Álgebra

Calcular AB y BA, si es posible, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m \\ m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

se pide:

(a) Hallar los valores de m para los cuales la matriz A no tiene inversa.

(b) Encontrar la matriz X que verifique:

$$X\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$C = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -6 \\ 0 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

Determine X en la ecuación matricial $X \cdot A - 2B = C$.

Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1-2x & 0 \\ 2 & x+1 & 2 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2x \\ 0 \\ z \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Hallar x, y, z para que se cumpla $A^t(B+C) = D$

Sea $B = (0\ 1\ 0)$ y A una matriz cuadrada de orden 3. ¿Qué dimensión tendrá la matriz $B \cdot A$? Descríbela. ¿Es posible hacer $A \cdot B$?

Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que cumple la igualdad $A^3 - 4A^2 + 3A + I = 0$, donde I es la matriz identidad de orden 3. Demuestra que A tiene inversa y calcúlala en función de A.

a) Dada la matriz A, calcula el valor de $A^2 - A - 2I$, siendo I la matriz unidad de

orden 3.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Utilizando el apartado anterior, calcula A^{-1}.

a) Estudia para qué valores de λ existe la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Calcula A^{-1} para $\lambda = 0$.

Resuelve el siguiente sistema matricial:

$$3X - 2Y = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -4 \\ 5 & 9 & 0 \\ 15 & -4 & 4 \end{pmatrix};\ 2X + Y = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ -6 & 6 & 7 \\ 10 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Dada $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, determina las condiciones que debe cumplir una matriz X para que se verifique $AX = XA$.

b) Escribe una matriz que conmute con A.

En una acería se fabrican tres tipos de productos que llamaremos *A*, *B*, y *C*, que se obtienen a partir de chatarra, carbón mineral y ciertas aleaciones metálicas, según la tabla adjunta, que representa las unidades de cada material necesaria para fabricar una unidad de producto:

PRODUCTO / MATERIAL	*A*	*B*	*C*
CHATARRA	8	8	8
CARBÓN	6	6	4
ALEACIONES	2	1	3

Obtén una matriz que indique las cantidades de chatarra, carbón y aleaciones necesarias para la producción de 6 unidades de *A*, 4 de *B* y 3 de C.

EXERCICIO 1. Álxebra. Considere a ecuación matricial $X \cdot A + B = A \cdot B^t$, onde B^t denota a matriz trasposta de B, sendo A e B as matrices seguintes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcule, se é posible, a inversa da matriz A e o rango da matriz B.
b) Despexe a matriz X na ecuación matricial e, a continuación, calcule o seu valor.

1) Despexar a matriz X na ecuación $A^{-1}XB - 2CD = B^2$ e calculala sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$

EXERCICIO 1. Álxebra. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & 3 & k \end{pmatrix}$$

a) Calcule para que valor de k **non** existe a matriz inversa de A.
b) Xustifique cal e o rango de A se k = – 5. **c)** Calcule a matriz A^{-1} (inversa de A) para k=-2.

En una papelería van a vender carpetas, cuadernos y bolígrafos, agrupándolos en tres tipos de lotes:

— Lote A: 1 carpeta, 1 cuaderno y 1 bolígrafo.

— Lote B: 1 carpeta, 3 cuadernos y 3 bolígrafos.

— Lote C: 2 carpetas, 3 cuadernos y 4 bolígrafos.

Cada carpeta cuesta 6 euros, cada cuaderno 1,5 euros y cada bolígrafo 0,24 euros.

a) Escribe una matriz que describa el contenido (número de carpetas, cuadernos y bolígrafos) de cada lote.

b) Obtén matricialmente el precio tota de cada uno de los lotes A, B y C.

Expresa y resuelve en forma matricial el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} -x - y + 2z &= 4 \\ 2x + y - 2z &= -3 \\ x + y + z &= 2 \end{aligned}\right\}$$

Dadas las matrices calcula el determinante

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Resuelve el siguiente sistema homogéneo:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=0 \\ x+2y+3z=0 \\ 2x+3y+4z=0 \end{array}\right\}$$

Halla el rango de las matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a) **Calcula** el **rango** de las matrices A y $A + I$, siendo I la matriz identidad de orden 3.

b) **Despeja** y **calcula** X en la **ecuación matricial** $A \cdot X + X = B$.

Qué valor de a anula estes determinantes?:

a) $\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} a-1 & 1 & -1 \\ 0 & a-2 & 1 \\ a & 0 & 2 \end{vmatrix}$

Resuelve

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$