



BIBLIOTECA DEL PROFESORADO

Matemáticas

SERIE **RESUELVE**

SOLUCIONARIO

El Solucionario de Matemáticas, del proyecto Saber hacer, para 2.º curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:

Virgilio Nieto Barrera
Lorena Saavedra López
Laura Sánchez Fernández

EDICIÓN

Ana de la Cruz Fayos
Silvia Marín García
Virgilio Nieto Barrera
Laura Sánchez Fernández

EDITOR EJECUTIVO

Carlos Pérez Saavedra

DIRECCIÓN DEL PROYECTO

Domingo Sánchez Figueroa

Presentación

El nombre de la serie, **Saber Hacer**, responde al planteamiento de presentar un proyecto de Matemáticas centrado en la adquisición de los contenidos y procedimientos necesarios para que los alumnos puedan desenvolverse en la vida real. El saber matemático, dentro de esta etapa de la enseñanza, debe garantizar no solo la interpretación y la descripción de la realidad, sino también la actuación sobre ella.

En este sentido, y considerando las Matemáticas a estos niveles como una materia esencialmente procedimental, recogemos en este material la **resolución de todos los ejercicios y problemas** formulados en el libro del alumno.

Pretendemos que esta resolución no sea solo un instrumento sino que pueda entenderse como una propuesta didáctica para enfocar la adquisición de los distintos conceptos y procedimientos que se presentan en el libro del alumno.

Índice

Unidad 1: Números enteros	5-32
Unidad 2: Fracciones	33-58
Unidad 3: Potencias y raíz cuadrada	59-78
Unidad 4: Números decimales	79-94
Unidad 5: Expresiones algebraicas	95-112
Unidad 6: Ecuaciones de primer y segundo grado	113-138
Unidad 7: Sistemas de ecuaciones	139-160
Unidad 8: Proporcionalidad numérica	161-194
Unidad 9: Proporcionalidad geométrica	195-216
Unidad 10: Figuras planas. Áreas	217-242
Unidad 11: Cuerpos geométricos. Áreas	243-266
Unidad 12: Volumen de cuerpos geométricos	267-286
Unidad 13: Funciones	287-308
Unidad 14: Estadística y probabilidad	309-327

Números enteros

1

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 6

a) -3 b) $+50$ c) -500 d) $+8$ e) -50 f) $+400$

2. Página 6

- a) $82 - 14 : 2 \cdot 3 + 12 : 3 = 82 - 7 \cdot 3 + 4 = 82 - 21 + 4 = 65$
b) $18 : 3 \cdot 5 - 24 : 6 : 2 + 25 = 6 \cdot 5 - 4 : 2 + 25 = 30 - 2 + 25 = 53$
c) $7 \cdot 6 : 21 + 25 : 5 + 16 \cdot 2 : 8 = 42 : 21 + 5 + 32 : 8 = 2 + 5 + 4 = 11$
d) $55 : 5 - (9 : 3) \cdot 3 + 17 = 11 - 3 \cdot 3 + 17 = 11 - 9 + 17 = 19$

VIDA COTIDIANA

EL ASCENSOR. Página 7

Hemos subido 3 plantas hasta la planta baja y otras 5 hasta nuestra casa: $3 + 5 = 8 \rightarrow$ Hemos subido 8 plantas.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 9

Es mayor el valor absoluto del opuesto de un número porque siempre es positivo. En cambio, el opuesto de su valor absoluto siempre es negativo.

RETO 2. Página 12

El cociente de dos números negativos es siempre positivo y, por ello, mayor que los números dados.
Respuesta abierta. Por ejemplo: El cociente entre -9 y -3 es 3, que es mayor que ambos.

RETO 3. Página 14

El menor múltiplo de un número es el mismo número.
Su menor divisor es 1.
El mayor divisor de un número es el propio número.

RETO 4. Página 16

111 111 111 111 111 111 111 111 111 111

RETO 5. Página 18

El máximo común divisor de dos números primos es 1 y su mínimo común múltiplo es el producto de ambos.
Por ejemplo: El m.c.d. de 3 y 5 es 1 y el m.c.m. de 3 y 5 es 15.

ACTIVIDADES

1. Página 8



2. Página 8

a) $-9 \rightarrow |-9| = 9$

c) $+9 \rightarrow |+9| = 9$

b) $+6 \rightarrow |+6| = 6$

d) $-4 \rightarrow |-4| = 4$

3. Página 8

39 números.

4. Página 8

Sus valores absolutos son iguales.

5. Página 9

Op $(-6) = +6$

Op $(-8) = +8$

Op $(-11) = +11$

Op $(-4) = +4$

Op $(+5) = -5$

Op $(+9) = -9$

Op $(+12) = -12$

6. Página 9

a) $-3 < +6$

d) $-6 < 0$

b) $\left. \begin{array}{l} |-8| = 8 \\ |-2| = 2 \end{array} \right\} 8 > 2 \rightarrow -8 < -2$

e) $\left. \begin{array}{l} |+7| = 7 \\ |+8| = 8 \end{array} \right\} 7 < 8 \rightarrow +7 < +8$

c) $0 < +5$

f) $\left. \begin{array}{l} |-11| = 11 \\ |-9| = 9 \end{array} \right\} 11 > 9 \rightarrow -11 < -9$

7. Página 9

$$-10 < -8 < -7 < -2 < 0 < +3 < +4 < +5$$

8. Página 9

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$-9 \rightarrow \text{Op}(-9) = 9 \text{ y } \text{Op}(\text{Op}(-9)) = -9$$

El opuesto del opuesto de un número es el propio número. Siempre ocurre lo mismo para cualquier número.

9. Página 10

a) $(-3) + (-7) = -10$

c) $(-3) - (-7) = (-3) + \text{Op}(-7) = (-3) + (+7) = +4$

b) $(+8) + (-4) = +4$

d) $(+8) - (-4) = (+8) + \text{Op}(-4) = (+8) + (+4) = +12$

10. Página 10

- a) $(+3) + (-2) - (-5) - (+2)$ En forma abreviada: $3 - 2 + 5 - 2 = 4$
 b) $(-1) - (-4) + (+6) - (+2)$ En forma abreviada: $-1 + 4 + 6 - 2 = 7$

11. Página 10

- a) $7 - 2 + 4 - 5 - 1 = 3$ c) $-4 - 1 - 5 + 7 + 4 = 1$
 b) $-3 + 2 - 1 - 6 - 2 = -10$ d) $6 + 2 - 3 + 4 - 5 = 4$

12. Página 10

- a) $(+3) + \square = -9 \rightarrow$ Tiene que ser un número tres unidades más negativo que el resultado. $\rightarrow \square = -12$
 b) $(-5) - \square = +1 \rightarrow$ Tiene que ser un número una unidad más negativo que el primero dado. $\rightarrow \square = -6$
 c) $\square + (-1) = +1 \rightarrow$ Tiene que ser un número una unidad mayor que el resultado. $\rightarrow \square = 2$
 d) $\square - (-2) = +4 \rightarrow$ Tiene que ser un número dos menor menos que el resultado. $\rightarrow \square = 2$

13. Página 11

- a) $(-2) - (-7) - (+4) - (-3) + (+2) = -2 + 7 - 4 + 3 + 2 = 6$
 Suma de positivos: $7 + 3 + 2 = 12$ Suma de negativos: $2 + 4 = 6$ Resultado: $12 - 6 = 6$
 b) $(+5) - (+4) - (+2) + (-1) + (-3) = 5 - 4 - 2 - 1 - 3 = -5$
 Suma de positivos: 5 Suma de negativos: $4 + 2 + 1 + 3 = 10$ Resultado: $5 - 10 = -5$
 c) $(-1) - (-1) - (+1) + (-1) - (-1) = -1 + 1 - 1 - 1 + 1 = -1$
 Suma de positivos: $1 + 1 = 2$ Suma de negativos: $1 + 1 + 1 = 3$ Resultado: $2 - 3 = -1$
 d) $(+4) - (+2) - (-5) + (-1) - (-2) = 4 - 2 + 5 - 1 + 2 = 8$
 Suma de positivos: $4 + 5 + 2 = 11$ Suma de negativos: $2 + 1 = 3$ Resultado: $11 - 3 = 8$
 e) $(-5) - (+3) + (-1) + (+2) - (-5) = -5 - 3 - 1 + 2 + 5 = -2$
 Suma de positivos: $2 + 5 = 7$ Suma de negativos: $5 + 3 + 1 = 9$ Resultado: $7 - 9 = -2$
 f) $(+1) - (+2) + (+3) - (+7) - (-8) = 1 - 2 + 3 - 7 + 8 = 3$
 Suma de positivos: $1 + 3 + 8 = 12$ Suma de negativos: $2 + 7 = 9$ Resultado: $12 - 9 = 3$

14. Página 11

- a) $3 - 6 - 7 + 2 - 4 - 5 + 1 = -16$ d) $-8 - 1 - 2 + 4 - 1 + 3 - 7 = -12$
 b) $-2 - 2 - 4 + 6 + 3 + 5 = 6$ e) $2 + 3 - 1 + 4 - 6 - 7 + 5 = 0$
 c) $6 - 1 - 2 - 4 + 5 + 2 = 6$

15. Página 11

- a) $(4 - 1) - (2 - 3) = 4 - 1 - 2 + 3 = 4$
 b) $(8 + 2) + (3 - 5) = 8 + 2 + 3 - 5 = 8$
 c) $(-8 + 10) - (10 - 8) = -8 + 10 - 10 + 8 = 0$
 d) $(-4 - 5) - (7 + 2) = -4 - 5 - 7 - 2 = -18$
 e) $(9 - 3) + (5 - 9) = 9 - 3 + 5 - 9 = 2$

16. Página 11

- a) $-9 + (3 - 2 - 1) + 7 = -9 + 3 - 2 - 1 + 7 = -2$
- b) $4 + (6 - 3) - (2 - 1) = 4 + 6 - 3 - 2 + 1 = 6$
- c) $-7 - (4 - 6) - (1 + 5) = -7 - 4 + 6 - 1 - 5 = -11$
- d) $5 - (4 + 2 + 3) - 6 = 5 - 4 - 2 - 3 - 6 = -10$
- e) $-3 - (-1 - 2 - 3) + (5 - 1) = -3 + 1 + 2 + 3 + 5 - 1 = 7$

17. Página 11

- a) $-8 - (-3 - 2 + 1 - 4) + 5 = -8 + 3 + 2 - 1 + 4 + 5 = 5$
- b) $2 + (1 + 5 - 6 - 3) - 8 = 2 + 1 + 5 - 6 - 3 - 8 = -9$
- c) $-1 - (-2 - 3 + 4) - (1 - 5) = -1 + 2 + 3 - 4 - 1 + 5 = 4$
- d) $-(2 - 1) + (-4 + 2) - 11 = -2 + 1 - 4 + 2 - 11 = -14$
- e) $9 - (2 - 5) + (3 - 1 - 2) - 4 - 7 = 9 - 2 + 5 + 3 - 1 - 2 - 4 - 7 = 1$
- f) $-4 + (-1 + 6) - (-2 + 1 - 3 + 5) + 6 = -4 - 1 + 6 + 2 - 1 + 3 - 5 + 6 = 6$

18. Página 11

- a) $-1 - (-2 - \square) = 4 = -5 + \square \rightarrow -1 - (-2 - 3) = 4 = -5 + 9$
- b) $(1 + \square - 3) - 1 = -1 = 6 - \square \rightarrow (1 + 2 - 3) - 1 = -1 = 6 - 7$
- c) $3 - (\square - 1) = -3 = \square + 4 \rightarrow 3 - (7 - 1) = -3 = -7 + 4$
- d) $(5 - \square + 1) - 2 = -4 = \square + 2 \rightarrow (5 - 8 + 1) - 2 = -4 = -6 + 2$
- e) $9 + (2 - \square - 3) = 13 = -7 - \square \rightarrow 9 + (2 - (-5) - 3) = 13 = -7 - (-20)$

19. Página 12

- a) $(-7) \cdot (-4) = +28$
- c) $(+8) \cdot (+9) = +72$
- b) $(-6) \cdot (+10) = -60$
- d) $(+4) \cdot (+5) = +20$

20. Página 12

- a) $(-63) : (+9) = -7$
- c) $(-14) : (-2) = 7$
- b) $(-24) : (-3) = 8$
- d) $(+35) : (-5) = -7$

21. Página 12

- a) $\square \cdot (-7) = +21 \rightarrow \square = -3$
- b) $(+5) \cdot \square = -35 \rightarrow \square = -7$
- c) $\square \cdot (+9) = 0 \rightarrow \square = 0$
- d) $(+24) : \square = +4 \rightarrow \square = +6$
- e) $\square : (-7) = +7 \rightarrow \square = -49$
- f) $(-10) : \square = -10 \rightarrow \square = +1$

22. Página 12

Un tercio de 99 es 33, que es impar, por lo que el resultado será negativo.

23. Página 13

- a) $(-2) \cdot (-7) : (+14) = (+14) : (+14) = 1$
 b) $(+12) : (-2) \cdot (+3) = (-6) \cdot (+3) = -18$
 c) $(-15) : (-3) : (-5) = (+5) : (-5) = -1$
 d) $(+4) \cdot (+2) - (-5) : (+5) = (+8) - (-1) = 9$
 e) $(-8) : (+4) - (+16) : (-2) = (-2) - (-8) = 6$
 f) $6 - (+10) : (-2) + (+9) \cdot (-1) = 6 - (-5) + (-9) = 2$

24. Página 13

- a) $(-12) : (+6) - 1 = 3 - \square \rightarrow \square = 6$
 b) $(+10) \cdot [(+2) : (-2)] = 5 + \square \rightarrow \square = -15$
 c) $6 - (-8) : (+2) = \square - 4 \rightarrow \square = 14$
 d) $(+5) \cdot (+3) + 2 = \square + 3 \rightarrow \square = 14$

25. Página 13

- a) $9 - (+8) : (-4) - 2 + (+3) \cdot (+2) = 9 - (-2) - 2 + 6 = 9 + 2 - 2 + 6 = 15$
 b) $[9 - (+8) : (-4)] : (+11) - (+6) : (-3) = [9 - (-2)] : (+11) - (-2) = (9 + 2) : (+11) + 2 = 11 : 11 + 2 = 1 + 2 = 3$
 c) $-5 - [4 - 1 + 3] : (+2) - (10 - 8) = -5 - (+6) : (+2) - 10 + 8 = -5 - 3 - 10 + 8 = -10$
 d) $-6 : (3 - 2 - 2) - (1 - 2 + 3) = -6 : (-1) - 2 = 6 - 2 = 4$
 e) $4 \cdot [3 - 2 \cdot (-5)] - 12 : 3 + 6 : 2 = 4 \cdot (3 + 10) - 4 + 3 = 4 \cdot 13 - 1 = 52 - 1 = 51$
 f) $5 \cdot (-2) - [10 + 2 \cdot (-4)] : 2 - (-12) : 6 = -10 - (10 - 8) : 2 - (-2) = -10 - 2 : 2 + 2 = -10 - 1 + 2 = -9$

26. Página 13

- a) $-9 + (8 - 2 - 1) : (-5) = 10 \rightarrow$ Mal, porque $-9 + 5 : (-5) = -9 - 1 = -10$
 b) $4 - (-6 - 3) : (-2 - 1) = 1 \rightarrow$ Bien, porque $4 - (-9) : (-3) = 4 - 3 = 1$
 c) $(-7 - 1) : 4 - (6 + 2) : (-2) = -6 \rightarrow$ Mal, porque $(-8) : 4 - 8 : (-2) = -2 - (-4) = -2 + 4 = 2$
 d) $(-5 - 1 + 2 + 8) : (-2 - 1 - 1) = -1 \rightarrow$ Bien, porque $4 : (-4) = -1$
 e) $-3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - (5 - 6 + 2) = 13 \rightarrow$ Mal, porque $-6 - 6 - 1 = -13$

27. Página 13

- a) $-8 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 1 = -8 - 8 + 6 - 1 = -11$
 b) $4 - (6 - 2 + 3) \cdot 5 = 4 - 7 \cdot 5 = 4 - 35 = -31$
 c) $5 + 6 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 + 2 = 5 - 12 - 6 + 2 = -11$
 d) $(12 - 14 + 6) \cdot (-7) + 2 = 4 \cdot (-7) + 2 = -28 + 2 = -26$
 e) $2 \cdot (5 - 1 - 7) : 6 - 4 = 2 \cdot (-3) : 6 - 4 = -6 : 6 - 4 = -1 - 4 = -5$
 f) $-9 : (6 + 2 - 1 - 4) - 8 = -9 : 3 - 8 = -3 - 8 = -11$

28. Página 13

- a) $-1 - 2 \cdot 3 + 4 = -11 \rightarrow -1 - (2 \cdot 3 + 4) = -11$
b) $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 3 \rightarrow (4 + 5 - 6) \cdot 2 - 3 = 3$
c) $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 15 \rightarrow 4 + 5 - 6 \cdot (2 - 3) = 9 - 6 \cdot (-1) = 9 + 6 = 15$
d) $8 - 3 + 2 + 4 \cdot 6 = 31 \rightarrow$ No es necesario poner paréntesis.

29. Página 14

- a) $\dot{4} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ d) $\dot{10} = \{10, 20, 30, 40, 50\}$
b) $\dot{8} = \{8, 16, 24, 32, 40\}$ e) $\dot{13} = \{13, 26, 39, 52, 65\}$
c) $\dot{19} = \{19, 38, 57, 76, 95\}$

30. Página 14

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) De 2 y 3, el 6 c) De 2 y 16, el 32 e) De 2, 3, 4 y 6, el 24
b) De 3 y 5, el 15 d) De 2, 3 y 5, el 30 f) De 2, 3, 5, y 7, el 210

31. Página 14

- a) $\dot{\square} = \{3, 6, \square, 12, \dots\} \rightarrow \dot{3} = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
b) $\text{Div}(\square) = \{\square, 7\} \rightarrow \text{Div}(7) = \{1, 7\}$
c) $\text{Div}(\square) = \{1, 2, 4, 8\} \rightarrow \text{Div}(8) = \{1, 2, 4, 8\}$

32. Página 14

No. El número de múltiplos de un número es infinito, por tanto, también es infinito el número de múltiplos comunes de dos números.

33. Página 15

- a) $\text{Div}(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \rightarrow$ No es un número primo.
b) $\text{Div}(31) = \{1, 31\} \rightarrow$ Es un número primo.
c) $\text{Div}(32) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\} \rightarrow$ No es un número primo.
d) $\text{Div}(80) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80\} \rightarrow$ No es un número primo.
e) $\text{Div}(79) = \{1, 79\} \rightarrow$ Es un número primo.
f) $\text{Div}(37) = \{1, 37\} \rightarrow$ Es un número primo.
g) $\text{Div}(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\} \rightarrow$ No es un número primo.
h) $\text{Div}(41) = \{1, 41\} \rightarrow$ Es un número primo.
i) $\text{Div}(96) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96\} \rightarrow$ No es un número primo.

34. Página 15

- a) $\text{Div}(199) = \{1, 199\} \rightarrow$ Es un número primo.
- b) $\text{Div}(424) = \{1, 2, 4, 8, 53, 106, 212, 424\} \rightarrow$ No es un número primo.
- c) $\text{Div}(582) = \{1, 2, 3, 6, 97, 194, 291, 582\} \rightarrow$ No es un número primo.
- d) $\text{Div}(603) = \{1, 3, 9, 67, 201, 603\} \rightarrow$ No es un número primo.
- e) $\text{Div}(856) = \{1, 2, 4, 8, 107, 214, 428, 856\} \rightarrow$ No es un número primo.
- f) $\text{Div}(1021) = \{1, 1021\} \rightarrow$ Es un número primo.

35. Página 15

- a) $\{1, \square, \square, 8\} \rightarrow \text{Div}(8) = \{1, 2, 4, 8\}$
- b) $\{1, 5, \square\} \rightarrow \text{Div}(25) = \{1, 5, 25\}$
- c) $\{1, 2, 3, 5, \square, 10, 15, \square\} \rightarrow \text{Div}(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
- d) $\{\square, 2, 4, \square, 8, 10, \square, 40\} \rightarrow \text{Div}(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

36. Página 15

$$\text{Div}(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$\text{Div}(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

Aparecen en las dos listas los números $\{1, 2, 3, 6\}$. El mayor de sus divisores comunes es el 6.

37. Página 15

a) 24 y 49

$$\text{Div}(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \quad \text{Div}(49) = \{1, 7, 49\}$$

El único divisor común de 24 y 49 es el 1.

b) 48 y 95

$$\text{Div}(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\} \quad \text{Div}(95) = \{1, 5, 19, 95\}$$

El único divisor común de 48 y 95 es el 1.

c) 33 y 102

$$\text{Div}(33) = \{1, 3, 11, 33\} \quad \text{Div}(102) = \{1, 2, 3, 6, 17, 34, 51, 102\}$$

Los divisores comunes de 33 y 102 son el 1 y el 3.

38. Página 15

- a) Falso: puede ser igual que él. Por ejemplo, 3 es múltiplo de 3.
- b) Verdadero: su doble dividido por él es 2 y su triple, 3.
- c) Verdadero: es el 1.
- d) Falso: por ejemplo, el número 9 es impar y no es primo.
- e) Verdadero: cualquier número par es divisible por 2.

39. Página 15

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Puede tener 4 lápices: hace un grupo de 3 y le sobra 1.

Puede tener 7 lápices: hace dos grupos de 3 y le sobra 1.

Puede tener 10 lápices: hace tres grupos de 3 y le sobra 1.

Puede tener 13 lápices: hace cuatro grupos de 3 y le sobra 1.

Puede tener 16 lápices: hace cinco grupos de 3 y le sobra 1.

40. Página 15

$\text{Div}(60) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

a) Puede poner 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 o 60 DVD en cada caja.

b) Obtendrá, respectivamente, 60, 30, 20, 15, 12, 10, 6, 5, 4, 3, 2 o 1 caja.

41. Página 16

a) 72

Es divisible por 2, porque acaba en cifra par.

Es divisible por 3, porque $7 + 2 = 9$, que es múltiplo de 3.

No es divisible por 5, porque su última cifra no es 0 ni 5.

Es divisible por 9, porque la suma de sus cifras es 9, que es múltiplo de 9.

No es divisible por 10, porque su última cifra no es 0.

No es divisible por 11, porque $7 - 2$ no es ni cero ni múltiplo de 11.

b) 147

No es divisible por 2, porque acaba en cifra impar.

Es divisible por 3, porque $1 + 4 + 7 = 12$, que es múltiplo de 3.

No es divisible por 5, porque su última cifra no es 0 ni 5.

No es divisible por 9, porque la suma de sus cifras es 12, que no es múltiplo de 9.

No es divisible por 10, porque su última cifra no es 0.

No es divisible por 11, porque $4 - (1 + 7)$ no es ni cero ni múltiplo de 11.

c) 282

Es divisible por 2, porque acaba en cifra par.

Es divisible por 3, porque $2 + 8 + 2 = 12$, que es múltiplo de 3.

No es divisible por 5, porque su última cifra no es 0 ni 5.

No es divisible por 9, porque la suma de sus cifras es 12, que no es múltiplo de 9.

No es divisible por 10, porque su última cifra no es 0.

No es divisible por 11, porque $8 - (2 + 2)$ no es ni cero ni múltiplo de 11.

d) 331

No es divisible por 2, porque acaba en cifra impar.

No es divisible por 3, porque $3 + 3 + 1 = 7$, que no es múltiplo de 3.

No es divisible por 5, porque su última cifra no es 0 ni 5.

No es divisible por 9, porque la suma de sus cifras es 7, que no es múltiplo de 9.

No es divisible por 10, porque su última cifra no es 0.

No es divisible por 11, porque $3 - (3 + 1)$ no es ni cero ni múltiplo de 11.

e) 370

Es divisible por 2, porque acaba en cero.

No es divisible por 3, porque $3 + 7 + 0 = 10$, que no es múltiplo de 3.

Es divisible por 5, porque su última cifra es 0.

No es divisible por 9, porque la suma de sus cifras es 10, que no es múltiplo de 9.

Es divisible por 10, porque su última cifra es 0.

No es divisible por 11, porque $7 - (3 + 0)$ no es ni cero ni múltiplo de 11.

f) 267

No es divisible por 2, porque acaba en cifra impar.

Es divisible por 3, porque $2 + 6 + 7 = 15$, que es múltiplo de 3.

No es divisible por 5, porque su última cifra no es 0 ni 5.

No es divisible por 9, porque la suma de sus cifras es 15, que no es múltiplo de 9.

No es divisible por 10, porque su última cifra no es 0.

No es divisible por 11, porque $6 - (2 + 7)$ no es ni cero ni múltiplo de 11.

42. Página 16

a) $2 \cdot 4 \cdot 5 \rightarrow$ Es incorrecta. El número 4 no es un número primo.

b) $2^3 \cdot 5 \cdot 7 \rightarrow$ Es correcta.

c) $5^2 \cdot 7^3 + 11 \rightarrow$ Es incorrecta. Solo deben aparecer productos de números primos.

43. Página 16

El número $5a7b$ debe ser par y además $(5 + 7) - (a + b)$ tiene que ser 0 o múltiplo de 11.

Lo cumplen 5 170, 5 874, 5 676, 5 478.

44. Página 17

a) $15 = 3 \cdot 5$

e) $55 = 5 \cdot 11$

i) $400 = 2^4 \cdot 5^2$

b) $16 = 2^4$

f) $72 = 2^3 \cdot 3^2$

j) $675 = 3^3 \cdot 5^2$

c) $24 = 2^3 \cdot 3$

g) $86 = 2 \cdot 43$

k) $405 = 3^4 \cdot 5$

d) $29 = 29$

h) $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$

l) $943 = 23 \cdot 41$

45. Página 17

a) $60 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \rightarrow$ Es incorrecta. La factorización correcta es $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

b) $72 = 2 \cdot 6^2 \rightarrow$ Es incorrecta. La factorización correcta es $72 = 2^3 \cdot 3^2$.

c) $104 = 2^3 \cdot 13 \rightarrow$ Es correcta.

d) $222 = 2 \cdot 3 \cdot 37 \rightarrow$ Es correcta.

e) $360 = 2^3 \cdot 3^2 \rightarrow$ Es incorrecta. La factorización correcta es $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

f) $2450 = 5^2 \cdot 7^2 \rightarrow$ Es incorrecta. La factorización correcta es $2450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$.

46. Página 17

a) $210 = 2 \cdot 105 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

c) $315 = 3 \cdot 105 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

b) $1050 = 10 \cdot 105 = 2 \cdot 5 \cdot 105 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$

d) $945 = 9 \cdot 105 = 3^2 \cdot 105 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

47. Página 17

- a) Verdadero (salvo para el propio 0). El número es múltiplo de 10.
- b) Verdadero. $6 = 2 \cdot 3$.
- c) Verdadero. 210 es el resultado del producto de esos números primos.
- d) Falso. Cualquier múltiplo de 8 lo es también de 2 (8 es múltiplo de 2).

48. Página 17

- a) Es múltiplo de 6 porque lo es de 2 y 3. También es múltiplo de 45 porque lo es de 3^2 y 5.
- b) Es divisible por 20 porque en su factorización está incluido $2^2 \cdot 5$.
No podemos decir si es divisible por 14 porque necesitaríamos que b fuera una potencia de 7.

49. Página 18

- a) $13 = 13$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.d.}(13, 90) = 1$
- b) $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $12 = 2^2 \cdot 3 \rightarrow \text{m.c.d.}(72, 12) = 12$
- c) $24 = 2^3 \cdot 3$ $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17 \rightarrow \text{m.c.d.}(24, 102) = 6$
- d) $8 = 2^3$ $74 = 2 \cdot 37 \rightarrow \text{m.c.d.}(8, 74) = 2$

50. Página 18

- a) $8 = 2^3$ $10 = 2 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.m.}(8, 10) = 40$
- b) $55 = 5 \cdot 11$ $75 = 3 \cdot 5^2 \rightarrow \text{m.c.m.}(55, 75) = 825$
- c) $9 = 3^2$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.m.}(9, 30) = 90$
- d) $4 = 2^2$ $44 = 2^2 \cdot 11 \rightarrow \text{m.c.m.}(4, 44) = 44$

51. Página 18

- a) $842 = 2 \cdot 421$ $77 = 7 \cdot 11$ $91 = 7 \cdot 13$
m.c.d. (842, 77, 91) = 1 m.c.m. (842, 77, 91) = $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 421 = 842 \cdot 842$
- b) $18 = 2 \cdot 3^2$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
m.c.d. (18, 80, 360) = $2 \cdot 3^2 = 18$ m.c.m. (18, 90, 360) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$
- c) $50 = 2 \cdot 5^2$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ $75 = 3 \cdot 5^2$
m.c.d. (50, 60, 75) = 5 m.c.m. (50, 60, 75) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$
- d) $49 = 7^2$ $91 = 13 \cdot 7$ $119 = 7 \cdot 17$
m.c.d. (49, 91, 119) = 7 m.c.m. (49, 91, 119) = $7^2 \cdot 13 \cdot 17 = 10 \cdot 829$

52. Página 18

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Para $x = 5$: $5 = 5$ y $8 = 2^3 \rightarrow \text{m.c.m.}(5, 8) = 40$

Para $x = 10$: $10 = 2 \cdot 5$ y $8 = 2^3 \rightarrow \text{m.c.m.}(10, 8) = 40$

53. Página 19

$$520 = 2^3 \cdot 5 \cdot 13 \quad 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.d.} (520, 240) = 2^3 \cdot 5 = 40$$

Cada baldosa medirá 40 cm de ancho y 40 cm de alto.

54. Página 19

$$\text{a) } 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.m.} (30, 90) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$$

Tienen que pasar 90 minutos para que los dos primeros vuelvan a coincidir, es decir, a las 9 y media de la mañana.

$$\text{b) } 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \rightarrow \text{m.c.m.} (90, 150) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$$

Tienen que pasar 450 minutos para que el segundo y el tercero vuelvan a coincidir (siete horas y media), es decir, a las 3 y media de la tarde.

55. Página 19

$$55 = 5 \cdot 11 \quad 45 = 3^2 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.m.} (55, 45) = 3^2 \cdot 5 \cdot 11 = 495$$

Las dos columnas serán igual de altas cuando la altura de cada una de ellas alcance los 495 mm.

Para ello la columna de cubos azules tendrá $495 : 55 = 9$ cubos.

Y la columna de cubos rojos $495 : 45 = 11$ cubos.

56. Página 19

$$\text{a) } 14 = 2 \cdot 7 \quad 16 = 2^4 \quad 10 = 2 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.d.} (14, 16, 10) = 2 \rightarrow \text{Solo puede hacer dos collares iguales.}$$

b) Cada collar tendrá 7 cuentas azul cielo, 8 cuentas naranjas, 8 cuentas rojas y 5 cuentas azul marino.

ACTIVIDADES FINALES**57. Página 20**

$$\text{a) } -4 \quad \text{b) } +1236 \quad \text{c) } -10 \quad \text{d) } -428 \quad \text{e) } -5$$

58. Página 20

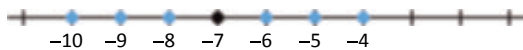
Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) La cueva está a 4 metros bajo tierra.
- b) Las cortinas miden 15 metros de alto.
- c) El edificio tiene 8 plantas.
- d) He practicado submarinismo a 25 metros de profundidad.
- e) No le debo dinero a Alejandro.

59. Página 20

$$A = -5 \quad B = -4 \quad C = -1 \quad D = 2 \quad E = 3 \quad F = 6$$

60. Página 20



61. Página 20

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

62. Página 20

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| a) $-5 < -4 < -3$ | e) $-81 < -80 < -79$ |
| b) $-2 < -1 < 0$ | f) $-100 < -99 < -98$ |
| c) $-1 < 0 < 1$ | g) $-110 < -109 < -108$ |
| d) $-10 < -9 < -8$ | h) $-1000 < -999 < -998$ |

63. Página 20

- | | | |
|-----------------------------|-----------------|--------------------------|
| a) $\text{Op } (+13) = -13$ | d) $ 0 = 0$ | g) $\text{Op } (-7) = 7$ |
| b) $ -4 = 4$ | e) $ +6 = 6$ | h) $\text{Op } (9) = -9$ |
| c) $\text{Op } (-5) = 5$ | f) $ -10 = 10$ | i) $ +10 = 10$ |

64. Página 20

- | | |
|--------------------------|--|
| a) $\text{Op } (5) = -5$ | c) $ +3 = -3 = 3$. Los números son $+3$ y -3 . |
| b) $ -4 = 4$ | d) $\text{Op } (-7) = \text{Op } (7) = -7$ |



65. Página 20

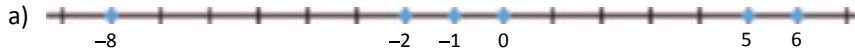
- Entre -12 y $+6$ hay 17 números enteros:
 $-11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$
- Entre $\text{Op } (-12) = +12$ y $\text{Op } (6) = -6$ hay también 17 números enteros:
 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$
- Entre $\text{Op } (\text{Op } (-12)) = -12$ y $\text{Op } (\text{Op } (6)) = 6$, hay de nuevo 17 números enteros.

66. Página 20

- No, porque el valor absoluto de un número entero es siempre positivo.
- Sí, porque todos los números enteros positivos tienen sus opuestos negativos.

67. Página 20

- | | |
|--|--|
| a) $\text{Op } (\square) = -5 \rightarrow \text{Op } (5) = -5$ | d) $\text{Op } (\square) = 3 \rightarrow$ No hay solución porque: $\text{Op } (\square) < 0$ |
| b) $ \square = 4 \rightarrow +4 = 4$ y también $ -4 = 4$ | e) $ \text{Op } (\square) = 8 \rightarrow \text{Op } (8) = 8$ y también $ \text{Op } (-8) = 8$ |
| c) $\text{Op } (\square) = 6 \rightarrow \text{Op } (-6) = 6$ | f) $ \square - 1 = 2 \rightarrow 3 - 1 = 2$ y también $ -1 - 1 = 2$ |

68. Página 20

b) $6 > 5 > 0 > -1 > -2 > -8$

69. Página 20

a) $-5 < +8$ c) $+6 > 0$ e) $-3 < -1$ g) $-3 > -8$

b) $-2 > -10$ d) $0 < +6$ f) $+15 > -25$ h) $-2 > -5$

70. Página 20

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $-1, 0, 4$ b) $-3, -2, 1$ c) $-6, -7, -9$

71. Página 20

a) $Op(+5) = -5 \rightarrow Op(+5) < +5$

d) $|+2| = 2$ $|-1| = 1 \rightarrow |+2| > |-1|$

b) $|-9| = 9$ $|+1| = 1 \rightarrow |-9| > |+1|$

e) $|-6| = 6$ $Op(-6) = +6 \rightarrow |-6| = Op(-6)$

c) $Op(-3) = +3$ $|-1| = 1 \rightarrow Op(-3) > |-1|$

f) $Op(-5) = +5$ $Op(-2) = +2 \rightarrow Op(-5) > Op(-2)$

72. Página 20

a) $+6 > +4 > +2 > 0 > -3 > -5 > -8 > -9 > -13$

b) $-15 < -8 < -7 < -6 < -2 < 0 < +1 < +4 < +5$

73. Página 20

Pasan $250 + 46 = 296$ años.

74. Página 20

a) Sí, por ejemplo:

$$-7 < -5 < -3 \rightarrow Op(-3) = 3 < Op(-5) = 5 < Op(-7) = 7$$

b) Sí, por ejemplo:

$$-7 < -5 < -3 \rightarrow |-3| = 3 < |-5| = 5 < |-7| = 7$$

c) Con los opuestos cambiaría el orden, pero con los valores absolutos, no.

75. Página 20

No se superaron en ningún momento los 0°C porque el enunciado indica que -2°C fue la máxima del día.

Las temperaturas que pudo haber el resto del día, además de los dos valores máximo y mínimo, estuvieron comprendidas entre -5°C y -2°C , es decir, -4°C y -3°C .

76. Página 21

- a) $(+4) + (-2) = 4 - 2 = 2$ g) $(+4) + (-8) = 4 - 8 = -4$
 b) $(-3) + (-6) = -3 - 6 = -9$ h) $(-1) + (+1) = -1 + 1 = 0$
 c) $(-15) + (-5) = -15 - 5 = -20$ i) $(+2) + (+6) = 2 + 6 = 8$
 d) $(+4) - (-2) = 4 + 2 = 6$ j) $(+4) - (-8) = 4 + 8 = 12$
 e) $(-3) - (-6) = -3 + 6 = 3$ k) $(-1) - (+1) = -1 - 1 = -2$
 f) $(-15) - (-5) = -15 + 5 = -10$ l) $(+2) - (+6) = 2 - 6 = -4$

77. Página 21

Respuesta abierta. Por ejemplo:

-11 y $+2$, $+5$ y -14 , $+15$ y -24 , -31 y $+22$

78. Página 21

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$+6$ y $+8$, $+5$ y $+7$, -26 y -24 , -31 y -29

79. Página 21

- a) Verdadero. Sumar números enteros positivos siempre da un número entero positivo.
 b) Falso. Solo es cierto si el primer número es menor que el segundo.
 c) Falso. Solo es cierto si el valor absoluto del entero negativo es mayor que el valor absoluto del entero positivo.
 d) Verdadero. Si a un número entero negativo le restamos otro entero positivo, el resultado siempre es negativo.

80. Página 21

- a) $(+5) - \square = 12 \rightarrow (+5) - (-7) = 12$
 b) $\square + (+2) = -7 \rightarrow (-9) + (+2) = -7$
 c) $(-3) - \square = 1 \rightarrow (-3) - (-4) = 1$
 d) $(-2) - \square + (+3) = -5 \rightarrow (-2) - 6 + (+3) = -5$

81. Página 21

a	b	$a + b$	$b + a$	$a - b$	$b - a$
-1	5	$+4$	$+4$	-6	6
-7	$+5$	-2	-2	-12	12
$+3$	-3	0	0	$+6$	-6
-1	-6	-7	-7	5	-5

- a) La suma de enteros es conmutativa.
 b) La resta de enteros no es conmutativa.

82. Página 21

-4	-9	-2
-3	-5	-7
-8	-1	-6

a) Sumando a todos los números -4 , el cuadrado sigue siendo mágico. La suma de cada fila, columna y diagonal es -27 .

-8	-13	-6
-7	-9	-11
-12	-5	-10

b) Sumando 2 a todos los números, el cuadrado sigue siendo mágico. La suma de cada fila, columna y diagonal es -9 .

