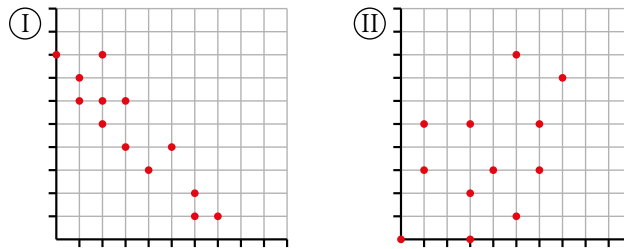


BLOQUE V: ESTADÍSTICA, COMBINATORIA Y PROBABILIDAD

AUTOEVALUACIÓN

Página 372

1 Observa la representación gráfica de estas dos distribuciones bidimensionales:



Asigna a cada una un coeficiente de correlación tomándolo de entre los siguientes valores:

0,11; -0,11; 0,46; -0,46;
0,92; -0,92; 1; -1

La correlación de I es fuerte y negativa. El único valor razonable de los que se muestran es $-0,92$ ($-0,46$ es demasiado débil y -1 solo sería si todos los puntos estuvieran alineados).

La correlación de II es positiva pero débil. Su valor es $0,46$.

2 Se quiere estudiar la relación que existe entre las siguientes variables:

x : la inversión, en millones de euros, por millón de habitantes para combatir la polución en una ciudad.

y : la cantidad de microgramos de corpúsculos por metro cúbico en el aire de esa ciudad.

Estos son los resultados en ocho grandes ciudades:

x	25	85	130	40	110	63	50	140
y	135	32	18	79	24	40	55	22

a) Representa la distribución con una nube de puntos.

b) Calcula los siguientes parámetros:

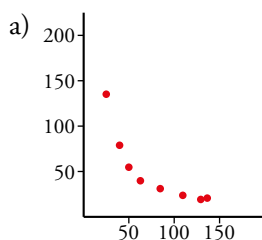
$$\bar{x} \quad \bar{y}$$

$$\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}$$

c) Halla la recta de regresión de Y sobre X .

d) En otra ciudad se van a invertir 100 millones de euros por cada millón de habitantes en medidas para acabar con la polución. ¿Qué nivel de polución cabe esperar que tenga? ¿Cómo de fiable es esta estimación?





$$b) \bar{x} = \frac{25 + 85 + 130 + 40 + 110 + 63 + 50 + 140}{8} = 80,38$$

$$\bar{y} = \frac{135 + 32 + 18 + 79 + 24 + 40 + 55 + 22}{8} = 50,63$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{64\,519}{8} - 80,38^2} = 40,06$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{31\,499}{8} - 50,63^2} = 37,07$$

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
25	135	625	18 225	3 375
85	32	7 225	1 024	2 720
130	18	16 900	324	2 340
40	79	1 600	6 241	3 160
110	24	12 100	576	2 640
63	40	3 969	1 600	2 520
50	55	2 500	3 025	2 750
140	22	19 600	484	3 080
643	405	64 519	31 499	22 585

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y} = \frac{22\,585}{8} - 80,38 \cdot 50,63 = -1\,246,51$$

$$c) y = 50,63 - \frac{1\,246,51}{40,06^2} (x - 80,38) = 50,63 - 0,78(x - 80,38) = 113,326 - 0,78x$$

d) Usamos la recta de regresión para estimar el valor de cuando $x = 100$:

Veamos el coeficiente de correlación para ver si la estimación es buena:

$$\hat{y}(100) = 35,39$$

Veamos el coeficiente de correlación para ver si la estimación es buena:

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = -0,84$$

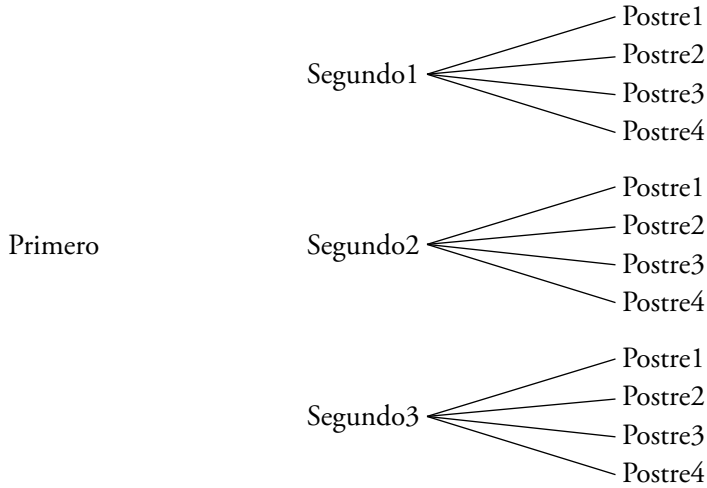
Como el valor de $x = 100$ está dentro del rango de valores estudiados, y el coeficiente de correlación es próximo a -1 , podemos decir que la estimación es fiable.

