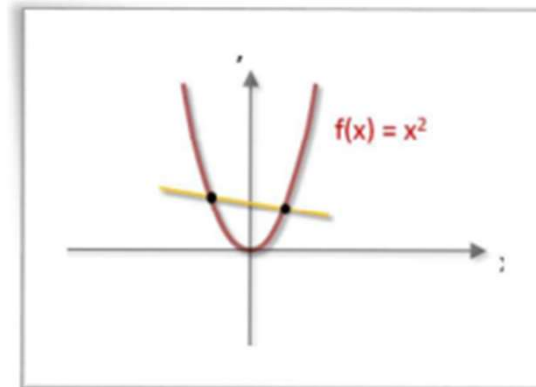


Curvatura



- La segunda derivada informa sobre cómo cambia la curvatura de la función

Si $f''(x) > 0$ la función es convexa
Si $f''(x) < 0$ la función es cóncava
En los puntos $f''(x) = 0$



Puntos de inflexión

$x=a$ punto de inflexión si
 $f''(a)=0$

$$f(x) = x^3 - 3x, \quad f'(x) = 3x^2 - 3, \quad f''(x) = 6x.$$

$$f''(x) > 0 \text{ si } x > 0, \quad f''(x) < 0 \text{ si } x < 0.$$

en ese punto la función
cambia de curvatura

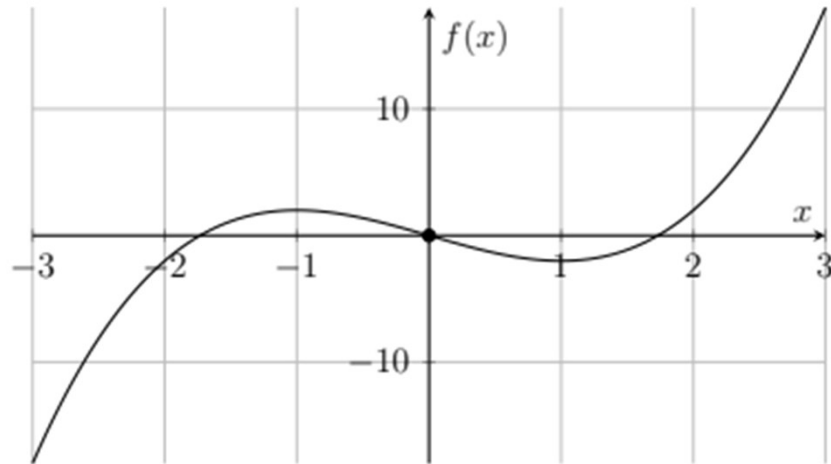


Figura 1: Cambio de concavidad en $x=0$.

Cómo se calcula



1. Hallar $f''(x)$
2. Resolver $f''(x)=0$
3. Estudiar signos de la segunda derivada
4. Concluir intervalos de concavidad y convexidad
y puntos de inflexión

Ejemplo

$$f(x) = x^4 - 4x^2.$$

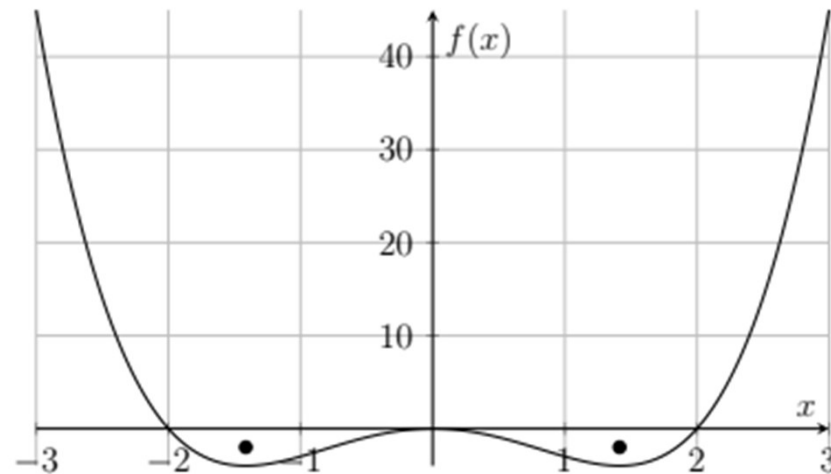
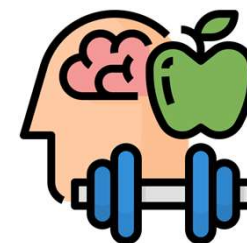


Figura 3: Curva con dos puntos de inflexion.

Interpretación económica

1. Si el beneficio es cóncavo, el beneficio marginal disminuye.
2. Si el coste es convexo, el coste marginal aumenta.
3. En ingresos, la inflexión indica cambios de tendencia del mercado.