-2	-7	0
-1	-3	-5
-6	1	-4

83. Página 21

6	+	(-1)	=	(+5)
+		+		+
4	+	(-11)	=	(-7)
=		=		=
10	+	(-12)	=	(-2)

84. Página 21

- a) $(+3) + (+6) + (-5) = 3 + 6 - 5 = 4$
 b) $(-8) + (-1) + (-2) = -8 - 1 - 2 = -11$
 c) $(-3) + (+3) + (-5) = -3 + 3 - 5 = -5$
 d) $(+3) + (-7) + (-4) = 3 - 7 - 4 = -8$

85. Página 21

- a) $(+10) - (-5) - (-7) = 10 + 5 + 7 = 22$
 b) $(-2) - (-4) - (-8) = -2 + 4 + 8 = 10$
 c) $(-1) - (+7) - (+3) = -1 - 7 - 3 = -11$
 d) $(+4) - (+1) - (+6) = 4 - 1 - 6 = -3$

86. Página 21

a) $(-3) - (+7) + (-1) = -3 - 7 - 1 = -11$

b) $(+4) + (-6) - (+5) = 4 - 6 - 5 = -7$

c) $(-4) - (-6) + (+8) = -4 + 6 + 8 = 10$

d) $(-6) - (+2) + (-5) = -6 - 2 - 5 = -13$

e) $(-2) + (-5) + (+3) - (-1) + (+6) = -2 - 5 + 3 + 1 + 6 = 3$

f) $(+4) - (-1) - (+2) + (+5) - (+7) = 4 + 1 - 2 + 5 - 7 = 1$

g) $(-3) - (-3) + (-5) - (-2) + (-3) - (-4) = -3 + 3 - 5 + 2 - 3 + 4 = -2$

87. Página 21

a) $-5 + 6 - 8 + 12 - 6 = -1$

b) $2 - 8 + 13 - 7 + 9 = 9$

c) $-2 + 3 - 6 - 1 + 4 = -2$

d) $-3 + 6 - 11 + 5 - 1 = -4$

e) $-6 + 2 - 4 - 6 - 3 = -17$

88. Página 21

a) $5 - (3 + 4) - (6 - 5) = 5 - 3 - 4 - 6 + 5 = -3$

b) $-(10 + 4 - 3) + 8 = -10 - 4 + 3 + 8 = -3$

c) $12 - (6 - 3) - (-2 + 7) = 12 - 6 + 3 + 2 - 7 = 4$

d) $-(-1 + 14 - 2) - (1 - 6) = 1 - 14 + 2 - 1 + 6 = -6$

e) $-6 + (-5 - 3) - (-2 + 3) = -6 - 5 - 3 + 2 - 3 = -15$

89. Página 21

a) $(-5) \cdot (-6) = 30$

b) $(-10) \cdot (+3) = -30$

c) $(+15) \cdot (-3) = -45$

d) $(+12) \cdot (+4) = 48$

90. Página 21

Respuesta abierta. Por ejemplo:

-6 y 8 , 2 y -24 , -4 y 12 , 3 y -16

91. Página 21

a) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-8) = -48$

c) $(-5) \cdot (-6) \cdot (+3) = 90$

b) $(+7) \cdot (-4) \cdot (+2) = -56$

d) $(+5) \cdot (0) \cdot (+25) = 0$

92. Página 22

a	b	$a \cdot b$	$ a \cdot b $
-2	-1	+2	2
+3	-2	-6	6
-2	-5	+10	10
-6	+2	-12	12

93. Página 22

- a) El resultado será negativo porque hay un número impar de números negativos.
 b) El resultado será positivo porque hay un número par de números negativos.
 c) El resultado será negativo porque hay un número impar de números negativos.
 d) El resultado será negativo porque la mitad de 30 es 15, que es un número impar de negativos.

95. Página 22

- a) $(-2) \cdot (+6) + (-5) \cdot (-2) = (-2) \cdot (6 - 5) = -2$
 b) $(-3) \cdot (+4) + (+4) \cdot (-1) = 4 \cdot (-3 - 1) = -16$
 c) $(+4) \cdot (-1) + (-7) \cdot (+4) = 4 \cdot (-1 - 7) = -32$
 d) $(-6) \cdot (-3) + (-6) \cdot (+2) = -6 \cdot (-3 + 2) = 6$

96. Página 22

- a) $5 \cdot (-4) + 5 \cdot (-7) = 5 \cdot [-4 + (-7)]$
 b) $(-9) \cdot 2 + (-9) \cdot (-4) = -9 \cdot [2 + (-4)]$

97. Página 22

- a) $(-25) : (-5) = 5$ c) $(-18) : (+6) = -3$
 b) $(+27) : (-9) = -3$ d) $(+12) : (+4) = 3$

98. Página 22

Respuesta abierta. Por ejemplo: 32 y -8, -40 y 10, 16 y -4, -8 y 2.

99. Página 22

- a) $(-36) : (-2) : (+3) = 6$ c) $(-18) : (-9) : (-1) = -2$
 b) $(+16) : (+2) : (-8) = -1$ d) $(+42) : (-2) \cdot (-3) = 7$

100. Página 22

a	b	$a : b$	$ a : b $
-12	+2	-6	6
-100	+20	-5	5
-45	-3	+15	15
+48	+8	+6	6

101. Página 22

a) $(-12) : (-3) \cdot (-4) = -16$

b) $150 : (-5) \cdot (-3) = 90$

c) $(+15) \cdot (-2) : (-10) = 3$

d) $(-36) : (+2) \cdot (+4) = -72$

102. Página 22

a) $(+18) : (-2) : (-3) \cdot (-5) = -9 : (-3) \cdot (-5) = 3 \cdot (-5) = -15$

b) $(-15) \cdot 3 : (-9) : 5 = -45 : (-9) : 5 = 5 : 5 = 1$

c) $[(-12) : 3] \cdot [(-8) : (-4)] = -4 \cdot 2 = -8$

d) $(-18) : [(-9) : (-3)] \cdot (-6) = (-18) : 3 \cdot (-6) = -6 \cdot (-6) = 36$

e) $[(+4) : (-2) \cdot (+8)] : [(+2) + (+6)] = [-2 \cdot (+8)] : 8 = -16 : 8 = -2$

103. Página 22

a) $-2 \cdot (-6) - 5 \cdot (-3) = 12 + 15 = 27$

b) $(-6) \cdot 2 + 3 \cdot (-4) = -12 - 12 = -24$

c) $(-10) : (-5) + 2 : (-1) = 2 - 2 = 0$

d) $3 \cdot (-5) - 4 : (-2) + 3 = -15 + 2 + 3 = -10$

e) $2 + 3 \cdot (-4) - (-2) + 2 \cdot 7 - (-3) = 2 - 12 + 2 + 14 = 6$

f) $(-35) : (-7) + (-54) : (+9) = 5 - 6 = -1$

104. Página 22

a) $(-6) \cdot [(-2) - 3 \cdot (-4)] = (-6) \cdot (2 + 12) = (-6) \cdot 14 = -84$

b) $[(-6) \cdot 2 - 3] \cdot (-4) = (-12 - 3) \cdot (-4) = -15 \cdot (-4) = 60$

c) $2 \cdot [(-2) - (-3) \cdot 5] + (-10) : (-2) = 2 \cdot [(-2) + 15] + 5 = 2 \cdot 13 + 5 = 26 + 5 = 31$

d) $[(-5) \cdot 3 + 8] \cdot 4 - (-2) = [-15 + 8] \cdot 4 - (-2) = -7 \cdot 4 + 2 = -28 + 2 = -26$

e) $[(-25) : (-5) + 8] \cdot (-2) - [7 : (-1) + 12 - (-2)] = (5 + 8) \cdot (-2) - (-7 + 12 + 2) = 13 \cdot (-2) - 7 = -26 - 7 = -33$

f) $25 : [2 + (-7)] - 12 \cdot [(-3) - 2 \cdot (-4) + (-6)] = 25 : (-5) - 12 \cdot (-3 + 8 - 6) = -5 - 12 \cdot (-1) = -5 + 12 = 7$

105. Página 22

a) $(-3) + (-5) - (-8) = -3 - 5 + 8 = -8 + 8 = 0$

b) $-9 - (-8) - (-7 - 2) = -9 + 8 + 7 + 2 = -1 + 7 + 2 = 8$

c) $5 - [-6 + 7 - (-2)] = 5 + 6 - 7 - 2 = 11 - 9 = 2$

d) $4 \cdot (-3) + (-5) \cdot (-2) = -12 + 10 = -2$

106. Página 23

- a) Verdadera. La división $(-15) : 3$ es exacta.
- b) Falsa. No hay ningún número entero que multiplicado por 12 sea 4.
- c) Verdadera. La división $25 : (-5)$ es exacta.
- d) Verdadera. La división $(-48) : (-6)$ es exacta.

107. Página 23

- a) 5 es divisor de -25 .
- b) -243 es múltiplo de -3 .
- c) 25 es divisor de 125.
- d) -1 es divisor de 22.

108. Página 23

- a) El menor múltiplo de un número es el propio número.
Su menor divisor es la unidad.
- b) El mayor divisor que tiene un número es el propio número.

110. Página 23

- a) $27 \cdot 8 = 216$
- b) $32 \cdot 15 = 480$
- c) $42 \cdot 23 = 966$
- d) $29 \cdot 35 = 1015$

111. Página 23

- a) $\text{Div}(68) = \{1, 2, 4, 17, 34, 68\} \rightarrow$ No es número primo.
- b) $\text{Div}(29) = \{1, 29\} \rightarrow$ Es número primo.
- c) $\text{Div}(120) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120\} \rightarrow$ No es número primo.
- d) $\text{Div}(47) = \{1, 47\} \rightarrow$ Es número primo.
- e) $\text{Div}(346) = \{1, 2, 173, 346\} \rightarrow$ No es número primo.
- f) $\text{Div}(800) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 50, 80, 100, 160, 200, 400, 800\} \rightarrow$ No es número primo.

112. Página 23

	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 10
300	×	×	×	×
1025			×	
9312	×	×		
5262	×	×		

113. Página 23

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) Un número es divisible por 9 cuando la suma de sus dígitos es divisible por 9. → 135, 261, 5 013
- b) Un número es divisible por 11 si la diferencia de la suma de los dígitos de lugar par y de la suma de los dígitos de lugar impar es 0 o divisible por 11. → 264, 517, 1 012
- c) Tienen que cumplir los dos criterios anteriores. → 198, 495, 1 188
- d) Además de cumplir los criterios de los apartados a) y b) tienen que ser números pares. → 396, 792, 1 386

114. Página 23

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Divisibles por 2 y por 3 → 40 104, 63 036, 23 532

Divisibles por 5 y por 9 → 54 045, 59 895, 57 375

115. Página 23

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

116. Página 23

- a) No, porque se puede dividir por 2.
- b) No, porque se puede dividir por dicho número primo y el resto de la división es 0.
- c) No, porque la división del producto entre cualquiera de los dos factores tiene resto 0.

118. Página 23

a) La suma $2 + 5 + \square + 3$ tiene que ser múltiplo de 3. → $\square = 2$, $\square = 5$, $\square = 8$

b) $(4 + 0) - (\square + 1 + 3)$ tiene que ser 0 o múltiplo de 11. → $\square = 0$

c) Tiene que ser número par y $4 + 3 + \square$, múltiplo de 3. → $\square = 2$, $\square = 8$

d) Tiene que ser número par y acabar en 0 o en 5 → $\square = 0$

119. Página 23

a) 83 → Es primo.

c) 43 → Es primo.

e) $225 = 3^2 \cdot 5^2$

g) $735 = 3 \cdot 5 \cdot 7^2$

b) $48 = 2^4 \cdot 3$

d) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

f) $300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

h) $1300 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 13$

120. Página 23

a) $24 = 2^3 \cdot 3$

$18 = 2 \cdot 3^2$

m.c.d. (24, 18) = $2 \cdot 3 = 6$

m.c.m. (24, 18) = $2^3 \cdot 3^2 = 72$

b) $20 = 2^2 \cdot 5$

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

m.c.d. (20, 60) = $2^2 \cdot 5 = 20$

m.c.m. (20, 60) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

c) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.d. (84, 105) = $3 \cdot 7 = 21$

m.c.m. (84, 105) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$

d) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

m.c.d. (60, 90) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

m.c.m. (60, 90) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

121. Página 24

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \rightarrow \text{m.c.d.}(30, 70) = 2 \cdot 5 = 10$
- $20 = 2^2 \cdot 5$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.d.}(20, 90) = 2 \cdot 5 = 10$

122. Página 24

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- $14 = 2 \cdot 7$ $28 = 2^2 \cdot 7 \rightarrow \text{m.c.m.}(14, 28) = 28$
- $7 = 7$ $4 = 2^2 \rightarrow \text{m.c.m.}(7, 4) = 28$

123. Página 24

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

a puede ser cualquier número en cuya factorización aparezca $2 \cdot 3$. Por ejemplo:

$$a = 6 \quad a = 30 \quad a = 42 \quad a = 66$$

125. Página 24

- a) $16 = 2^4$ $25 = 5^2 \rightarrow \text{m.c.d.}(16, 25) = 1 \rightarrow$ Son números primos entre sí.
- b) $12 = 2^2 \cdot 3$ $51 = 3 \cdot 17 \rightarrow \text{m.c.d.}(12, 51) = 3 \rightarrow$ No son números primos entre sí.
- c) $18 = 2 \cdot 3^2$ $49 = 7^2 \rightarrow \text{m.c.d.}(18, 49) = 1 \rightarrow$ Son números primos entre sí.
- d) $27 = 3^3$ $108 = 2^2 \cdot 3^3 \rightarrow \text{m.c.d.}(27, 108) = 3^3 = 27 \rightarrow$ No son números primos entre sí.

126. Página 24

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- $9 = 3^2$ $25 = 5^2 \rightarrow \text{m.c.d.}(9, 25) = 1$
- $10 = 2 \cdot 5$ $21 = 3 \cdot 7 \rightarrow \text{m.c.d.}(10, 21) = 1$

127. Página 24

$$\text{a) Ingresos} \rightarrow 80 + 1\,200 = 1\,280 \quad 1\,280 + 357 = 1\,637 \text{ €}$$

$$\text{Gastos} \rightarrow 103 + 125 + 213 = 441 \text{ €}$$

$$\text{Ahora dispone de } 1\,637 - 441 = 1\,196 \text{ €}$$

b) Hay que calcular, paso a paso, el dinero que tiene en cada momento:

$$357 - 103 = 254 \text{ €}$$

$$254 - 125 = 129 \text{ €}$$

$$129 + 80 = 209 \text{ €}$$

$$209 - 213 = -4 \text{ €} \rightarrow \text{Cuando paga el recibo de la luz se queda en números rojos.}$$

$$-4 + 1\,200 = 1\,196 \text{ €}$$

128. Página 24

a) La oscilación térmica cada día fue:

Lunes $\rightarrow 5^{\circ}\text{C}$ Martes $\rightarrow 7^{\circ}\text{C}$ Miércoles $\rightarrow 4^{\circ}\text{C}$ Jueves $\rightarrow 1^{\circ}\text{C}$ Viernes $\rightarrow 4^{\circ}\text{C}$

b) El lunes se produjo la temperatura más alta.

c) El jueves se produjo la temperatura más baja.

d) La máxima oscilación térmica se produjo el martes.

129. Página 24

$4 - 6 = 2 \rightarrow$ El trastero de Sara está en la planta -2 .

$-2 + 3 = 1 \rightarrow$ Teresa vive en el piso 1.

130. Página 24

Se pueden colocar de tantas formas como divisores tenga 84:

$\text{Div}(84) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 48, 84\} \rightarrow 12$ formas distintas.

131. Página 24

$$32 : 4 = 8$$

8 grupos de 4 personas cada grupo, es el mínimo número de grupos posible.

$32 : 3$ no es exacta, es decir, no se pueden formar grupos de 3 personas cada grupo.

$$32 : 2 = 16$$

16 grupos de 2 personas cada grupo, es el máximo número de grupos posible.

132. Página 24

Tiene que ser un número que sea múltiplo de 3, 5 y 7 $\rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$

$215 : 105$ tiene cociente 2 $\rightarrow 2 + 1 = 3$

$105 \cdot 3 = 315$ monedas tiene Juan.

133. Página 24

a) Se pueden colocar los envases de tantas formas como divisores mayores que 15 tenga 250:

$\text{Div}(250) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250\} \rightarrow$ Hay 4 divisores mayores que 15, es decir, se pueden colocar de 4 formas distintas.

b) No se pueden colocar 21 envases en cada estante porque $250 : 21$ no es una división exacta.

134. Página 24

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \quad 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \rightarrow \text{m.c.d.}(36, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Hizo 3 bolsas de bocadillos de chorizo con 12 bocadillos cada una y 7 bolsas de bocadillos de queso con 12 bocadillos cada una. Obtuvo un total de 10 bolsas.

135. Página 24

a) $25 = 5^2$ $45 = 3^2 \cdot 5$
 m.c.m.(25, 45) = $3^2 \cdot 5^2 = 225$
 Coincidirán pasados 225 minutos, es decir, a las 11:45 h.

b) $45 = 3^2 \cdot 5$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
 m.c.m. (45, 60) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$
 Coincidirán pasados 180 minutos, es decir, a las 11:00 h.

c) $25 = 5^2$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
 m.c.m. (25, 60) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$
 Coincidirán pasados 300 minutos, es decir, a las 13:00 h.

d) $25 = 5^2$ $45 = 3^2 \cdot 5$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
 m.c.m. (25, 45, 60) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$
 Coincidirán pasados 900 minutos, es decir, a las 23:00 h.

136. Página 25

$$80 = 2^4 \cdot 5 \quad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.d. (60, 80)} = 2^2 \cdot 5 = 20$$

Se podrán hacer 12 trozos cuadrados de 20 cm de arista.

137. Página 25

a) $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$ $130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$ $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$
 m.c.d. (78, 130, 156) = $2 \cdot 13 = 26 \rightarrow$ Tiene que poner 26 paquetes de galletas en cada caja.

b) $78 : 26 = 3 \rightarrow$ Necesita 3 cajas de galletas de limón.

$130 : 26 = 5 \rightarrow$ Necesita 5 cajas de galletas de nata.

$156 : 26 = 6 \rightarrow$ Necesita 6 cajas de galletas de miel.

138. Página 25

$$35 = 5 \cdot 7 \quad 25 = 5^2 \rightarrow \text{m.c.d. (25, 35)} = 5, \text{ es decir, la dimensión máxima del lado es 5 metros.}$$

$$\text{Área total del local} = 35 \cdot 25 = 875 \text{ m}^2 \quad \text{Área de una plaza} = 5^2 = 25 \text{ m}^2$$

$$875 : 25 = 35 \text{ plazas se obtendrán en total.}$$

139. Página 25

- Los múltiplos de 3 comprendidos entre 20 y $40 + 2$ son {23, 26, 29, 32, 35, 38}.
- Los múltiplos de 5 comprendidos entre 20 y $40 + 1$ son {21, 26, 31, 36, 41}.

Tiene un total de 26 libros, el único número común que no supera el 40.

140. Página 25

$$8 = 2^3 \quad 9 = 3^2 \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \rightarrow \text{m.c.m.}(8, 9, 12) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

El número buscado tiene que ser múltiplo de 72.

$$450 : 72 \text{ tiene cociente 6.}$$

$$72 \cdot 6 = 432 \rightarrow \text{Mónica tiene 432 fotografías.}$$

141. Página 25

$$15 = 3 \cdot 5 \quad 21 = 3 \cdot 7 \quad 24 = 2^3 \cdot 3$$

m.c.m. $(15, 21, 24) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840 \rightarrow$ Tardarán en volver a coincidir 840 días, que son más de 2 años.

Por tanto, en los próximos seis meses no coincidirán.

142. Página 25

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 14 = 2 \cdot 7 \rightarrow \text{m.c.m.} = (12, 14) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$$

Debemos recorrer 84 metros a partir del punto inicial.

143. Página 25

a) Si en media hora enfría $4^\circ\text{C} \rightarrow$ cada hora enfriará $2 \cdot 4 = 8^\circ\text{C}$
Después de 3 horas habrá $8 \cdot 3 = 24^\circ\text{C}$ menos.

b) Si tras 6 horas el interior está a $-7^\circ\text{C} \rightarrow -7 + 48 = 41^\circ\text{C}$ era la temperatura antes de las 6 horas.

DEBES SABER HACER

1. Página 25

En total hay 11 números enteros comprendidos entre -6 y $+6$.



2. Página 25

a) $|a| = 7 \rightarrow a$ puede tomar los valores $+7$ y -7 .

b) $\text{Op}(a) = -7 \rightarrow a$ solo puede tomar el valor $+7$.

3. Página 25

a) $-9 < -7 < -4 < 0 < +1 < +2 < +5$

b) $-9 < -4 < -3 < -1 < 0 < +5 < +6 < +8$

4. Página 25

a) $(+5) + (-7) = -2$

b) $(-6) + (-8) = -14$

c) $(-9) - (-3) = -6$

d) $(-4) - (+5) = -9$

5. Página 25

a) $(+5) \cdot (-7) = -35$ d) $(-9) : (-3) = +3$

b) $(-2) \cdot (+4) = -8$ e) $(+10) : (+2) = +5$

c) $(-6) \cdot (-8) = +48$ f) $(-40) : (+5) = -8$

6. Página 25

- a) $-8 - 2 - 4 + 6 - 3 + 5 = +11 - 17 = -6$
 b) $-9 \cdot 4 + 12 : (-6) + 8 = -36 + (-2) + 8 = -38 + 8 = -30$
 c) $3 + 5 \cdot (-2) - 4 + 12 : (-6) = 3 + (-10) - 4 + (-2) = 3 - 16 = -13$
 d) $(-6 - 3) \cdot [-4 + 2 : (-8 + 7)] \cdot (2 \cdot (-1) + 2) = (-9) \cdot [-4 + 2 : (-1)] \cdot (-2 + 2) = -9 \cdot [-4 + (-2)] \cdot 0 = 0$

7. Página 25

- a) $\text{Div}(123) = \{1, 3, 41, 123\} \rightarrow$ No es primo. c) $\text{Div}(218) = \{1, 2, 109, 218\} \rightarrow$ No es primo.
 b) $\text{Div}(61) = \{1, 61\} \rightarrow$ Es primo. d) $\text{Div}(127) = \{1, 127\} \rightarrow$ Es primo.

8. Página 25

- a) $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ b) $45 = 3^2 \cdot 5$ c) $124 = 2^2 \cdot 31$ d) $1225 = 5^2 \cdot 7^2$

9. Página 25

- a) $18 = 2 \cdot 3^2$ $24 = 2^3 \cdot 3 \rightarrow$ m.c.d. $(18, 24) = 6$
 b) $36 = 2^2 \cdot 3^2$ $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \rightarrow$ m.c.d. $(36, 42) = 2 \cdot 3 = 6$
 c) $15 = 3 \cdot 5$ $21 = 3 \cdot 7 \rightarrow$ m.c.m. $(15, 21) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$
 d) $14 = 2 \cdot 7$ $21 = 3 \cdot 7$ $27 = 3^3 \rightarrow$ m.c.m. $(14, 21, 27) = 2 \cdot 3^3 \cdot 7 = 378$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana**144. Página 26**

- a) El guía debe llenar el ascensor lo máximo posible de forma que haga el menor número de viajes.
 b) $7 - (-2) = 9$ plantas. Como en subir 9 plantas tardan 90 segundos, en subir una planta tardarán 10 segundos. Suponemos que el tiempo en bajar es el mismo que el que tardan en subir, y que el ascensor está en recepción.

$$6 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 21 \text{ turistas van a la 7ª planta.} \qquad 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 15 \text{ turistas van a la 5ª planta.}$$

$$4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 14 \text{ turistas van a la 6ª planta.} \qquad 6 \cdot 2 = 12 \text{ turistas van a la 4ª planta.}$$

Hay que intentar llenar al máximo el ascensor y que tenga que hacer el menor número de paradas posibles.

Hasta la 7ª planta si llenamos 2 veces el ascensor $8 \cdot 2 = 16$ suben y quedan $21 - 16 = 5$ turistas sin subir.

Hasta la 6ª planta si llenamos 1 vez el ascensor 8 suben y quedan otros 6 sin subir.

Hasta la 5ª planta si llenamos 1 vez el ascensor 8 suben y quedan 7 turistas sin subir.

Hasta la 4ª planta si llenamos 1 vez el ascensor 8 suben y quedan 4 turistas sin subir.

De momento se llenan 5 ascensores y el tiempo empleado es:

Hasta la 7ª: $90 \cdot 2 = 180$ segundos en subir 2 veces y 180 segundos en bajar 2 veces $\rightarrow 360$ segundos.

Hasta la 6ª: 80 segundos en subir y 80 segundos en bajar $\rightarrow 160$ segundos.

Hasta la 5ª: 70 segundos en subir y 70 segundos en bajar $\rightarrow 140$ segundos.

Hasta la 4ª: 60 segundos en subir y 60 segundos en bajar $\rightarrow 120$ segundos.

Se han subido 40 turistas en 780 segundos. Quedan sin subir 22 turistas:

A la 7ª planta 5 turistas. A la 5ª planta 7 turistas.
A la 6ª planta 6 turistas. A la 4ª planta 4 turistas.

Se llena otro ascensor con los 4 turistas de la 4ª planta + 4 turistas de la 5ª planta. El tiempo consumido es:

60 s hasta la 4ª planta + 120 s de la parada + 10 s hasta la 5ª planta + 70 s en bajar desde la 5ª planta.
Total: $60 + 120 + 10 + 70 = 260$ segundos.

Ahora solo faltan 14 turistas por subir:

A la 7ª planta 5 turistas. A la 6ª planta 6 turistas. A la 5ª planta 3 turistas.

Llenando otro ascensor con 8 turistas (los 5 de la 7ª planta y los 3 de la 5ª planta), el tiempo consumido es:

70 s hasta la 5ª planta + 120 s de la parada + 20 s hasta la 7ª planta + 90 s en bajar.
Total: $70 + 120 + 20 + 90 = 300$ segundos

Quedan únicamente 6 turistas que van a la 6ª planta, que utilizan 80 s en subir y 80 s en bajar.
Total $80 + 80 = 160$ segundos

El tiempo total consumido es $780 + 260 + 300 + 160 = 1500$ segundos.

15 minutos son 900 segundos → No llegarán a tiempo a la visita guiada.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

145. Página 26

- a) $a = 0, b = \pm 4$ $a = \pm 1, b = \pm 3$ $a = \pm 2, b = \pm 2$ $a = \pm 3, b = \pm 1$ $a = \pm 4, b = 0$
- b) Hay infinitas soluciones determinadas por $a + b = \pm 4$
- c) Hay infinitas soluciones, de la forma $a = -|b| - 4$ o $a = |b| + 4$
- d) Hay infinitas soluciones determinadas por $a - b = \pm 4$
- e) $a = \pm 1, b = \pm 12$ $a = \pm 2, b = \pm 6$ $a = \pm 3, b = \pm 4$
 $a = \pm 4, b = \pm 3$ $a = \pm 6, b = \pm 2$ $a = \pm 12, b = \pm 1$
- f) $a = \pm 1, b = \pm 12$ $a = \pm 2, b = \pm 6$ $a = \pm 3, b = \pm 4$
 $a = \pm 4, b = \pm 3$ $a = \pm 6, b = \pm 2$ $a = \pm 12, b = \pm 1$
- g) Hay infinitas soluciones determinadas por $a = \pm 12 \cdot b$
- h) Hay infinitas soluciones determinadas por $b = \pm 2 \cdot a$
- i) $a = \pm 8$
- j) No hay solución, las potencias pares no son negativas.
- k) $a = 4$
- l) $a = -4$

146. Página 26

Su m.c.d. es el otro número. Por ejemplo: 9 es múltiplo de 3 → m.c.d. (9, 3) = 3

147. Página 26

Respuesta abierta. Por ejemplo:

El 6 y el 36 \rightarrow m.c.d. $(6, 36) = 6$ y m.c.m. $(6, 36) = 36$

148. Página 26

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $540 = 4 \cdot 27 \cdot 5$ c) $1050 = 2 \cdot 3 \cdot 175$

b) $1256 = 4 \cdot 2 \cdot 157$ d) $432 = 2 \cdot 3 \cdot 72$

149. Página 26

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $-25 \square \rightarrow -252$ c) $\square 410 \rightarrow 1410$

b) $-4 \square 4 \rightarrow -414$ d) $245 \square \rightarrow 2454$

150. Página 26

Los siguientes pares de números gemelos son: $(5, 7)$ y $(11, 13)$.

151. Página 26

$$2940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$$

Si $m = 3 \cdot 5 = 15$ y $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$, tenemos que: $2940 \cdot 15 = 210^2 = 44100$

PRUEBAS PISA**152. Página 27**

a) Precio mínimo $= 40 + 14 + 16 + 10 = 80$ zeds

Precio máximo $= 65 + 36 + 16 + 20 = 137$ zeds

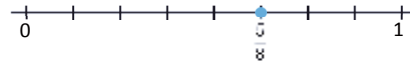
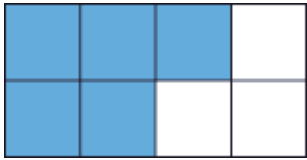
b) Debe comprar la tabla más cara, las ruedas más baratas, y el juego de piezas más caras.

$$65 + 14 + 16 + 20 = 115 \text{ zeds}$$

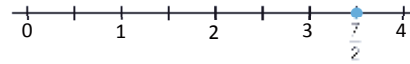
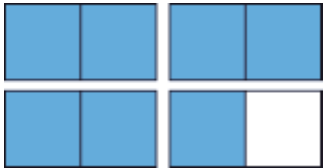
CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 28

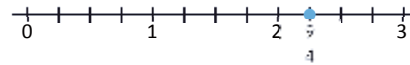
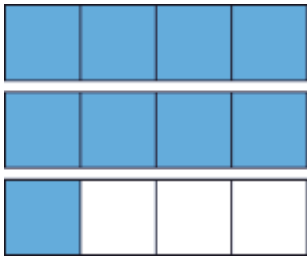
a) $\frac{5}{8}$



b) $\frac{7}{2}$



c) $\frac{9}{4}$



d) $\frac{2}{3}$



2. Página 28

a) $\left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 24 = 2^3 \cdot 3 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. (12, 24)} = 24$

m.c.d. (12, 24) = 12

b) $\left. \begin{array}{l} 7 = 7 \\ 11 = 11 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. (7, 11)} = 77$

m.c.d. (7, 11) = 1

c) $\left. \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. (5, 40)} = 40$

m.c.d. (5, 40) = 5

d) $\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 9 = 3^2 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. (6, 9)} = 18$

m.c.d. (6, 9) = 3

e) $\left. \begin{array}{l} 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ 54 = 2 \cdot 3^3 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. (42, 54)} = 378$

m.c.d. (42, 54) = 6

$$f) \left. \begin{array}{l} 2 = 2 \\ 8 = 2^3 \\ 16 = 2^4 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. } (2, 8, 16) = 16 \qquad \text{m.c.d. } (2, 8, 16) = 2$$

$$g) \left. \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 7 = 7 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. } (5, 7, 20) = 140 \qquad \text{m.c.d. } (5, 7, 20) = 1$$

$$h) \left. \begin{array}{l} 16 = 2^4 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. } (16, 18, 20) = 720 \qquad \text{m.c.d. } (16, 18, 20) = 2$$

$$i) \left. \begin{array}{l} 15 = 3 \cdot 5 \\ 27 = 3^3 \\ 33 = 3 \cdot 11 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. } (15, 27, 33) = 1485 \qquad \text{m.c.d. } (15, 27, 33) = 3$$

$$j) \left. \begin{array}{l} 40 = 2^3 \cdot 5 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 80 = 2^4 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.m. } (40, 60, 80) = 240 \qquad \text{m.c.d. } (40, 60, 80) = 20$$

VIDA COTIDIANA

LA PIZZA. Página 29

Mi hermano se ha comido $\frac{3}{8}$; y yo $\frac{4}{8} \rightarrow$ Sobra $\frac{1}{8}$ de la pizza.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 31

La fracción pedida es $\frac{10}{15}$ porque $6 \cdot 15 = 9 \cdot 10 \rightarrow \frac{6}{9} = \frac{10}{15}$.

RETO 2. Página 32

Respuesta abierta. Por ejemplo:

En cada pareja, una de las dos fracciones debe tener como denominador 16.

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{8} \qquad \frac{3}{4}, \frac{5}{16} \qquad \frac{7}{2}, \frac{3}{16}$$

RETO 3. Página 34

Como $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$, se tiene que: $\frac{2}{3} = \frac{6}{9} < \frac{7}{9} < \frac{8}{9} < \frac{10}{9}$

RETO 4. Página 36

Las fracciones propias e impropias son menores y mayores que la unidad, respectivamente.

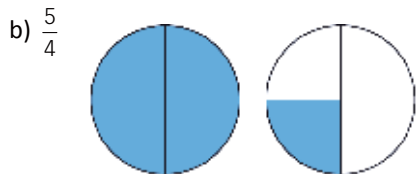
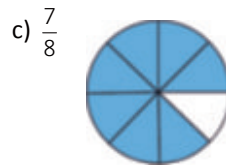
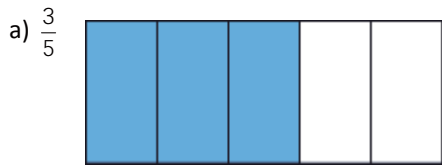
Por tanto:

Al dividir una fracción propia entre otra impropia, se obtiene una fracción propia.

En cambio, si se divide una fracción impropia entre otra propia, el resultado obtenido será una fracción impropia.

ACTIVIDADES

1. Página 30



2. Página 30

a) $3 : 5 = 0,6$

b) $5 : 4 = 1,25$

c) $7 : 8 = 0,875$

d) $1 : 2 = 0,5$

3. Página 30

a) $\frac{3}{2} \cdot 18 = 27$

b) $\frac{7}{11} \cdot 121 = 77$

c) $\frac{5}{7} \cdot 63 = 45$

4. Página 30

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Fracciones propias: $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{8}{11}$

Fracciones impropias: $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{5}$

Fracciones iguales a la unidad: $\frac{3}{3}, \frac{7}{7}, \frac{9}{9}$

5. Página 30

$\frac{3}{4} \cdot 12 = 9 \rightarrow$ Tiene 9 billetes de 5 €.

6. Página 30

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $0,5 = \frac{1}{2}$

b) $2 = \frac{6}{3}$

c) $1 = \frac{5}{5}$

d) $2,5 = \frac{5}{2}$

7. Página 31

a) $\frac{6}{8} = \frac{36}{48} \rightarrow 6 \cdot 48 = 8 \cdot 36 \rightarrow 288 = 288 \rightarrow$ Son equivalentes.

b) $\frac{8}{5} = \frac{24}{10} \rightarrow 8 \cdot 10 = 5 \cdot 24 \rightarrow 80 \neq 120 \rightarrow$ No son equivalentes.

c) $\frac{9}{13} = \frac{72}{104} \rightarrow 9 \cdot 104 = 13 \cdot 72 \rightarrow 936 = 936 \rightarrow$ Son equivalentes.

d) $\frac{15}{12} = \frac{60}{48} \rightarrow 15 \cdot 48 = 12 \cdot 60 \rightarrow 720 = 720 \rightarrow$ Son equivalentes.

8. Página 31

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } \frac{150}{210} \quad \text{Amplificación: } \frac{300}{420} \quad \text{Simplificación: } \frac{30}{42}, \frac{5}{7}$$

$$\text{b) } \frac{112}{672} \quad \text{Amplificación: } \frac{224}{1344} \quad \text{Simplificación: } \frac{14}{84}, \frac{1}{6}$$

$$\text{c) } \frac{66}{330} \quad \text{Amplificación: } \frac{132}{660} \quad \text{Simplificación: } \frac{22}{110}, \frac{1}{5}$$

9. Página 31

Son equivalentes a $\frac{2}{5}$ las fracciones $\frac{6}{15}$ y $\frac{18}{45}$.

10. Página 31

Sí, las nuevas fracciones son equivalentes entre sí.

11. Página 32

$$\text{a) m.c.m. } (3, 12) = 12 \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{7}{12}$$

$$\text{b) m.c.m. } (18, 24) = 72 \rightarrow \frac{5}{18} = \frac{20}{72} \quad \frac{3}{24} = \frac{9}{72}$$

$$\text{c) m.c.m. } (60, 48) = 240 \rightarrow \frac{11}{60} = \frac{44}{240} \quad \frac{9}{48} = \frac{45}{240}$$

12. Página 32

$$\text{a) Div } (12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad \text{Div } (84) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$$

Es reducible porque numerador y denominador tienen divisores comunes.

$$\text{b) Div } (14) = \{1, 2, 7, 14\} \quad \text{Div } (33) = \{1, 3, 11, 33\}$$

Es irreducible porque numerador y denominador solo tienen como divisor común a 1.

$$\text{c) Div } (22) = \{1, 2, 11, 22\} \quad \text{Div } (15) = \{1, 3, 5, 15\}$$

Es irreducible porque numerador y denominador solo tienen como divisor común a 1.

$$\text{d) Div } (28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\} \quad \text{Div } (21) = \{1, 3, 7, 21\}$$

Es reducible porque numerador y denominador tienen divisores comunes.

$$\text{e) Div } (33) = \{1, 3, 11, 33\} \quad \text{Div } (39) = \{1, 3, 13, 39\}$$

Es reducible porque numerador y denominador tienen divisores comunes.

13. Página 32

$$\text{a) m.c.m. } (2, 4, 10) = 20 \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{50}{20} \quad \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \frac{3}{10} = \frac{6}{20}$$

$$\text{b) m.c.m. } (3, 12, 8, 20) = 120 \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{80}{120} \quad \frac{5}{12} = \frac{50}{120} \quad \frac{3}{8} = \frac{45}{120} \quad \frac{11}{20} = \frac{66}{120}$$

14. Página 32

Es imposible, porque si el numerador y el denominador son números pares, ambos se pueden dividir entre dos y, por tanto, la fracción es reducible.

15. Página 33

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{40}{42} = \frac{20}{21} & \text{c) } \frac{60}{64} = \frac{15}{16} & \text{e) } \frac{70}{33} \text{ es irreducible.} \\ \text{b) } \frac{10}{18} = \frac{5}{9} & \text{d) } \frac{90}{88} = \frac{45}{44} & \text{f) } \frac{70}{63} = \frac{10}{9} \end{array}$$

16. Página 33

Existen infinitas soluciones.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } \frac{1}{2} \quad \text{b) } \frac{4}{3} \quad \text{c) } \frac{1}{5} \quad \text{d) } \frac{5}{6} \quad \text{e) } \frac{210}{11} \quad \text{f) } \frac{13}{19}$$

17. Página 33

$$\text{m.c.d. } (80, 36) = 4$$

La fracción irreducible equivalente es: $\frac{80}{36} = \frac{20}{9}$.

$$\text{m.c.d. } (27, 77) = 1$$

La fracción $\frac{27}{77}$ es irreducible.

18. Página 33

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{6} \text{ y } \frac{4}{8} \rightarrow \text{La fracción irreducible es } \frac{1}{2}.$$

Se observa que la fracción irreducible es equivalente a las anteriores.

Esto ocurre para cualquier otro conjunto de fracciones equivalentes que se tome.

19. Página 33

$$\frac{128}{144} = \frac{8}{9} \quad \frac{200}{150} = \frac{4}{3} \quad \frac{270}{180} = \frac{3}{2} \quad \frac{64}{256} = \frac{1}{4}$$

20. Página 33

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } \frac{2}{5} \text{ y } \frac{2}{7}$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} \text{ y } \frac{3}{2}$$

21. Página 33

$$\text{m.c.d.}(140, 440) = 20$$

$$\frac{140}{440} = \frac{7}{22}$$

No, porque dividiendo el numerador y el denominador entre 20 se obtiene la fracción irreducible.

22. Página 33

a) Falso. Por ejemplo:

$$\frac{3}{2} \text{ y } \frac{1}{4} \rightarrow \frac{6}{4} \text{ y } \frac{1}{4}$$

La fracción $\frac{1}{4}$ es irreducible.

b) Falsa. Si fueran equivalentes, una de las fracciones se podría reducir hasta obtener la otra, por lo que tendríamos la misma fracción irreducible.

c) Cierta, porque el m.c.d. del numerador y el denominador es 1. Por tanto, son irreducibles.

d) Cierta, porque al ser números primos distintos el m.c.d. del numerador y del denominador es 1. Por tanto, son irreducibles.