3 Para confeccionar el menú del día, en un restaurante ofrecen 5 primeros platos, 3 segundos platos y 4 postres.

a) ¿Cuántos menús distintos puede haber?

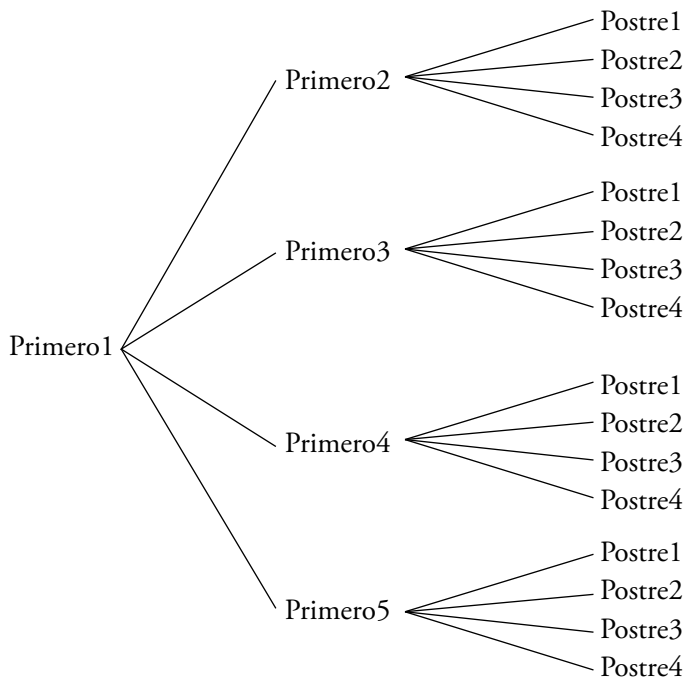
b) ¿En cuántos menús aumenta la oferta si además se pueden pedir dos primeros platos diferentes y postre o también dos segundos platos diferentes sin postre?

a)



Por tanto, por cada primer plato hay 12 opciones, es decir, para los 5 primeros platos hay un total de $5 \cdot 12 = 60$ menús distintos.

b) • Dos primeros platos diferentes y postre:



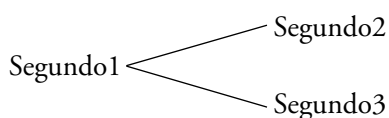
Para el Primero2 se repite el gráfico anterior, pero sin el Primero1: 12 posibilidades

Para el Primero3: 8 posibilidades

Para el Primero4: 4 posibilidades

En total: 40 posibilidades.

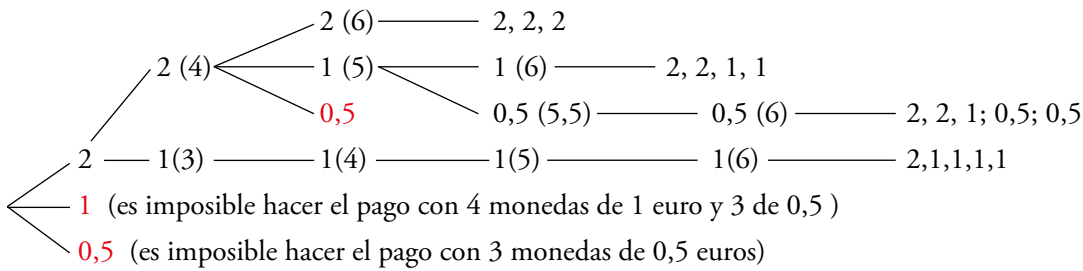
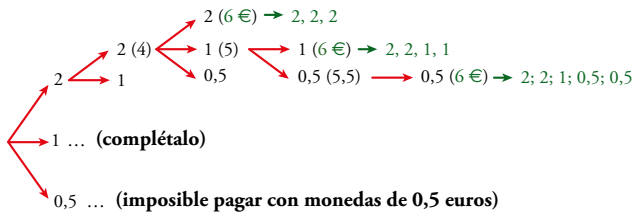
• Dos segundos diferentes sin postre:



Para Segundo1 hay dos posibilidades y solo queda una más: Segundo2-Segundo3.

Es decir, la oferta aumenta en $40 + 3 = 43$ platos.

- 4** Tenemos que pagar una gorra de 6 € y disponemos de las siguientes monedas: 4 monedas de 2 €, 4 de 1 € y 3 de 0,50 €. ¿De cuántas formas podemos hacer el pago? Completa un diagrama en árbol como el siguiente:



Hay 4 maneras de completar el pago.

- 5** Para formar un equipo de baloncesto, la entrenadora dispone de 9 jugadores.

a) ¿De cuántas formas puede formar el quinteto inicial?

b) Y si hay tres que han de estar indiscutiblemente, ¿cuántas posibilidades quedan?

