# Sesión 1 – Derivabilidad

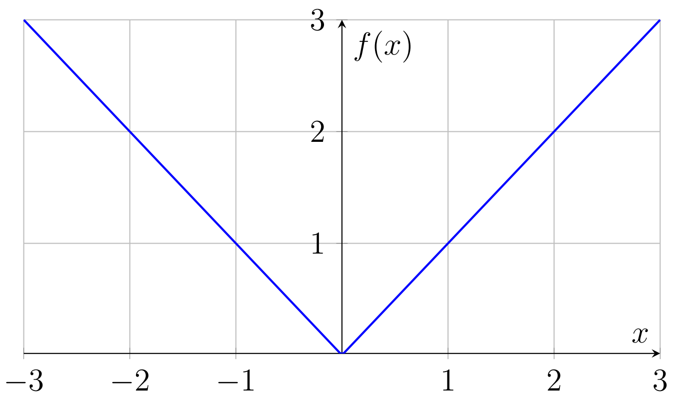
Apuntes y ejercicios

## 1. Apuntes básicos

Una función puede ser continua pero no derivable en ciertos puntos. Los casos más frecuentes son:

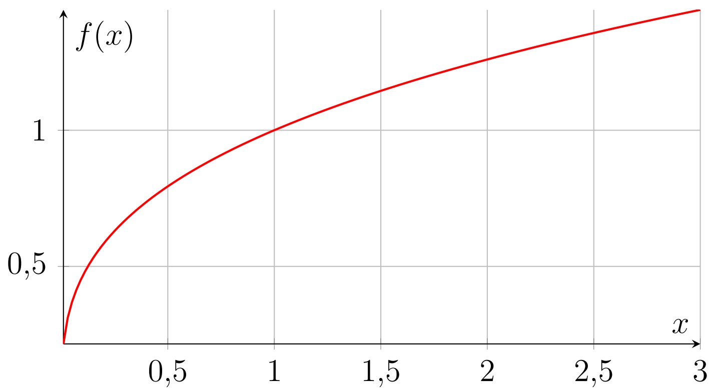
### 1.1. Puntos angulosos: ejemplo $f(x) = |x|$

- Cambio brusco de pendiente.
- La función es continua, pero no derivable en 0.




### 1.2. Pendiente infinita: ejemplo $f(x) = x^{1/3}$

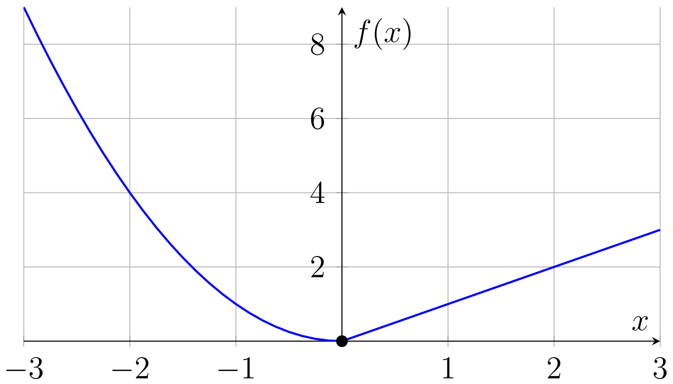
- La función es continua, pero su pendiente "explota" en 0.
- La derivada no existe como valor finito.



### 1.3. Funciones definidas a trozos

- Puede ser continua.
- Pero las pendientes de izquierda y derecha pueden diferir.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$$




### 1.4. Interpretación de la derivada

La derivada $f'(a)$ representa la **tasa instantánea de variación**. En contextos económicos y sociales indica:

- Si la magnitud crece ($f'(a) > 0$),
- Si decrece ($f'(a) < 0$),
- Cuán rápido cambia en ese instante.

## 2. Ejercicios

### Ejercicio 1

Estudia matemáticamente si existe la derivada en $x = 0$ de:

1. $f(x) = |x|$.
2. $f(x) = x^{1/3}$.
3. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$

### Ejercicio 2

En un estudio aparece: "En el mes 4, $f'(4) = -30$". Explica su significado en un contexto económico/social.

## 3. Problema aplicado (contexto real)

Una empresa gallega que gestiona una aplicación de transporte urbano estudia la evolución del número de usuarios activos mediante

$$U(t) = 1200 + 300t - 40t^2 + t^3,$$

donde $t$ representa los meses desde el lanzamiento y $U(t)$ el número de usuarios activos diarios.

1. Calcula $U(0)$ e interprétalo.
2. Obtén $U'(t)$ e interprétalo.
3. Calcula $U'(2)$ y $U'(5)$ e interprétalo.
4. Determina cuándo deja de crecer resolviendo $U'(t) = 0$.
5. Explica si es razonable que el modelo sea derivable en $t = 0$.