23. Página 34

$$\text{a) } \frac{4}{7} < \frac{9}{7} < \frac{11}{7}$$

$$\text{b) } \frac{15}{11} < \frac{15}{9} < \frac{15}{2}$$

$$\text{c) m.c.m.}(3, 12, 60) = 60 \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{40}{60} \quad \frac{7}{12} = \frac{35}{60} \quad \frac{13}{60} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3}$$

$$\text{d) m.c.m.}(5, 10, 15) = 30 \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{24}{30} \quad \frac{9}{10} = \frac{27}{30} \quad \frac{6}{15} = \frac{12}{30} \quad \frac{6}{15} < \frac{4}{5} < \frac{9}{10}$$

24. Página 34

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} < \frac{9}{8} < \frac{5}{4} < \frac{11}{8} < \frac{3}{2} < \frac{13}{8} < \frac{7}{4}$$

25. Página 34

$$\text{a) m.c.m.}(2, 4) = 4 \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{10}{4} \quad 2 = \frac{8}{4} \rightarrow \frac{11}{4} > \frac{5}{2} > 2$$

$$\text{b) m.c.m.}(3, 6) = 6 \rightarrow 7 = \frac{42}{6} \quad \frac{20}{3} = \frac{40}{6} \rightarrow 7 > \frac{20}{3} > \frac{25}{6}$$

$$\text{c) m.c.m.}(4, 5, 8) = 40 \rightarrow \frac{11}{4} = \frac{110}{40} \quad \frac{11}{5} = \frac{88}{40} \quad 2 = \frac{80}{40} \quad \frac{17}{8} = \frac{85}{40} \rightarrow \frac{11}{4} > \frac{11}{5} > \frac{17}{8} > 2$$

$$\text{d) m.c.m.}(4, 12) = 12 \rightarrow \frac{25}{4} = \frac{75}{12} \quad 6 = \frac{72}{12} \quad \frac{23}{4} = \frac{69}{12} \rightarrow \frac{25}{4} > 6 > \frac{23}{4}$$

26. Página 34

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\frac{27}{11} < \frac{27}{10} < \frac{27}{9} < \frac{27}{8} < \frac{27}{7} < 4 < \frac{21}{5} < \frac{22}{5} < \frac{23}{5} < \frac{24}{5} < \frac{25}{5}$$

27. Página 35

$$\text{a) } \frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \frac{7}{6} = \frac{28 + 30 + 49}{42} = \frac{107}{42}$$

$$\text{c) } 2 + \frac{4}{15} + \frac{7}{30} = \frac{60 + 8 + 7}{30} = \frac{75}{30} = \frac{5}{2}$$

$$\text{b) } 4 - \frac{14}{9} - \frac{17}{27} = \frac{108 - 42 - 17}{27} = \frac{49}{27}$$

$$\text{d) } \frac{25}{6} - \frac{7}{6} - \frac{4}{18} = \frac{75 - 21 - 4}{18} = \frac{50}{18} = \frac{25}{9}$$

28. Página 35

$$\text{a) } \frac{15}{10} - \frac{12}{15} + \frac{4}{30} = \frac{45 - 24 + 4}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$\text{b) } \frac{6}{7} - \frac{2}{5} + \frac{8}{9} = \frac{270 - 126 + 280}{315} = \frac{424}{315}$$

29. Página 35

$$1 - \frac{6}{60} - \frac{10}{60} = 1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{6} = \frac{30 - 3 - 5}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15} \text{ es la fracción del total de libros que le queda.}$$

30. Página 35

$$\frac{x}{4} - 3 + \frac{3}{2} = \frac{11}{4} \rightarrow \frac{x - 12 + 6}{4} = \frac{11}{4} \rightarrow x - 6 = 11 \rightarrow x = 17$$

31. Página 35

La fracción opuesta de $-\frac{2}{5}$ es $\frac{2}{5}$.

La opuesta de su opuesta es: $\frac{2}{5}$.

32. Página 36

$$\text{a) } \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\text{c) } \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{11} = \frac{21}{22}$$

$$\text{e) } 6 \cdot \frac{7}{4} = \frac{21}{2}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{d) } \frac{9}{2} \cdot 4 = 18$$

$$\text{f) } \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{5} = \frac{14}{5}$$

33. Página 36

$$\text{a) } \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{7} = \frac{21}{4}$$

$$\text{c) } \frac{7}{5} \cdot \frac{8}{6} = \frac{21}{20}$$

$$\text{e) } 6 \cdot \frac{7}{4} = \frac{24}{7}$$

$$\text{b) } \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{25}{49}$$

$$\text{d) } \frac{9}{2} : 4 = \frac{9}{8}$$

$$\text{f) } \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{28}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{28}{9}$$

34. Página 36

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \quad \text{La fracción del césped regado es } \frac{1}{2}.$$

35. Página 36

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2 \quad \text{Durará encendida dos horas.}$$

36. Página 36

La fracción inversa de $\frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$. Por tanto, la inversa de la inversa es ella misma.

37. Página 37

$$\text{a) } -2 + \frac{3}{6} = \frac{-12+3}{6} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{c) } \frac{-2}{5} + (-5) = -\frac{2}{5} - 5 = -\frac{27}{5}$$

$$\text{b) } \frac{3}{-5} + \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{-21-10}{35} = -\frac{31}{35}$$

$$\text{d) } -\left(\frac{-1}{4}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{13}{12}$$

38. Página 37

$$\text{a) } \frac{1}{5} - 2 + \left(-\frac{4}{9}\right) = \frac{1}{5} - 2 - \frac{4}{9} = -\frac{101}{45}$$

$$\text{c) } 1 - \left(\frac{3}{-5}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) = 1 + \frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{46}{35}$$

$$\text{b) } \frac{5}{3} - \left(-\frac{4}{9}\right) + \left(\frac{5}{-6}\right) = \frac{5}{3} + \frac{4}{9} - \frac{5}{6} = \frac{23}{18}$$

$$\text{d) } -\left(\frac{1}{-2}\right) - 5 + \left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{1}{2} - 5 - \frac{3}{4} = -\frac{21}{4}$$

39. Página 37

$$\text{a) } \frac{-1}{5} + \frac{1}{20} = -\frac{3}{20}$$

$$\text{c) } \frac{11}{21} + \left(\frac{-6}{7}\right) = -\frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{-7}{4} - \left(\frac{3}{-2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$\text{d) } 5 - \frac{16}{3} = -\frac{1}{3}$$

40. Página 37

$$\text{a) } \frac{5}{3} : \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{25}{9}$$

$$\text{c) } \frac{-6}{5} : \left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{24}{35}$$

$$\text{b) } \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = -\frac{8}{33}$$

$$\text{d) } \frac{5}{9} \cdot (-5) = -\frac{25}{9}$$

Obtenemos el mismo resultado con las operaciones de los apartados a) y d).

41. Página 37

$$\text{a) } \frac{2}{3} : \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{8}{9} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{8}{45}$$

$$\text{c) } -\frac{2}{3} : \left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{8}{9} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{16}{63}$$

$$\text{b) } \left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} : \frac{1}{6} = -\frac{28}{15} : \frac{1}{6} = -\frac{56}{5}$$

$$\text{d) } -\left(\frac{1}{-2}\right) : (-5) \cdot \left(\frac{3}{-10}\right) = -\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{3}{-10}\right) = \frac{3}{100}$$

42. Página 37

$$a) \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = \frac{14}{15}$$

$$b) \left(-\frac{36}{49}\right) : \left(\frac{2}{-7}\right) = \frac{18}{7}$$

$$c) \left(-\frac{11}{3}\right) \cdot \frac{2}{7} = -\frac{22}{21}$$

$$d) \frac{2}{3} : \left(-\frac{9}{8}\right) = \frac{-16}{27}$$

43. Página 38

$$a) \frac{11}{7} + \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{2} = \frac{11}{7} + \frac{8}{45} = \frac{495 + 56}{315} = \frac{551}{315}$$

$$b) -\frac{13}{60} \cdot \frac{9}{8} - \frac{31}{44} = -\frac{39}{160} - \frac{31}{44} = \frac{-429 - 1240}{1760} = -\frac{1669}{1760}$$

$$c) \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{12} - \frac{13}{6} \cdot 3 = \frac{8}{7} - \frac{13}{2} = \frac{16 - 91}{14} = -\frac{75}{14}$$

$$d) \frac{4}{5} + 4 \cdot \frac{9}{10} - \frac{6}{15} = \frac{4}{5} + \frac{18}{5} - \frac{6}{15} = \frac{12 + 54 - 6}{15} = 4$$

44. Página 38

$$a) -\frac{11}{7} + \frac{4}{5} : 4 - \frac{1}{2} = -\frac{11}{7} + \frac{4}{20} - \frac{1}{2} = -\frac{11}{7} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} = \frac{-110 + 14 - 35}{70} = -\frac{131}{70}$$

$$b) -3 - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = -3 - 2 \cdot \frac{2}{7} = -3 - \frac{4}{7} = \frac{-21 - 4}{7} = -\frac{25}{7}$$

$$c) \frac{2}{3} - \frac{7}{12} - 5 \cdot \left(\frac{-3}{5}\right) : \frac{1}{7} = \frac{2}{3} - \frac{7}{12} + 3 : \frac{1}{7} = \frac{2}{3} - \frac{7}{12} + 21 = \frac{8 - 7 + 252}{12} = \frac{253}{12}$$

$$d) 6 + \frac{4}{5} - \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} - \frac{17}{60} = 6 + \frac{4}{5} - \frac{9}{32} - \frac{17}{60} = \frac{2880 + 384 - 135 - 136}{480} = \frac{2993}{480}$$

45. Página 38

$$a) \frac{12}{5} : 3 - \frac{9}{2} \cdot (-4) - \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-3}{5}\right) - \frac{1}{3} = \frac{4}{5} + 18 + \frac{4}{15} - \frac{1}{3} = \frac{12 + 270 + 4 - 5}{15} = \frac{281}{15}$$

$$b) -\frac{17}{6} + 2 \cdot \frac{11}{6} \cdot (-3) - \frac{7}{2} + \frac{7}{12} : \left(\frac{-7}{6}\right) = -\frac{17}{6} - 11 - \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = \frac{-17 - 66 - 21 - 3}{6} = -\frac{107}{6}$$

$$c) \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{7} - 3 + \frac{11}{6} : (-2) \cdot \frac{3}{14} - 4 = \frac{15}{28} - 3 - \frac{11}{12} \cdot \frac{3}{14} - 4 = \frac{15}{28} - 3 - \frac{11}{56} - 4 = \frac{30 - 168 - 11 - 224}{56} = -\frac{373}{56}$$

46. Página 38

$$a) \frac{w}{2} - \frac{3}{4} : \frac{1}{2} = 3 \rightarrow \frac{w}{2} - \frac{3}{2} = 3 \rightarrow w - 3 = 6 \rightarrow w = 9$$

$$b) \frac{-2}{3} \cdot \frac{5}{w} - 1 = \frac{-11}{6} \rightarrow \frac{-10}{3w} - 1 = \frac{-11}{6} \rightarrow -20 - 6w = -11w \rightarrow 20 = 5w \rightarrow w = 4$$

47. Página 39

$$a) \left(\frac{7}{3} - \frac{2}{8}\right) : \left(1 - \frac{5}{15}\right) = \frac{25}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{75}{24} = \frac{25}{8}$$

$$b) -\frac{15}{11} \cdot \frac{9}{8} - \frac{31}{44} = -\frac{135}{88} - \frac{31}{44} = -\frac{197}{88}$$

$$c) 2 - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{2} + 1\right)\right] - \frac{4}{3} = 2 - \left[\frac{1}{2} - 4\right] - \frac{4}{3} = 2 - \left[-\frac{7}{2}\right] - \frac{4}{3} = 2 + \frac{7}{2} - \frac{4}{3} = \frac{25}{6}$$

$$d) \frac{2}{3} - \frac{7}{12} \cdot \left(\frac{13}{6} - 2\right) - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{7}{72} - \frac{1}{3} = \frac{17}{72}$$

$$e) \frac{4}{5} + 4 \cdot \frac{9}{10} - \frac{6}{15} = \frac{4}{5} + \frac{18}{5} - \frac{2}{5} = 4$$

$$f) -3 \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{4} + \left(2 \cdot \frac{9}{10}\right) = -\frac{12}{5} - \frac{3}{4} + \frac{20}{10} = -\frac{167}{180}$$

$$g) \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{2} - \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4}\right) = \frac{2}{3} + \frac{7}{5} - \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3} + \frac{7}{5} - \frac{8}{15} = \frac{23}{15}$$

$$h) \frac{2}{3} + \left[\frac{7}{5} - \left(1 - \frac{2}{3}\right) : \frac{3}{4}\right] + (-5) \cdot \frac{13}{60} - 3 = \frac{2}{3} + \left[\frac{7}{5} - \frac{4}{9}\right] - \frac{13}{12} - 3 = \frac{2}{3} + \frac{7}{5} - \frac{4}{9} - \frac{13}{12} - 3 = -\frac{443}{180}$$

48. Página 39

$$a) 4 + \frac{1}{7} : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{4} = 4 + \frac{1}{7} : \frac{7}{6} - \frac{6}{5} = 4 + \frac{6}{49} - \frac{6}{5} = \frac{180 + 30 - 294}{245} = \frac{716}{245}$$

$$b) \frac{7}{11} \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{5}{6}\right) : \frac{2}{11} + 3 \cdot \frac{5}{7} = \frac{7}{11} \cdot \frac{11}{30} : \frac{2}{11} + \frac{15}{7} = \frac{7}{30} : \frac{2}{11} + \frac{15}{7} = \frac{77}{60} + \frac{15}{7} = \frac{539 + 900}{420} = \frac{1439}{420}$$

$$c) \frac{2}{5} : \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right) \cdot \frac{5}{2} + 1 : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} : \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{2} + \frac{4}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} + \frac{4}{3} = \frac{5}{8} + \frac{4}{3} = \frac{15 + 32}{24} = \frac{47}{24}$$

$$d) \frac{2}{5} : \left(\frac{5}{3} : \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{5}{2} - \left(\frac{7}{5} + \frac{8}{3}\right) = \frac{2}{5} : \frac{25}{6} \cdot \frac{5}{2} - \frac{61}{15} = \frac{12}{125} \cdot \frac{5}{2} - \frac{61}{15} = \frac{6}{25} - \frac{61}{15} = \frac{18 - 305}{75} = -\frac{287}{75}$$

$$e) \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot 2 - \frac{1}{10}\right] : \left(\frac{2}{7} - \frac{5}{2}\right) = \left[\frac{5}{12} \cdot 2 - \frac{1}{10}\right] : \left(-\frac{31}{14}\right) = \left[\frac{5}{6} - \frac{1}{10}\right] : \left(-\frac{31}{14}\right) = \frac{11}{15} : \left(-\frac{31}{14}\right) = -\frac{341}{210}$$

$$f) 2 - \frac{3}{2} \cdot \left[(-3) : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)\right] = 2 - \frac{3}{2} \cdot \left[(-3) : \frac{3}{10}\right] = 2 - \frac{3}{2} \cdot (-10) = 2 + 15 = 17$$

$$g) \frac{8}{3} - \left[7 \cdot \left(\frac{8}{3} + 2 \cdot \frac{1}{6}\right)\right] = \frac{8}{3} - \left[7 \cdot \left(\frac{8}{3} + 2\right)\right] = \frac{8}{3} - \left[7 \cdot \frac{44}{3}\right] = \frac{8}{3} - \frac{308}{3} = -100$$

$$h) \left(4 + \frac{1}{3}\right) : 7 - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 3\right) = \frac{13}{3} : 7 - \left(\frac{3}{4} - 3\right) = \frac{13}{21} + \frac{9}{4} = \frac{52 + 189}{84} = \frac{241}{84}$$

ACTIVIDADES FINALES

49. Página 40

a) $\frac{180}{200}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{5}{12}$

d) $\frac{8}{24}$

e) $\frac{22}{50}$

f) $\frac{4}{7}$

50. Página 40

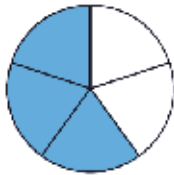
a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{4} \cdot 1452 = 1089$ alumnos

51. Página 40

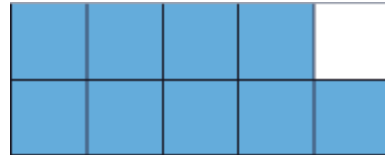
a) $\frac{3}{5}$

$3 : 5 = 0,6$



c) $\frac{9}{10}$

$9 : 10 = 0,9$



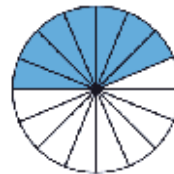
b) $\frac{5}{8}$

$5 : 8 = 0,625$



d) $\frac{7}{16}$

$7 : 16 = 0,4375$

**52. Página 40**

La fracción que representa el camino recorrido es $\frac{704}{1056} = \frac{2}{3}$.

La fracción del camino que queda sin recorrer es $\frac{352}{1056} = \frac{1}{3}$.

53. Página 40

Queso Burgos $\rightarrow 1 : 2 = 0,5$ kg = 500 g

Harina de trigo $\rightarrow 1 : 10 = 0,1$ kg = 100 g

Huevos $\rightarrow 4 \cdot 60 = 240$ g

Azúcar $\rightarrow 1 : 5 = 0,2$ kg = 200 g

Leche $\rightarrow 6 : 10 = 0,6$ ℓ = 600 ml

Mantequilla $\rightarrow 6 : 100 = 0,06$ kg = 60 g

54. Página 40

a) $\frac{1}{10} \cdot 15 = \frac{3}{2}$

b) $\frac{12}{5} \cdot 35 = 84$

c) $\frac{7}{4} \cdot \frac{12}{8} = \frac{21}{8}$

55. Página 40

a) $\frac{3}{4} \cdot 100 = 75$ €

c) $\frac{3}{20} \cdot 500 = 75$ m²

b) $\frac{2}{5} \cdot 60 = 24$ min

d) $\frac{2}{3} \cdot 15 = 10$ m

56. Página 40

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 80 = 40$$

$$b) \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot 140 = 24$$

57. Página 40

Propias:

$$\frac{7}{8}, \frac{4}{9}$$

Impropias:

$$\frac{13}{5}, \frac{8}{7}, \frac{23}{6}, \frac{15}{13}$$

Unidad:

$$\frac{12}{12}, \frac{7}{7}$$

58. Página 40

$$a) \frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2} \text{ y } \frac{5}{1}$$

$$b) \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \text{ y } \frac{1}{2}$$

59. Página 40

$$a) \frac{2}{5} \text{ y } \frac{3}{10} \quad 2 \cdot 10 \neq 3 \cdot 5 \rightarrow 20 \neq 15 \rightarrow \text{No son equivalentes.}$$

$$b) \frac{-7}{5} \text{ y } \frac{21}{-15} \quad (-7) \cdot (-15) = 21 \cdot 5 \rightarrow 105 = 105 \rightarrow \text{Sí son equivalentes.}$$

$$c) \frac{32}{12} \text{ y } \frac{8}{3} \quad 32 \cdot 3 = 12 \cdot 8 \rightarrow 96 = 96 \rightarrow \text{Sí son equivalentes.}$$

60. Página 40

$$a) \frac{5}{200} \neq \frac{5}{40} = \frac{1}{8} \rightarrow \text{No son equivalentes.} \quad b) -\frac{225}{1500} = \frac{-15}{100} = -\frac{9}{60} \rightarrow \text{Sí son equivalentes.}$$

62. Página 41

$$a) \frac{6}{2} = \frac{9}{3}$$

$$c) \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$b) \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

$$d) \frac{4}{9} = \frac{8}{18}$$

63. Página 41

$$a) \frac{2}{15} = \frac{x}{45} \rightarrow x = 6$$

$$c) \frac{x}{-7} = \frac{-60}{42} \rightarrow x = 10$$

$$b) \frac{3}{13} = \frac{12}{x} \rightarrow x = 52$$

$$d) \frac{x}{19} = \frac{9}{57} \rightarrow x = 3$$

64. Página 41

$$a) \frac{3}{24} = \frac{6}{48}$$

$$c) \frac{10}{3} = \frac{70}{21}$$

$$b) \frac{1}{18} = \frac{5}{90}$$

$$d) \frac{13}{7} = \frac{104}{56}$$

65. Página 41

a) $\frac{15}{100} = \frac{3}{x} = \frac{y}{200} \rightarrow x = 20, y = 30$

b) $\frac{2}{28} = \frac{44}{x} = \frac{y}{14} \rightarrow x = 616, y = 1$

c) $\frac{75}{90} = \frac{x}{6} = \frac{25}{y} \rightarrow x = 5, y = 30$

d) $\frac{x}{24} = \frac{24}{y} = \frac{48}{72} \rightarrow x = 16, y = 36$

66. Página 41

a) $\frac{2}{5}, \frac{7}{10} y \frac{14}{30} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{12}{30}, \frac{7}{10} = \frac{21}{30} y \frac{14}{30}$

b) $\frac{11}{4}, \frac{9}{10} y \frac{12}{15} \rightarrow \frac{11}{4} = \frac{165}{60}, \frac{9}{10} = \frac{54}{60} y \frac{12}{15} = \frac{48}{60}$

c) $\frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10} y \frac{11}{20} \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{100}{120}, \frac{7}{8} = \frac{105}{120}, \frac{9}{10} = \frac{108}{120} y \frac{11}{20} = \frac{66}{120}$

d) $\frac{5}{4}, \frac{7}{6}, \frac{9}{12} y \frac{1}{15} \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{75}{60}, \frac{7}{6} = \frac{70}{60}, \frac{9}{12} = \frac{45}{60} y \frac{1}{15} = \frac{4}{60}$

67. Página 41

a) $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{22}{16} = \frac{11}{8}$

c) $\frac{144}{60} = \frac{12}{5}$

d) $\frac{252}{153} = \frac{28}{17}$

e) $\frac{140}{180} = \frac{7}{9}$

f) $\frac{68}{80} = \frac{17}{20}$

68. Página 41

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{6}{7}$

e) $\frac{60}{13}$

f) $\frac{10}{21}$

69. Página 41

a) No existe. La fracción $\frac{2}{5}$ es irreducible, por lo que cualquier fracción equivalente a ella se podrá reducir.

b) $\frac{2}{5} = \frac{x}{12} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 2}{5} = \frac{24}{5} \notin \mathbb{Z} \rightarrow$ No existe ninguna fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ cuyo denominador sea 12.

c) $\frac{2}{5} = \frac{-10}{x} \rightarrow x = \frac{-10 \cdot 5}{2} = -25 \in \mathbb{Z} \rightarrow$ La fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ con numerador -10 es $\frac{-10}{-25}$.

70. Página 41

$\frac{163}{37}$ es irreducible porque $\text{m.c.d.}(163, 37) = 1$. La fracción original es $\frac{163 \cdot 5}{37 \cdot 5} = \frac{815}{185}$.

71. Página 41

$$a) \frac{7}{5} < \frac{9}{5} < \frac{11}{5} < \frac{13}{5}$$

$$b) \frac{13}{8} < \frac{13}{7} < \frac{13}{3} < \frac{13}{2}$$

$$c) \text{m.c.m. } (5, 4, 6, 2) = 60 \rightarrow \frac{6}{5} = \frac{72}{60}, \frac{5}{4} = \frac{75}{60}, \frac{7}{6} = \frac{70}{60}, \frac{3}{2} = \frac{90}{60} \rightarrow \frac{7}{6} < \frac{6}{5} < \frac{5}{4} < \frac{3}{2}$$

$$d) \text{m.c.m. } (5, 6, 10) = 30 \rightarrow \frac{12}{5} = \frac{72}{30}, 3 = \frac{90}{30}, \frac{19}{6} = \frac{95}{30}, \frac{32}{10} = \frac{96}{30} \rightarrow \frac{12}{5} < 3 < \frac{19}{6} < \frac{32}{10}$$

$$e) \text{m.c.m. } (2, 4, 5) = 20 \rightarrow 2 = \frac{40}{20}, \frac{11}{2} = \frac{110}{20}, \frac{23}{4} = \frac{115}{20}, \frac{27}{5} = \frac{108}{20} \rightarrow 2 < \frac{27}{5} < \frac{11}{2} < \frac{23}{4}$$

$$f) \text{m.c.m. } (7, 2, 14) = 14 \rightarrow -\frac{8}{7} = -\frac{16}{14} \quad -3 = -\frac{42}{14} \quad \frac{1}{2} = \frac{7}{14} \quad \frac{9}{14} \rightarrow -3 < -\frac{8}{7} < \frac{1}{2} < \frac{9}{14}$$

72. Página 41

Para comparar las fracciones, reducimos a común denominador:

$$\text{m.c.m. } (14, 70) = 70 \rightarrow \frac{3}{14} = \frac{15}{70} \rightarrow \text{Han comido la misma cantidad de tarta.}$$

73. Página 41

$$a) \text{m.c.m. } (5, 3, 9, 4, 2) = 180 \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{72}{180} \quad \frac{-1}{3} = \frac{-60}{180} \quad \frac{4}{9} = \frac{80}{180} \quad \frac{-1}{4} = \frac{-45}{180} \quad \frac{5}{2} = \frac{450}{180}$$

$$\frac{5}{2} > \frac{4}{9} > \frac{2}{5} > \frac{-1}{4} > \frac{-1}{3}$$

$$b) \text{m.c.m. } (5, 3, 8, 4) = 120 \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{72}{120} \quad \frac{1}{3} = \frac{40}{120} \quad \frac{-3}{8} = \frac{-45}{120} \quad \frac{-9}{4} = \frac{-270}{120}$$

$$\frac{3}{5} > \frac{1}{3} > \frac{-3}{8} > \frac{-9}{4}$$

74. Página 41

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\frac{3}{5} < \frac{11}{15} < \frac{4}{3} \quad \frac{14}{7} < \frac{89}{42} < \frac{14}{6} \quad \frac{11}{10} < \frac{13}{10} < \frac{3}{2}$$

75. Página 41

$$a) \frac{5}{12} + \frac{34}{12} + \frac{27}{12} = \frac{66}{12} = \frac{11}{2}$$

$$b) \frac{47}{6} - \frac{19}{6} - \frac{37}{6} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$c) \frac{15}{6} - \frac{24}{9} + \frac{8}{2} = \frac{69}{18} = \frac{23}{6}$$

$$d) \frac{54}{7} + \frac{12}{11} + \frac{33}{13} = \frac{7722}{1001} + \frac{1092}{1001} + \frac{2541}{1001} = \frac{11355}{1001}$$

76. Página 41

a) $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

b) $\frac{4}{15} - 1 + \frac{8}{10} = \frac{1}{15}$

c) $\frac{-12}{5} - 6 = -\frac{42}{5}$

d) $\frac{3}{7} + \frac{11}{21} - 5 - \frac{12}{5} = \frac{45 + 55 - 525 - 252}{105} = -\frac{677}{105}$

e) $-\frac{5}{2} + 8 - \frac{4}{6} = \frac{-15 + 48 - 4}{6} = \frac{29}{6}$

f) $-5 + \frac{1}{8} - 2 + \frac{10}{9} = \frac{-360 + 9 - 144 + 80}{72} = -\frac{415}{72}$

77. Página 41

a) $\text{Op}\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

b) $\text{Op}\left(\frac{-3}{710}\right) = \frac{3}{710}$

c) $\text{Op}\left(\frac{12}{-5}\right) = \frac{12}{5}$

d) $\text{Op}\left(\frac{-17}{-3}\right) = \text{Op}\left(\frac{17}{3}\right) = -\frac{17}{3}$

78. Página 42

a) $2 - \left(\frac{6}{11} + \frac{15}{2}\right) = 2 - \frac{177}{22} = -\frac{133}{22}$

b) $-7 + \left(\frac{26}{8} - 4\right) = -7 - \frac{3}{4} = -\frac{31}{4}$

c) $\left(\frac{6}{4} - \frac{5}{2}\right) - \left(\frac{3}{8} + \frac{13}{3}\right) = -1 - \frac{113}{24} = -\frac{137}{24}$

d) $\left(4 + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{-1}{3} + \frac{2}{5} - 9\right) = \frac{21}{5} + \frac{134}{15} = \frac{197}{15}$

e) $\left(\frac{9}{5} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{-6}{4} + \frac{7}{2}\right) + \frac{14}{8} = \frac{32}{15} + 2 + \frac{14}{8} = \frac{353}{60}$

79. Página 42

a) $\frac{18}{4} \cdot \frac{2}{-11} = -\frac{9}{11}$

c) $\frac{9}{12} \cdot \frac{6}{5} \cdot (-1) = -\frac{9}{10}$

b) $\frac{8}{15} \cdot 15 = 8$

d) $\frac{7}{10} \cdot \frac{-14}{3} = -\frac{49}{15}$

80. Página 42

a) $\text{Inversa}\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{5}{4}$

c) $\text{Inversa}\left(\frac{-1}{-6}\right) = \text{Inversa}\left(\frac{1}{6}\right) = 6$

b) $\text{Inversa}\left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{7}{2}$

d) $\text{Inversa}\left(\frac{8}{-9}\right) = -\frac{9}{8}$

81. Página 42

$$a) \frac{8}{5} : \frac{7}{9} = \frac{8 \cdot 9}{5 \cdot 7} = \frac{72}{35}$$

$$\frac{8}{5} : \frac{7}{9} = \frac{8}{5} \cdot \frac{9}{7} = \frac{72}{35}$$

$$b) \frac{-6}{8} : \frac{10}{5} = \frac{-6 \cdot 5}{8 \cdot 10} = -\frac{3}{8}$$

$$\frac{-6}{8} : \frac{10}{5} = \frac{-6}{8} \cdot \frac{5}{10} = -\frac{3}{8}$$

$$c) \frac{11}{3} : \frac{7}{3} = \frac{11 \cdot 3}{3 \cdot 7} = \frac{11}{7}$$

$$\frac{11}{3} : \frac{7}{3} = \frac{11}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{11}{7}$$

$$d) \frac{-25}{2} : \frac{17}{-3} = \frac{-25 \cdot (-3)}{2 \cdot 17} = \frac{75}{34}$$

$$\frac{-25}{2} : \frac{17}{-3} = \frac{-25}{2} \cdot \frac{-3}{17} = \frac{75}{34}$$

82. Página 42

$$a) 4 : \frac{-2}{5} : \frac{10}{3} = -10 : \frac{10}{3} = -\frac{30}{10} = -3$$

$$d) (-2) : \frac{1}{14} : \frac{4}{9} = -28 : \frac{4}{9} = -\frac{252}{4} = -63$$

$$b) \frac{11}{3} : \frac{6}{4} : \frac{-15}{6} = \frac{22}{9} : \frac{-15}{6} = -\frac{132}{135} = -\frac{44}{45}$$

$$e) \frac{7}{2} : \frac{6}{9} : (-2) = \frac{21}{4} : (-2) = -\frac{21}{8}$$

$$c) \frac{3}{5} \cdot (-2) : \frac{5}{6} = -\frac{6}{5} : \frac{5}{6} = -\frac{36}{25}$$

$$f) \frac{2}{7} \cdot 4 : \frac{28}{3} = \frac{8}{7} : \frac{28}{3} = \frac{24}{196} = \frac{2}{49}$$

84. Página 42

$$a) \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$$

$$d) \frac{\frac{1}{5}}{\frac{15}{-4}} = -\frac{4}{75}$$

$$b) \frac{\frac{-9}{15}}{\frac{7}{4}} = \frac{-9 \cdot 4}{15 \cdot 7} = -\frac{12}{35}$$

$$e) \frac{\frac{12}{7} - \frac{4}{9}}{\frac{3}{2} + \frac{5}{6}} = \frac{\frac{80}{63}}{\frac{7}{3}} = \frac{240}{441} = \frac{80}{147}$$

$$c) \frac{\frac{2}{4} + \frac{12}{3}}{\frac{5}{5}} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{5}{5}} = \frac{65}{12}$$

$$f) \frac{\frac{1}{6} + 3}{1 - \frac{3}{3}} = \frac{\frac{19}{6}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{19}{2}$$

85. Página 42

$$a) \frac{-1}{2} : \frac{3}{8} : \frac{5}{6} = -\frac{4}{3} : \frac{5}{6} = -\frac{20}{18} = -\frac{10}{9}$$

$$f) 5 - \frac{4}{9} : \frac{2}{3} = 5 - \frac{8}{27} = \frac{127}{27}$$

$$b) \frac{2}{3} - \frac{7}{8} : \frac{1}{4} = \frac{2}{3} - \frac{7}{32} = \frac{43}{96}$$

$$g) 5 \cdot \frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{20}{9} : \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$c) \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{8}\right) : \frac{1}{4} = -\frac{5}{24} : \frac{1}{4} = -\frac{5}{96}$$

$$h) 5 \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{3} = \frac{20}{9} - \frac{2}{3} = \frac{14}{9}$$

$$d) 5 - \frac{4}{9} : \frac{2}{3} = 5 - \frac{12}{18} = 5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3}$$

$$i) 5 \cdot \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{20}{9} + \frac{2}{3} = \frac{26}{9}$$

$$e) \left(5 - \frac{4}{9}\right) : \frac{2}{3} = \frac{41}{9} : \frac{2}{3} = \frac{41}{6}$$

$$j) \left(5 + \frac{4}{9}\right) : \frac{2}{3} = \frac{49}{9} : \frac{2}{3} = \frac{98}{6}$$

86. Página 42

$$a) \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) - 1 = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{10} - 1 = \frac{3}{80} - 1 = -\frac{77}{80}$$

$$b) \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{5} - 1 = \frac{3}{16} - \frac{2}{5} - 1 = -\frac{97}{80}$$

$$c) \frac{5}{3} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{19}{6} = \frac{5}{3} - \frac{19}{15} = \frac{2}{5}$$

$$d) \left(\frac{5}{3} - \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{3} = \frac{19}{15} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{3} = \frac{133}{30} - \frac{1}{3} = \frac{41}{10}$$

87. Página 42

$$a) \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{8} \right) : \frac{4}{6} - \frac{1}{3} = \left(\frac{8+35}{40} \right) : \frac{4}{6} - \frac{1}{3} = \frac{43}{40} : \frac{4}{6} - \frac{1}{3} = \frac{258}{160} - \frac{1}{3} = \frac{774-160}{480} = \frac{614}{480} = \frac{307}{240}$$

$$b) \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{8} : \frac{4}{6} \right) - \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{5} + \frac{42}{32} \right) - \frac{1}{3} = \left(\frac{32+210}{160} \right) - \frac{1}{3} = \frac{242}{160} - \frac{1}{3} = \frac{726-160}{480} = \frac{566}{480} = \frac{283}{240}$$

$$c) \frac{1}{5} + \frac{7}{8} : \frac{4}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{5} + \frac{42}{32} - \frac{1}{3} = \frac{96+630-160}{480} = \frac{566}{480} = \frac{283}{240}$$

$$d) \frac{1}{5} + \frac{7}{8} : \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{5} + \frac{7}{8} : \left(\frac{4-2}{6} \right) = \frac{1}{5} + \frac{7}{8} : \frac{2}{6} = \frac{1}{5} + \frac{42}{16} = \frac{16+210}{80} = \frac{226}{80} = \frac{113}{40}$$

$$e) \frac{1}{5} + \left(\frac{7}{8} : \frac{4}{6} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{5} + \left(\frac{42}{32} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{5} + \left(\frac{126-32}{96} \right) = \frac{1}{5} + \frac{94}{96} = \frac{96+470}{480} = \frac{566}{480} = \frac{283}{240}$$

$$f) \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{8} \right) : \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{8+35}{40} \right) : \left(\frac{4-2}{6} \right) = \frac{43}{40} : \frac{2}{6} = \frac{258}{80} = \frac{129}{40}$$

88. Página 42

$$a) \frac{5}{3} - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{2} \right) - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} - \frac{7}{5} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{15}$$

$$b) \frac{5}{3} - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{3} - \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{3} - \frac{16}{15} = \frac{3}{5}$$

$$c) \left(\frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{3}{4} \right) : \frac{7}{2} = \left(\frac{10}{3} - \frac{3}{4} \right) : \frac{7}{2} = \frac{31}{12} : \frac{7}{2} = \frac{217}{24}$$

$$d) \left[\left(\frac{7}{3} \right) : \frac{4}{5} - 2 \right] : \frac{5}{3} = \left[\frac{28}{15} - 2 \right] : \frac{5}{3} = -\frac{58}{15} : \frac{5}{3} = -\frac{58}{9}$$

$$e) \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} \right) - \frac{4}{5} \cdot 2 = \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{6} \right) - \frac{8}{5} = \frac{13}{12} - \frac{8}{5} = -\frac{31}{60}$$

$$f) -3 \cdot \frac{4}{15} - \left(\frac{7}{8} \cdot 5 - 9 \right) = -\frac{4}{5} - \left(\frac{35}{8} - 9 \right) = -\frac{4}{5} + \frac{37}{8} = \frac{153}{40}$$

89. Página 42

$$a) \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) \cdot 5 - \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{7}{5} \cdot 5 - \frac{9}{10} = \frac{61}{10}$$

$$b) \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot 5 - \frac{1}{10}\right] \cdot \frac{3}{4} - \frac{6}{5} = \left[\frac{13}{10} \cdot 5 - \frac{1}{10}\right] \cdot \frac{3}{4} - \frac{6}{5} = \left[\frac{13}{2} - \frac{1}{10}\right] \cdot \frac{3}{4} - \frac{6}{5} = \frac{32}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{6}{5} = \frac{24}{5} - \frac{6}{5} = \frac{18}{5}$$

$$c) 1 - \frac{3}{2} \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10}\right) = 1 - 6 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10} = 1 - 6 - \frac{1}{30} = -\frac{151}{30}$$

$$d) 1 - \left[\frac{3}{2} \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9}\right)\right] = 1 - \left[\frac{15}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{9}\right] = 1 - \left[\frac{15}{2} - \frac{7}{18}\right] = 1 - \frac{64}{9} = -\frac{55}{9}$$

90. Página 43

$$a) 8 - \frac{16}{5} \cdot \frac{4}{2} - \left(\frac{4-63}{18}\right) \cdot (-5) = 8 - \frac{64}{10} + \frac{59}{18} \cdot (-5) = 8 - \frac{64}{10} - \frac{295}{18} = \frac{720 - 576 - 1475}{90} = -\frac{1331}{90}$$

$$b) \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{5}{6} + \left(\frac{4-48}{18}\right) \cdot 5\right] - 2 = \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{5}{6} + \left(\frac{-44}{18}\right) \cdot 5\right] - 2 = \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{5}{6} - \frac{220}{18}\right] - 2 =$$

$$= \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{6-15-220}{18}\right] - 2 = \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{229}{18}\right) - 2 = -\frac{1145}{108} - 2 = \frac{-1145 - 216}{108} = -\frac{1361}{108}$$

$$c) \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{6}{4} + \frac{1}{10} - \frac{8}{5}\right) \cdot 7 - \frac{8}{7} = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{30+2-32}{20}\right) \cdot 7 - \frac{8}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{0}{20} \cdot 7 - \frac{8}{7} = -\frac{8}{7}$$

$$d) \frac{2}{8} - \left(\frac{16}{5} - \frac{96}{5}\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(5 - \frac{5}{6}\right) = \frac{2}{8} + \frac{80}{5} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{30-5}{6}\right) = \frac{2}{8} + \frac{80}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{25}{6} = \frac{2}{8} + \frac{80}{5} + \frac{25}{18} =$$

$$= \frac{90 + 5760 + 500}{360} = \frac{6350}{360} = \frac{635}{36}$$

$$e) 9 - \frac{1}{3} \cdot \left[4 + \left(\frac{2-12}{10}\right) \cdot \frac{12}{7} + \frac{5}{3}\right] = 9 - \frac{1}{3} \cdot \left[4 - \frac{10}{10} \cdot \frac{12}{7} + \frac{5}{3}\right] = 9 - \frac{1}{3} \cdot \left[4 - \frac{12}{7} + \frac{5}{3}\right] =$$

$$= 9 - \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{84-36+35}{21}\right] = 9 - \frac{1}{3} \cdot \frac{83}{21} = 9 - \frac{21}{249} = \frac{2241-21}{249} = \frac{2220}{249} = \frac{740}{83}$$

$$f) \frac{20}{5} \cdot (-2) - \left[\left(\frac{1}{8} - \frac{12}{28}\right) \cdot \frac{5}{3} + \frac{6}{11}\right] = -\frac{40}{5} - \left[\left(\frac{7-24}{56}\right) \cdot \frac{5}{3} + \frac{6}{11}\right] = -\frac{40}{5} - \left[\left(\frac{-17}{56}\right) \cdot \frac{5}{3} + \frac{6}{11}\right] =$$

$$= -\frac{40}{5} - \left[-\frac{85}{168} + \frac{6}{11}\right] = -\frac{40}{5} - \left[\frac{-935+1008}{1848}\right] = -\frac{40}{5} - \frac{73}{1848} = \frac{-73920-365}{9240} =$$

$$= -\frac{74285}{9240} = -\frac{14857}{1848}$$

91. Página 43

Calculamos el total de votos: $14 + 6 + 8 + 2 = 30$

Entonces, la fracción que representa los votos recibidos por cada candidato es:

María: $\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ Julia: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

Álex: $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ Carlos: $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

92. Página 43

El huerto está dividido en 104 partes iguales.