- a) Se trata de calcular las combinaciones sin repetición (no importa el orden en el que se escojan los jugadores) de 9 elementos seleccionados de 5 en 5.

$$C_{9,5} = \frac{9!}{4! \cdot 5!} = 126$$

Se puede formar el quinteto inicial de 126 formas distintas.

- b) Si hay tres que son fijos, para escoger los dos restantes hay que escogerlos de entre los 6 jugadores que no son fijos:

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$$

En este caso hay 15 posibilidades.

- 6** En una carrera participan 8 corredoras.

a) Si es una final, ¿de cuántas formas se pueden repartir las tres medallas?

b) Y si es una prueba clasificatoria, ¿de cuántas formas se pueden seleccionar las tres corredoras que pasan a la siguiente ronda?

- a) Al tratarse de una final, el orden importa, por tanto:

$$V_{8,3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

Se pueden repartir las medallas de 336 formas.

- b) En este caso, no importa el orden, porque solo hay que tener en cuenta si una corredora se ha clasificado o no:

$$C_{8,3} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56$$

Hay 56 posibilidades.

7 a) ¿De cuántas formas se pueden sentar 6 personas en un banco corrido?

b) ¿Y alrededor de una mesa redonda?

a) En un banco corrido se pueden sentar de $P_6 = 6! = 720$ formas.

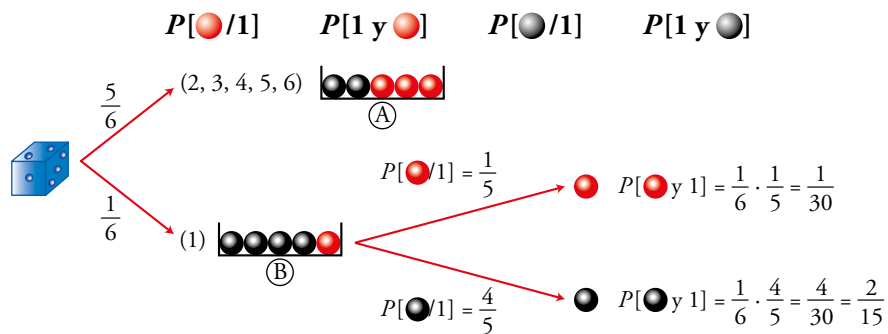
b) Alrededor de una mesa redonda se pueden sentar de $P_5 = 5! = 120$ formas.

8 Disponemos de un dado y de dos urnas con bolas:



Lanzamos el dado; si sale 1, sacamos bola de B y si sale otra puntuación, la sacamos de A.

Calcula:



Las probabilidades $P[\text{red}/1]$ y $P[\text{black}/1]$ son, ambas, suponiendo que sale un 1. Por tanto, se calculan en la urna B:

- $P[\text{red}/1]$ es la probabilidad de obtener rojo en la urna B, $1/5$.
- Análogamente, $P[\text{black}/1]$, $4/5$.

La probabilidad $P[1 \text{ y red}]$ exige las dos cosas: que salga 1 y que se obtenga bola roja. Es una probabilidad compuesta:

$$P[1 \text{ y red}] = P[1] \cdot P[\text{red}/1] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

$$\text{Análogamente, } P[1 \text{ y black}] = P[1] \cdot P[\text{black}/1] = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

9 Extraemos tres cartas de una baraja española (40 naipes). Calcula la probabilidad de:

a) Obtener algún as y alguna figura (FIGURA: SOTA, CABALLO y REY).

b) Extraer algún oro.

c) No obtener ni figuras ni espadas.

a) $P[\text{ninguna FIGURA}] = 0,7^3 = 0,343$

b) $P[\text{alguna FIGURA}] = 1 - P[\text{ninguna FIGURA}] = 1 - 0,343 = 0,657$

c) $P[\text{algún ORO}] = 1 - P[\text{ningún ORO}] = 1 - 0,75^3 = 0,578$

d) Como hay 21 cartas que no son ni figuras ni espadas:

$$P[\text{ni FIGURAS ni ESPADAS}] = \left(\frac{21}{40}\right)^3 = 0,1447$$

10 Calcula el valor de m en cada una de las siguientes igualdades:

a) $\binom{m}{1} + \binom{m}{2} = 28$ b) $\frac{(m+2)!}{m!} = 90$

a) $\binom{m}{1} + \binom{m}{2} = 28 \rightarrow \frac{m!}{(m-1)!} + \frac{m!}{2(m-2)!} = 28 \rightarrow m + \frac{m(m-1)}{2} = 28 \rightarrow$

$\rightarrow 2m + m(m-1) = 56 \rightarrow m^2 + m - 56 = 0 \rightarrow m = -8$ (la solución no es válida), $m = 7$

b) $\frac{(m+2)!}{m!} = 90 \rightarrow (m+2)(m+1) = 90 \rightarrow m^2 + 3m - 88 = 0 \rightarrow m = -11$ (no válida), $m = 8$