Ejercicio 1



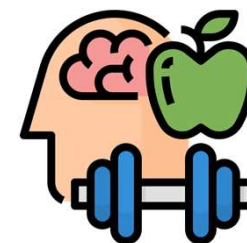
Contexto:

Una empresa produce y vende un bien. Su beneficio neto (en cientos de euros) en función del número de unidades producidas, viene dado por:

$$B(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 20.$$

El departamento financiero quiere estudiar la evolución del beneficio marginal para determinar cuando producir más deja de ser eficiente.

Ejercicio 2

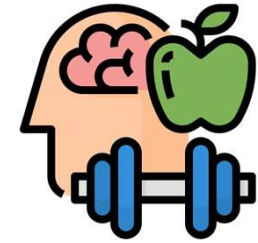


Contexto: En un mercado local, la demanda semanal de un producto (en unidades) en función del precio p viene dada por:

$$D(p) = 200 - 40p + p^2.$$

El departamento de marketing quiere determinar en que tramos la demanda es mas o menos sensible a cambios en el precio y estudiar el significado economico del punto donde cambia la concavidad.

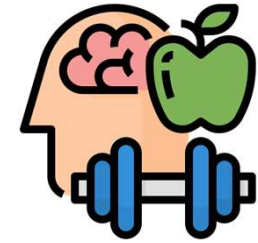
Ejercicio 3



5. La cotización de las acciones $C(x) = x^3 - 45x^2 + 243x + 30000$, donde x es el número de días del mes.

- a) Determinar días de máximo y mínimo.
- b) Estudiar concavidad y encontrar puntos de inflexión (cambio de aceleración del precio).

Ejercicio 4



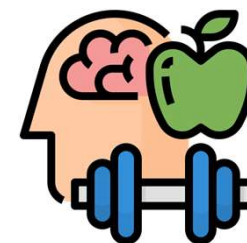
Si el rendimiento en % viene dado por

$$R(t) = 300t(1 - t), \quad 0 \leq t \leq 1,$$

1. Halla máximo rendimiento.
2. Estudia concavidad y punto de inflexión: interpretarlo como el momento donde deja de aumentar el ritmo de rendimiento en el examen.

ies-arciprestede...

Ejercicio 5



CONTEXTO

O radon é un gas radioactivo invisible e inodoro, que pode acumularse en interiores de edificios, especialmente en plantas baixas e espazos con pouca ventilación. A exposición durante períodos prolongados de tempo a altas concentracións de radon é perigosa, podendo orixinar cancro de pulmón. Estudos recentes revelan que o risco de cancro aumenta un 16% por cada 100 becquerelios por metro cúbico (Bq/m^3). Este risco increméntase en persoas fumadores. É importante medir os niveles de radon nas vivendas e, no caso de ser altos empregar métodos para baixar o nivel. Para estudar a radioactividade producida polo radon nun edificio histórico, unha profesora de Física realizou medicións con material da Universidade de Santiago de Compostela nas que se empregaron medidas correctoras. Observouse que segue o modelo matemático

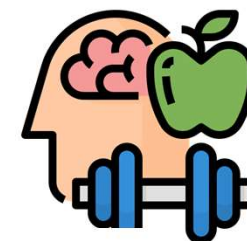
$$R(t) = 200 + ke^{-t},$$

sendo t os meses transcorridos e $R(t)$ a cantidade de radon medida en Bq/m^3 .

Responda estes tres apartados:

1. Calcule o valor de k sabendo que no momento inicial ($t=0$) a cantidade de radon é 300.
2. Represente graficamente a evolución da cantidade de radon co paso do tempo (estude, polo menos, a súa monotonía e a súa tendencia).

Ejercicio 6



CONTEXTO

En outubro de 2025, o IBEX acadou o seu máximo histórico, superando os 16000 puntos. Aínda que inflúen outros factores, a evolución da bolsa está influenciada por cambios políticos, económicos e sociais. Hai períodos de crecemento cando hai confianza ou en momentos de expansión económica. A longo prazo tenden a crecer pero en períodos cortos o seu comportamento pode ser volátil, ás veces por movementos especulativos dos inversores. O valor de cotización das accións dunha empresa en decenas de euros ao longo dos días, dende que saíu a Bolsa, ven dado pola función:

$$V(t) = \begin{cases} -0,04t^2 + 2,4t & \text{se } 0 \leq t < 40 \\ \frac{40t - 320}{t} & \text{se } t \geq 40 \end{cases}$$

Responda estes tres apartados:

1. Estude se o valor da acción creceu ou decreceu ao longo do tempo. Fundamente a súa resposta.
2. Se unha persoa mercou 15 accións aos 30 días de saír a Bolsa e vendeunas aos 45 días, tivo ganancias ou perdas?, a canto ascenderon estas?
3. Se un inversor merca accións aos 30 días de saír a Bolsa e mantenas no tempo, cal sería a ganancia máxima que podería esperar por acción? Fundamente a súa resposta.