- Patatas: $\frac{6}{104} = \frac{3}{52} \rightarrow \frac{3}{52} \cdot 2\,600 = \frac{7\,800}{52} = 150 \text{ m}^2$
- Acelgas: $\frac{36}{104} = \frac{9}{26} \rightarrow \frac{9}{26} \cdot 2\,600 = \frac{23\,400}{26} = 900 \text{ m}^2$
- Cebollas: $\frac{12}{104} = \frac{3}{26} \rightarrow \frac{3}{26} \cdot 2\,600 = \frac{7\,800}{26} = 300 \text{ m}^2$
- Tomates: $\frac{10}{104} = \frac{5}{52} \rightarrow \frac{5}{52} \cdot 2\,600 = \frac{13\,000}{52} = 250 \text{ m}^2$
- Zanahorias: $\frac{16}{104} = \frac{2}{13} \rightarrow \frac{2}{13} \cdot 2\,600 = \frac{5\,200}{13} = 400 \text{ m}^2$
- Lechugas: $\frac{24}{104} = \frac{3}{13} \rightarrow \frac{3}{13} \cdot 2\,600 = \frac{7\,800}{13} = 600 \text{ m}^2$

94. Página 43

La fracción que representa a la resta de pacientes es: $1 - \frac{2}{5} = \frac{5-2}{5} = \frac{3}{5}$.

- Traumatología: $\frac{2}{5} \cdot 450 = \frac{900}{5} = 180$ pacientes
- Otras especialidades: $\frac{3}{5} \cdot 450 = \frac{1\,350}{5} = 270$ pacientes

95. Página 43

$1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) = 1 - \left(\frac{20+42+7}{70}\right) = 1 - \frac{69}{70} = \frac{70-69}{70} = \frac{1}{70} \rightarrow$ La fracción que representa los abonados que no practican ninguna de estas modalidades es $\frac{1}{70}$.

96. Página 43

- Los kilómetros que les faltan por recorrer son:

$$1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \left(\frac{3+5}{15}\right) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{15-8}{15} = \frac{7}{15} \rightarrow \frac{7}{15} \cdot 750 = \frac{5\,250}{15} = 350 \text{ km}$$

- Los kilómetros que han recorrido en cada tramo son:

Antes de comer: $\frac{1}{5} \cdot 750 = \frac{750}{5} = 150 \text{ km}$

Después de comer: $\frac{1}{3} \cdot 750 = \frac{750}{3} = 250 \text{ km}$

98. Página 43

Si $\frac{3}{5}$ son 252 mujeres, $\frac{1}{5}$ son: $252 : 3 = 84$ mujeres.

Si una de las cinco partes es 84 personas, las cinco partes son: $84 \cdot 5 = 420$ personas. Por tanto, participan: $420 - 252 = 168$ hombres.

99. Página 44

Si $\frac{2}{5}$ son 24 minutos, $\frac{1}{5}$ son: $24 : 2 = 12$ minutos.

Si una de las cinco partes es 12 minutos, las cinco partes son: $12 \cdot 5 = 60$ minutos. Por tanto, el autocar invertirá una hora en hacer todo el trayecto.

100. Página 44

- Marta:

Si $\frac{2}{3}$ son 4 horas, $\frac{1}{3}$ son: $4 : 2 = 2$ horas.

Si una de las tres partes es 2 horas, las tres partes son: $2 \cdot 3 = 6$ horas. Por tanto, Marta tardará en hacer todo el trayecto 6 h.

- Enrique:

Si $\frac{2}{3}$ son 3 horas, $\frac{1}{3}$ son: $3 : 2 = 1,5$ horas.

Si una de las tres partes es 1,5 horas, las tres partes son: $1,5 \cdot 3 = 4,5$ horas. Por tanto, Enrique tardará en hacer todo el trayecto 4 horas y media.

101. Página 44

a) Si $\frac{2}{5}$ son 14 alumnos, $\frac{1}{5}$ son: $14 : 2 = 7$ alumnos.

Si una de las cinco partes es 7 alumnos, las cinco partes son: $7 \cdot 5 = 35$ alumnos. Por tanto, en total en la clase hay 35 alumnos.

b) $\frac{3}{7} \cdot 35 = \frac{105}{7} = 15 \rightarrow$ Alumnos que estudian otro idioma.

c) $35 - 14 - 15 = 6 \rightarrow$ Alumnos que no hacen ningún tipo de actividad extraescolar.

103. Página 44

$1 - \frac{4}{5} = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5} \rightarrow$ Parte del presupuesto que queda después del gasto de Jana.

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15} \rightarrow$ Parte del presupuesto que Ferrán ha gastado.

$1 - \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{15}\right) = 1 - \left(\frac{12+2}{15}\right) = 1 - \frac{14}{15} = \frac{15-14}{15} = \frac{1}{15} \rightarrow$ Parte del presupuesto que queda ahora mismo.

104. Página 44

Si se ha gastado $\frac{4}{7}$ partes, le quedan $1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$ partes. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{7} \rightarrow$ Le deja a su hermana.

$\frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \frac{1}{7} \rightarrow$ Después de prestar a su hermana dos tercios.

Si una de las siete partes es 10 euros, las siete partes son: $10 \cdot 7 = 70$ €. El importe de la paga mensual de Juan es de 70 €.

105. Página 44

Después de que Marco haya comido tres octavas partes quedan $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ partes.



Helena ha comido $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$ parte.



Ha sobrado $\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ de la pizza.



106. Página 44

Coste de la falda tras las primeras rebajas: $25 - \frac{2}{5} \cdot 25 = 25 - 10 = 15 \text{ €}$

Coste de la falda tras las segundas rebajas: $15 - \frac{1}{3} \cdot 15 = 15 - 5 = 10 \text{ €}$

107. Página 44

$1 - \frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7} \rightarrow$ Fracción que representa a los alumnos que se tienen que presentar a la recuperación.

$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{21} \rightarrow$ Fracción que representa a los alumnos que se presentan a la recuperación y aprueban.

$1 - \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{21}\right) = 1 - \left(\frac{15+2}{21}\right) = 1 - \frac{17}{21} = \frac{21-17}{21} = \frac{4}{21} \rightarrow$ Fracción que representa a los alumnos que no han aprobado después de haber hecho la recuperación.

$\frac{4}{21} \cdot 21 = \frac{84}{21} = 4$ Alumnos que no han aprobado después de haber hecho la recuperación.

108. Página 44

a) $\frac{1}{6} \cdot 54 = \frac{54}{6} = 9 \rightarrow$ No se construyeron 9 viviendas.

b) $1 - \frac{1}{6} = \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6} \rightarrow$ Se construyeron $\frac{5}{6}$ partes de las viviendas proyectadas inicialmente.

c) $\frac{3}{5} \cdot (54 - 9) = \frac{3}{5} \cdot 45 = \frac{135}{5} = 27 \rightarrow$ Durante el primer mes se vendieron 27 viviendas.

109. Página 44

- a) $\frac{5}{12}$ superan la primera prueba. $\frac{9}{13} \cdot \frac{5}{12} = \frac{15}{52}$ superan la segunda prueba.
- b) $\frac{9}{13} \cdot 130 = 90$ aspirantes quedan tras la segunda prueba.

110. Página 45

- a) Excelente: $\frac{1}{5}$ Bien: $\frac{1}{2}$
- Notable: $\frac{1}{10}$ Suficiente: $1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}\right) = 1 - \left(\frac{2+1+5}{10}\right) = 1 - \frac{8}{10} = \frac{10-8}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
- b) $\frac{1}{5}$ son 10 alumnos. Si una de las cinco partes es 10 alumnos, las cinco partes son: $10 \cdot 5 = 50$ alumnos. Por tanto, en total en la clase hay 50 alumnos.
- Excelente: 10 alumnos
 - Notable: $\frac{1}{10} \cdot 50 = \frac{50}{10} = 5$ alumnos
 - Bien: $\frac{1}{2} \cdot 50 = \frac{50}{2} = 25$ alumnos
 - Suficiente: $\frac{1}{5} \cdot 50 = \frac{50}{5} = 10$ alumnos

111. Página 45

Si ha bebido $\frac{1}{6}$ parte, le quedan: $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ partes.

Juan bebe: $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$ partes.

En la garrafa queda: $\frac{5}{12} \cdot 6,5 \approx 2,7$ litros de agua.

112. Página 45

$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25} \rightarrow$ Le presta a su hermano $\frac{3}{25}$ partes de lo que tenía ahorrado.

$1 - \frac{3}{25} = \frac{22}{25} \rightarrow$ Le quedan $\frac{22}{25}$ partes después de dejarle a su hermano tres quintas partes de la quinta parte.

Si $\frac{22}{25}$ es 22 €, $\frac{1}{25}$ es $22 : 22 = 1$ €. Si una de las veintiuna partes es 1 €, las veinticinco partes son:

$$1 \cdot 25 = 25 \text{ €}.$$

Clara tenía ahorrados 25 €.

113. Página 45

Se divide el trabajo en 9 partes. Si hace $\frac{2}{9}$ en 1 día, hará $\frac{1}{9}$ en: $1 : 2 = 0,5$ días.

Si hace una de las partes en 0,5 días, las nueve partes las hará en: $0,5 \cdot 9 = 4,5$ días. Por tanto, tardará en hacer el trabajo completo 4,5 días.

114. Página 45

$$254 \cdot \frac{3}{2} + 476 \cdot \frac{1}{4} + 384 \cdot \frac{1}{2} + 144 \cdot \frac{1}{4} = \frac{762}{2} + \frac{476}{4} + \frac{384}{2} + \frac{144}{4} = 381 + 119 + 192 + 36 = 728 \text{ litros}$$

DEBES SABER HACER**1. Página 45**

$$\frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{24}{60} = \frac{4}{10}$$

2. Página 45

$$\text{a) } \frac{121}{33} = \frac{11}{3} \qquad \text{c) } \frac{100}{150} = \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{34}{18} = \frac{17}{9} \qquad \text{d) } \frac{84}{126} = \frac{2}{3}$$

3. Página 45

$$\text{a) m.c.m. } (3, 5, 6) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{6} \rightarrow \frac{10}{30}, \frac{12}{30}, \frac{35}{30}$$

$$\text{b) m.c.m. } (4, 14, 15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$$

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{14}, \frac{7}{15}, \frac{9}{20} \rightarrow \frac{105}{420}, \frac{60}{420}, \frac{196}{420}, \frac{189}{420}$$

4. Página 45

$$\text{a) } \frac{1}{9} < \frac{1}{7} < \frac{1}{5}$$

$$\text{b) m.c.m. } (6, 15, 14) = 210 \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{35}{210} \quad \frac{5}{15} = \frac{70}{210} \quad \frac{9}{14} = \frac{135}{210} \rightarrow \frac{1}{6} < \frac{5}{15} < \frac{9}{14}$$

$$\text{c) } \frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{8}{9}$$

5. Página 45

$$\text{a) } \frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{9+20}{24} = \frac{29}{24}$$

$$\text{b) } \frac{11}{2} - \frac{5}{7} = \frac{77-10}{14} = \frac{67}{14}$$

$$\text{c) } \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\text{d) } \frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$$

6. Página 45

$$a) \frac{1}{6} + \frac{3}{5} - \frac{4}{4} = \frac{10 + 36 - 60}{60} = \frac{-14}{60} = -\frac{7}{30}$$

$$c) \frac{1}{6} + \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{7} = \frac{1}{6} - \frac{2}{3} + \frac{4}{7} = \frac{7 - 28 + 24}{42} = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$$

$$b) \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) : 3 = \frac{-28}{15} : 3 = -\frac{28}{45}$$

$$d) 5 \cdot \frac{6}{7} : \frac{3}{2} = \frac{30}{7} : \frac{3}{2} = \frac{60}{21} = \frac{20}{7}$$

7. Página 45

$$a) -\frac{17}{4} - \left[\left(\frac{5}{3} - 1\right) : 4\right] \cdot \frac{3}{2} + 1 = -\frac{17}{4} - \left[\frac{2}{3} : 4\right] \cdot \frac{3}{2} + 1 = -\frac{17}{4} - \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2} + 1 = -\frac{17}{4} - \frac{1}{4} + 1 = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2}$$

$$b) -2 + \frac{12}{5} : \frac{1}{2} - \left[3 \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right)\right] \cdot \left(\frac{1}{4} + 2\right) = -2 + \frac{24}{5} - \left[3 \cdot \frac{7}{6}\right] \cdot \frac{9}{4} = -2 + \frac{24}{5} - \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{4} = -2 + \frac{24}{5} - \frac{63}{8} = -\frac{203}{40}$$

$$c) \frac{9}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} - \frac{3}{10} - \left(\frac{5}{2} - 1\right) : \left(1 - \frac{5}{2}\right) - 1 = \frac{9}{2} + \frac{4}{15} - \frac{3}{10} - \frac{3}{2} : \left(-\frac{3}{2}\right) - 1 = \frac{9}{2} + \frac{4}{15} - \frac{3}{10} + 1 - 1 = \frac{67}{15}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana.

115. Página 46

a) $540 \cdot \frac{870}{3} = 156600$ g de harina semanales.

Como la cantidad de harina supone las tres quintas partes del total de ingredientes:

$$156600 \cdot \frac{5}{3} = 261000 \text{ g pesan todos los ingredientes esa semana.}$$

Así, las cantidades necesarias del resto de ingredientes son:

$$\frac{1}{5} \cdot 261000 = 52200 \text{ g de agua.}$$

$$\frac{1}{10} \cdot 261000 = 26100 \text{ g de levadura.}$$

$$\left(1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{10}\right) \cdot 261000 = \frac{1}{10} \cdot 261000 = 26100 \text{ g de aceite.}$$

b) Averiguamos el número de pizzas consumidas cada día:

Martes, miércoles y jueves: $\frac{1}{3} \cdot 540 = \frac{1}{9} \cdot 540 = 60$ pizzas cada día.

Viernes y sábados: $\frac{2}{3} \cdot 540 = \frac{1}{3} \cdot 540 = 180$ pizzas cada día.

Ahora, ya podemos calcular los ingredientes consumidos cada día:

	M, X y J	V y S
Harina	$\frac{156600}{540} \cdot 60 = 17400$	$\frac{156600}{540} \cdot 180 = 52200$
Agua	$\frac{52200}{540} \cdot 60 = 5800$	$\frac{52200}{540} \cdot 180 = 17400$
Levadura	$\frac{26100}{540} \cdot 60 = 2900$	$\frac{26100}{540} \cdot 180 = 8700$
Aceite	$\frac{26100}{540} \cdot 60 = 2900$	$\frac{26100}{540} \cdot 180 = 8700$

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO.

116. Página 46

$$a) \frac{1}{5} = \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{array}$$

$$\frac{1}{7} = \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{array}$$

$$b) \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{1}{9} + \frac{3}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{8}{28} = \frac{1}{28} + \frac{7}{28} = \frac{1}{28} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{11} = \frac{45}{99} = \frac{1}{99} + \frac{44}{99} = \frac{1}{99} + \frac{4}{9} = \frac{1}{99} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3}$$

117. Página 46

La diferencia entre ambas fracciones es: $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$.

Si a la fracción menor le sumamos $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \dots$ de $\frac{1}{5}$, obtendremos fracciones que están comprendidas entre las dos fracciones dadas.

Una fracción mayor que $\frac{2}{5}$ y menor que $\frac{3}{5}$ es: $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4+1}{10} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5}$

Por tanto:

$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6+1}{15} = \frac{7}{15}$ y $\frac{2}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6+2}{15} = \frac{8}{15}$ son dos fracciones comprendidas entre las dadas.

Otra forma de hacerlo es utilizando fracciones equivalentes. En cualquier caso, entre dos fracciones dadas podemos encontrar tantas fracciones como queramos.

118. Página 46

a) El resultado es menor que el número porque una fracción propia es menor que la unidad.

b) El resultado es mayor porque una fracción impropia representa una cantidad mayor que la unidad.

$$c) \frac{3}{4} \cdot 8 = 6 < 8 \qquad \frac{5}{2} \cdot 6 = 15 > 6$$

119. Página 46

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\frac{35}{100} = \frac{14}{40}$

120. Página 46

a) Sí, son mayores que la unidad porque al reducir a común denominador se obtienen fracciones equivalentes a las dadas, es decir, representan la misma cantidad.

b) Las nuevas fracciones continúan representando la misma cantidad que las dadas. Por tanto, son menores que la unidad.

c) Si se reducen al mínimo común denominador, una de ellas se mantiene igual porque un denominador es divisor del otro.

PRUEBAS PISA.

121. Página 47

$$\text{a) } G = \frac{gV}{60n} \xrightarrow{n'=2n} G' = \frac{gV}{120n}$$

$$\frac{G}{G'} = \frac{120n}{60n} = 2 \rightarrow G' = \frac{G}{2} \rightarrow \text{La frecuencia de goteo se reduce a la mitad.}$$

$$\text{b) } G = 50 \text{ gotas/min} \quad n = 3 \text{ horas} \quad g = 25 \text{ gotas/ml}$$

$$G = \frac{gV}{60n} \rightarrow V = \frac{60nG}{g} \xrightarrow{G=50, n=3, g=25} V = \frac{60 \cdot 3 \cdot 50}{25} = 360 \text{ ml}$$

Potencias y raíz cuadrada

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 48

- a) $12 \cdot 12 \cdot 12 \rightarrow$ Potencia: $12^3 \rightarrow$ Se lee: 12 al cubo.
 b) $15 \cdot 15 \rightarrow$ Potencia: $15^2 \rightarrow$ Se lee: 15 al cuadrado.
 c) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \rightarrow$ Potencia: $4^8 \rightarrow$ Se lee: 4 a la octava.

2. Página 48

- a) $8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 32\,768$ c) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
 b) $2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$

3. Página 48

- a) $36\,094 = 3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10 + 4$
 b) $275\,800 = 2 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2$
 c) $42\,076\,032 = 4 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10 + 2$

4. Página 48

- a) $7^0 = 1$ b) $13^1 = 13$ c) $28^0 = 1$ d) $26^1 = 26$ e) $11^0 = 1$ f) $3^1 = 3$

VIDA COTIDIANA

INTERNET. Página 49

Son potencias sucesivas de 2: $2^5 = 32$ $2^6 = 64$ $2^7 = 128$ $2^8 = 256$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 52

Una fracción propia es la que tiene el numerador menor que el denominador. Por tanto, la potencia de la fracción es también propia.

Será mayor si el exponente es 0, igual si es 1 y menor en el resto de casos.

RETO 2. Página 54

Abuelos $\rightarrow 2^2$ Bisabuelos $\rightarrow 2^3$ Tatarabuelos $\rightarrow 2^4$

RETO 3. Página 58

No, por ejemplo: $\sqrt{\frac{12}{25}} = \frac{2}{5}\sqrt{3}$ no es fracción.

ACTIVIDADES

1. Página 50

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$ b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$ c) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3$ d) $(-7) \cdot (-7) = (-7)^2$

2. Página 50

- a) $(-2)^5$ tiene base negativa y exponente impar \rightarrow signo $-$ y se lee: menos dos a la quinta.
b) $(-7)^3$ tiene base negativa y exponente impar \rightarrow signo $-$ y se lee: menos siete al cubo.
c) $(+4)^3$ tiene base positiva \rightarrow signo $+$ y se lee: cuatro al cubo.
d) 3^5 tiene base positiva \rightarrow signo $+$ y se lee: tres a la quinta.
e) $(-5)^4$ tiene base negativa y exponente par \rightarrow signo $+$ y se lee: menos cinco a la cuarta.
f) $(-3)^7$ tiene base negativa y exponente impar \rightarrow signo $-$ y se lee: menos tres a la séptima.

3. Página 50

- a) $(-3)^{11}$ tiene base negativa y exponente impar \rightarrow signo $-$
b) $(+2)^7$ tiene base positiva \rightarrow signo $+$
c) $(a)^{18}$ tiene base positiva o negativa y exponente par \rightarrow signo $+$

4. Página 50

Para exponentes pares, porque el valor de una potencia de base negativa con exponente par es positivo.

5. Página 51

a) $(-2)^4 = 16$ d) $5^2 = 25$ g) $-7^3 = -343$
b) $2^3 = 8$ e) $(-7)^3 = -343$ h) $(-6)^2 = 36$
c) $(-1)^7 = -1$ f) $(-10)^4 = 10\,000$ i) $-9^2 = -81$

6. Página 51

a) $(-2)^5 = -32$
b) $(-1)^6 = 1$
c) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = (-4)^4 = 256$
d) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$
e) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^5 = -243$

7. Página 51

$(-1)^{35} = -1$ tiene base negativa y exponente impar \rightarrow signo $-$
 $(-10)^7 = -10\,000\,000$ tiene base negativa y exponente impar \rightarrow signo $-$
 $(-1)^{24} = 1$ tiene base negativa y exponente par \rightarrow signo $+$
 $1^{13} = 1$ tiene base positiva \rightarrow signo $+$

8. Página 51

Con base $-3 \rightarrow$	$(-3)^3 = -27$	$(-3)^2 = 9$	$(-3)^4 = 81$
Con base $-2 \rightarrow$	$(-2)^3 = -8$	$(-2)^2 = 4$	$(-2)^4 = 16$
Con base $-10 \rightarrow$	$(-10)^3 = -1\,000$	$(-10)^2 = 100$	$(-10)^4 = 10\,000$
Con base $5 \rightarrow$	$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^4 = 625$

9. Página 51

- a) $(-3)^2 > (-2)^3 \rightarrow$ Cierta, porque $(-3)^2$ es un número positivo y $(-2)^3$ es un número negativo.
- b) $(-3)^4 < -3^4 \rightarrow$ Falsa porque $(-3)^4$ es un número positivo y -3^4 es un número negativo.
- c) $(-3)^3 < (-3)^4 \rightarrow$ Cierta, porque $(-3)^3$ es un número negativo y $(-3)^4$ es un número positivo.
- d) $4^3 > 3^4 \rightarrow$ Falsa, porque $4^3 = 64$ y $3^4 = 81$.
- e) $4^2 < (-2)^3 \rightarrow$ Falsa, porque 4^2 es un número positivo y $(-2)^3$ es un número negativo.
- f) $4^2 > (-4)^4 \rightarrow$ Falsa, porque $4^2 = 16$ y $(-4)^4 = 256$.

10. Página 51

- a) $(-2)^3$ c) -2^4
 b) $(-4)^4$ d) 5^3

11. Página 51

- a) Cierta. Es suficiente considerar dos números opuestos. Por ejemplo: $2^4 = (-2^4) = 16$
- b) No es cierta siempre. Por ejemplo, $-2 < 1$, y si los elevamos a un número par: $(-2)^2 > 1^2$.

12. Página 52

a) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{3^3}$ c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4}$

b) $\left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{-4}\right) \cdot \left(\frac{3}{-4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{(-3)^4}{4^4}$ d) $\left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) = \left(-\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{(-7)^2}{8^2}$

13. Página 52

- a) $\left(-\frac{9}{2}\right)^5$ tiene base negativa y exponente impar \rightarrow signo $-$
- b) $\left(\frac{11}{3}\right)^7$ tiene base positiva \rightarrow signo $+$
- c) $\left(\frac{8}{-5}\right)^4$ tiene base negativa y exponente par \rightarrow signo $+$
- d) $-\left(\frac{3}{11}\right)^8$ la base de la potencia es positiva, por tanto, la potencia es positiva. Como hay un signo menos delante de la potencia el resultado será negativo.

14. Página 52

$$a) \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{(-1)^6}{2^6} = \frac{1}{64}$$

$$d) \left(\frac{-2}{3}\right)^7 = \frac{(-2)^7}{3^7} = -\frac{128}{2187}$$

$$b) \left(-\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{6^3} = -\frac{125}{216}$$

$$e) \left(\frac{11}{-3}\right)^2 = \frac{11^2}{(-3)^2} = \frac{121}{9}$$

$$c) \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3^5}{4^5} = \frac{243}{1024}$$

$$f) \left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4} = \frac{625}{81}$$

15. Página 52

Sí, porque:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^4} = \left(\frac{b}{a}\right)^4$$

16. Página 53

$$a) (-2)^3 \cdot (-2)^6 = (-2)^{3+6} = (-2)^9 = -512$$

$$b) \left(\frac{5}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^{4+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^7 = \frac{5^7}{2^7} = \frac{78125}{128}$$

$$c) \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{2+5} = \left(-\frac{1}{3}\right)^7 = -\frac{1^7}{3^7} = -\frac{1}{2187}$$

$$d) (-2)^6 : (-2)^3 = (-2)^{6-3} = (-2)^3 = -8$$

$$e) \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^{4-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^1 = \frac{5}{2}$$

$$f) \left(-\frac{1}{3}\right)^5 : \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{5-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1^3}{3^3} = -\frac{1}{27}$$

17. Página 53

$$a) 5^2 \cdot 5^2 + 3^6 : 3^5 - 10^2 \cdot 10^3 = 5^4 + 3^1 - 10^5 = 625 + 3 - 100\,000 = -99\,372$$

$$b) 5^2 : 5 + 3^3 \cdot 3^2 + 10^2 : 10^2 = 5 + 3^5 + 10^0 = 5 + 243 + 1 = 249$$

18. Página 53

$$a) 4^6 \cdot 4^3 = 4^9$$

$$b) (-7)^6 : (-7)^3 = (-7)^3$$

19. Página 54

$$a) (5^4)^3 = 5^{12}$$

$$d) [(-9)^3]^3 = (-9)^9$$

$$b) (7^5)^2 = 7^{10}$$

$$e) [(-3)^9]^0 = (-3)^0$$

$$c) [(-3)^4]^3 = (-3)^{12}$$

$$f) [(-9)^1]^4 = (-9)^4$$

20. Página 54

$$\text{a) } \left[\left(\frac{2}{3} \right)^4 \cdot \frac{2}{3} \right]^3 = \left[\left(\frac{2}{3} \right)^5 \right]^3 = \left(\frac{2}{3} \right)^{15}$$

$$\text{b) } \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \right]^4 = \left(-\frac{1}{2} \right)^4$$

21. Página 54

$$\text{a) } 10^4 = (2 \cdot 5)^4 = 2^4 \cdot 5^4 \rightarrow \text{Cierta}$$

$$\text{c) } (-12)^4 = (6 \cdot (-2))^4 = 6^4 \cdot (-2)^4 \rightarrow \text{Falsa}$$

$$\text{b) } 9^3 = (27 : 3)^3 = 27^3 : 3^3 \rightarrow \text{Falsa}$$

$$\text{d) } 6^5 = (-18 : (-3))^5 = (-18)^5 : (-3)^5 \rightarrow \text{Cierta}$$

22. Página 54

$$\text{a) } (5^5)^4 = 5^{20}$$

$$\text{b) } [(-6)^2]^4 = (-6)^8$$

$$\text{c) } (2^3)^9 = 2^{27}$$

$$\text{d) } [(-8)^7]^3 = (-8)^{21}$$

23. Página 55

$$\text{a) } 9^8 : 9^3 = 9^5$$

$$\text{b) } 11^6 \cdot 11^5 = 11^{11}$$

$$\text{c) } (-6)^8 : (-6)^5 = (-6)^3$$

d) $13^5 \cdot 2^7$ Bases distintas y exponentes también. No se puede expresar como una sola potencia.

$$\text{e) } (-2)^3 \cdot 3^3 = [(-2) \cdot 3]^3 = (-6)^3$$

$$\text{f) } 9^8 : (-3)^5 = 3^{16} : (-3)^5 = -3^{11}$$

g) $15^4 : 5^6$ Bases distintas y exponentes también. No se puede expresar como una sola potencia.

$$\text{h) } (-5)^6 : (-5)^2 = (-5)^4$$

$$\text{i) } (-2)^4 \cdot (-2)^5 = (-2)^9$$

24. Página 55

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3} \right)^7 : \left(\frac{2}{3} \right)^5 = \left(\frac{2}{3} \right)^2$$

$$\text{b) } \left(-\frac{4}{5} \right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{5} \right)^6 = \left(-\frac{4}{5} \right)^9$$

$$\text{c) } \left(\frac{2}{3} \right)^5 : \left(\frac{3}{2} \right)^5 = \left(\frac{2}{3} \right)^{10}$$

$$\text{d) } \left(\frac{2}{3} \right)^7 : \left(\frac{3}{2} \right)^5 = \left(\frac{2}{3} \right)^{12}$$

$$\text{e) } \left(-\frac{10}{4} \right)^7 \cdot \left(-\frac{5}{2} \right)^7 = \left(-\frac{5}{2} \right)^7 \cdot \left(-\frac{5}{2} \right)^7 = \left(-\frac{5}{2} \right)^{14}$$

$$\text{f) } \left(-\frac{3}{2} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2} \right)^8 = \left(-\frac{3}{2} \right)^{11}$$

25. Página 55

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$7^4 \cdot 7^6 \quad 7^2 \cdot 7^8 \quad 7^5 \cdot 7^5$$

26. Página 55

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$7^{14} : 7^4 \quad 7^{12} : 7^2 \quad 7^{15} : 7^5$$

27. Página 55

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 \quad \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \quad \left(\frac{3}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

28. Página 55

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^9 : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^{14} : \left(-\frac{2}{3}\right)^7 \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^{11} : \left(-\frac{2}{3}\right)^4$$

29. Página 55

a) $9^8 : (-3)^8 = (-3)^8$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{9}{4}\right)^3$

c) $(-6)^5 \cdot (-6)^4 = (-6)^9$

d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{10}{15}\right)^3$

e) $(-10)^3 : 2^3 = (-5)^3$

f) $\left(\frac{7}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{7}{8}\right)^4$

g) $2^7 \cdot 15^7 = 30^7$

30. Página 56

a) ± 6 c) ± 8 e) ± 11

b) ± 10 d) ± 20 f) ± 300

31. Página 56

a) $a = 7^2 + 5 = 54$

b) $a = 9^2 + 1 = 82$

32. Página 56

- 13 es la raíz cuadrada exacta de 169.
 -11 es la raíz cuadrada exacta de 121.

33. Página 56

Puede tomar los valores 0, 1, 4, 5, 6 y 9.

34. Página 56

El 0 y el 1.

35. Página 57

- a) La raíz entera es 6 y el resto 2, porque $6^2 + 2 = 38$.
 b) La raíz entera es 9 y el resto 8, porque $9^2 + 8 = 89$.
 c) La raíz entera es 10 y el resto 20, porque $10^2 + 20 = 120$.
 d) La raíz entera es 12 y el resto 1, porque $12^2 + 1 = 145$.
 e) La raíz entera es 12 y el resto 24, porque $12^2 + 24 = 168$.

36. Página 57

- a) La raíz entera es 6 y el resto 2, porque $6^2 + 2 = 38$.
 b) La raíz entera es 7 y el resto 2, porque $7^2 + 2 = 51$.
 c) La raíz entera es 9 y el resto 2, porque $9^2 + 2 = 83$.
 d) La raíz entera es 13 y el resto 2, porque $13^2 + 2 = 171$.
 e) La raíz entera es 20 y el resto 2, porque $20^2 + 2 = 402$.
 f) La raíz entera es 22 y el resto 2, porque $22^2 + 2 = 486$.

En todos los casos, el resto es 2.

37. Página 57

- a) Si radicando = 75 → La raíz entera es 8 y el resto 11, porque $8^2 + 11 = 75$.
 b) Si raíz entera = 8 y resto = 3 → El radicando es 67, porque $8^2 + 3 = 67$.
 c) Si radicando = 88 y resto = 7 → La raíz entera es 9, porque $9^2 + 7 = 88$.

38. Página 57

$7^2 + 17 = 66$, pero hay una raíz entera más próxima: $8^2 + 2 = 66$.
 Por tanto, no ha realizado correctamente los cálculos.

39. Página 57

a) $\sqrt{26} = \sqrt{5^2 + 1}$

b) $\sqrt{99} = \sqrt{9^2 + 18}$

c) $\sqrt{123} = \sqrt{11^2 + 2}$

d) $\sqrt{150} = \sqrt{12^2 + 6}$

e) $\sqrt{226} = \sqrt{15^2 + 1}$

40. Página 57

- a) Entre los cuadrados perfectos 9 y 16.
- b) Entre los cuadrados perfectos 25 y 36.
- c) Entre los cuadrados perfectos 196 y 225.
- d) Entre los cuadrados perfectos 784 y 841.

41. Página 57

- a) 12 casillas en el lado del tablero.
- b) 19 casillas en el lado del tablero.
- c) 17 casillas en el lado del tablero.
- d) 22 casillas en el lado del tablero.

42. Página 57

- a) 170 c) 181 e) 189
- b) 178 d) 183 f) 191

El mayor resto que se puede obtener es 26.

43. Página 57

17 números tienen como raíz entera 8 \rightarrow 64, 65, ..., 80

19 números tienen como raíz entera 9 \rightarrow 81, 82, ..., 99

21 números tienen como raíz entera 10 \rightarrow 100, 101, ..., 120

44. Página 57

Respuesta abierta.

Existen infinitos números que cumplan la condición. Por ejemplo:

$1^2 + 3 = 4$ $3^2 + 3 = 12$ $5^2 + 3 = 28$

$2^2 + 3 = 7$ $4^2 + 3 = 19$ $6^2 + 3 = 39$

45. Página 58

a) $\sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \pm \frac{3}{10}$

d) $\sqrt{\frac{16}{441}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{441}} = \pm \frac{4}{21}$

b) $\sqrt{\frac{64}{144}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{144}} = \pm \frac{2}{3}$

e) $\sqrt{\frac{121}{25}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{25}} = \pm \frac{11}{5}$

c) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{81}} = \pm \frac{2}{9}$

f) $\sqrt{\frac{36}{225}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{225}} = \pm \frac{6}{15}$

46. Página 58

a) $\frac{2}{7}$ es una raíz cuadrada de la fracción $\frac{4}{49}$.b) $-\frac{5}{3}$ es una raíz cuadrada de la fracción $\frac{25}{9}$.

47. Página 58

a) $\sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2}$

b) $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = -\frac{5}{2}$

c) $\sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$

d) $\sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = -3$

48. Página 58

a) Si el radicando es una fracción cuyos numerador y denominador son cuadrados perfectos, entonces la raíz será impropia. En otro caso, la raíz no será una fracción.

b) Es siempre igual al radicando.

