Factorización de polinomios

Polinomios de 2º grado

Dados los siguientes polinomios cuadráticos se pide:

i) Obtener sus raíces y comprobarlas.

ii) A partir de las raíces anteriores, factorizarlos.

iii) Comprobar dicha factorización.

a) x^2-5x+6 **b)** x^2-2x-8 **c)** x^2-6x+9 **d)** $4x^2+23x--6$ **e)** x^2+x+1 **f)** $6x^2-7x+2$

Regla de Ruffini:

Efectuar las siguientes divisiones mediante la **regla de Ruffini**, indicando claramente el cociente C(x) y el resto R(x), y comprobar el resultado:

1. $x^4-7x^3+8x^2-2 \,\underline{|\,x-1}$ *(Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)*
2. $x^3-4x^2+5x-8 \,\underline{|\,x-2}$ *(Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)*
3. $2x^4+3x^3-4x^2+x-18 \,\underline{|\,x-2}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3+7x^2+10x+21$; $R=24$)*
4. $2x^5+3x^2-6 \,\underline{|\,x+3}$ *(Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R=-465$)*
5. $3x^4-10x^3-x^2-20x+5 \,\underline{|\,x-4}$ *(Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2+7x+8$; $R=37$)*
6. $2x^4-10x+8 \,\underline{|\,x+2}$ *(Soluc: $C(x)=2x^3-4x^2+8x-26$; $R=60$)*

Teorema del resto:

RECORDAR:

TEOREMA DEL RESTO: "El resto de la división de P(x) por x–a coincide con el valor numérico P(a)"

Ejemplo: Al efectuar la división de $P(x)=x^2+x-2$ entre $x-1$ se obtiene resto cero, como cabía esperar, puesto que $P(1)=0$

Utilidad: El th. del resto permite predecir, **sin necesidad de efectuar la división**, si se trata de una división exacta.

Dado $P(x)=2x^2-x-3$, comprobar si es divisible por $x+1$ o por $x-2$ mediante el teorema del resto. Comprobar a continuación efectuando la división ¿Cuál es el otro factor por el que es divisible? *(Soluc: SÍ; NO; 2x–3)*

Determinar, aplicando el teorema del resto, el valor de **a** para que el resto de la división $x^5+3x^4+ax^3+9x^2+2x-7 \,\underline{|\,x-3}$ sea –1; comprobar, a continuación, el resultado obtenido haciendo la división. *(Soluc: a=–3)*

Averiguar, sin efectuar la división, cuáles de las siguientes divisiones son exactas:

a) $x^3-3x^2+2x-10 \,\underline{|\,x-4}$ *(Soluc: NO)*

b) $x^3-x^2+x+14 \,\underline{|\,x+2}$ *(Soluc: SÍ)*

c) $x^6-1 \,\underline{|\,x-1}$ *(Soluc: SÍ)*

d) $x^5-3x^3+2x \,\underline{|\,x-4}$ *(Soluc: NO)*

Teorema del factor:

RECORDAR:

TEOREMA DEL FACTOR: "P(x) es divisible por x−a (o dicho de otra forma, P(x) contiene el factor x−a) si se cumple que P(a)=0"

Ejemplo: Dado $P(x)=x^2+x-2$, como $P(1)=0$, podemos asegurar que P(x) es divisible por x−1

De hecho, puede comprobarse que al factorizarlo se obtiene $x^2+x-2=(x-1)(x+2)$

Dados los siguientes polinomios se pide: **i)** Obtener sus raíces por Ruffini. **ii)** Comprobar dichas raíces sustituyéndolas en P(x) **iii)** Factorizar P(x) a partir de sus raíces y comprobar dicha factorización:

a) $P(x)=x^3-4x^2+x+6$ *(Soluc: x=-1,2,3)*

b) $P(x)=x^3+x^2-5x+3$ *(Soluc: x=1doble,−3)*

c) $P(x)=x^4-8x^3+17x^2+2x-24$ *(Soluc: x=−1,2,3,4)*

d) $P(x)=x^4-2x^2+1$ *(Soluc: x=−1doble,1doble)*

e) $P(x)=6x^4+x^3-25x^2-4x+4$ *(Soluc: x=±2,−1/2,1/3)*