49. Página 59

a) $4 + \frac{1}{7} : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - \frac{8}{5} \cdot \sqrt{\frac{16}{9}} = 4 + \frac{1}{7} : \frac{7}{6} - \frac{8}{5} \cdot \frac{4}{3} = 4 + \frac{6}{49} - \frac{32}{15} = \frac{1462}{735}$

b) $\sqrt{\frac{4}{16}} : \left(\frac{6}{5} - \frac{5}{6}\right)^2 : \frac{2}{11} + 3 \cdot \frac{5}{7} = \frac{1}{2} : \left(\frac{11}{30}\right)^2 : \frac{2}{11} + \frac{15}{7} = \frac{11^2}{2 \cdot 30^2} : \frac{2}{11} + \frac{15}{7} = \frac{11^3}{2^2 \cdot 30^2} + \frac{15}{7} = \frac{63317}{25200}$

c) $\frac{2}{5} : \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right) \cdot \sqrt{\frac{9}{16}} + 1 : \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{2}{5} : \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{4} + 1 : \frac{9}{16} = \frac{3}{16} + \frac{16}{9} = \frac{283}{144}$

d) $\frac{2}{5} : \left(\frac{5}{3} : \frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{5}{2} - \left(\frac{7}{5} + \frac{8}{3}\right)^2 = \frac{2}{5} : \frac{25^2}{6^2} \cdot \frac{5}{2} - \frac{61^2}{15^2} = \frac{36}{625} - \frac{61^2}{15^2} = -\frac{92701}{5625}$

e) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : 2 - \frac{1}{10}\right] : \left(\frac{2}{7} - \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{12} : 2 - \frac{1}{10}\right) : \left(-\frac{31}{14}\right) = \frac{11}{15} : \left(-\frac{31}{14}\right) = -\frac{341}{210}$

f) $-3 - \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left[(-3) : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)\right]^3 = -3 - \frac{2}{5} \cdot \left[(-3) : \frac{3}{10}\right]^3 = -3 - \frac{2}{5} \cdot (-10)^3 = -3 + 400 = 397$

g) $\frac{8}{3} - \left[7 \cdot \left(\frac{8}{3} + 2 : \frac{1}{6}\right)\right] = \frac{8}{3} - \left(7 \cdot \frac{44}{3}\right) = -100$

h) $\left(4 + \frac{1}{3}\right)^3 : \sqrt{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 3\right) = \left(\frac{13}{3}\right)^3 : \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} - 3\right) = \frac{17333}{108}$

50. Página 59

$$a) \sqrt{\frac{16}{25}} - \frac{7}{2} + \left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 + 4 - \frac{1}{8} \right] = \frac{4}{5} - \frac{7}{2} + \left[\frac{9}{4} + 4 - \frac{1}{8} \right] = \frac{4}{5} - \frac{7}{2} + \frac{49}{8} = \frac{137}{40}$$

$$b) \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{2} \right) + \left[\left(\sqrt{\frac{9}{4}} - \frac{1}{7} \right) + 6^3 \right] = \frac{37}{10} + \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{7} \right) + 216 \right] = \frac{7737}{35}$$

$$c) (-2)^3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{3} + \left(-4 : \sqrt{\frac{1}{64}} \cdot 3 \right) = -4 - \frac{5}{3} + \left(-4 : \frac{1}{8} \cdot 3 \right) = -4 - \frac{5}{3} - 96 = -\frac{305}{3}$$

$$d) \frac{8}{7} \cdot 4 - \left(\frac{6}{5} \right)^5 - \left(\frac{11}{8} + \sqrt{\frac{144}{25}} - 2 \right) = \frac{32}{7} - \frac{6^5}{5^5} - \left(\frac{11}{8} + \frac{12}{5} - 2 \right) = \frac{32}{7} - \frac{6^5}{5^5} - \frac{71}{40} = \frac{53919}{175000}$$

$$e) \frac{3}{2} : \left[\left(-5 + \frac{11}{8} \right) \cdot \left(-\frac{9}{4} \right)^3 \right] = \frac{3}{2} : \left[-\frac{29}{8} \cdot \left(-\frac{9^3}{4^3} \right) \right] = \frac{3}{2} : \left(\frac{29 \cdot 9^3}{4^3} \right) = \frac{256}{7047}$$

$$f) 6^2 - \left[3 + \left(\frac{5}{8} \right)^3 - \frac{3}{4} \right] \cdot \left(\sqrt{\frac{49}{4}} - 1 \right) = 36 - \left(3 + \frac{5^3}{8^3} - \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 1 \right) = 36 - \frac{1277}{512} \cdot \frac{5}{2} = \frac{30479}{1024}$$

$$g) \left[\frac{3}{5} + \left(\frac{7}{3} - 2 \right)^3 - \frac{13}{4} \right] : \left(\sqrt{\frac{49}{144}} + \sqrt{\frac{1}{16}} \right) = \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{27} - \frac{13}{4} \right) : \left(\frac{7}{12} + \frac{1}{4} \right) = \left(-\frac{1411}{540} \right) : \frac{5}{6} = -\frac{1411}{450}$$

$$h) \left(-\frac{4}{5} \right)^3 + \frac{2}{3} : \left[\left(\frac{5}{8} \right)^4 - \frac{1}{2} \right] \cdot \left(\sqrt{\frac{25}{49}} - \frac{1}{4} \right) - 2 = -\frac{4^3}{5^3} + \frac{2}{3} : \left(\frac{5^4}{8^4} - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{5}{7} - \frac{1}{4} \right) - 2 = -\frac{64}{125} + \frac{2}{3} : \left(-\frac{1423}{4096} \right) \cdot \frac{13}{28} - 2 = -\frac{12711262}{3735375}$$

ACTIVIDADES FINALES

51. Página 60

	Base	Exponente	Se lee	Valor
a)	-2	3	Menos dos elevado al cubo	$(-2)^3 = -8$
b)	4	4	Cuatro elevado a la cuarta	$-4^4 = -256$
c)	$\frac{3}{5}$	5	Tres quintos elevado a la quinta	$\left(\frac{3}{5} \right)^5 = \frac{243}{3125}$
d)	3	2	Tres elevado al cuadrado	$3^2 = 9$
e)	2	6	Dos elevado a la sexta	$2^6 = 64$
f)	$-\frac{7}{2}$	4	Menos siete medios elevado a la cuarta	$\left(-\frac{7}{2} \right)^4 = \frac{2401}{16}$
g)	1	10	Uno elevado a la décima	$1^{10} = 1$
h)	-1	15	Menos uno elevado a la quince	$(-1)^{15} = -1$
i)	$-\frac{3}{4}$	8	Menos tres cuartos elevado a la octava.	$\left(-\frac{3}{4} \right)^8 = \frac{6561}{16777216}$

52. Página 60

a) $3^8 = 6\,561$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^6 = \frac{4096}{15625}$

b) $(-4)^5 = -1024$

d) $\left(-\frac{3}{2}\right)^7 = -\frac{2\,187}{128}$

53. Página 60

a) $(-3)^4 = 81$

d) $5^6 = 15\,625$

b) $6^4 = 1\,296$

e) $(-12)^3 = -1\,728$

c) $\left(\frac{3}{5}\right)^5 = \frac{243}{3\,125}$

f) $\left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$

54. Página 60

a) $3^2 = 9$

g) $(-3)^3 = -27$

b) $5^0 = 1$

h) $(-1)^7 = -1$

c) $(-3)^2 = 9$

i) $2^3 = 8$

d) $2^5 = 32$

j) $(-2)^3 = -8$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1$

k) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

f) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$

l) $\left(-\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$

55. Página 60

a) Son iguales

c) 5

e) 5^0

g) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

i) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

b) $(-5)^4$ d) 5^3 f) 5^4

h) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$

j) $\left(-\frac{1}{5}\right)^0$

56. Página 60

1º	Base 3	$3^2, 3^3, 3^4$	$2^2 < 2^3 < 3^2 < 2^4 < 5^2 < 3^3 < 3^4 < 5^3 < 5^4$
	Base 5	$5^2, 5^3, 5^4$	
	Base 2	$2^2, 2^3, 2^4$	
2º	Base -3	$(-3)^3, (-3)^2, (-3)^4$	$(-5)^3 < (-3)^3 < (-2)^3 < (-2)^2 < (-3)^2 < (-2)^4 < (-5)^2 < (-3)^4 < (-5)^4$
	Base -5	$(-5)^3, (-5)^2, (-5)^4$	
	Base -2	$(-2)^3, (-2)^2, (-2)^4$	
3º	Base $\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4; \left(\frac{1}{2}\right)^3; \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(-\frac{3}{4}\right)^3 < \left(-\frac{2}{3}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^4 < \left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(-\frac{2}{3}\right)^4 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 < \left(-\frac{3}{4}\right)^4 < \left(-\frac{2}{3}\right)^2 < \left(-\frac{3}{4}\right)^2$
	Base $-\frac{2}{3}$	$\left(-\frac{2}{3}\right)^3; \left(-\frac{2}{3}\right)^4; \left(-\frac{2}{3}\right)^2$	
	Base $-\frac{3}{4}$	$\left(-\frac{3}{4}\right)^3; \left(-\frac{3}{4}\right)^4; \left(-\frac{3}{4}\right)^2$	

57. Página 60

- | | | |
|------------|------------|------------|
| a) Signo – | d) Signo + | g) Signo – |
| b) Signo + | e) Signo + | h) Signo + |
| c) Signo + | f) Signo + | i) Signo – |

58. Página 60

- | | |
|---------------------------------|---|
| a) $(-7)^7 \rightarrow$ Signo – | d) $\left(-\frac{1}{12}\right)^3 \rightarrow$ Signo – |
| b) $3^5 \rightarrow$ Signo + | e) $\left(-\frac{7}{2}\right)^4 \rightarrow$ Signo + |
| c) $(-5)^4 \rightarrow$ Signo + | f) $\left(\frac{19}{15}\right)^7 \rightarrow$ Signo + |

59. Página 60

- a) Cierto. Por ejemplo $\left(\frac{-1}{2}\right)^4$ y $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ dan el mismo resultado.
- b) Falso, no siempre es así. Por ejemplo: $-\frac{1}{2} < \frac{1}{2} \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$.
- c) Falso, no siempre es así. Por ejemplo: $\left(\frac{-5}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8} < -\frac{5}{2}$.

60. Página 60

Para todos los valores pares.

61. Página 60

- a) $125 = 5^3$ b) $-32 = (-2)^5$ c) $16 = 2^4$ d) $256 = 2^8$ e) $-400 = -20^2$

62. Página 60

- | | |
|----------|-----------|
| a) Falsa | d) Cierta |
| b) Falsa | e) Cierta |
| c) Falsa | f) Cierta |

63. Página 61

- | | |
|---|--|
| a) $(-2)^3 (-2)^5 = (-2)^8$ | d) $6^7 \cdot 6^{11} = 6^{18}$ |
| b) $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^8$ | e) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^6 = \left(-\frac{2}{5}\right)^9$ |
| c) $5^6 \cdot 5^7 = 5^{13}$ | f) $(-4)^5 \cdot (-4)^6 = (-4)^{11}$ |

64. Página 61

a) $(-6)^9 : (-6)^3 = (-6)^6$

b) $\left(\frac{2}{7}\right)^{10} : \left(\frac{2}{7}\right)^5 = \left(\frac{2}{7}\right)^5$

c) $9^6 : 9^5 = 9$

d) $4^{13} : 4^7 = 4^6$

e) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{12} : \left(\frac{-1}{3}\right)^9 = \left(\frac{-1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$

f) $(-2)^{15} : (-2)^{12} = (-2)^3$

65. Página 61

a) $5^8 : 5^3 = 5^5$

b) $(-12)^6 : 4^6 = (-3)^6$

c) No se puede

d) $\left(\frac{2}{7}\right)^5 : \left(\frac{-2}{7}\right)^3 = -\left(\frac{2}{7}\right)^2$

e) No se puede.

f) $11^6 \cdot 11^5 = 11^{11}$

g) $\left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{5}{14}\right)^3$

h) $9^8 : (-3)^8 = (-3)^8$

66. Página 61

a) $(2^4)^3 = 2^{12}$

b) $(7^0)^2 = 7^0$

c) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^6\right]^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{18}$

d) $[(-5)^4]^2 = (-5)^8 = 5^8$

e) $[(-1)^3]^5 = (-1)^{15} = -1$

f) $\left[\left(-\frac{2}{11}\right)^7\right]^8 = \left(-\frac{2}{11}\right)^{56}$

g) $[((-5)^4)^2]^4 = (-5)^{32}$

h) $[(2^5)^6]^2 = 2^{60}$

67. Página 61

a) $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 216$

b) $[(-8) : 2]^2 = (-4)^2 = 16$

c) $[5 \cdot (-2)]^5 = (-10)^5 = -100\,000$

d) $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{4}{15}\right)^3 = \frac{64}{3375}$

e) $[(-2) \cdot (-1)]^{10} = 2^{10} = 1\,024$

f) $(9 : 3)^5 = 3^5 = 243$

g) $[(-9) : (-3)]^4 = 3^4 = 81$

h) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right) : \frac{3}{4}\right]^6 = (-2)^6 = 2^6$

68. Página 61

- | | |
|------------|------------|
| a) Signo + | e) Signo – |
| b) Signo + | f) Signo + |
| c) Signo – | g) Signo + |
| d) Signo – | h) Signo – |

69. Página 61

- a) $5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^2 = 5^9$
 b) $13 \cdot 13^3 \cdot 13^1 = 13^5$
 c) $(-11)^2 \cdot (-11)^4 \cdot (-11) = (-11)^7$
 d) $(-21)^8 \cdot (-21)^3 \cdot (-21)^0 = (-21)^{11}$

70. Página 61

- a) $(6^2 \cdot 6^3) \cdot (6^4 : 6^3) = 6^6$
 b) $[(-3)^{12} : (-3)^7] \cdot [(-3)^5 \cdot (-3)^2] = (-3)^{12}$
 c) $(-4)^{35} : [(-4)^5 \cdot (-4)^{20}] = (-4)^{10}$
 d) $\left[\left(\frac{5}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^4\right] = \frac{5}{4}$
 e) $4^{10} : [(4^6)^2 \cdot 4^3] \cdot 4^3 = 4^{-2}$
 f) $\left[\left(\frac{5}{2}\right)^7\right] : \left[\left(\frac{5}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^6\right] = \left(\frac{5}{2}\right)^3$
 g) $[(-2)^4 \cdot (-2)^5] : (-2)^3 \cdot ((-2)^2)^5 = (-2)^{16} = 2^{16}$
 h) $\left[\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^8\right] : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

71. Página 61

- a) $(4^4 \cdot 4^{20}) : [(4^6)^3 \cdot 4^2] = 4^4$
 b) $(3^{12} : 3^5) \cdot [(3^5)^3 \cdot 3^2] = 3^{24}$
 c) $(-2)^6 \cdot (-2)^8 : [(-2)^4 : (-2)^2] = (-2)^{12}$
 d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{20} : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4\right] : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^6$

73. Página 61

- | | | |
|--|---|--|
| a) $(-3)^5 \cdot (3^2)^4 = -3^{13}$ | c) $(2 \cdot 3)^5 \cdot (-3)^4 = 2^5 \cdot 3^9$ | e) $(2 \cdot 3)^7 \cdot (2^2 \cdot 3)^4 = 2^{15} \cdot 3^{11}$ |
| b) $(3 \cdot 5)^3 \cdot 3^2 = 3^5 \cdot 5^3$ | d) $(2^4)^7 \cdot (2^5)^3 = 2^{43}$ | f) $(2^3)^{10} \cdot (2 \cdot 5)^3 = 2^{33} \cdot 5^3$ |

74. Página 62

a) $(3 \cdot 5)^3 : 3^2 = 3 \cdot 5^3$

d) $(2^4)^{10} : (2^2)^3 = 2^{34}$

b) $-(2^3)^5 : 2^3 = -2^{12}$

e) $(3^2)^7 : 3^5 = 3^9$

c) $(3^2)^5 : (-3)^4 = 3^6$

f) $(2^4)^7 : (2^5)^3 = 2^{13}$

75. Página 62

a) $[(-4)^8 \cdot 8^2]^3 \cdot 2^5 = 2^{66} \cdot 2^5 = 2^{71}$

b) $(18^6)^3 : [(-2)^5 \cdot (-2)^3] \cdot 4^3 = 2^{18} \cdot 3^{36} : 2^8 \cdot 2^6 = 2^{16} \cdot 3^{36}$

c) $(-6)^{30} : ((-6)^{12})^2 \cdot 12^3 = 6^{30} : 6^{24} \cdot (2^3 \cdot 6^3) = 2^{12} \cdot 3^9$

d) $(-13)^5 \cdot (13^4)^0 : 13^2 = -13^3$

e) $[2^{13} \cdot 4^2 : 8^5]^2 : 2^5 = [2^{13} \cdot 2^4 : 2^{15}]^2 : 2^5 = 2^4 : 2^5 = 2^{-1}$

f) $(-15)^8 : [3^{10} \cdot (5^2)^5] \cdot 15^4 = 15^8 : 15^{10} \cdot 15^4 = 15^2$

76. Página 62

a) $\sqrt{16} = 4 \rightarrow 4^2 = 16$

c) $9^2 = 81 \rightarrow \sqrt{81} = 9$

b) $\sqrt{25} = 5 \rightarrow 5^2 = 25$

d) $11^2 = 121 \rightarrow \sqrt{121} = 11$

77. Página 62

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225

78. Página 62

Considerando el 0 como entero no negativo, los números que son iguales a su raíz cuadrada positiva son 0 y 1.

79. Página 62

	Raíz cuadrada entera	Resto
$\sqrt{27}$	5	2
$\sqrt{201}$	14	5
$\sqrt{34}$	5	9
$\sqrt{85}$	9	4

80. Página 62

a) 19 → La raíz cuadrada entera es 4 y el resto 3.

b) 49 → La raíz cuadrada entera es 7 y el resto 0.

c) 79 → La raíz cuadrada entera es 8 y el resto 15.

d) 119 → La raíz cuadrada entera es 10 y el resto 19.

e) 229 → La raíz cuadrada entera es 15 y el resto 4.

81. Página 62

$$a) 3^2 + 2 = 11 \rightarrow a = 11$$

$$d) 4^2 + 7 = 23 \rightarrow d = 23$$

$$b) 9^2 + 5 = 86 \rightarrow b = 86$$

$$e) 5^2 + 10 = 35 \rightarrow e = 35$$

$$c) 2^2 + 1 = 5 \rightarrow c = 5$$

$$f) 7^2 + 4 = 53 \rightarrow f = 53$$

82. Página 62

• $12^2 + c = 13^2 = 169 \rightarrow c = 25 \rightarrow$ El resto más grande que puede tener es 24.

• $135^2 + c = 136^2 = 18496 \rightarrow c = 271 \rightarrow$ El resto más grande que puede tener es 270.

83. Página 62

No es posible. Si el resto fuera negativo, significaría que el cuadrado de la raíz es mayor que el radicando.

Por ejemplo, si tomásemos 6 como raíz entera de $\sqrt{27}$ y resto -9 , tendríamos que:

$$6^2 - 9 = 27, \text{ pero } 6^2 = 36 > 27.$$

84. Página 62

$$a) \pm \frac{2}{3}$$

$$b) \pm \frac{20}{8} = \pm \frac{5}{2}$$

$$c) \pm \frac{40}{7}$$

$$d) \pm \frac{11}{5}$$

$$e) \pm \frac{9}{6} = \pm \frac{3}{2}$$

$$f) \pm \frac{15}{4}$$

85. Página 62

$$a) (-3)^3 : (-9) + \sqrt{64} : (-2) \cdot 5^2 - (-8) = 3 + 8 : (-2) \cdot 25 + 8 = 3 - 100 + 8 = -89$$

$$b) (-3)^3 : (-9) + \sqrt{64} : (-2) \cdot [5^2 - (-8)] = 3 + 8 : (-2) \cdot 33 = 3 - 132 = -129$$

$$c) (-2) \cdot (-3)^2 : \sqrt{9} - (-8)^4 : 2^3 - \sqrt{100} = -18 : 3 - 2^9 - 10 = -6 - 2^9 - 10 = -528$$

$$d) [(-1) \cdot 5 \cdot 3 - 8] \cdot \sqrt{16} - (-2)^3 \cdot ((-2)^2)^2 = -23 \cdot 4 + 8 \cdot 16 = 36$$

$$e) \sqrt{\frac{36}{25}} - \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left[\frac{3}{5} + \left(\frac{2}{3}\right)^3\right] : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{6}{5} - \frac{9}{25} - \left(\frac{3}{5} + \frac{8}{27}\right) : \frac{1}{27} = \frac{6}{5} - \frac{9}{25} - \frac{121}{5} = -\frac{584}{25}$$

$$f) \left[\sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{36}{25}}\right]^2 - \left(\frac{-5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{6}{5}\right)^2 - \frac{25}{4} \cdot \frac{25}{9} = \frac{100}{441} - \frac{625}{36} = -\frac{10075}{588}$$

86. Página 62

$$a) \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \frac{7}{4} - \frac{3}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{4} - \frac{3}{2} = \frac{7}{3} - \frac{3}{2} = \frac{5}{6}$$

$$b) \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{400}{64}} + 8 : \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{20}{8} + 20 = \frac{5}{6} + 20 = \frac{125}{6}$$

$$c) \frac{2}{5} : \frac{5}{4} - \left(-\frac{6}{5}\right)^2 : \frac{7}{2} = \frac{8}{25} - \frac{36}{25} : \frac{7}{2} = \frac{8}{25} - \frac{72}{175} = -\frac{16}{175}$$

$$d) \left(-\frac{1}{6}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 - \sqrt{\frac{121}{36}} + 3 \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{36} : \frac{8}{125} - \frac{11}{6} + \frac{9}{10} = \frac{125}{288} - \frac{11}{6} + \frac{9}{10} = -\frac{719}{1440}$$

87. Página 62

$$a) [((-2)^2)^4 : (-2)^3 \cdot (-2)^5]^2 \cdot [((-2)^3)^2 : (-2)^5] = [(-2)^5 \cdot (-2)^{10}]^2 \cdot [(-2)^6 : (-2)^5] = (-2)^{20} \cdot (-2) = (-2)^{21}$$

$$b) \left(\sqrt{\frac{25}{16}} \right)^3 - \left(\frac{5}{2} \right)^2 + \left[\left(\frac{5}{2} \right)^6 : \left(\frac{5}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^5 \right]^2 = \left(\frac{5}{4} \right)^3 - \left(\frac{5}{2} \right)^2 + \left(\frac{5}{2} \right)^{16} = \frac{4^5 \cdot 5^3 - 4^7 \cdot 5^2 - 5^{16}}{4^8}$$

$$c) [3^4 : 3^3 \cdot 3^8 : 3^6]^2 \cdot [(3^4)^4 : 3^7]^3 : \sqrt{81} = 3^6 \cdot 3^{27} : 3^2 = 3^{31}$$

$$d) \left[\sqrt{\frac{25}{9}} - \frac{5}{4} \right]^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot 3^5 - ((3^2)^3) \cdot \sqrt{\frac{100}{81}} = \left(\frac{5}{12} \right)^2 + \frac{2^3}{3^3} \cdot 3^5 - 3^6 \cdot \frac{10}{9} = \frac{25}{144} + 72 - 810 = -\frac{106247}{144}$$

$$e) \sqrt{\frac{16}{49}} - \left(\frac{2}{3} \right)^3 + [(3^2)^4 : 3^3]^2 \cdot 3^4 = \frac{4}{7} - \frac{8}{27} + 3^{14} = \frac{52}{189} + 3^{14}$$

89. Página 63

Con 48 monedas podemos formar un cuadrado con 6 monedas en cada lado y sobran 13 monedas.

Con 169 monedas podemos formar un cuadrado con 13 monedas en cada lado y no sobra ninguna.

90. Página 63

$5^3 = 125$ flechas se necesitan.

91. Página 63

$3^4 = 81$ libros tiene la biblioteca.

92. Página 63

a) $\frac{32}{2^n}$, siendo n el número de semanas transcurridas.

b) $\frac{32}{2^n} = 0,25 \rightarrow 32 = 2^{n-2} \rightarrow 2^5 = 2^{n-2} \rightarrow n = 7$ semanas.

93. Página 63

a) $12000000 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n$ es el número de bacterias que habrá tras n días. Entonces:

$$12000000 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^5 \approx 1580247 \text{ bacterias que habrá el quinto día.}$$

b) $12000000 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n < 1200000 \rightarrow \left(\frac{2}{3} \right)^n < 0,1 \rightarrow n = 6$ días

94. Página 63

a) Cajas del salón y de la habitación: $28 + 21 = 49 \rightarrow$ Habrá 7 cajas en su lado.

Cajas de las habitaciones y la cocina: $21 + 15 = 36 \rightarrow$ Habrá 6 cajas en su lado.

Todas las cajas: $28 + 21 + 15 = 64 \rightarrow$ Habrá 8 cajas en su lado.

b) $\sqrt[3]{64} = 4 \rightarrow$ El cubo tendrá 4 cajas en cada lado y por tanto de altura.

DEBES SABER HACER

1. Página 63

- a) $4^6 \rightarrow$ Base: 4 Exponente: 6 c) $(-5)^3 \rightarrow$ Base: -5 Exponente: 3
b) $(-2)^4 \rightarrow$ Base: -2 Exponente: 4 d) $10^5 \rightarrow$ Base: 10 Exponente: 5

2. Página 63

- a) Signo - y se lee: menos 7 elevado al cubo.
b) Signo + y se lee: cuatro al cuadrado.
c) Signo + y se lee: cinco elevado a ocho.
d) Signo - y se lee: menos cinco elevado a once.
e) Signo - y se lee: menos diez elevado a diecisiete.
f) Signo + y se lee: dos elevado a 20.

3. Página 63

- a) $(-2)^7 = -128$
b) $6^3 = 216$
c) $(-5)^4 = 625$
d) $10^6 = 1\,000\,000$
e) $(-10)^7 = -10\,000\,000$

4. Página 63

- a) $\left(\frac{5}{3}\right)^5 \rightarrow$ El resultado tendrá signo +. b) $\left(-\frac{2}{7}\right)^3 \rightarrow$ El resultado tendrá signo -.

5. Página 63

- a) $4^2 \cdot 4^6 \cdot 4^9 = 4^{17}$ c) $((-2)^3)^5 = (-2)^{15}$
b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^9 : \left(-\frac{3}{2}\right)^4 : \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2$ d) $\left(\left(\frac{1}{10}\right)^3\right)^5 = \left(\frac{1}{10}\right)^{15}$

6. Página 63

- a) La raíz entera es 12 y el resto 0, porque $12^2 = 144$.
b) La raíz entera es 13 y el resto 8, porque $13^2 + 8 = 177$.
c) La raíz entera es 14 y el resto 28, porque $14^2 + 28 = 224$.
d) La raíz es $\pm\frac{6}{7}$.
e) La raíz es $\pm\frac{9}{10}$.

7. Página 63

$$\text{a) } (3^4 : 3^2)^4 - \sqrt{\frac{25}{9}} : \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^7 : \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \right] = 3^8 - \frac{5}{3} : \left(-\frac{3}{5}\right)^5 = 3^8 + \left(\frac{5}{3}\right)^6$$

$$\text{b) } ((-2)^3)^5 : (-2)^4 + \left[\left(\frac{1}{3}\right)^8 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \right]^3 - \sqrt{\frac{16}{49}} = (-2)^{11} + \left(\frac{1}{3}\right)^{30} - \frac{4}{7}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

95. Página 64

Los abuelos $\rightarrow 9 \cdot 2^{10} : 3 = 3\,072$ segundos = 51,2 minutos.

Los padres $\rightarrow 9 \cdot 2^{10} : 20 = 460,8$ segundos = 7,68 minutos.

El hermano $\rightarrow 9 \cdot 2^{20} : 256 = 36\,864$ segundos = 10,24 horas.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

96. Página 64

$$m + 265 = n^2$$

Buscamos cuadrados perfectos que más se acerque a 265:

$$m + 265 = 17^2 \rightarrow m + 265 = 289 \rightarrow m = 24$$

97. Página 64

$$\text{a) } \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \pm \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{\frac{256}{10000}} = \pm \frac{4}{10}$$

98. Página 64

$$1^2 + 2^2 + \dots + 25^2 = 5\,525$$

Multiplicando por 4 la identidad:

$$4 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + 25^2) = 5\,525 \cdot 4 \rightarrow 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 50^2 = 22\,100$$

99. Página 64

$$2^{2005} + 2007 < 2^{2006} - 2 < 2^{2006} + 2 < 2^{2008}$$

$$\text{Sumamos los números centrales: } 2^{2006} - 2 + 2^{2006} + 2 = 2 \cdot 2^{2006} = 2^{2007}.$$

100. Página 64

$$2\,940 \cdot m = n^2 \rightarrow 2\,940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$$

$$m = 15 \text{ y } n = 210 \rightarrow 2\,940 \cdot 15 = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7)^2 = 210^2$$

101. Página 64

$$5^2 = 4^2 + 9$$

$$n^2 = (n - 1)^2 + (2n - 1)$$

PRUEBAS PISA

102. Página 65

Longitud de una pala del rotor = 40 m

Distancia mínima obligatoria = $5 \cdot 40 = 200$ m

Si tomamos dos centrales lo más cercanas posibles, su distancia mínima calculada por el teorema de Pitágoras es:

$$\text{distancia mínima} = \sqrt{125^2 + 125^2} = 176,78 \text{ metros} < 200 \text{ metros}$$

Por tanto, la propuesta del alcalde no cumple las normas de construcción.

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 66

- a) 340 milésimas
- b) 900 centésimas
- c) 470 centésimas
- d) 8 000 milésimas

2. Página 66

- a) $\sqrt{36} = 6$
- b) $\sqrt{64} = 8$
- c) $\sqrt{49} = 7$
- d) $\sqrt{144} = 12$

3. Página 66

- a) Raíz entera 6 y resto 9.
- b) Raíz entera 3 y resto 6.
- c) Raíz entera 7 y resto 12.
- d) Raíz entera 9 y resto 3.

VIDA COTIDIANA

LA SONDA ESPACIAL. Página 67

150 millones de km = $1,5 \cdot 10^8$ Km

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 68

$-0,001 < -0,0015 < -0,002$

RETO 2. Página 72

Dividiendo 987 entre 230.

RETO 3. Página 74

Si la aproximación decimal de una raíz tiene 2 cifras decimales, el resto como máximo tendrá cuatro.

RETO 4. Página 77

$(10^5)^2 = 10^{10}$ $10^{(5^2)} = 10^{25}$ Es mayor $10^{(5^2)}$.

ACTIVIDADES

1. Página 68

- a) 4,09
- b) 12,045
- c) 0,079
- d) 450,0017

2. Página 68

- a) $-4,7 < -4 < -3,61 < -3,56 < -3,478$
b) $0,0003 < 0,001 < 0,0012 < 0,008 < 0,9$

3. Página 68

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $-3,2468101214 < -3,24 < -3,23 < -3,22$
b) $-3,2468101214 < -3,246709 < -3,246708 < -3,246707$

4. Página 69

0,1267 por truncamiento a las décimas: 0,1; a las centésimas: 0,12 y a las milésimas 0,126.
0,1267 por redondeo a las décimas: 0,1; a las centésimas: 0,13 y a las milésimas 0,127.
2,3458 por truncamiento a las décimas: 2,3; a las centésimas: 2,34 y a las milésimas 2,345.
2,3458 por redondeo a las décimas: 2,3; a las centésimas: 2,35 y a las milésimas 2,346.
3,09527 por truncamiento a las décimas: 3; a las centésimas: 3,09 y a las milésimas 3,095.
3,09527 por redondeo a las décimas: 3,1; a las centésimas: 3,10 y a las milésimas 3,095.

5. Página 69

Redondeo: $12,57 \rightarrow$ Error: $12,57 - 12,5674 = 0,0026$
Truncamiento: $12,56 \rightarrow$ Error: $12,5674 - 12,56 = 0,0074$

6. Página 69

- a) Estimación a las unidades $4 + 3 - 4 = 3$; a las décimas $3,6 + 2,9 - 3,8 = 2,7$.
b) Estimación a las unidades $0 + 3 - 3 = 0$; a las décimas $0,3 + 2,8 - 3,1 = 0$.

7. Página 69

$1,207^2 \rightarrow$ Truncamiento a las centésimas: $1,20^2 = 1,44 \text{ cm}^2$.

8. Página 70

- a) 0,7
b) 3,666...
c) 1,89
d) 0,5222...
e) 0,12333...
f) 0,082

15. Página 71

Pedro 2,5 Kg; María 3 Kg y Pablo 4,2 Kg → Pablo es el que más ha comprado.

16. Página 71

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{4}{2}$; $\frac{10}{2}$ y $\frac{14}{7}$

c) $\frac{7}{21}$; $\frac{8}{12}$ y $\frac{22}{18}$

b) $\frac{5}{10}$; $\frac{4}{16}$ y $\frac{7}{20}$

d) $\frac{9}{55}$; $\frac{7}{30}$ y $\frac{22}{30}$

17. Página 72

a) 16,794

c) -69,768

e) 4,873

b) 105,75

d) 0,691

f) 1,021

18. Página 72

a) 6,16

c) 739,2

e) 1,623

b) 1,2

d) 452,6

f) 537,5

19. Página 72

a) 10,976

b) 8,57

c) -6,03

d) 6,596

20. Página 72

a) $7,449 + 4,56 = 12,009$

b) $16,569 - 4,56 = 12,009$

21. Página 73

a) cociente 22 y resto 3,6

g) cociente 0 y resto 5,3586

b) Cociente 35 y resto 3,65

h) Cociente 2 y resto 0,153

c) Cociente 25 y resto 0

i) Cociente 2015 y resto 0,375

d) Cociente 68 y resto 0

j) Cociente 304 y resto 4,88

e) Cociente 13 y resto 0

k) Cociente 12 y resto 0,234

f) Cociente 2 y resto 1,92

l) Cociente 6 y resto 0,868

22. Página 73

a) 17,5

b) 0,175

c) 175

d) 1750

23. Página 73

a) $0,12 : 0,02 = 6$

b) $15 : 0,25 = 60$

c) $25,38 : 9,4 = 2,7$

d) $92,16 : 9,6 = 9,6$

24. Página 73

- a) $7,56 : 4 = 1,89$ € el kg de naranjas; $15 : 2,5 = 6$ € el kg de nueces; $11,90 : 8,5 = 1,40$ € el kg de plátanos.
 b) Las nueces son más caras.

25. Página 74

- a) La raíz cuadrada es 2,6 y el resto 0,24.
 b) La raíz cuadrada es 7,2 y el resto 1,16.
 c) La raíz cuadrada es 8,9 y el resto 0,79.
 d) La raíz cuadrada es 9,9 y el resto 0,99.
 e) La raíz cuadrada es 5,9 y el resto 0,19.
 f) La raíz cuadrada es 4,2 y el resto 0,36.

26. Página 74

- a) $2,6^2 + 0,24 = 6,76 + 0,24 = 7$
 b) $7,2^2 + 1,16 = 51,84 + 1,16 = 53$
 c) $8,9^2 + 0,79 = 79,21 + 0,79 = 80$
 d) $9,9^2 + 0,99 = 98,01 + 0,99 = 99$
 e) $5,9^2 + 0,19 = 34,81 + 0,19 = 35$
 f) $4,2^2 + 0,36 = 17,64 + 0,36 = 18$

27. Página 74

- a) $a = 9,61$
 b) $b = 0,0016$
 c) $c = 43$
 d) $d = 15$

28. Página 74

Sí. Por ejemplo: 52 y 52,01.

29. Página 75

- a) La raíz cuadrada es 18 y el resto 21.
 b) La raíz cuadrada es 28 y el resto 5.
 c) La raíz cuadrada es 36 y el resto 49.
 d) La raíz cuadrada es 77 y el resto 76.
 e) La raíz cuadrada es 31 y el resto 38.
 f) La raíz cuadrada es 26 y el resto 25.
 g) La raíz cuadrada es 69 y el resto 28.
 h) La raíz cuadrada es 91 y el resto 68.

30. Página 75

- a) $18^2 + 21 = 324 + 21 = 345$
 b) $28^2 + 5 = 784 + 5 = 789$
 c) $36^2 + 49 = 1296 + 49 = 1345$
 d) $77^2 + 76 = 5929 + 76 = 6005$
 e) $31^2 + 38 = 961 + 38 = 999$
 f) $26^2 + 25 = 676 + 25 = 701$
 g) $69^2 + 28 = 4761 + 28 = 4789$
 h) $91^2 + 68 = 8281 + 68 = 8349$

31. Página 75

- a) 376
 b) 665
 c) 1033

32. Página 75

- a) No, porque 7^2 es 49 y, al sumar 16 el resultado es superior a 64. Entonces la raíz cuadrada sería 8.
b) No, porque 7^2 es 49 y, al sumar 15 el resultado es superior a 64. Entonces la raíz cuadrada sería 8.

33. Página 76

- a) 20,8; resto 3,36
b) 29,4; resto 5,64
c) 67,3; resto 7,71
d) 31,6; resto 2,44
e) 31,6; resto 0,44
f) 25,1; resto 0,99
g) 14,3; resto 0,51
h) 71,6; resto 5,44
i) 87,4; resto 15,24
j) 105,0; resto 2

34. Página 76

- a) 20,88
b) 29,49
c) 67,35
d) 31,63
e) 31,60
f) 25,11
g) 14,31
h) 71,63
i) 87,48
j) 105,00

35. Página 76

- a) 0,19
b) 0,2416
c) 0,2959
d) 0,0716

36. Página 76

- a) Falsa, el resto es 15,71.
b) Falsa, la raíz es 21,8 y el resto 2,76.
c) Cierta.

37. Página 77

- a) 1000
b) 10 000 000
c) 100 000
d) 10 000 000 000
e) 1 000 000 000 000
f) 100 000 000 000

38. Página 77

- a) $4,59 \cdot 10^3$ el orden de magnitud es 3.
b) $1,38 \cdot 10^4$ el orden de magnitud es 4.
c) $3,9876 \cdot 10^4$ el orden de magnitud es 4.
d) $4,75 \cdot 10^5$ el orden de magnitud es 5.
e) $3,24 \cdot 10^8$ el orden de magnitud es 8.
f) $8,005 \cdot 10^8$ el orden de magnitud es 8.

39. Página 77

- a) $89\,000 = 8,9 \cdot 10^4$
b) $30\,500 = 3,05 \cdot 10^4$

40. Página 77

- a) Si es positivo sí, porque tendrá más cifras.
 b) Tendrá orden de magnitud 19.

ACTIVIDADES FINALES**41. Página 78**

- a) 0,007 c) 0,4 e) 0,25
 b) 0,10 d) 0,0015 f) 35,322

42. Página 78

1 centena; 2 decenas; 5 unidades; 7 décimas; 4 centésimas; 8 milésimas; 9 diezmilésimas.

43. Página 78

- a) $8,9 > 8,29 > 8,275 > 8,25 > 8,245 > 8,201 > 8,2$
 b) $-1,9 > -2 > -3,3 > -3,6 > -3,75 > -3,888 > -4,2$

44. Página 78

- a) Verdadera d) Falsa. 3,005 es menor que 3,05.
 b) Verdadera e) Falsa. $3,2 \neq 32,000$
 c) Falsa. Por ejemplo: 2,4525.

45. Página 78

- 12,3563 truncado a las décimas $\rightarrow 12,3$ y redondeado a las décimas $\rightarrow 12,4$
 12,3563 truncado a las centésimas $\rightarrow 12,35$ y redondeado a las centésimas $\rightarrow 12,36$
 12,3563 truncado a las milésimas $\rightarrow 12,356$ y redondeado a las milésimas $\rightarrow 12,356$
 1,120564 truncado a las décimas $\rightarrow 1,1$ y redondeado a las décimas $\rightarrow 1,1$
 1,120564 truncado a las centésimas $\rightarrow 1,12$ y redondeado a las centésimas $\rightarrow 1,12$
 1,120564 truncado a las milésimas $\rightarrow 1,120$ y redondeado a las milésimas $\rightarrow 1,121$
 71,59784 truncado a las décimas $\rightarrow 71,5$ y redondeado a las décimas $\rightarrow 71,6$
 71,59784 truncado a las centésimas $\rightarrow 71,59$ y redondeado a las centésimas $\rightarrow 71,60$
 71,59784 truncado a las milésimas $\rightarrow 71,597$ y redondeado a las milésimas $\rightarrow 71,598$
 6,04064 truncado a las décimas $\rightarrow 6,0$ y redondeado a las décimas $\rightarrow 6,0$
 6,04064 truncado a las centésimas $\rightarrow 6,04$ y redondeado a las centésimas $\rightarrow 6,04$
 6,04064 truncado a las milésimas $\rightarrow 6,040$ y redondeado a las milésimas $\rightarrow 6,041$
 3,25067 truncado a las décimas $\rightarrow 3,2$ y redondeado a las décimas $\rightarrow 3,3$
 3,25067 truncado a las centésimas $\rightarrow 3,25$ y redondeado a las centésimas $\rightarrow 3,25$
 3,25067 truncado a las milésimas $\rightarrow 3,250$ y redondeado a las milésimas $\rightarrow 3,251$

46. Página 78

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $13,78 \rightarrow$ error 0,02; $13,81 \rightarrow$ error 0,01; $13,82 \rightarrow$ error 0,02
- b) $0,761 \rightarrow$ error 0,001; $0,768 \rightarrow$ error 0,008; $0,765 \rightarrow$ error 0,005
- c) $3,8892 \rightarrow$ error 0,0002; $3,8891 \rightarrow$ error 0,0001; $3,8893 \rightarrow$ error 0,0003

47. Página 78

Coinciden cuando la siguiente cifra a la del orden aproximado es 0, 1, 2, 3 o 4.

48. Página 78

a) Estimamos los términos por truncamiento a las décimas:

$$3,8 \cdot 2,5 + 6,7 \cdot 1,3 = 1,52 + 8,71 \rightarrow 1,5 + 8,7 = 10,2$$

Resultado sin estimar 10,4696 \rightarrow error 0,2696.

b) Estimamos por truncamiento a las décimas los términos:

$$25,6 - 5,9 \cdot 2,6 - 12,9 = 25,6 - 15,34 - 12,9 \rightarrow 25,6 - 15,3 - 12,9 = -2,6$$

Resultado sin estimar $-2,935 \rightarrow$ error 0,335.

c) Estimamos por truncamiento a las décimas los términos:

$$(3,1 \cdot 8,3 - 1,6) \cdot 0 = 0$$

Resultado sin estimar 0,243084 \rightarrow error 0,243084.

49. Página 78

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $4,32 + 5,43 \rightarrow$ Estimamos por truncamiento a las décimas: $4,3 + 5,4 = 9,7$.

$7,13 + 2,66 \rightarrow$ Estimamos por truncamiento a las décimas: $7,1 + 2,6 = 9,7$.

b) $9,357 + 5,493 \rightarrow$ Estimamos por redondeo a las centésimas $9,36 + 5,49 = 14,85$.

$6,815 + 8,032 \rightarrow$ Estimamos por redondeo a las centésimas $6,82 + 8,03 = 14,85$.

50. Página 78

- a) 8,25
- b) 21
- c) 15
- d) 15
- e) 2,1666...

51. Página 78

- a) 6,99 decimal exacto.
- b) $2,\overline{63}$ decimal periódico puro.
- c) 958,101102103... decimal no exacto y no periódico.
- d) $5,05\overline{63}$ decimal periódico mixto.
- e) $0,\overline{1}$ decimal periódico puro.
- f) $15,2634\overline{8}$ decimal periódico mixto.
- g) 3,141592654... decimal no exacto y no periódico.
- h) 12,7023 decimal exacto.

52. Página 78

- a) Decimal exacto. Es una fracción irreducible y la factorización del denominador solo tiene un 5 $\rightarrow 0,6$
- b) Decimal periódico mixto. Es una fracción irreducible; el denominador es $3 \cdot 5 \rightarrow 0,133\dots$
- c) Decimal periódico mixto. Es una fracción irreducible; el denominador es $3 \cdot 2 \rightarrow 1,166\dots$
- d) Decimal periódico puro. Es una fracción irreducible; la factorización del denominador no tiene ni 2 ni 5 $\rightarrow 0,333\dots$
- e) Decimal periódico mixto. El denominador de su fracción irreducible es $3 \cdot 5 \rightarrow 0,533\dots$
- f) Número entero $\rightarrow 2$
- g) Decimal exacto. Es una fracción irreducible; la factorización del denominador solo tiene los números 2 y 5 $\rightarrow 0,975$
- h) Decimal periódico mixto. La factorización del denominador de su fracción irreducible, $\frac{13}{60}$, tiene los números 2, 3 y 5 $\rightarrow 0,21666\dots$

53. Página 78

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| a) 1,0256; 1,02583 y 1,0253 | d) 0,013; 0,05 y 0,07 |
| b) 23,505; 23,502 y 23,509 | e) $-0,0357$; $-0,0359$ y $-0,0356$ |
| c) 8,0012; 8,0013 y 8,0018 | f) $-15,632$; $-15,649$ y $-15,682$ |

55. Página 78

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- | | | |
|---|--|---|
| a) $8,\overline{253}$; $8,\overline{256}$ y $8,\overline{258}$ | b) $0,\overline{4567}$; $0,\overline{4565}$ y $0,\overline{4569}$ | c) $12,\overline{34}$; $12,\overline{36}$ y $12,\overline{39}$ |
|---|--|---|

56. Página 78

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Decimales periódicos puros mayores que $12,2 \rightarrow 12,\overline{23}$; $12,\overline{234}$ y $15,\overline{3}$.

Decimales periódicos mixtos mayores que $4,\overline{89} \rightarrow 4,\overline{92}$; $4,\overline{96}$ y $6,\overline{39}$.

57. Página 79

- a) Es cierta, porque podemos añadir infinitos números a la derecha de la última cifra del primero de ellos.
- b) Es falsa, porque no se puede obtener ningún número decimal no exacto y no periódico.
- c) Es falsa, es un decimal periódico mixto porque las cifras se repiten a partir del 89 y no a partir de la coma.
- d) Es cierta, el 8 ocupa el undécimo lugar a partir de la coma. El número es $24,183183183183\dots$

58. Página 79

- | | | | |
|-----------|-------|----------|-------|
| a) 21,815 | b) 81 | c) 4,401 | d) 16 |
|-----------|-------|----------|-------|

69. Página 79

- a) Raíz: 7,54; resto: 0,1484
 b) Raíz: 12,04; resto: 0,0384
 c) Raíz: 4,79; resto: 0,0559
 d) Raíz: 9,05; resto: 0,0975
 e) Raíz: 10,04; resto: 0,1984
 f) Raíz: 11,53; resto: 0,0591

70. Página 79

El número es 22.

71. Página 79

- a) $12\,500 = 1,25 \cdot 10^4$; orden de magnitud 4.
 b) $7\,200\,000 = 7,2 \cdot 10^6$; orden de magnitud 6.
 c) $113\,700 = 1,137 \cdot 10^5$; orden de magnitud 5.
 d) $422\,000\,000\,000\,000 = 4,22 \cdot 10^{14}$; orden de magnitud 14.

72. Página 79

15 000 9 030 560 700 000 601 000 000 000

73. Página 79

- a) $3,1536 \cdot 10^7$ s tiene un año; distancia = velocidad \cdot tiempo = $3 \cdot 10^5 \cdot 3,1536 \cdot 10^7 = 9,4608 \cdot 10^{12}$ km
 b) $5 \cdot 10^5 \cdot 13,6 = 6,8 \cdot 10^6$ kg

74. Página 80

- a) $2 \cdot 2,25 + 3 \cdot 1,35 + 0,85 = 9,40$ € ha gastado.
 b) $10 - 9,40 = 0,60$ € le devuelven.

75. Página 80

Se escriben las alturas en cm: Marta 162 cm; Alberto 173 cm; Marco 175 cm y Ana 169 cm
 Marta es: 11 cm más baja que Alberto; 13 cm más baja que Marco y 7 cm más baja que Ana.
 Alberto es: 11 cm más alto que Marta; 2 cm más bajo que Marco y 4 cm más alto que Ana.
 Marco es: 13 cm más alto que Marta; 2 cm más alto que Alberto y 6 cm más alto que Ana.
 Ana es: 7 cm más alta que Marta; 4 cm más baja que Alberto y 6 cm más baja que Marco.

76. Página 80

1 Kg = 1 000 g; $1\,000 : (14,5 \cdot 2) = 34,48$

En 34 días se queda sin cacao suficiente para poner dos cucharadas el día siguiente, pero no se le acaba del todo porque la división no es exacta.

77. Página 80

- a) $5,9 \cdot 540 : 100 = 31,86$ litros consumirá.
 b) $31,86 \cdot 1,30 = 41,418$ € \rightarrow 41,42 €

78. Página 80

$400 \cdot 0,783717 = 313,4868 \rightarrow 313,49 \text{ €}$ (redondeado a las centésimas).

79. Página 80

$500 : 33 = 15$; podemos llenar 15 vasos y sobrarán 5 cl.

80. Página 80

Proteínas: $22,5 \cdot 15 : 100 = 3,375 \text{ g}$

Hidratos de carbono: $18,1 \cdot 15 : 100 = 2,715 \text{ g}$

Grasas: $49,1 \cdot 15 : 100 = 7,365 \text{ g}$

Fibra alimentaria: $7,3 \cdot 15 : 100 = 1,095 \text{ g}$

Sodio: $3 \cdot 15 : 100 = 0,45 \text{ g}$

81. Página 80

a) $50 \cdot 1,35 = 67,50 \text{ €}$ cuesta llenar el depósito.

b) $67,5 : 3 = 22,50 \text{ €}$ tiene que pagar cada uno.

82. Página 80

$8 \cdot 0,68 + 2 \cdot 1,04 + 3,44 = 10,96 \text{ €}$ cuesta todo lo que compran.

$10,96 : 4 = 2,74 \text{ €}$ tiene que poner cada uno.

83. Página 80

Puede comprar $5,26 : 0,80 = 6,575 \text{ kg}$ de naranjas.

84. Página 80

a) $4,65 \cdot 2,80 = 13,02 \text{ m}^2$ cada pared; $13,02 \cdot 4 = 52,08 \text{ m}^2$ tiene que pintar.

b) $52,08 : 10 = 5,208$; tendrá que comprar 6 botes.

c) $6 \cdot 19,85 = 119,10 \text{ €}$ gastará en pintura.

85. Página 80

$753,25 \cdot 1,609 = 1\,211,97925 \text{ km}$

86. Página 80

$15 \cdot 0,6 = 9$

$5 \cdot 0,3 = 1,5$

$9 - 1,5 = 7,5$ es la puntuación obtenida por Daniel.

87. Página 80

a) $42,5 : 50 = 0,85$ € cuesta cada desplazamiento.

b) Necesita comprar cinco billetes.

$10,30 \cdot 5 : 50 = 1,03 \rightarrow$ Con la segunda tarjeta cada desplazamiento le cuesta 1,03 €.

c) Con la primera tarjeta gasta 42,50 € cada 30 días.

Es más barato sacar la tarjeta que cuesta 10,30 € cada 10 viajes, porque gastará un total de 30,90 € cada 30 días.

88. Página 80

$2170 : 215,35 = 10,07 \rightarrow$ Podemos transportar 10 cajas en un viaje.

89. Página 81

a) Un día tiene 1440 minutos, $1440 : 20 = 72$ litros se pierden en un día.

b) $72 \cdot 30 = 2160$ litros se pierden en un mes.

c) $2160 \cdot 5,9412 : 1000 = 12,832992$ € cuesta el agua perdida.

90. Página 81

Cada lápiz les cuesta: $22,50 : 50 = 0,45$ €

a) $0,45 + 0,20 = 0,65$ € tienen que vender cada lápiz.

b) $4 \cdot 50 \cdot 0,20 = 40$ € obtendrá de beneficio.

91. Página 81

$6354 - 1450,27 - 3280,69 = 1623,04$ m

92. Página 81

$50,50 - 18,37 = 32,13$ € \rightarrow Entre los nietos de 8, 10 y 14 años reparte 32,13 €.

$$a + \frac{a}{2} + \frac{a}{4} = 32,13 \rightarrow a = 18,36$$

El de 14 años recibe 18,36 €; el de 10 años, 9,18; y el de 8 años, 4,59 €.

93. Página 81

a) $23,58 : 3,75 = 6,288 \rightarrow 628,8$ g

b) $23,58 : 30 = 0,786$ €

DEBES SABER HACER**1. Página 81**

a) 12,49 \rightarrow 1 decena, 2 unidades, 4 décimas y 9 centésimas

b) 7,102 \rightarrow 7 unidades, 1 décima y 2 milésimas

c) 90,0014 \rightarrow 9 decenas, 1 milésima y 4 diezmilésimas

2. Página 81

a) $4,2978 < 4,33 < 4,56 < 4,567 < 4,6 < 4,888$

b) $-8 < -7,6 < -7,599 < -7,58 < -7,4 < -7,19999$

3. Página 81

4,128 truncado: a las centésimas 4,12; a las décimas 4,1; a las unidades 4.

4,128 redondeado: a las centésimas 4,13; a las décimas 4,1; a las unidades 4.

0,929394 truncado: a las centésimas 0,92; a las décimas 0,9; a las unidades 0.

0,929394 redondeado: a las centésimas 0,93; a las décimas 0,9; a las unidades 1.

4,5678 truncado: a las centésimas 4,56; a las décimas 4,5; a las unidades 4.

4,5678 redondeado: a las centésimas 4,57; a las décimas 4,6; a las unidades 5.

4. Página 81

a) $3,82 + 2,94 \rightarrow$ Estimamos por truncamiento a las décimas: $3,8 + 2,9 = 6,7$.

$3,82 + 2,94 \rightarrow$ Estimamos por redondeo a las décimas: $3,8 + 2,9 = 6,7$.

b) $4,562 - 1,949 \rightarrow$ Estimamos por truncamiento a las décimas $4,5 - 1,9 = 2,6$.

$4,562 - 1,949 \rightarrow$ Estimamos por redondeo a las décimas $4,6 - 1,9 = 2,7$.

c) $2,788 \cdot 5 \rightarrow$ Estimamos por truncamiento a las décimas $2,7 \cdot 5 = 13,5$.

$2,788 \cdot 5 \rightarrow$ Estimamos por redondeo a las décimas $2,8 \cdot 5 = 14,0$.

5. Página 81

a) Es un decimal exacto ya que la factorización de su denominador solo contiene los factores 2 y 5; $0,35$

b) Es un decimal periódico puro ya que la factorización de su denominador solo contiene el factor 3; $0,\bar{7}$

c) Es un decimal periódico mixto ya que la factorización de su denominador contiene los factores 2, 3 y 5; $0,1\bar{2}$

d) Es un decimal exacto ya que la factorización de su denominador solo contiene los factores 2 y 5; $0,34$

e) Es un decimal periódico mixto ya que la factorización de su denominador contiene los factores 3 y 5; $0,8\bar{6}$

6. Página 81

a) 3,743

c) 12,673529...

e) 107,159

b) 79,037

d) 85,837

f) 114,714285...

7. Página 81

	Sin decimales		Con un decimal	
	Raíz	Resto	Raíz	Resto
$\sqrt{163}$	12	19	12,7	1,71
$\sqrt{3115}$	55	90	55,8	1,36

8. Página 81

a) $3,5 \cdot 10^4$

b) $2,83 \cdot 10^5$

c) $4,5 \cdot 10^6$

d) $9,53 \cdot 10^7$

9. Página 81

- a) 120 000
- b) 30 670 000
- c) 1 202 570 000

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

94. Página 82

- a) La distancia a la que se encuentra Plutón es $7,5 \cdot 10^9$ km.

El punto más cercano al que se encontró de Plutón era 12 450 km.

Suponiendo que este punto se encuentra en la misma recta que une la Tierra con Plutón, la distancia recorrida en ese tiempo fue: $7,5 \cdot 10^9 - 12 450 = 7,499987550 \cdot 10^9$ km.

New Horizons estuvo viajando: $(365 - 18) + 365 \cdot 8 + 6 \cdot 30 + 14 = 3 461$ días.

La velocidad media fue: $7,499987550 \cdot 10^9 : 3 461 = 2,167 \cdot 10^6$ km/día.

- b) Un coche tardaría: $7,5 \cdot 10^9 : 120 = 6,25 \cdot 10^7$ h.
- c) Plutón se encuentra a: $7,5 \cdot 10^9 : 9,46 \cdot 10^{12} = 7,9 \cdot 10^{-4}$ años luz.
- d) Su luz tarda en llegar a la Tierra: $8,7 \cdot 10^{13} : 9,46 \cdot 10^{12} = 9,2$ años.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

95. Página 82

Si no funciona la tecla de la coma:

- | | | |
|--------------|------------------|--------------------|
| a) 35 : 10 | d) 89 : 100 | g) 12 345 : 10 000 |
| b) 8 : 10 | e) 1 234 : 1 000 | h) 765 : 10 000 |
| c) 145 : 100 | f) 76 : 1 000 | i) 23 456 : 10 000 |

Si no funcionan las teclas de la coma ni del 0:

- | | | |
|-----------|-------------|-------------|
| a) 1 : 2 | d) 2 : 125 | g) 7 : 125 |
| b) 51 : 5 | e) 8 : 25 | h) 5 : 16 |
| c) 1 : 8 | f) 64 : 125 | i) 98 : 625 |

Si no funcionan las teclas de la coma, del 0 ni del 1:

- a) $(1 + 1 + 1) : 10$
- b) $(10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) : 100$
- c) $1 : 10$
- d) $(10 + 10 + 10 + 1 + 1) : 100$
- e) $(10 000 + 1 000 + 1 000 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) : 1 000$
- f) $10 - 1$
- g) $(1 000 + 1 000 + 1 000 + 1 000 + 10 + 1 + 1) : 1 000$
- h) $(10 000 + 10 000 + 1 000 + 1 000 + 1 000 + 1) : 1 000$
- i) $(1 + 1 + 1 + 1 + 1) : 10$

96. Página 82

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) 1,97
- b) 2,996
- c) 2,9994
- d) 2,99993
- e) 2,999998
- f) 2,9999999991

No. La conclusión es que el número 3 coincide con $2,\bar{9}$.

97. Página 82

a) Porque $a \cdot 1 + a \cdot \frac{1}{2} = a \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) = a \cdot \frac{3}{2} = a \cdot 1,5$.

b) Porque $\frac{a}{0,5} = \frac{a}{\frac{1}{2}} = a : \frac{1}{2} = a \cdot 2$.

c) Porque $\frac{a}{0,75} = \frac{a}{\frac{3}{4}} = a : \frac{3}{4} = a \cdot \frac{4}{3}$.

98. Página 82

Para que lo sea tiene que terminar en alguna de las siguientes cifras: 0, 1, 4, 5, 6 o 9.

Para que no tenga raíz cuadrada exacta tiene que terminar en 2, 3, 7 u 8.

PRUEBAS PISA

99. Página 83

En un solo paquete: $40 + 80 = 120$ g, la tarifa es 1,75 zeds.

En dos paquetes: $0,69 + 1,02 = 1,71$ zeds.

Es más barato enviar los objetos en dos paquetes separados.

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 84

a) $2^4 \cdot 2^5 = 2^{4+5} = 2^9$

b) $4^7 : 4^3 = 4^{7-3} = 4^4$

c) $(-2)^4 \cdot (-2)^7 = (-2)^{4+7} = (-2)^{11}$

d) $(-5)^6 : (-5)^4 = (-5)^{6-4} = (-5)^2$

2. Página 84

a) $3^3 \cdot 3^2 = 3^5$

b) $(-9)^4 \cdot (-9)^3 = (-9)^7$

c) $(-2)^5 : (-2)^3 = (-2)^2$

d) $(-3)^7 : (-3)^6 = -3$

3. Página 84

a) m.c.d. (16 y 20) = $2^2 = 4$

b) m.c.d. (28 y 42) = $2 \cdot 7 = 14$

c) m.c.d. (19 y 32) = 1

d) m.c.d. (45 y 100) = 5

4. Página 84

a) m.c.d. (10, 12 y 25) = 1

b) m.c.d. (15, 18 y 30) = 3

c) m.c.d. (2, 4 y 14) = 2

d) m.c.d. (16, 20 y 28) = $2^2 = 4$

VIDA COTIDIANA

EL CINE. Página 85

El perímetro es: $2x + 2y$ m.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 91

Para obtener el polinomio opuesto de un polinomio lo multiplicamos por -1 .

RETO 2. Página 92

$$3 \cdot (5x^4 - 10x + 20) : 5 = 3x^4 - 6x + 12$$

ACTIVIDADES

1. Página 86

a) $3x - 5$

b) $\frac{x}{2} + 3x$

c) $x - 3$

d) $1,5x$

2. Página 86

a) $-3 \cdot 0^2 + 1 = 0 + 1 = 1$

b) $-3 \cdot (-2)^2 + 1 = -3 \cdot 4 + 1 = -12 + 1 = -11$

c) $-3 \cdot 3^2 + 1 = -3 \cdot 9 + 1 = -27 + 1 = -26$

3. Página 86

$$P = 2x + 2y = 2(x + y)$$

a) $P = 2 \cdot (3 + 4) = 14$ cm

b) $P = 2 \cdot (1,5 + 2) = 7$ cm

4. Página 86

$$A = 1,5 \cdot (a + 1) \text{ cm}^2$$

5. Página 87

	Monomio	Coficiente	Parte literal	Grado
a)	$5x^2yz$	5	x^2yz	$2 + 1 + 1 = 4$
b)	$-3ab^2c^3$	-3	ab^2c^3	$1 + 2 + 3 = 6$
c)	$-5m^4$	-5	m^4	4
d)	$2xy^2$	2	xy^2	$1 + 2 = 3$
e)	$-3xyz$	-3	xyz	$1 + 1 + 1 = 3$
f)	$-5a^2bc^3$	-5	a^2bc^3	$2 + 1 + 3 = 6$
g)	$6n^4$	6	n^4	4
h)	-2	-2	—	0
i)	abc	1	abc	$1 + 1 + 1 = 3$

6. Página 87

No hay monomios semejantes en la actividad anterior porque ninguno tiene la misma parte literal.

7. Página 87

a) No son semejantes. Sus opuestos son: $-4x^2$ y $-3x$.

b) Son semejantes. Sus opuestos son: $-3ab^2$ y $+2ab^2$.

c) No son semejantes. Sus opuestos son: $-2x$ y $+5z$.

d) No son semejantes. Sus opuestos son: $-2x^2y$ y $2xy$.

8. Página 87

El grado del monomio semejante y el de su monomio opuesto son iguales a 3.

9. Página 88

- a) $-4a^2y$ c) $-5a^2b^3$ e) $10x^4$ g) $-40a^3b^5$
 b) $2x^2y + 5x^2yz$ d) xy^2 f) $-3x$ h) $\frac{5}{3}xz^2$

10. Página 88

- a) Falsa: $2a + 2a = 4a$ c) Falsa: $8x^2y : 4xy = 2x$
 b) Falsa: $3x + 2y = 3x + 2y$ d) Cierta.

11. Página 88

$$4a^3b^2 \cdot 2a^2 = 8a^5b^2 \qquad 4a^3b^2 : (2a^2) = 2ab^2$$

12. Página 89

- a) $-3x$ c) $3x^3 + 4x^2 + x + 1$ e) $\frac{1}{12}x^3$
 b) $14xy - 5x^2y$ d) $3x^3 + 15x^2$

13. Página 89

- a) $6x^3 : (3x) = 2x^2$ d) $\frac{3}{4}y \cdot \frac{1}{2}x = \frac{3}{8}xy$
 b) $2x \cdot (4y) = 8xy$ e) $4xz \cdot (xyz^2) = 4x^2yz^3$
 c) $6x^4 \cdot (3x^3) : (9x^2) = 18x^7 : (9x^2) = 2x^5$ f) $5a^2bc \cdot 2bc^4 = 10a^2b^2c^5$

14. Página 89

- a) $4x^2 + 2x^2 = 6x^2$ d) $7x^2 \cdot 0 = 0$
 b) $-5x^4 - 6x^4 = -11x^4$ e) $4x^6y^2 : (5x^4y) = \frac{4}{5}x^2y$
 c) $80x^5 - 30x^9$ f) $2x^3 \cdot 2y = 4x^3y$

15. Página 89

- a) $10x^7 : (-5x^3) + 20x^4 - 3x^4 = -2x^4 + 20x^4 - 3x^4 = 15x^4$
 b) $8x^4 : (-x^2) + 5x^3 = -8x^2 + 5x^3$
 c) $6x^{10} : (-6x) + 10x^9 - 2x^6 = -x^9 + 10x^9 - 2x^6 = 9x^9 - 2x^6$
 d) $5yx^2 \cdot 6xy + 10x^2y^3 - 4x^3y^2 = 30x^3y^2 + 10x^2y^3 - 4x^3y^2 = 26x^3y^2 + 10x^2y^3$
 e) $3y^3 \cdot 3xy^3 + 4xy^6 = 9xy^6 + 4xy^6 = 13xy^6$
 f) $3x^3y^4 : \left(\frac{1}{3}xy\right) + x^2y^3 - \frac{1}{2}x^3y^2 = x^2y^3 + x^2y^3 - \frac{1}{2}x^3y^2 = 2x^2y^3 - \frac{1}{2}x^3y^2$

16. Página 90

- a) $P(x) = 11x^3 - 5x^2 - 3x + 7 \rightarrow$ Tiene cuatro términos. El término independiente es 7. Tiene grado 3.
- b) $Q(x) = -2x^4 + 7x^2 - x \rightarrow$ Tiene tres términos, no tiene término independiente. Tiene grado 4.
- c) $R(x) = 7x^6 + 12x^4 - 3x - 3 \rightarrow$ Tiene cuatro términos. El término independiente es -3 . Tiene grado 6.
- d) $P(a,b) = 8a^3b^2 + 5a^2b^3 \rightarrow$ Tiene dos términos, no tiene término independiente. Tiene grado 5.

17. Página 90

- a) $-P(x) = -11x^3 + 5x^2 + 3x - 7$
- b) $-Q(x) = 2x^4 - 7x^2 + x$
- c) $-R(x) = -7x^6 - 12x^4 + 3x + 3$
- d) $-P(a,b) = -8a^3b^2 - 5a^2b^3$

18. Página 90

- a) Falsa: no tiene término independiente.
- b) Falsa: es de grado 5.
- c) Cierta.
- d) Falsa: $-P(x) = -7xy^2 - 2x^3y^2 + 9x$.

19. Página 90

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3$$

20. Página 91

- a) $Q(x) - R(x) = (x^3 - 4x^2 + 2x) - (-2 - 2x^2 + 3x^3) = -2x^3 - 2x^2 + 2x + 2$
- b) $R(x) + Q(x) = (-2 - 2x^2 + 3x^3) + (x^3 - 4x^2 + 2x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x - 2$
- c) $2Q(x) = 2(x^3 - 4x^2 + 2x) = 2x^3 - 8x^2 + 4x$
- d) $R(x) \cdot (-3x^3) = (-2 - 2x^2 + 3x^3) \cdot (-3x^3) = -9x^6 + 6x^5 + 6x^3$

21. Página 91

- a) $3(R(x) - Q(x)) = 3 \cdot [(-2 - 2x^2 + 3x^3) - (x^3 - 4x^2 + 2x)] = 3 \cdot (2x^3 + 2x^2 - 2x - 2) = 6x^3 + 6x^2 - 6x - 6$
- b) $2 \cdot R(x) \cdot (-4x^5) = 2 \cdot (-2 - 2x^2 + 3x^3) \cdot (-4x^5) = (-4 - 4x^2 + 6x^3) \cdot (-4x^5) = -24x^8 + 16x^7 + 16x^5$

22. Página 91

Grado 2.

23. Página 92

a) $-6x^8 + 12x^6 - 9x^5 + 18x^4 - 21x^3 + 6x^2$

d) $-6x^4 + 18x^2 - 12x$

b) $16x^5 - 20x^4 + 24x^3 + 32x^2 + 8x - 12$

e) $2x^2 - 4x + 6$

c) $20x^2 - 40x + 60$

f) $x^3 - 3x + 2$

24. Página 92

a) $-x^2 \cdot P(x) \cdot S(x) = -x^2 \cdot (4x^2 - 8x + 12) \cdot (-2x^4 - 2x^2 + x) =$

$$= (-4x^4 + 8x^3 - 12x^2) \cdot (-2x^4 - 2x^2 + x) =$$

$$= 8x^8 + 8x^6 - 4x^5 - 16x^7 - 16x^5 + 8x^4 + 24x^6 + 24x^4 - 12x^3 =$$

$$= 8x^8 - 16x^7 + 32x^6 - 20x^5 + 32x^4 - 12x^3$$

b) $(Q(x) \cdot 5x^3) : 15x^2 = [(3x^4 - 9x^2 + 6x) \cdot 5x^3] : 15x^2 = (3x^4 - 9x^2 + 6x) \cdot x : 3 = x^5 - 3x^3 + 2x^2$

25. Página 92

$$a = -3x^2 \rightarrow (-3x^2) \cdot (-x^3 + 2x^2 + 5x) = 3x^5 - 6x^4 - 15x^3$$

$$b = -3x \rightarrow (12x^3 + 9x^2 - 21x) : (-3x) = -4x^2 - 3x + 7$$

26. Página 93

a) $x \cdot (3x + 2 - x^2 + x^3)$

d) $x \cdot (3y^2 - 2xy - x^2 + y^4)$

b) $2a \cdot (3a + 2a^2 - 4 + a^5)$

e) $6ab^2 \cdot (-1 + 2a - 3a^2b)$

c) $7y^2 \cdot (-1 + 3y - 2y^2)$

f) $4y^2 \cdot (2x^2y - 3z^4 + 4xy^2z + 1)$

27. Página 93

a) $5 \cdot (y - 2xy^2 + 3x^2)$

d) No se puede.

b) No se puede.

e) $m^2 \cdot (15n + 12mn^2 - m^2)$

c) $6x \cdot (2x^3 - 5x^2 - x + 7)$

f) $a^2b^4 \cdot (ab + 1 - a^2b)$

28. Página 93

a) $3x^2 \cdot (-2 - x^3 + x) = -6x^2 - 3x^5 + 3x^3$

c) $2x^2y^2 \cdot (-y + 3xy^2 - x^3) = -2x^2y^3 + 6x^3y^4 - 2x^5y^2$

b) $xy^2 \cdot (8xy^2 - 5) = 8x^2y^4 - 5xy^2$

d) $-3a^2b \cdot (-b^3 - 5a) = 3a^2b^4 + 15a^3b$

29. Página 93

a) $x^2 \cdot (2yz^4 - 4y^3 - 6xz^2 + 3x^2yz)$

b) $5ac \cdot (-abc^3 - 2c^2 - 7ab^3c + 3a^3b)$

c) $3p^2qr \cdot (5 + 4q^2r - pqr^3 - 3p^2q^2r^3)$

d) $7c^3 \cdot (-a^3b + a^2c + 3bc^2)$

30. Página 93

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a = -2x^2y$$

$$a = 2x^2y$$

$$a = 10x^4y^4$$

31. Página 94

a) $x^4 + 14x^3 + 49x^2$

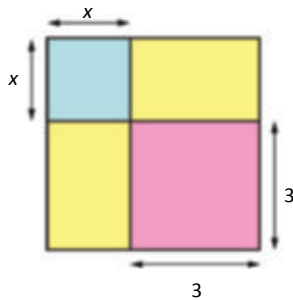
b) $\frac{1}{9} + \frac{4}{3}x + 4x^2$

c) $1 - 4a^3 + 4a^6$

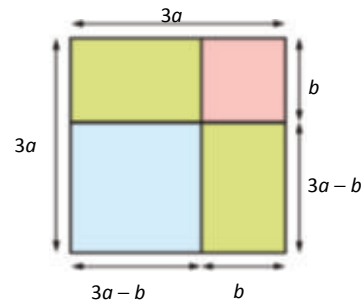
d) $\frac{a^4}{9} - \frac{a^2b}{3} + \frac{b^2}{4}$

32. Página 94

a) $x^2 + 3^2 + 3x + 3x = x^2 + 6x + 9$



b) $(3a - b)^2 = (3a)^2 - 3ab - 3ab + b^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$



33. Página 94

a) $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

b) $(2x^3 + 5x)^2 = 4x^6 + 20x^4 + 25x^2$

c) $(2x - 5y^3)^2 = 4x^2 - 20xy^3 + 25y^6$

34. Página 94

No. Falta sumar también el doble producto del primer término por el segundo.

35. Página 95

a) $16x^4 + 24x^2 + 9 = (4x^2 + 3)^2$

c) $25a^2b^4 + 20a^2b^2 + 4a^2 = (5ab^2 + 2a)^2$

b) $9x^4 + 12x^3 + 4x^2 = (3x^2 + 2x)^2$

d) No es posible.

36. Página 95

a) No es posible.

b) No es posible.

c) No es posible.

d) $a^4 - 2a^3b + a^2b^2 = (a^2 - ab)^2$

37. Página 95

a) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

b) $4x^4 - 12x^2 + 9 = (2x^2 - 3)^2$

c) $9b^4 - 6b^3 + b^2 = (3b^2 - b)^2$

d) $x^4 + 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$

e) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2$

f) $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^2y + y^2 = \left(\frac{1}{3}x^2 + y\right)^2$

g) No es posible.

38. Página 96

a) $(x - 4) \cdot (x + 4) = x^2 - 16$

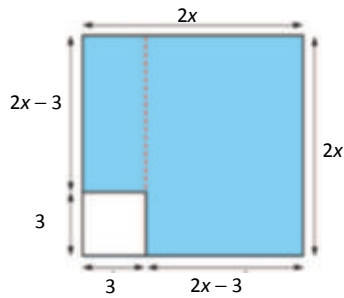
b) $(3x - 3) \cdot (3x + 3) = 9x^2 - 9$

c) $(a^4 - 2a^2) \cdot (a^4 + 2a^2) = a^8 - 4a^4$

d) $\left(2x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2x + \frac{1}{2}\right) = 4x^2 - \frac{1}{4}$

39. Página 96

$$(2x - 3) \cdot (2x + 3) = 2x \cdot (2x - 3) + 3(2x - 3) = 4x^2 - 6x + 6x - 9 = 4x^2 - 9$$



40. Página 96

a) $(x - 3) \cdot (x + 3) = x^2 - 9$

b) $(2a - 5) \cdot (2a + 5) = 4a^2 - 25$

c) $(x^3 + 3y) \cdot (x^3 - 3y) = x^6 - 9y^2$

d) $(a^2 - 1) \cdot (a^2 + 1) = a^4 - 1$

41. Página 96

$$a = 49x^4 \text{ y } b = 5 \rightarrow (7x^2 + 5) \cdot (7x^2 - 5) = 49x^4 - 25$$

42. Página 97

a) $(6x + 4) \cdot (6x - 4)$

b) No se puede.

c) $\left(\frac{7}{5} + 2x\right) \cdot \left(\frac{7}{5} - 2x\right)$

d) No se puede.

e) $(5y + 4x) \cdot (5y - 4x)$

f) $(2x^2 + 2x) \cdot (2x^2 - 2x)$

g) No se puede.

h) $\left(10x + \frac{4}{6}\right) \cdot \left(10x - \frac{4}{6}\right)$

43. Página 97

a) $16z^2 - 25 = (4z + 5) \cdot (4z - 5)$

b) $36 - 9x^4 = (6 + 3x^2) \cdot (6 - 3x^2)$

c) $49x^2 - \frac{1}{4} = \left(7x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(7x - \frac{1}{2}\right)$

44. Página 97

a) $(6x + 6\sqrt{x}) \cdot (6x - 6\sqrt{x})$

b) $(2x^3 + 5) \cdot (2x^3 - 5)$

c) $(2x^2 + 5x^3) \cdot (2x^2 - 5x^3)$

d) $\left(\frac{9}{7} + 5x\right) \cdot \left(\frac{9}{7} - 5x\right)$

45. Página 97

a) $(100 + 99) \cdot (100 - 99) = 199 \cdot 1 = 199$

b) $(312 + 311) \cdot (312 - 311) = 623$

c) $(765 + 764) \cdot (765 - 764) = 1529$

d) $(15\,743 + 15\,742) \cdot (15\,743 - 15\,742) = 31\,485$

ACTIVIDADES FINALES

46. Página 98

a) Sí lo es.

b) No lo es.

c) Sí lo es.

d) No lo es.

47. Página 98

a) $4x$

b) $7y$

c) $24a$

d) $2x + 4y$

e) $x - 7$

48. Página 98

a) Falsa: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) Falsa: $x^2 + y^2$

c) Cierta.

d) Cierta.

49. Página 98

Su edad dentro de 5 años: $x + 5$.

Su edad hace 3 años: $x - 3$

50. Página 98

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) Si tenía a € y para mi cumpleaños me regalan 10 €, ¿cuánto dinero tengo después de mi cumpleaños?
- b) Si una barra de pan cuesta a € y tengo que comprar dos, ¿cuánto dinero necesito?
- c) ¿Cuál es el área de un cuadrado si su lado mide b cm?
- d) ¿Cuál es el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide b cm?
- e) Yo tengo c años ¿Cuántos años tiene mi hermano si tiene 7 años más que yo?
- f) Mi padrino tiene c años ¿Cuántos años tiene mi madrina si tiene 9 años menos que mi padrino?

52. Página 98

Área: $x \cdot 2x = 2x^2$

Perímetro: $2 \cdot (x + 2x) = 6x$

53. Página 98

Área: $xy + \frac{2y}{2} = y \cdot (x + 1)$

Perímetro: $2 + 2x + y + \sqrt{4 + y^2}$

54. Página 98

- a) -8
- b) abc
- c) 1
- d) m
- e) 1
- f) Todos los que no tengan parte literal.

55. Página 98

Monomio	Coficiente	Parte literal	Grado
x	1	x	1
$-3xy$	-3	xy	2
$\frac{2}{3}a^2b$	$\frac{2}{3}$	a^2b	3
-8	-8	—	0
$6x^2y^2$	6	x^2y^2	4

56. Página 98

Los monomios semejantes son: $-3xy$ y $\frac{1}{4}xy$.

57. Página 98

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) Monomios semejantes: $4x$ y $-3x$; sus opuestos son: $-4x$ y $3x$ respectivamente.
- b) Monomios semejantes: $7xy^3$ y $-5xy^3$; sus opuestos son: $-7xy^3$ y $5xy^3$ respectivamente.
- c) Monomios semejantes: $3a^3b$ y $-\frac{3}{4}a^3b$; sus opuestos son: $-3a^3b$ y $\frac{3}{4}a^3b$ respectivamente.

58. Página 98

a) Respuesta abierta. Por ejemplo: a^2b y $-a^2b$.

b) No es posible: un monomio y su opuesto siempre son semejantes.

59. Página 98

a) $-9x + 7x^2$

c) $9a^2b - 4ab$

e) $14xy - 11y$

b) $-a^2 + 5a$

d) $x^3 + 4x^2 - 2x$

f) $-3a^2b + 2ab^2$

60. Página 99

a) $4x + y$

c) $5a^2 - 8a$

e) $-2x + 5y$

b) $4a - 4b$

d) $-8x + 9$

f) $-x^3 + 3x^2$

61. Página 99

a) Falsa: $x + x = 2x$

c) Falsa: $x^2 \cdot x^3 = x^5$

e) Falsa: $x + y = x + y$

b) Falsa: $x \cdot x = x^2$

d) Falsa: $x^6 : x^3 = x^3$

f) Verdadera.

62. Página 99

a) $x^3 - 4x^3 = -3x^3$

b) $a + (-7a) = -6a$

c) $-5b^2 - (-b^2) = -4b^2$

d) $x \cdot 2x^3 = 2x^4$

63. Página 99

a) x^5

c) $-4x^6$

e) $-16a^7$

g) $3x^3$

i) $20a^{11}$

b) x^4

d) $2b^3$

f) $-ab$

h) $20a^3b^2$

j) $12a^4b^3$

64. Página 99

a) $10x^8$

c) $3x^2y^2z^5$

b) $3y$

d) $4x^2y^2$

65. Página 99

a) $15a^5 - a^5 = 14a^5$

b) $-6ab^3 + 7ab^3 = ab^3$

c) $-2x^6 + 5x^6 = 3x^6$

d) $12y^4 : 6y^4 = 2$

e) $-2z^6 \cdot 2z^3 = -4z^9$

66. Página 99

a) $-8a^6b^3 + \frac{18a^4b^3}{-2a^2} = -8a^6b^3 - 9a^2b^3$

c) $(y^2z^4)^2 \cdot 9y^4z^2 = y^4z^8 \cdot 9y^4z^2 = 9z^{10}y^8$

b) $(8x)^2 : (-8x^3) = 64x^2 : (-8x^3) = \frac{-8}{x}$

d) $8a^8 : (4a^4) - 4a^{13} : (2a) = 2a^4 - 2a^{12}$

67. Página 99

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $16x^2y + 2x^2y - 6x^2y$

b) $6x \cdot 2y \cdot x$

c) $\frac{24x^4y}{2x^2}$

68. Página 99

$P(x)$ tiene tres términos. El término independiente es -5 y su grado es 2.

$Q(a,b)$ tiene dos términos. No tiene término independiente y su grado es 3.

$R(a,b,c)$ tiene dos términos. No tiene término independiente y su grado es 6.

$S(x)$ tiene dos términos. El término independiente es -7 y su grado es 1.

69. Página 99

a) Tiene 3 términos. El término independiente es -8 y su grado es 2.

b) Tiene 3 términos. No tiene término independiente y su grado es 3.

c) Tiene 5 términos. El término independiente es 7 y su grado es 4.

d) $x^2 + 4x + 3x^3 + 6 \rightarrow$ Tiene 4 términos. El término independiente es 6 y su grado es 3.

70. Página 99

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $P(x) = 7x^2y + 2xy$

b) $Q(x) = 3x^6 - 4x^4 + 5x^2 + x - 1$

71. Página 99

a) Coeficientes: 2 y -3 .

Partes literales: a y xy .

Grado: 2.

b) Coeficiente: $\frac{1}{2}$.

Parte literal: xy^2z .

Grado: 4.

c) Coeficientes 20 y -3 .

Partes literales x y x^2 .

Grado: 2.

d) Coeficientes 2, 3, -6 y 1.

Partes literales a , b^2 y c^2 .

Grado: 2.

72. Página 99

$$x^2 - ax^3 + 7x^3 + bx - 7b + 21 \rightarrow -ax^3 + 7x^3 = 0 \rightarrow a = 7; -7b + 21 = 0 \rightarrow b = 3$$

73. Página 99

$$P(0) = 0 - 0 + 0 - 1 = -1$$

$$P(1) = 1 - 1 + 3 - 1 = 2$$

$$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 1 = -6$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 1 = \frac{3}{8}$$

$$Q(0) = 0 - 0 + 2 = 2$$

$$Q(1) = 4 \cdot 1 - 1 + 2 = 5$$

$$Q(-1) = 4 \cdot (-1)^4 - (-1) + 2 = 7$$

$$Q\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{1}{2} + 2 = \frac{7}{4}$$

75. Página 100

$$a) 3 \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 - a = 70 \rightarrow a = 2$$

$$b) 1 - a + 5 - 1 = 1 \rightarrow a = 4$$

$$c) 6 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 2a + 6 = 48 \rightarrow 2a = 14 \rightarrow a = 7$$

76. Página 100

$$9x^2 - 2x + 7 = 14 \rightarrow 9x^2 - 2x - 7 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 252}}{18} \rightarrow x_1 = \frac{2 + 16}{18} = 1, x_2 = \frac{2 - 16}{18} = -\frac{7}{9}$$

77. Página 100

$$a) A(x) + B(x) = 1 + x^2 + 2x^2 - 5x = 3x^2 - 5x + 1$$

$$b) A(x) - B(x) = 1 + x^2 - (2x^2 - 5x) = 1 + x^2 - 2x^2 + 5x = -x^2 + 5x + 1$$

$$c) A(x) - (B(x) + C(x)) = 1 + x^2 - (2x^2 - 5x + x^2 + 3x - 5) = 1 + x^2 - 3x^2 + 2x + 5 = -2x^2 + 2x + 6$$

$$d) C(x) - A(x) - B(x) = x^2 + 3x - 5 - (1 + x^2) - (2x^2 - 5x) = x^2 + 3x - 5 - 1 - x^2 - 2x^2 + 5x = -2x^2 + 8x - 6$$

78. Página 100

Respuesta abierta. Por ejemplo: $R(x) = 2x^3 + 3x - 1$ y $S(x) = -8x^2 - 2x$

79. Página 100

$$a) P(x) = 4x^2 - 15x - 2$$

$$b) Q(x) = 5x^3 - 6x^2 + x - 5$$

$$c) R(x) = 6x^2 - x + 11$$

80. Página 100

- a) $P(x) + Q(x) = 2 + x - 3x^2 + 6x + 10 = -3x^2 + 7x + 12$
- b) $P(x) - Q(x) = 2 + x - 3x^2 - (6x + 10) = 2 + x - 3x^2 - 6x - 10 = -3x^2 - 5x - 8$
- c) $4 \cdot Q(x) = 4 \cdot (6x + 10) = 24x + 40$
- d) $P(x) \cdot Q(x) = (2 + x - 3x^2) \cdot (6x + 10) = (2 + x - 3x^2) \cdot 6x + (2 + x - 3x^2) \cdot 10 = -18x^3 - 24x^2 + 22x + 20$
- e) $2 \cdot P(x) - Q(x) = 2 \cdot (2 + x - 3x^2) - (6x + 10) = 4 + 2x - 6x^2 - 6x - 10 = -6x^2 - 4x - 6$
- f) $Q(x) : 2 = 3x + 5$

81. Página 100

- a) $6x + 8$
- b) $4x^2 - 8x$
- c) $-20x^2 - 5x + 10$
- d) $-3x^5 - 9x^4 + 18x^3$

82. Página 100

- a) $(x + 1) \cdot (x - 2) = x \cdot (x - 2) + 1 \cdot (x - 2) = x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2$
- b) $(2x - 7) \cdot (3x - 4) = 2x \cdot (3x - 4) - 7 \cdot (3x - 4) = 6x^2 - 8x - 21x + 28 = 6x^2 - 29x + 28$
- c) $(5x^2 + 7x + 1) \cdot (6x + 8) = 6x \cdot (5x^2 + 7x + 1) + 8 \cdot (5x^2 + 7x + 1) = 30x^3 + 82x^2 + 62x + 8$

83. Página 100

- a) $4x$
- b) $7x^2 - 4x + 5$
- c) $3x^2y^2 + x + 5y$
- d) $12 - x$

84. Página 100

- a) $(12xy^3z^3 + 20x^2y^3 - 8x^2y^2z) : (4xy) = 3y^2z^3 + 5xy^2 - 2xyz$
- b) $(9x^3y^3 + 6x^4y^2 - 4x^5y^3) : (x^3y^2) = 9y + 6x - 4x^2y$
- c) $(-10xyz^3 + 25x^2yz^4 - 35y^3z^6) : (-5yz^3) = 2x - 5x^2z + 7y^2z^3$

85. Página 100

- a) $(10x^5 + 8x^3 - 6x^2 + 12x) : (2x) = 5x^4 + 4x^2 - 3x + 6$
- b) $(12x^4z^3 - 18x^3z^4 + 24x^2z^2) : (3x^2z^2) = 4x^2z - 6xz^2 + 8$
- c) $(4x^5yz - 7x^4yz^2 + 6x^3y^3z^2) : (x^3yz) = 4x^2 - 7xz + 6y^2z$

87. Página 100

- a) $-18 + 6x + 9x = 15x - 18$
- b) $30x + 35x^2 - x^2 = 34x^2 + 30x$
- c) $x^3 + x^2 - x^3 - 4x^4 + 8x = -4x^4 + x^2 + 8x$
- d) $4x^2 - 5x + 5x^2 - 6x + 2x^2 = 11x^2 - 11x$

88. Página 100

- a) $-2x^4 - x - 1$
- b) $6x^5 - 8x^4 + x^3 + x^2 + 4x$
- c) $3x^5 + x^4 - 3x^2 - 7x - 4$

89. Página 100

- a) $3x(1+2-3)$
- b) $4(x-3y)$
- c) $10(a-b+c)$
- d) $ab(3+5)$
- e) $5xy(2-1+3)$
- f) $7(2x^4-5x^3-x^2+6)$
- g) $5m^2(5n+4mn^2-6m^2)$
- h) $xy(x-y^2+1)$

90. Página 100

- a) $(2x^2 + 5)^2 = 4x^4 + 25 + 20x^2$
- b) $(y^2 - x^3)^2 = y^4 + x^6 - 2x^3y^2$
- c) $(3a^3 + b^4)^2 = 9a^6 + b^8 + 6a^3b^4$
- d) $(2x^2 - 4y^2)^2 = 4x^4 + 16y^4 - 16x^2y^2$

91. Página 100

- a) $(x+2) \cdot (x-2) = x^2 - 4$
- b) $(2x+4) \cdot (2x-4) = 4x^2 - 16$
- c) $(1-x^2) \cdot (1+x^2) = 1-x^4$
- d) $(3a-4a^2) \cdot (3a+4a^2) = 9a^2 - 16a^4$

92. Página 100

- a) $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$
- b) $64 + 25x^2 + 80x = (5x + 8)^2$
- c) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2$
- d) $100x^2 - 100x + 25 = (10x - 5)^2$
- e) $x^2 + 16 + 8x = (x + 4)^2$
- f) $9x^2 + 6xy + y^2 = (3x + y)^2$

93. Página 101

- a) $(2a + 5b)^2 = 4a^2 + 25b^2 + 20ab$
- b) $(7 - 4x)^2 = 49 + 16x^2 - 56x$
- c) $(8b^2 - 2a)^2 = 64b^4 - 32ab^2 + 4a^2$
- d) $(1 + x^2)^2 = 1 + 2x^2 + x^4$

94. Página 101

a) $(2x + 3) \cdot (2x - 3)$

c) $(1 + 6b) \cdot (1 - 6b)$

e) $(5x^2 + 2x) \cdot (5x^2 - 2x)$

b) $(4x + 7) \cdot (4x - 7)$

d) $(a^4 + 3) \cdot (a^4 - 3)$

f) $(7 + 12x^2) \cdot (7 - 12x^2)$

95. Página 101

a) $2t$

b) $\frac{2t}{3}$

c) $\frac{2t}{3} + 5$

d) $\frac{2t}{3} - 5$

Si Luisa los ha hecho en media hora, Miguel tarda 1 hora; Verónica, 20 minutos; Sebastián, 25 minutos y Raúl, 15 minutos.

96. Página 101

Perímetro = $2\pi r$

Distancia recorrida en 200 vueltas: $\pi \cdot 0,54 \cdot 200 \simeq 339,29$ m

97. Página 101

a) $x + 20$

b) $x - 7$

c) Dentro de x años: $x + x = 2x$

d) $x + 8$

e) $x + 8 + 15 = x + 23$

f) $x + 8 - a = \frac{x}{2} \rightarrow a = \frac{x + 16}{2}$

Hace $\left(\frac{x + 16}{2}\right)$ años.

g) $x + b = 2 \cdot (x + 8) \rightarrow b = x + 16$

Dentro de $(x + 16)$ años.

DEBES SABER HACER**1. Página 101**

a) $2x + 3$

b) $x - 7$

c) $3x + 2y$

d) $(x - y)^2$

e) $x^2 + \frac{y}{2}$

2. Página 101

a) Opuesto: $-3xy^2$ Grado: 3

b) Opuesto: a^2bc^3 Grado: 6

c) Opuesto: $-7x^2yz^2$ Grado: 5

d) Opuesto: 9 Grado: 0

3. Página 101

- a) $x^3 + 2x$ b) $2x^2 - x^2 + 3x^2 = 4x^2$ c) $-200x^6$ d) $4xy^2z$

4. Página 101

- a) Falsa: el coeficiente de x es -5 .
b) Cierta.
c) Falsa: el grado del polinomio es 2.

5. Página 101

- a) $2x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 6x - 7$
b) $-2x^4 - 5x^3 + x^2 - 10x + 7$
c) $-3x^5 - 9x^4 + 18x^3$
d) $3x^2y^2 + x + 5y$

6. Página 101

- a) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
b) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$
c) $(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 25$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

98. Página 102

- a) Para 1 m de distancia: Ancho = 0,8 m Largo = 0,45 m
Para 2 m de distancia: Ancho = $0,8 \cdot 2 = 1,6$ m Largo = $0,45 \cdot 2 = 0,9$ m
Para 3 m de distancia: Ancho = $0,8 \cdot 2 \cdot 2 = 3,2$ m Largo = $0,45 \cdot 2 \cdot 2 = 1,8$ m

...

- Para n metros de distancia: Ancho = $0,8 \cdot 2^{n-1} = 3,2$ m Largo = $0,45 \cdot 2^{n-1} = 1,8$ m

$$0,8 \cdot 2^{n-1} = 12,8 \text{ m} \rightarrow 2^{n-1} = \frac{12,8}{0,8} = 16 = 2^4 \rightarrow n-1 = 4 \rightarrow n = 5$$

Hay que colocar el proyector a 5 metros de la pantalla.

- b) $0,8 \cdot 2^{n-1} = x \rightarrow$ Conocido el valor del ancho se podría calcular la distancia.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

99. Página 102

- Triángulo verde = 3
Triángulo naranja = 2

100. Página 102

$x = 5$

$y = 3$

$z = 1$

El cuadrado mágico que resulta es:

8	3	4
1	5	9
6	7	2

101. Página 102

a) $z = 0$

b) $y = 2$ y $x = 13$

102. Página 102

$3x + 2 \cdot (x + 0,80) = 5x + 1,60 \text{ €}$

$5 \cdot 2,6 + 1,6 = 14,6 \text{ €}$

PRUEBAS PISA**103. Página 103**

a) La longitud del listón: $4x$

Área del cristal: x^2

b) $C(x) = 8x + 3x^2 + 6$

c) Un espejo de 60 cm de lado: $8 \cdot 0,6 + 3 \cdot 0,6^2 + 6 = 4,8 + 1,08 + 6 = 11,88 \text{ €}$

El de 110 cm de lado: $8 \cdot 1,1 + 3 \cdot 1,1^2 + 6 = 8,8 + 3,63 + 6 = 18,43 \text{ €}$

104. Página 103

a) $A = x^2 \text{ m}^2$

b) $A = x(x - 3) = x^2 - 3x \text{ m}^2$

c) $3x \text{ m}^2$

d) $L = 2x + 2 \cdot (x - 3) = 2x + 2x - 6 = 4x - 6 \text{ m}$

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 104

- a) $P(1) = 10$ b) $P(-1) = 0$ c) $P(0) = 3$ d) $P(2) = 21$

2. Página 104

- a) $P(-2) = 11$ b) $P(1) = 5$ c) $P(-1) = 1$ d) $P(2) = 7$

3. Página 104

- a) Son semejantes, tienen la misma parte literal.

$$12x^2 + 4x^2 = 16x^2 \quad 12x^2 - 4x^2 = 8x^2$$

- b) Son semejantes.

$$73ab + 18ab = 91ab \quad 73ab - 18ab = 55ab$$

- c) No son semejantes, no tienen la misma parte literal.

- d) No son semejantes.

- e) Son semejantes.

$$-5xy + 4xy = -xy \quad -5xy - 4xy = -9xy$$

- f) No son semejantes.

VIDA COTIDIANA

EL AUTOMÓVIL. Página 105

Ha recorrido: $110 + 55 = 165$ km

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 106

$$a = -2x^2 + 3x$$

RETO 2. Página 114

Si el producto de dos factores es igual 0 es porque uno de los dos factores vale 0.

$x = 0$ es solución de las dos ecuaciones.

Se igualan los paréntesis de cada una de ellas a 0 para obtener la otra solución.

$$(x + 5) = 0 \rightarrow x = -5 \text{ para la primera.}$$

$$(x - 4) = 0 \rightarrow x = 4 \text{ para la segunda ecuación.}$$

Cada una de ellas tiene dos soluciones:

$$x(x + 5) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ o } x = -5$$

$$9x(x - 4) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ o } x = 4$$

ACTIVIDADES

1. Página 106

- a) Es una ecuación, es cierta para un valor concreto de x : $x = -5$
- b) Es una identidad, es cierta para cualquier valor de x .
- c) Es una ecuación, es cierta para un valor concreto de x : $x = 4$
- d) Es una identidad, es cierta para cualquier valor de x .
- e) Es una identidad, es cierta para cualquier valor de x .

2. Página 106

- a) Cierta.
- b) Falsa: $2 - 6 \neq -7$
- c) Cierta.

3. Página 106

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $3x - 5 = 4x + 3 - x - 8$
- b) $3x - 5 = -6x + 4$

4. Página 107

- a) Miembros: $(x + 7)$ y 2 . Tres términos: x , $+7$ y 2 . Grado: 1 . Incógnita x .
- b) Miembros: $(-3ab + 1)$ y a . Tres términos: $-3ab$, 1 y a . Grado 2 . Incógnitas a y b .
- c) Miembros: $(x^3 - 1)$ y $(-x^2 + 7)$. Cuatro términos: x^3 , -1 , $-x^2$ y 7 . Grado 3 . Incógnita x .
- d) Miembros: $(7xy - 8)$ y 0 . Tres términos: $7xy$, -8 y 0 . Grado 2 . Incógnitas x e y .
- e) Miembros: $(4a^2b - 2)$ y $(2a^2 + 1)$. Cuatro términos: $4a^2b$, -2 , $2a^2$ y 1 . Grado 3 . Incógnitas a y b .
- f) Miembros: $(2abc)$ y $(-3b^2 + 1)$. Tres términos: $2abc$, $-3b^2$ y 1 . Grado 3 . Incógnitas a , b y c .

5. Página 107

- a) $(-1 + 2)(-2) \neq 2 \rightarrow$ No es solución de esta ecuación.
- b) $-1 \cdot (3)^2 = -9 \rightarrow$ Es solución de esta ecuación.

6. Página 107

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$3x - x = -4 \qquad -5(x + 1) = 3x + 11$$

Son ecuaciones equivalentes porque tienen la misma solución.

7. Página 108

- a) $x = 8$
- b) $x = 10$
- c) $x = -4$
- d) $a = \frac{1}{5}$
- e) $y = \frac{4}{5}$
- f) $x = -3$
- g) $y = 3$
- h) $b = -8$

8. Página 108

a) $x = -6$

b) $x = -\frac{1}{15}$

c) $\frac{83}{9}$

d) $\frac{35}{2}$

9. Página 108

$$\frac{1}{2} + m = 1 \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

10. Página 109

a) $x = 2$

c) $x = 8$

e) $x = -21$

b) $x = -6$

d) $x = \frac{9}{4}$

f) $x = 1$

11. Página 109

a) $x = 5$

b) $x = -19$

c) $x = 5$

d) $x = -\frac{4}{3}$

12. Página 109

a) $x = -\frac{4}{3}$

b) $x = \frac{1}{3}$

c) $x = -\frac{1}{3}$

d) $x = \frac{3}{5}$

13. Página 109

a) $x = 5$

e) $x = -8$

i) $x = 7$

m) $x = -5$

b) $x = 18$

f) $x = 34$

j) $x = -3$

n) $x = 20$

c) $x = 8$

g) $x = 8$

k) $x = -3$

d) $x = 9$

h) $x = 5$

l) $x = 3$

14. Página 109

a) $2 \cdot 3 + \square = 9 \rightarrow \square = 3$

b) $-4 \cdot 3 - 7 = \square \rightarrow \square = -19$

c) $3 \cdot \square + 6 = 21 \rightarrow \square = 5$

d) $3 \cdot \square - 2 = 16 \rightarrow \square = 6$

15. Página 109

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$5(7 + x) = 65 \text{ Se resuelve } \rightarrow 35 + 5x = 65 \rightarrow x = \frac{65 - 35}{5} = 6$$

$$3(x - 1) = 15 \text{ Se resuelve } \rightarrow 3x - 3 = 15 \rightarrow x = \frac{15 + 3}{3} = 6$$

16. Página 110

a) $3x + 3 = x + 1 + 3x - 12 \rightarrow x = 14$

b) $20 - 4x = 2x + 24 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$

c) $x - 2x - 2 = -3 \rightarrow x = 1$

d) $3x - 3 - 8x + 12 = 5 \rightarrow x = \frac{4}{5}$

e) $7 - 2x - 2 = -2x + 7 + x \rightarrow x = -2$

17. Página 110

a) $4x + 32 = -x + 2 + 24 \rightarrow x = -\frac{6}{5}$

b) $3x + 24 - x + 4 = 12 \rightarrow x = -8$

c) $6x + 48 - 2x + 8 = 24 \rightarrow x = -8$

d) $4 - 2x - 8x + 4 = 4x - 4 - 6x + 9 \rightarrow x = \frac{3}{8}$

e) $10x - 5 + 4x - 2 = 9x - 12 - 2 + 3x \rightarrow x = -\frac{7}{2}$

18. Página 110

1. $3(x - 2) + 8 = 4(1 - x) - 9 \rightarrow x = -1$

2. $3(x - 2) + 8 = 4(1 - x) + 6 \rightarrow x = \frac{8}{7}$

3. $3(x - 2) + 8 = -5(x + 2) - 9 \rightarrow x = -\frac{21}{8}$

4. $3(x - 2) + 8 = -5(x + 2) + 6 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$

5. $3(x - 2) - 5 = 4(1 - x) - 9 \rightarrow x = \frac{6}{7}$

6. $3(x - 2) - 5 = 4(1 - x) + 6 \rightarrow x = 3$

7. $3(x - 2) - 5 = -5(x + 2) - 9 \rightarrow x = -1$

8. $3(x - 2) - 5 = -5(x + 2) + 6 \rightarrow x = \frac{7}{8}$

9. $2(x + 1) + 8 = 4(1 - x) - 9 \rightarrow x = -\frac{5}{2}$

10. $2(x + 1) + 8 = 4(1 - x) + 6 \rightarrow x = 0$

11. $2(x + 1) + 8 = -5(x + 2) - 9 \rightarrow x = -\frac{29}{7}$

12. $2(x + 1) + 8 = -5(x + 2) + 6 \rightarrow x = -2$

13. $2(x + 1) - 5 = 4(1 - x) - 9 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

14. $2(x + 1) - 5 = 4(1 - x) + 6 \rightarrow x = \frac{13}{6}$

15. $2(x + 1) - 5 = -5(x + 2) - 9 \rightarrow x = -\frac{16}{7}$

16. $2(x + 1) - 5 = -5(x + 2) + 6 \rightarrow x = -\frac{1}{7}$

19. Página 110

a) $4x + 1 + 3x - 5 = 2x - 4 + 30 \rightarrow x = 6$

b) $3x + 24 = 6x - 12 + 24 \rightarrow x = 4$

c) $8 - 2x + 12x + 48 = 3 \rightarrow x = -\frac{53}{10}$

20. Página 110

a) $7x - (2 - x) = 3x + 1$

$7x - 2 + x = 3x + 1$

$7x + x - 3x - 2 - 1 = 0 \rightarrow 5x - 3 = 0$

b) $8(2 - x) - x = x$

$16 - 8x - x = x$

$-8x - x - x + 16 = 0 \rightarrow -10x + 16 = 0 \rightarrow 10x - 16 = 0$

c) $5 - (x - 3) = x - (-7)$

$5 - x + 3 = x + 7$

$-x - x + 5 + 3 - 7 \rightarrow -2x + 1 = 0$

21. Página 110

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$2(x - 1) - 3(x + 2) = -4 \rightarrow \text{Se resuelve: } 2x - 2 - 3x - 6 = -4 \rightarrow -x = -4 + 2 + 6 \rightarrow x = -4$

$5(2 - x) + 2(3x - 1) = 4 \rightarrow \text{Se resuelve: } 10 - 5x + 6x - 2 = 4 \rightarrow x = 4 + 2 - 10 \rightarrow x = -4$

22. Página 111

a) $x = \frac{12 \cdot 5}{3} = 20$

b) $x = \frac{14 \cdot 7}{-2} = -\frac{98}{2} = -49$

c) $x = \frac{100 \cdot 3}{5} = 60$

d) $x = \frac{120 \cdot (-10)}{6} = -\frac{1200}{6} = -200$

e) $x = -\frac{15 \cdot 8}{3} = -40$

f) $x = \frac{12 \cdot 9}{2} = 54$

23. Página 111

a) $x - 8 = 18 \rightarrow x = 26$

b) $3x + 20 = 2x \rightarrow x = -20$

c) $-x + 5 = 7 \rightarrow -x = 7 - 5 \rightarrow x = -2$

d) $-5 = 10 + 3x \rightarrow 3x = -15 \rightarrow x = -5$

e) $4x = 3x + 8 \rightarrow x = 8$

f) $x + 5 = 6 \rightarrow x = 1$

g) $8 - 4x = -4 \rightarrow -4x = -12 \rightarrow x = 3$

h) $8 - 2x = -10x \rightarrow 8x = -8 \rightarrow x = -1$

24. Página 111

$$a) \frac{12x - 3x - 2x}{30} = \frac{13 \cdot 30}{30} \rightarrow 7x = 13 \cdot 30 \rightarrow x = \frac{30 \cdot 13}{7} = \frac{390}{7}$$

$$b) \frac{5x - 10x - 2x - 8}{10} = \frac{-1 \cdot 10}{10} \rightarrow -7x = -10 + 8 \rightarrow x = \frac{2}{7}$$

$$c) 3x - 4 = 4(x - 3) \rightarrow 3x - 4x = -12 + 4 \rightarrow x = 8$$

$$d) \frac{x}{3} - \frac{3x}{5} = -9 + 7 \rightarrow \frac{5x - 9x}{15} = \frac{-2 \cdot 15}{15} \rightarrow -4x = -30 \rightarrow x = \frac{15}{2}$$

25. Página 111

$$a) 48x - 15x + 10x = 120 - 36 - 30 - 30 \rightarrow x = \frac{24}{43}$$

$$b) 15x - 4x + x = 12 + 6 - 26 - 1 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

$$c) 6x + 2x + 2x = 9 + 4 - 2 \rightarrow x = \frac{11}{10}$$

26. Página 111

$$\text{Si } a \neq 0 \rightarrow 4a(x - 1) = -6a(2 + x) \rightarrow 4ax + 6ax = -12a + 4a \rightarrow x = -\frac{4}{5}$$

27. Página 112

$$a) x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$b) x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$c) x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$d) x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{6} = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{6} = \frac{6 \pm 12}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$e) x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 80}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{4} = \frac{-8 \pm 12}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$f) x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 128}}{4} = \frac{-12 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{-12 \pm 4}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

28. Página 112

$$a) x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$b) x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-8 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

$$c) 5x^2 + 5x + 60 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 1200}}{10} = \frac{-5 \pm \sqrt{-1175}}{10} \text{ No tiene solución.}$$

29. Página 112

Ninguna, porque no se puede calcular la raíz cuadrada de un número negativo.

30. Página 113

$$\text{a) } \Delta = 49 - 24 = 25 \rightarrow \text{tiene dos soluciones} \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-7 \pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \Delta = 25 - 36 = -11 \rightarrow \text{no tiene solución} \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{-11}}{2}$$

$$\text{c) } \Delta = 196 - 196 = 0 \rightarrow \text{tiene una solución} \rightarrow x = \frac{14 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{d) } \Delta = 121 - 120 = 1 \rightarrow \text{tiene dos soluciones} \rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{11 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \Delta = 196 - 196 = 0 \rightarrow \text{tiene una solución} \rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$\text{f) } \Delta = 25 + 12 = 37 \rightarrow \text{tiene dos soluciones} \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{37}}{6} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{37}}{6} \end{cases}$$

$$\text{g) } \Delta = 1 - 4 = -3 \rightarrow \text{no tiene solución} \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$\text{h) } \Delta = 144 - 144 = 0 \rightarrow \text{tiene una solución} \rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

31. Página 113

$$\text{a) } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 24}}{2} = \frac{-b \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases} \rightarrow b = -5$$

$$\text{b) } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 24}}{2} = \frac{-b \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -3 \end{cases} \rightarrow b = 5$$

32. Página 113

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{Dos soluciones: } x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{Una solución: } x^2 + 8x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\text{Sin solución: } 5x^2 - 6x + 2 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 40}}{10} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{10}$$

33. Página 113

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a) x^2 + x + 2 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$b) x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$c) x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$d) x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$e) x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

$$f) x^2 + 12x + 36 = 0 \rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

34. Página 113

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x^2 + 2x + 2 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-16}}{4} \rightarrow \text{No tiene solución.}$

Consideramos la ecuación $ax^2 + ax + a = 0$. Entonces $x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4a \cdot a}}{2a} = \frac{-a \pm \sqrt{-3a^2}}{2a}$

Como a^2 es positivo, $-3a^2$ es siempre negativo. Por tanto, la ecuación nunca tiene solución.

35. Página 114

$$a) x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -\frac{9}{1} = -9$$

$$b) -\frac{c}{a} > 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{64}{16}} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$c) x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{6}{5}$$

d) Única solución: $x = 0$

$$e) x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -\frac{5}{3}$$

$$f) -\frac{c}{a} = -\frac{9}{3} < 0 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$g) x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{7}{2}$$

h) Única solución: $x = 0$

36. Página 114

$$a) x^2 - 9 = 0 \rightarrow \pm \sqrt{\frac{-9}{1}} \rightarrow \begin{cases} x_1 = +3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$b) 8x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

37. Página 114

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$2x^2 + 13 = 0 \rightarrow -\frac{c}{a} = -\frac{13}{2} < 0 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

38. Página 115

a) $x_1 = 0$ y $x_2 = -\frac{9}{1} = -9$

b) $x^2 + 8x + 7 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -7 \end{cases}$

c) $x_1 = 0$ y $x_2 = \frac{5}{1} = 5$

d) $3x^2 - 27 = 0 \rightarrow -\frac{c}{a} = \frac{27}{3} > 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

e) $x_1 = 0$ y $x_2 = -\frac{-6}{12} \rightarrow x_2 = \frac{1}{2}$

f) $2x^2 - 12x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 128}}{4} = \frac{12 \pm 4}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

g) $x_1 = 0$ y $x_2 = -\frac{9}{4}$

h) $24x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

39. Página 115

a) $x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x - 2) \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

b) $x^2 - 9x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

c) $3x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(3x - 4) \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{4}{3} \end{cases}$

d) $2x^2 - 50 = 0 \rightarrow -\frac{c}{a} = \frac{50}{2} > 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{25} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

e) $x^2 + 7x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 40}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-7 + \sqrt{89}}{2} \\ x_2 = \frac{-7 - \sqrt{89}}{2} \end{cases}$

f) $x^2 - 11x + 10 = 0 \rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 40}}{2} = \frac{11 \pm 9}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

g) $2x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(2x - 7) \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{7}{2} \end{cases}$

h) $24x^2 - 24 = 0 \rightarrow -\frac{c}{a} = \frac{24}{24} > 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

40. Página 115

$$a) x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$b) 2x^2 + 5x - 7 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+56}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$c) x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$d) x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$e) x^2 + 6x - 27 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36+108}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-6 \pm 12}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -9 \end{cases}$$

$$f) 4x^2 - 1 = 3 \rightarrow x = \sqrt{\frac{4}{4}} = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$g) x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} \rightarrow x = 1$$

$$h) 2x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$i) -4x(2x+1) = 0 \rightarrow x(-8x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

41. Página 116

$$a) x + \frac{2}{5}x = 28$$

$$b) x - \frac{2}{5}x = 12$$

42. Página 116

Respuesta abierta. Por ejemplo:

El precio de una entrada de circo es de 28 € pero tengo 5 tickets iguales de descuento y, finalmente, pago 12 €. ¿Cuál es el descuento de cada ticket?

43. Página 116

$$x + 3(x+1) = 15$$

44. Página 117

$$x - \frac{2}{3}x - \frac{1}{5}\left(x - \frac{2}{3}x\right) = 8 \rightarrow x - \frac{2}{3}x - \frac{1}{5}x + \frac{2}{15}x = 8 \rightarrow 15x - 10x - 3x + 2x = 120 \rightarrow 4x = 120 \rightarrow x = 30$$

María tenía al principio 30 €.

$\frac{2}{3}$ de 30 = 20 → Prestó 20 € a su hermano.

45. Página 117

$$x^2 = 36 \rightarrow x = 6 \rightarrow \text{Tenía 6 años, ahora tiene } 6 + 7 = 13 \text{ años.}$$

Descartamos la solución negativa ya que se trata de una edad.

46. Página 117

$$x \cdot 3x = 243 \rightarrow 3x^2 = 243 \rightarrow x = \pm 9$$

47. Página 118

- | | |
|----------------------|----------------------|
| a) Es una identidad. | e) Es una ecuación. |
| b) Es una ecuación. | f) Es una identidad. |
| c) Es una identidad. | g) Es una ecuación. |
| d) Es una identidad. | h) Es una identidad. |

48. Página 118

- a) Es identidad $\rightarrow 3a - 6 = 3a - 6$, que se cumple para todo valor de a .
- b) Es ecuación \rightarrow Porque se cumple solo para un valor concreto de la variable: $t = 2$.
- c) Es una identidad $\rightarrow 8m - 2 = 8m - 2$ que se cumple para todo valor de m .
- d) Es una identidad $\rightarrow y^2 + 5y = y^2 + 5y$ que se cumple para todo valor de y .
- e) Es una ecuación \rightarrow Porque se cumple solo para un valor concreto de la variable: $m = 0$.

49. Página 118

Solo b) hace cierta la igualdad: $x = -3 \rightarrow -2(-24 - 5) = 33 - (-27 - 4) - 6$.

50. Página 118

Solo d) hace cierta la igualdad: $x = 7 \rightarrow \frac{7+5}{6} - 3 = \frac{28-7}{3} - 8$.

51. Página 118

$$1 + 2 + a = 0 \rightarrow a = -3$$

52. Página 118

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $2x - 4 = 0$ b) $4x - 2 = 0$ c) $6x + 18 = 0$ d) $6x + 4 = 0$

53. Página 118

$$2x^2 = 8 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \rightarrow \text{Los valores de b) y d) verifican la igualdad.}$$

Ecuaciones de primer y segundo grado

54. Página 118

Solo verifica la igualdad el valor de d) $\rightarrow x = 2 \rightarrow 2^3 = 8$.

55. Página 118

Solo verifica la igualdad el valor de f) $\rightarrow x = -1$.

56. Página 118

Ecuación	1 ^{er} miembro / 2 ^o miembro	Incógnita	Grado
$8x - 1 = 15$	$8x - 1 / 15$	x	1
$3(x - 1) = 2(x + 1)$	$3(x - 1) / 2(x + 1)$	x	1
$x^2 - 4x = x^2 + 8$	$x^2 - 4x / x^2 + 8$	x	1
$2y + \frac{y}{5} = 8$	$2y + \frac{y}{5} / 8$	y	1
$t^2 - 5t + 6 = 0$	$t^2 - 5t + 6 / 0$	t	2
$a^3 - 3a = 5a^2$	$a^3 - 3a / 5a^2$	a	3
$z(2 - z) = 10 - z$	$z(2 - z) / 10 - z$	z	2

57. Página 118

$8x - 16 = 0 \rightarrow$ Término independiente -16 .

$3x - 3 - 2x - 2 = 0 \rightarrow x - 5 = 0 \rightarrow$ Término independiente -5 .

$x^2 - 4x - x^2 - 8 = 0 \rightarrow$ Término independiente -8 .

$2y + \frac{y}{5} - 8 = 0 \rightarrow$ Término independiente -8 .

$t^2 - 5t + 6 = 0 \rightarrow$ Término independiente 6 .

$a^3 - 5a^2 - 3a = 0 \rightarrow$ Término independiente 0 .

$2z - z^2 + z - 10 = 0 \rightarrow$ Término independiente -10 .

58. Página 118

- a) $2x = 6$ c) $\frac{x}{2} = 8$ e) $\frac{x}{4} + 3 = 5$
b) $4x = 20$ d) $\frac{x}{3} = 4$ f) $2x + \frac{x}{2} = 10$

59. Página 118

- a) $x^3 - x^2 = 18$
b) $\left(x - \frac{x}{3}\right)^2 = 36$
c) $x + (x + 1) = 11$
d) $x - 2(x - 1) = -3$
e) $2x \cdot (2x + 2) = 8$

60. Página 118

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) El doble de un número menos diez es cuatro.
- b) El triple de un número más cinco es uno.
- c) Un número más su número anterior es siete.
- d) El doble de la suma de un número más uno es doce.
- e) La mitad del cuadrado de un número es 8.
- f) El triple de un número más el cubo de ese número es catorce.

61. Página 118

Son equivalentes las ecuaciones c), d) y e) porque su solución es $x = -\frac{1}{2}$.

62. Página 118

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $12x - 8 = 0$ y $15x - 10 = 0$
- b) $2x - 2 = 0$ y $10x = 10$

63. Página 119

- a) $x + 2 - 2 = 9 - 2 \rightarrow x = 7$
- b) $x - 3 + 3 = 5 + 3 \rightarrow x = 8$
- c) $x + 4 - 4 = 10 - 4 \rightarrow x = 6$
- d) $x - 8 + 8 = -7 + 8 \rightarrow x = 1$
- e) $x + 15 - 15 = -11 - 15 \rightarrow x = -26$
- f) $2x \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow x = 5$
- g) $3x \cdot \frac{1}{3} = -9 \cdot \frac{1}{3} \rightarrow x = -3$
- h) $-4x \cdot \frac{1}{-4} = 28 \cdot \frac{1}{-4} \rightarrow x = -7$
- i) $-5x \cdot \frac{1}{-5} = -70 \cdot \frac{1}{-5} \rightarrow x = 14$
- j) $-x \cdot (-1) = -16 \cdot (-1) \rightarrow x = 16$

64. Página 119

- a) $15 = 20x + 4 \rightarrow 20x = 11 \rightarrow x = \frac{11}{20}$
- b) $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{1}{3}$
- c) $x = 7 \cdot 5 \rightarrow x = 35$
- d) $4x - 1 = 2 \rightarrow x = \frac{3}{4}$
- e) $-x = -14 \rightarrow x = 14$
- f) $-x = -3 \cdot 5 \rightarrow x = 15$
- g) $x = -2 \cdot 8 \rightarrow x = -16$
- h) $1 + 3x = -15 \rightarrow x = -\frac{16}{3}$

65. Página 119

- a) $x - (10 - 2x) = x + 6$
 $x - 10 + 2x - x - 6 = 0$
 $2x - 16 = 0$
- b) $3(x - 1) - 5 = -(x - 1)$
 $3x - 3 - 5 = -x + 1$
 $3x + x = 1 + 3 + 5 \rightarrow 4x - 9 = 0$

66. Página 119

- a) $6x - 9 + 4 - 2x = 6x + 12 - 13 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2$
 b) $16 - 12x - 6x + 3 = 14 - 21x + 5 \rightarrow -18x + 21x = 19 - 19 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0$
 c) $3x - 9 - 8 + 12x = 2 - 4x \rightarrow 3x + 12x + 4x = 2 + 9 + 8 \rightarrow 19x = 19 \rightarrow x = 1$

67. Página 119

- a) $6x - 1 + x = 4x - 4 \rightarrow 6x + x - 4x = -4 + 1 \rightarrow x = -1$
 b) $9x - 8 - x - 12 = -x + 7 \rightarrow 9x - x + x = 7 + 8 + 12 \rightarrow x = 3$
 c) $x + 3x - 3 + 4 = 8 - x \rightarrow x + 3x + x = 8 + 3 - 4 \rightarrow x = \frac{7}{5}$
 d) $10x + 5 + 7x - 7 = 3x + 12 \rightarrow 10x + 7x - 3x = 12 - 5 + 7 \rightarrow x = 1$
 e) $6x + 12 - 8x - 5 = -1 \rightarrow 6x - 8x = -1 - 12 + 5 \rightarrow -2x = -8 \rightarrow x = 4$
 f) $8x - 20 = -18 + 9x \rightarrow 8x - 9x = -18 + 20 \rightarrow -x = 2 \rightarrow x = -2$
 g) $-2x + 6 - 5x + 10 = -4 + 12x + 8x - 7 \rightarrow -2x - 5x - 12x - 8x = -4 - 7 - 6 - 10 \rightarrow -27x = -27 \rightarrow x = 1$

68. Página 119

- a) $6 - \square - 4 = -1 \rightarrow \square = 3$
 b) $12 - 4\square + 6 + 2 = 16 \rightarrow 4\square = 12 + 6 + 2 - 16 \rightarrow \square = 1$
 c) $9\square - 15 - 5 = -4 \rightarrow 9\square = -4 + 15 + 5 \rightarrow \square = \frac{16}{9}$
 d) $5\square - 2 = 21 \rightarrow 5\square = 23 \rightarrow \square = \frac{23}{5}$

70. Página 119

- a) $x + 7 = 22 \rightarrow x = 15$
 b) $x - 6 = -18 \rightarrow x = -12$
 c) $3x - 10 = -2x \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2$
 d) $6x - 8 = 2x - 6 \rightarrow 6x - 2x = -6 + 8 \rightarrow 4x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$
 e) $-4x + 9 = -5x + 10 \rightarrow -4x + 5x = 10 - 9 \rightarrow x = 1$
 f) $2x + 5 = 30 - 6x \rightarrow 2x + 6x = 30 - 5 \rightarrow 8x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{8}$

72. Página 119

- a) $2 \cdot (4x - 3) = 10 \rightarrow 8x - 6 = 10 \rightarrow 8x = 16 \rightarrow x = 2$
 b) $6 \cdot (-5x + 7) = -16 \cdot 3 \rightarrow -30x + 42 = -48 \rightarrow -30x = -90 \rightarrow x = 3$
 c) $3 \cdot (8 + 2x) = 48 \rightarrow 24 + 6x = 48 \rightarrow 6x = 24 \rightarrow x = 4$
 d) $6 \cdot (2x + 5) = 3 \cdot (4 + x) \rightarrow 12x + 30 = 12 + 3x \rightarrow 9x = -18 \rightarrow x = -2$
 e) $4 \cdot (9 - 3x) = 8 \cdot (5 - x) \rightarrow 36 - 12x = 40 - 8x \rightarrow -12x + 8x = 40 - 36 \rightarrow x = -1$
 f) $12 \cdot (5x + 4) = 3 \cdot (x - 3) \rightarrow 60x + 48 = 3x - 9 \rightarrow 60x - 3x = -9 - 48 \rightarrow 57x = -57 \rightarrow x = -1$

73. Página 120

$$\text{a) } 2(9-x) + 2x - 10 = 4(x+3) \rightarrow 18 - 2x + 2x - 10 = 4x + 12 \rightarrow x = -\frac{4}{4} = -1$$

$$\text{b) } x - 5 = 2(x-2) - 3(x-2) \rightarrow x - 5 = 2x - 4 - 3x + 9 \rightarrow x - 2x + 3x = -4 + 9 + 5 \rightarrow x = 5$$

$$\text{c) } 15(2x-2) = 10(3x-6) - 6(4x-15) \rightarrow 30x - 30 = 30x - 60 - 24x + 90 \rightarrow x = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$$

$$\text{d) } 4(2x-1) = 6(x-3) - 3(3x-7) \rightarrow 8x - 4 = 6x - 18 - 9x + 21 \rightarrow x = \frac{7}{11}$$

$$\text{e) } 10(x-2) - 15(x-3) = 6(4-2x) \rightarrow 10x - 20 - 15x + 45 = 24 - 12x \rightarrow 7x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{7}$$

74. Página 120

$$\text{a) } 4x + 2x + x = 112 \rightarrow 7x = 112 \rightarrow x = 16$$

$$\text{b) } 4x - 6x = 17 - 3x \rightarrow 4x - 6x + 3x = 17 \rightarrow x = 17$$

$$\text{c) } 80 - 5x = -10 - 8x \rightarrow -5x + 8x = -10 - 80 \rightarrow 3x = -90 \rightarrow x = -30$$

$$\text{d) } 3(x+1) = 4(2-x) + 96x \rightarrow 3x + 4x - 96x = 8 - 3 \rightarrow -89x = 5 \rightarrow x = -\frac{5}{89}$$

$$\text{e) } 2(x+4) - 7(x-1) = 14(3-x) \rightarrow 2x + 8 - 7x + 7 = 42 - 14x \rightarrow 9x = 27 \rightarrow x = 3$$

75. Página 120

$$\text{a) } -5 - a - 10 = 1 \rightarrow -a = 16 \rightarrow a = -16$$

$$\text{b) } \frac{a}{2} + 5 + a - \frac{1}{2} = -3a + 1 \rightarrow a + 10 + 2a - 1 = -6a + 2 \rightarrow 9a = -7 \rightarrow a = -\frac{7}{9}$$

$$\text{c) } 2 - 4a + 2 = -1 + a \rightarrow -4a - a = -1 - 2 - 2 \rightarrow a = 1$$

$$\text{d) } a - (-4a + 20) = a + \frac{5a}{2} + \frac{a-10}{2} \rightarrow a + 4a - 20 = a + \frac{5a}{2} + \frac{a-10}{2} \rightarrow$$

$$2a + 8a - 40 = 2a + 5a + a - 10 \rightarrow 2a = 30 \rightarrow a = 15$$

76. Página 120

$$\frac{2x-2}{4} - \frac{3}{2} - 3x = \frac{-4x-6}{8} + \frac{x}{2}$$

$$2(2x-2) - 3 \cdot 4 - 3x \cdot 8 = -4x - 6 + 4x$$

$$4x - 4 - 12 - 24x = -4x - 6 + 4x$$

$$4x - 24x + 4x - 4x = -6 + 4 + 12$$

$$-20x = 10$$

$$x = \frac{10}{-20} = -\frac{1}{2}$$

77. Página 120

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } 6(2x+3) = 5-x$$

$$\text{b) } \frac{4x-18}{3} = -\frac{6x-1}{2}$$

$$\text{c) } \frac{2(4x-3)}{10} = 1$$

78. Página 120

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$4(2-x)+2=\frac{x}{2}+1 \rightarrow 8-4x+2=\frac{x}{2}+1 \rightarrow 16-8x+4=x+2 \rightarrow 8x+x=16+4-2 \rightarrow x=2$$

$$\frac{7x+2}{6}+4x=-3(x+1)-2 \rightarrow 7x+2+24x=-18x-18-12 \rightarrow 7x+24x+18x=-18-12-2 \rightarrow x=-\frac{32}{49}$$

$$4(2-x)-5=5x+1 \rightarrow 8-4x-5=5x+1 \rightarrow 9x=2 \rightarrow x=\frac{2}{9}$$

$$\frac{7x+2}{6}+2=\frac{x}{2}+8x \rightarrow 7x+2+12=3x+48x \rightarrow 44x=14 \rightarrow x=\frac{7}{22}$$

79. Página 120

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) Multiplicando los dos miembros por 4 $\rightarrow 4x^2+20=20x+4$

b) Dividiendo los dos miembros por 8 $\rightarrow (x-3)\cdot(x+2)=-4$

c) Multiplicando los dos miembros por 5 $\rightarrow x(x+2)+5=5x+3$

d) Multiplicando los dos miembros por 2 $\rightarrow (x^2-9)=\frac{3x+2}{2}$

80. Página 120

No, porque se cumplen para valores diferentes de la x :

En la primera ecuación, $x = \pm 3$, y en la segunda, $5x = 15 - 1 \rightarrow x = \frac{14}{5}$.

81. Página 120

a) $\Delta = 49 - 48 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones.

f) $\Delta = 4 - 192 < 0 \rightarrow$ No tiene solución.

b) $\Delta = 16 - 36 < 0 \rightarrow$ No tiene solución.

g) $\Delta = 576 - 576 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución.

c) $\Delta = 324 - 324 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución.

h) $\Delta = 576 - 576 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución.

d) $\Delta = 64 - 60 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones.

i) $\Delta = 9 - 64 < 0 \rightarrow$ No tiene solución.

e) $\Delta = 1 - 4 < 0 \rightarrow$ No tiene solución.

j) $\Delta = 225 - 200 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones.

82. Página 120

a) $x^2+1=0 \rightarrow \Delta = -4 < 0 \rightarrow$ No tiene solución.

b) $x^2+5x=0 \rightarrow \Delta = 25 > 0 \rightarrow$ Dos soluciones.

c) $x^2+6x+9=0 \rightarrow \Delta = 36 - 36 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución.

d) $x^2-x-6=0 \rightarrow \Delta = 1+24 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones.

e) $2x^2+14x+20=0 \rightarrow \Delta = 196 - 160 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones.

83. Página 120

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } c = -24 \rightarrow x^2 + x + (-24) = 0 \rightarrow \Delta = 1 + 96 > 0$$

$$\text{d) } a = 8 \rightarrow 8x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 4 + 32 > 0$$

$$\text{b) } c = \frac{1}{4} \rightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 1 = 0$$

$$\text{e) } b = 2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 4 = 0$$

$$\text{c) } c = 9 \rightarrow x^2 + x + 9 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 36 < 0$$

84. Página 121

$$\text{a) } x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1 \\ x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2 \end{cases}$$

$$\text{b) } x = \frac{-6 \pm \sqrt{36-20}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-6+4}{2} = -1 \\ x_2 = \frac{-6-4}{2} = -5 \end{cases}$$

$$\text{c) } x = \frac{6 \pm \sqrt{36-36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{d) } x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-24}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$\text{e) } x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-20}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$\text{f) } x = \frac{8 \pm \sqrt{64-64}}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\text{g) } x = \frac{-12 \pm \sqrt{144-80}}{4} = \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-12+8}{4} = -1 \\ x_2 = \frac{-12-8}{4} = -5 \end{cases}$$

$$\text{h) } x = \frac{12 \pm \sqrt{144-144}}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{i) } x = \frac{16 \pm \sqrt{256-112}}{4} = \frac{16 \pm \sqrt{144}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{16+12}{4} = 7 \\ x_2 = \frac{16-12}{4} = 1 \end{cases}$$

$$\text{j) } x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+216}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{225}}{6} = \frac{-3 \pm 15}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

85. Página 121

$$\text{a) } x_1 = 5 \text{ y } x_2 = -5$$

$$\text{e) } x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -2$$

$$\text{b) } x_1 = 6 \text{ y } x_2 = -6$$

$$\text{f) } x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{c) } x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{5}{9}$$

$$\text{g) } x_1 = 1 \text{ y } x_2 = -1$$

$$\text{d) } x_1 = 5 \text{ y } x_2 = -5$$

$$\text{h) } x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{1}{2}$$

86. Página 121

a) $x^2 = 4 \rightarrow x_1 = 2 \text{ y } x_2 = -2$

b) $x = \frac{2 \pm \sqrt{4+140}}{2} = \frac{2 \pm 12}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

c) $x^2 = 81 \rightarrow x_1 = 9 \text{ y } x_2 = -9$

d) $x_1 = 100 \text{ y } x_2 = -100$

e) $x^2 = 9 \rightarrow x_1 = 3 \text{ y } x_2 = -3$

f) $x^2 = 36 \rightarrow x_1 = 6 \text{ y } x_2 = -6$

g) $x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

h) $9x^2 + 9 = 10 \rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow x_1 = \frac{1}{3} \text{ y } x_2 = -\frac{1}{3}$

i) $2x^2 = -7 + 9 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x_1 = 1 \text{ y } x_2 = -1$

j) $3x^2 = 7 - 4 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x_1 = 1 \text{ y } x_2 = -1$

k) $3x^2 - 2x^2 = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x_1 = 1 \text{ y } x_2 = -1$

l) $9x^2 - 10x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{18} = \frac{10 \pm 8}{18} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{1}{9} \end{cases}$

87. Página 121

a) $x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x-7) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 7$

b) $x(x-2) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 2$

c) $x(x-81) \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 81$

d) $x^2 - 13x = 0 \rightarrow x(x-13) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 13$

e) $x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -1$

f) $2x(x+6) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -6$

g) $3x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(3x-10) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{10}{3}$

h) $4x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(4x-7) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{7}{4}$

i) $3x^2 - 9x = 0 \rightarrow 3x(x-3) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 3$

j) $x^2 + 6x = 0 \rightarrow x(x+6) \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -6$

88. Página 121

a) $x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

b) $x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

c) $x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = 1$

d) $x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

e) $x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -4 \end{cases}$

f) $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = 2$

g) $2x^2 - 3x - 9 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+72}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$

h) $3x^2 - 20x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400-36}}{6} = \frac{20 \pm \sqrt{364}}{6} = \frac{20 \pm 2\sqrt{91}}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10 + \sqrt{91}}{3} \\ x_2 = \frac{10 - \sqrt{91}}{3} \end{cases}$

89. Página 121

$$a) x_1 = 4 \text{ y } x_2 = -5; x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$b) x = -3; 2x^2 + 12x + 18 = 0 \rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{4} = -3$$

$$c) x_1 = -2 \text{ y } x_2 = 2; 12x^2 - 48 = 0 \rightarrow x = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$d) x_1 = 5 \text{ y } x_2 = 1; 2x^2 - 12x + 10 = 0 \rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{4} = \frac{12 \pm \sqrt{64}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

91. Página 121

$$a) 6x^2 - x = 0 \rightarrow x(6x - 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{1}{6}$$

$$b) 6x^2 - x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+120}}{12} = \frac{1 \pm 11}{12} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$c) 4x^2 - 15x + 14 = 0 \rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 224}}{8} = \frac{15 \pm 1}{8} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{7}{4} \end{cases}$$

$$d) 3x^2 - 20x - 7 = 0 \rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 84}}{6} = \frac{20 \pm 22}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$e) 2x^2 + 33x - 179 = 0 \rightarrow x = \frac{-33 \pm \sqrt{1089 + 1432}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-33 + \sqrt{2521}}{4} \\ x_2 = \frac{-33 - \sqrt{2521}}{4} \end{cases}$$

$$f) 4x^2 + 7x - 30 = 0 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 480}}{8} = \frac{-7 \pm \sqrt{529}}{8} = \frac{-7 \pm 23}{8} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{15}{4} \end{cases}$$

$$g) x^2 - 8x + 7 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$h) 10x^2 - 68x + 58 = 0 \rightarrow x = \frac{68 \pm \sqrt{4624 - 2320}}{20} \rightarrow \frac{68 \pm \sqrt{2304}}{20} = \frac{68 \pm 48}{20} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{29}{5} \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

92. Página 122

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a) 2x^2 - 12x + 18 = 0 \rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{4} \rightarrow x = 3$$

$$b) 5x^2 - 3x = 0$$

$$c) 11x^2 + 3 = 0 \rightarrow -\frac{c}{a} < 0 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$d) 12x^2 - 2x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 480}}{24} = \frac{2 \pm 22}{24} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

93. Página 122

$$x + 2 = 10 \rightarrow x = 8$$

94. Página 122

$$3x + 4x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{7} \rightarrow x = 3$$

95. Página 122

$$x + \frac{x}{4} = 55 \rightarrow x = \frac{220}{5} \rightarrow x = 44 \rightarrow \text{Los números son 44 y 11.}$$

96. Página 122

$$x + 2x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{3} \rightarrow x = 10 \rightarrow \text{Hay 10 chicos y 20 chicas.}$$

97. Página 122

$$4x + 2(x + 20) = 130 \rightarrow 4x + 2x + 40 = 130 \rightarrow 6x = 90 \rightarrow x = 15$$

Ha pagado 15 € por cada camiseta y 35 € por cada pantalón.

98. Página 122

$$x - \frac{x-1}{2} = 13 \rightarrow 2x - x + 1 = 26 \rightarrow x = 25$$

99. Página 122

$$3x - 12 = 2x \rightarrow x = 12$$

100. Página 122

$$x + 3x = 100 \rightarrow x = 25 \rightarrow \text{Los números son 25 y 75.}$$

101. Página 122

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 2x + 10 \rightarrow x = 7 \rightarrow \text{Los números son: 7, 8 y 9.}$$

102. Página 122

$$2x + (2x + 2) - 4 = 90 \rightarrow 4x - 2 = 90 \rightarrow 2x = 92 \rightarrow x = 23 \rightarrow \text{Los números son } 2 \cdot 23 = 46 \text{ y } 48.$$

103. Página 122

$$2x + \frac{x}{4} = 18 \rightarrow 8x + x = 72 \rightarrow x = 8$$

104. Página 122

$$\text{a) } \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{12} + 1 = x \rightarrow 6x + 4x + x + 12 = 12x \rightarrow x = 12 \rightarrow \text{Ha recorrido 12 km.}$$

b) 6 km corriendo; 4 km en bicicleta; 1 km nadando y 1 km caminando.

105. Página 122

$$47 - x = 2(25 - x) \rightarrow 47 - x = 50 - 2x \rightarrow x = 50 - 47 \rightarrow x = 3$$

Hace tres años la edad del padre era el doble de la del hijo.

106. Página 122

$$3x + 5 = 2(x + 5) \rightarrow 3x + 5 = 2x + 10 \rightarrow x = 5$$

María tiene ahora 15 años y Claudia tiene 5 años.

107. Página 122

$$2(x + 5) + (x + 5) + x = 27 \rightarrow 2x + 10 + x + 5 + x = 27 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$$

El menor recibe 3 cromos, el mediano recibe 8 y el mayor recibe 16.

108. Página 122

$$2x + 2 \cdot 4x = 60 \rightarrow 10x = 60 \rightarrow x = 6 \rightarrow \text{La altura es 6 cm y la base 24 cm.}$$

109. Página 122

Carmen: x Lara: $60 - x$

$$(60 - x) + 10 = \frac{x + 10}{2} + 2 \rightarrow 2(60 - x) + 20 = x + 10 + 4$$

$$120 - 2x + 20 = x + 14 \rightarrow 3x = 140 - 14 = 126 \rightarrow x = \frac{126}{3} = 42$$

Carmen tiene 42 años y su hija Lara 18 años.

110. Página 122

$$\text{a) } (x + 2) \cdot (x - 1) = 28 \rightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 28 \rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

Como se busca una longitud se coge el valor positivo $x = 5$ m.

$$\text{b) } \frac{(3x - 1)(2x + 1)}{2} = 56 \rightarrow (3x - 1)(2x + 1) = 112 \rightarrow 6x^2 + x - 113 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2712}}{12} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{2713}}{12} \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{2713}}{12} \end{cases}$$

Se coge x_1 que es el resultado positivo.

111. Página 122

El salón tiene un área de $24 \text{ m}^2 = 2400 \text{ dm}^2$ y se emplean 1200 baldosas.

$$1200 \cdot A = 2400 \rightarrow A = 2 \text{ dm}^2 \text{ es el área de cada baldosa} \rightarrow \sqrt{2} \text{ dm de lado.}$$

112. Página 122

$$2x^2 = 9x \rightarrow x = \frac{9}{2} \text{ o bien } x = 0.$$

113. Página 123

$$25 + 0,20x = 55 \rightarrow x = \frac{55 - 25}{0,20} = 150 \text{ km hemos recorrido si pagamos 55 €.}$$

$$25 + 0,20x = 61 \rightarrow x = \frac{61 - 25}{0,20} = 180 \text{ km hemos recorrido si pagamos 61 €.}$$

114. Página 123

$$10200 = 10000 + x + x \rightarrow 2x = 200 \rightarrow x = 100 \text{ € es el precio del estuche y } 10100 \text{ € el precio del anillo.}$$

115. Página 123

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right) = x - 40000 \rightarrow \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{6} - x = -40000$$

$$3x + 2x - x - 6x = -6 \cdot 40000 \rightarrow -2x = -240000 \rightarrow x = 120000 \text{ barriles tenía al comienzo del año.}$$

116. Página 123

$$x - \frac{2}{5}x + 100 = x + 40 \rightarrow \frac{2}{5}x = 60 \rightarrow x = 150$$

150 cómics tenía antes de venderlos.

117. Página 123

$$a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2 = 100 \rightarrow a^2 + \frac{9}{16}a^2 = 100 \rightarrow 16a^2 + 9a^2 = 1600$$

$$25a^2 = 1600 \rightarrow a = \sqrt{\frac{1600}{25}} = \sqrt{64} \rightarrow a = \pm 8 \rightarrow \text{Tomamos la solución positiva por ser una longitud.}$$

Uno de los catetos mide 8 cm y el otro: $\frac{3}{4} \cdot 8 = 6 \text{ cm.}$

118. Página 123

$$x^2 + (20 - x)^2 = 202 \rightarrow x^2 + 400 - 40x + x^2 - 202 = 0 \rightarrow 2x^2 - 40x + 198 = 0$$

$$x^2 - 20x + 99 = 0 \rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 4 \cdot 99}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 396}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{4}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 11 \\ x_2 = 9 \end{cases}$$

Los números son 9 y 11.

5. Página 123

$$a) x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$b) x(5x - 4) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{4}{5}$$

$$c) x = \sqrt{\frac{243}{3}} = \sqrt{81} = \pm 9 \rightarrow x_1 = 9 \text{ y } x_2 = -9$$

$$d) 2x^2 + 14x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 96}}{4} = \frac{-14 \pm \sqrt{100}}{4} = \frac{-14 \pm 10}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

$$e) x(8x - 14) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$f) x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{5 \pm 11}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

6. Página 123

$$a) \frac{x}{3} + \frac{5}{8} \left(x - \frac{x}{3} \right) + 21 = x \rightarrow 8x + 15x - 5x + 504 = 24x$$

$$8x + 15x - 5x - 24x = -504 \rightarrow -6x = -504 \rightarrow x = 84 \text{ € tenía al principio.}$$

$$b) (8 + x) \cdot x = 180 \rightarrow x^2 + 8x - 180 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 720}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{784}}{2} = \frac{-8 \pm 28}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -18 \end{cases}$$

De las dos soluciones solo es válida la positiva, pues se está hablando de dimensiones de un rectángulo.

El ancho mide 10 cm y el largo mide 18 cm.

121. Página 124

a) Coche de gasolina: 4,8 litros cada 100 km \rightarrow En un año $4,8 \cdot 120 = 576$ litros al año, y cuestan

$$576 \cdot 1,18 = 679,68 \text{ €} \rightarrow \text{El precio del coche en función de los años es: } 14\,550 + 679,68x.$$

Coche de diésel: 3,8 litros cada 100 km \rightarrow En un año $3,8 \cdot 120 = 456$ litros al año, y cuestan

$$456 \cdot 1,07 = 487,92 \text{ €} \rightarrow \text{El precio del coche en función de los años es: } 16\,495 + 487,92x.$$

Igualando los precios, obtenemos el número de años necesarios:

$$14\,550 + 679,68x = 16\,495 + 487,92x \rightarrow x = 10,14 \text{ años.}$$

A partir de los 10,14 años es más rentable el de diésel.

b) Coche híbrido: 1,1 litros cada 100 km \rightarrow En un año $1,1 \cdot 120 = 132$ litros al año, y cuestan

$$132 \cdot 1,07 = 141,24 \text{ €} \rightarrow \text{El precio del coche en función de los años es } 20\,500 + 141,24x$$

Igualando el precio con el del coche de gasolina obtenemos los años necesarios:

$$20\,500 + 141,24x = 14\,550 + 679,68x \rightarrow x = 11,05 \text{ años.}$$

A partir de 11,05 años es más rentable el coche híbrido que el de gasolina.

Igualando el precio con el del coche de diésel obtenemos los años necesarios:

$$20\,500 + 141,24x = 16\,495 + 487,92x \rightarrow x = 11,55 \text{ años.}$$

A partir de 11,55 años es más rentable el coche híbrido que el diésel.

c) Sea n el número de km (en cientos).

$$\text{Coche de gasolina: } 14\,550 + 4,8 \cdot 1,18 \cdot n$$

$$\text{Coche diésel: } 16\,495 + 3,8 \cdot 1,07 \cdot n$$

$$\text{Coche híbrido: } 20\,500 + 1,1 \cdot 1,07 \cdot n$$

$$14\,550 + 4,8 \cdot 1,18 \cdot n = 20\,500 + 1,1 \cdot 1,07 \cdot n \rightarrow n = 1\,326,05$$

A partir de 132 605 km realizados en el primer año es más rentable el híbrido que el de gasolina.

$$16\,495 + 3,8 \cdot 1,07 \cdot n = 20\,500 + 1,1 \cdot 1,07 \cdot n \rightarrow n = 1\,386,29$$

A partir de 138 629 km realizados en el primer año es más rentable el híbrido que el de diésel.

122. Página 124

a) Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{Si pensamos en } n = 2 \rightarrow \frac{2 \cdot 5 + 25}{5} - 2 = 5 \quad \text{Siempre se obtiene 5.}$$

$$\text{b) } \frac{x \cdot 5 + 25}{5} - x \rightarrow \frac{5x + 25 - 5x}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

123. Página 124

$$\frac{x}{25} + \frac{x}{4} + \frac{41x}{100} + 1,5 = x \rightarrow 4x + 25x + 41x + 150 = 100x \rightarrow x = 5 \text{ minutos.}$$

124. Página 124

$$\frac{2 \cdot 9 - 3}{5} - \frac{9 - \Delta}{10} = 9 - 6 \rightarrow \frac{15}{5} - \frac{9 - \Delta}{10} = 3 \rightarrow 30 - 9 + \Delta = 30 \rightarrow \Delta = 9$$

125. Página 124

$$\frac{3 \cdot 5 - 1}{2} - \frac{5 \cdot 5 + m}{8} = 13 - 2 \cdot 5 \rightarrow \frac{15 - 1}{2} - \frac{25 + m}{8} = 13 - 10 \rightarrow 7 - \frac{25 + m}{8} = 3$$

$$56 - 25 - m = 24 \rightarrow m = 7$$

126. Página 124

$$\frac{25 + x}{60} = \frac{x}{5} \rightarrow 5(25 + x) = 60x \rightarrow 125 + 5x = 60x \rightarrow x = \frac{125}{55} = \frac{25}{11} \approx 2,27$$

Se superponen las agujas aproximadamente a las 5 y 27,27 minutos.

127. Página 124

Cada minuto, la manecilla de las horas avanza $30 : 60 = 0,5^\circ$ y la de los minutos avanza 60° .

El ángulo inicial que forman las manecillas a las 10 en punto es de $2 \cdot 30 = 60^\circ$.

$$\text{Sea } t \text{ el tiempo en minutos: } 60 + \left(\frac{360}{60}\right)t - \left(\frac{30}{60}\right)t = 90 \rightarrow 330t = 1800 \rightarrow t \approx 5,45$$

Las manecillas formarán un ángulo de 90° aproximadamente a las 10 y 5,45.

128. Página 125

a) El resultado correcto es 320 zeds, el error cometido es $320 - 248 = 72$ zeds.

b) Podría comprarse el reproductor y los auriculares, $155 + 86 = 241$, si aplicamos el 20 % de descuento $241 \cdot 20\% = 48,20$ zeds; que se le queda en $241 - 48,20 = 192,80$ zeds.

También podría comprarse el reproductor y los altavoces, $155 + 79 = 234$ zeds, si aplicamos el 20 % de descuento $234 \cdot 20\% = 46,80$, que se le queda en $234 - 46,80 = 187,20$ zeds.

También podría comprarse los auriculares y los altavoces, $86 + 79 = 165$; $165 \cdot 20\% = 33$; $165 - 33 = 132$ zeds.

No podría comprarse las tres cosas porque $155 + 86 + 79 = 320$; $320 \cdot 20\% = 64$; $320 - 64 = 256$ zeds, y solo tiene 200.

c) La fórmula que indica la relación correcta es $v = 1,375 m$.

Sistemas de ecuaciones

7

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 126

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $y = 5 - 3x$

x	-2	-1	0	1	2
y	11	8	5	2	-1

b) $x + 2y = 6 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3$

x	4	2	0	-2	-4
y	1	2	3	4	5

2. Página 126

a) $-x + 2y + x - 3y = -y$

c) $-10x + 15y$

b) $3x - 3y - x + 3y = 2x$

d) $-6x + 2y - 4x - 2y = -10x$

VIDA COTIDIANA

EL RATÓN DE ORDENADOR. Página 127

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 9 \\ 3x = 9 \end{array} \right\} \rightarrow x = 3; y = 6 \rightarrow \text{El ratón más caro cuesta 6 € y el más barato 3 €}$$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 130

$$-a - 4 = -7 \rightarrow a + 4 = 7 \rightarrow a = 3$$

$$5 - 2b = -3 \rightarrow 2b = 8 \rightarrow b = 4 \rightarrow a = 3; b = 4$$

RETO 2. Página 132

No siempre tiene solución. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ 3x + 3y = 5 \end{array} \right\}$$

RETO 3. Página 136

$$x + y = 2(x - y) \rightarrow 2x - 2y - x - y = 0 \rightarrow x - 3y = 0 \rightarrow x = 3y \rightarrow \text{El número puede ser 31, 62 o 93.}$$

ACTIVIDADES

1. Página 128

a) Ecuación lineal con dos incógnitas.

c) Ecuación no lineal, tiene grado dos y una incógnita.

b) Ecuación lineal con dos incógnitas.

d) Ecuación no lineal, tiene grado dos y dos incógnitas.

2. Página 128

a) $2 + 6 = 6 + 2 \rightarrow$ Es solución.

b) $-(1-2) = -1+2=1 \rightarrow$ Es solución.

3. Página 128

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$4x + 2y = 0$

$-12x - 6y = 0$

4. Página 129

a) $y = 4$

d) $y = -8$

b) $y = 5$

e) $3y = 5 - 8 \rightarrow y = -1$

c) $9y = 13 - 4 \rightarrow y = 1$

f) $9 - 2 = 5y + 2 \rightarrow 5y = 9 - 4 \rightarrow y = 1$

5. Página 129

a) $x = 8$

c) $x = 3$

b) $2x = 7 + 3 \rightarrow x = 5$

d) $5x = -18 + 8 \rightarrow x = -2$

6. Página 129

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $x = 2 \rightarrow 3y = 7 - 4 = 3 \rightarrow y = 1 \rightarrow x = 2, y = 1$ es una solución.

b) $x = -11 \rightarrow 5y = -1 + 11 = 10 \rightarrow y = 2 \rightarrow x = -11, y = 2$ es una solución.

c) $x = 2 \rightarrow 2y = 6 \rightarrow y = 3 \rightarrow x = 2, y = 3$ es una solución.

d) $y = 2 \rightarrow 4x = 4 \rightarrow x = 1 \rightarrow x = 1, y = 2$ es una solución.

e) $y = 2 \rightarrow -5x = -5 \rightarrow x = 1 \rightarrow x = 1, y = 2$ es una solución.

f) $y = 1 \rightarrow -x = 3 + 4 - 5 = 2 \rightarrow x = -2 \rightarrow x = -2, y = 1$ es una solución.

7. Página 129

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

x	2	8	14
y	3	8	13

b)

x	1	4	7
y	3	1	-1

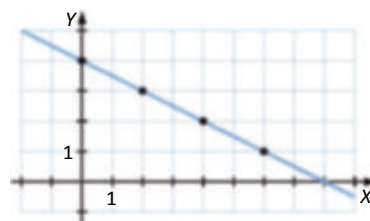
c)

x	-1	-8	-15
y	2	4	6

8. Página 129

x	6	4	2	0
y	1	2	3	4

Ocurre siempre lo mismo para cualquier ecuación lineal: los puntos forman una recta.



9. Página 129

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$4x - 6y = 2 \rightarrow \text{Dos de sus soluciones son } (2, 1) \text{ y } (5, 3).$$

$$\text{Obtenemos una ecuación equivalente: } 4x - 6y = 2 \xrightarrow{\cdot 4} 16x - 24y = 8$$

Y comprobamos que las soluciones de la ecuación original son también soluciones de la equivalente:

$$16x - 24y = 8 \xrightarrow{x=2, y=1} 8 = 8 \qquad 16x - 24y = 8 \xrightarrow{x=5, y=3} 8 = 8$$

10. Página 130

- a) No es sistema lineal porque la primera ecuación es de tercer grado.
b) Sí es sistema lineal.

11. Página 130

- a) $4 + 9 = 13$ y $-2 - 3 \neq 5$ Es solución de la primera ecuación pero no de la segunda del sistema.
b) $-10 = -9 - 1$ y $4 - 9 = -5$ Es solución de las dos ecuaciones, es solución del sistema.

12. Página 130

El valor $y = -1$ junto con $x = 0$ forman una solución.

13. Página 130

$$8 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 16 + 4 = 20$$

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x + y = 6$

14. Página 131

Para la primera ecuación del sistema:

	a)	b)	c)	d)
x	1	3	2	-2
y	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$

Para la segunda ecuación del sistema:

	a)	b)	c)	d)
x	1	3	2	-2
y	3	-1	1	9

Las parejas de valores anteriores no satisfacen simultáneamente ambas ecuaciones. La solución es $x = \frac{7}{3}; y = \frac{1}{3}$.

15. Página 131

Para la primera ecuación del sistema:

	a)	b)	c)	d)
x	-3	6	3	-6
y	1	-2	-1	2

Para la segunda ecuación del sistema:

	a)	b)	c)	d)
x	$\frac{13}{3}$	$\frac{7}{3}$	3	5
y	1	-2	-1	2

La solución al sistema es $x = 3; y = -1$ porque es la pareja de valores que satisface ambas ecuaciones de forma simultánea.

16. Página 131

a) Para la primera ecuación del sistema:

x	-1	0	1	2
y	4	3	2	1

La solución del sistema es $x = 1, y = 2$.

b) Para la primera ecuación del sistema:

x	-1	0	1	2
y	1	0	-1	-2

La solución del sistema es $x = 1, y = -1$.

c) Para la primera ecuación del sistema:

x	-3	-2	-1	0
y	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1

La solución del sistema es $x = -2, y = 0$.

d) Para la primera ecuación del sistema:

x	0	1	2	3
y	-4	-3	-2	-1

La solución del sistema es $x = 2, y = -2$.

Para la segunda ecuación del sistema:

x	-1	0	1	2
y	-2	0	2	4

Para la segunda ecuación del sistema:

x	-1	0	1	2
y	-7	-4	-1	2

Para la segunda ecuación del sistema:

x	-3	-2	-1	0
y	-3	0	3	6

Para la segunda ecuación del sistema:

x	0	1	2	3
y	2	0	-2	-4

17. Página 131

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Sistemas con los que comparte una ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = -2 \\ 4x - 2y = 10 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 5x + 5y = -10 \\ 2x - y = 5 \end{array} \right\}$$

Sistema con las dos ecuaciones distintas:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 3y = -6 \\ 4x - 2y = 10 \end{array} \right\}$$

18. Página 132

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 7 - y \\ x - y = 1 \end{array} \right\} \rightarrow x - y = 1 \xrightarrow{x=7-y} 7 - y - y = 1 \rightarrow 2y = 6 \rightarrow x = 4, y = 3$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x + y = 9 \\ -4x + 5y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 9 - y \\ -4x + 5y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow -4x + 5y = 0 \xrightarrow{x=9-y} -4(9 - y) + 5y = 0 \rightarrow 9y = 36 \rightarrow x = 5, y = 4$$

19. Página 132

$$\text{a) } 5 + 3y = x \xrightarrow{x=2y+1} 5 + 3y = 2y + 1 \rightarrow y = -4 \quad yx = -8 + 1 = -7 \rightarrow x = -7, y = -4$$

$$\text{b) } 4y = 3x + 2 \xrightarrow{y=10-4x} 4(10 - 4x) = 3x + 2 \rightarrow 40 - 16x = 3x + 2 \rightarrow 19x = 38 \rightarrow x = 2, y = 2$$

20. Página 132

$$\left. \begin{array}{l} x = -5y + 6 \\ 4x - 3y = 1 \end{array} \right\} \rightarrow 4x - 3y = 1 \xrightarrow{x = -5y + 6} 4(-5y + 6) - 3y = 1 \rightarrow -20y + 24 - 3y = 1 \rightarrow 23y = 23 \rightarrow y = 1 \rightarrow x = 1, y = 1$$

21. Página 132

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x = 5 - y \\ x + y = 7 \end{array} \right\} \rightarrow x + y = 7 \xrightarrow{x = 5 - y} 5 - y + y = 7 \rightarrow \text{No tiene solución}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x = 8 - 2y \\ 2x + 4y = 16 \end{array} \right\} \rightarrow 2x + 4y = 16 \xrightarrow{x = 8 - 2y} 2(8 - 2y) + 4y = 16 \rightarrow 16 - 4y + 4y = 16 \rightarrow \text{Tiene infinitas soluciones.}$$

22. Página 133

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x = 9 - y \\ x = \frac{5y}{4} \end{array} \right\} \rightarrow 9 - y = \frac{5y}{4} \rightarrow 36 - 4y = 5y \rightarrow 9y = 36 \rightarrow y = 4 \rightarrow x = 5, y = 4$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x = 6 - y \\ x = \frac{3y - 3}{2} \end{array} \right\} \rightarrow 6 - y = \frac{3y - 3}{2} \rightarrow 12 - 2y = 3y - 3 \rightarrow 5y = 15 \rightarrow y = 3 \rightarrow x = 3, y = 3$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x = \frac{1 - 4y}{5} \\ x = 7 + 6y \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1 - 4y}{5} = 7 + 6y \rightarrow 1 - 4y = 35 + 30y \rightarrow 34y = -34 \rightarrow y = -1 \rightarrow x = 1, y = -1$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} x = \frac{13 - 3y}{2} \\ x = \frac{2y}{3} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{13 - 3y}{2} = \frac{2y}{3} \rightarrow 3(13 - 3y) = 4y \rightarrow 39 - 9y = 4y \rightarrow 13y = 39 \rightarrow y = 3, x = 2$$

23. Página 133

$$\left. \begin{array}{l} x = -6y + 8 \\ x = \frac{2 + 4y}{3} \end{array} \right\} \rightarrow -6y + 8 = \frac{2 + 4y}{3} \rightarrow 3(-6y + 8) = 2 + 4y \rightarrow -18y + 24 = 2 + 4y \rightarrow 22y = 22 \rightarrow y = 1, x = 2$$

24. Página 133

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} y = 5 - 2x \\ y = \frac{15 - 6x}{3} \end{array} \right\} \rightarrow 5 - 2x = \frac{15 - 6x}{3} \rightarrow 3(5 - 2x) = 15 - 6x \rightarrow 15 - 6x = 15 - 6x$$

Tiene infinitas soluciones porque las dos ecuaciones son equivalentes.

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x = 5 - 2y \\ x = \frac{8 - 4y}{2} \end{array} \right\} \rightarrow 5 - 2y = \frac{8 - 4y}{2} \rightarrow 2(5 - 2y) = 8 - 4y \rightarrow 10 - 4y = 8 - 4y$$

No tiene solución.

25. Página 134

a) Se multiplica la primera ecuación por 2 y se restan:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 14 \\ 2x + 5y = 26 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 14 \\ -2x - 5y = -26 \end{array} \right\} \rightarrow -3y = -12 \rightarrow y = 4, x = 3$$

b) Se multiplica la primera por 5 y se suman:

$$\left. \begin{array}{l} -5x - 15y = -5 \\ 5x - 4y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow -19y = 0 \rightarrow y = 0, x = 1$$

c) Se multiplica la segunda por 5 y se suman:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = 11 \\ -5x - 35y = -45 \end{array} \right\} \rightarrow -34y = -34 \rightarrow x = 2, y = 1$$

d) Se multiplica la primera por 4 y se suman:

$$\left. \begin{array}{l} 8x - 12y = 20 \\ -7x + 12y = -18 \end{array} \right\} \rightarrow x = 2, y = -\frac{1}{3}$$

26. Página 134

$$\left. \begin{array}{l} 5x - 4y = 0 \\ x - 7y = -7 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 5x - 4y = 0 \\ -5x + 35y = 35 \end{array} \right\} \rightarrow 31y = 35 \rightarrow x = \frac{28}{31}, y = \frac{35}{31}$$

27. Página 134

a) Se multiplica la primera por 3 y se suman:

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 15 \\ -6x - 3y = -15 \end{array} \right\} \rightarrow -15 = -15 \rightarrow \text{Tiene infinitas soluciones.}$$

b) Se multiplica la primera por 5 y se suman:

$$\left. \begin{array}{l} -5x + 10y = 25 \\ 5x - 10y = 10 \end{array} \right\} \rightarrow 0 \neq 35 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

28. Página 135

a) Por reducción:

$$\left. \begin{array}{l} -4x - 6y = -10 \\ 4x + 5y = 9 \end{array} \right\} \rightarrow -y = -1 \rightarrow x = 1, y = 1$$

b) Por igualación:

$$\left. \begin{array}{l} x = 4 + 5y \\ x = 9y - 4 \end{array} \right\} \rightarrow 4 + 5y = 9y - 4 \rightarrow x = 14, y = 2$$

c) Por sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} y = 11 - 4x \\ -5x + y = -7 \end{array} \right\} \rightarrow -5x + 11 - 4x = -7 \rightarrow x = 2, y = 3$$

d) Primero se reduce:

$$\left. \begin{array}{l} x = 8 + 3y \\ x = 3y - 1 \end{array} \right\}$$

Ahora, por igualación: $8 + 3y = 3y - 1 \rightarrow \text{No tiene solución.}$

e) Primero se reduce:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 3 \\ -5x + y = -11 \end{array} \right\}$$

Ahora, por sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} y = 3 - 3x \\ -5x + y = -11 \end{array} \right\} \rightarrow -5x + 3 - 3x = -11 \rightarrow x = \frac{7}{4}, y = -\frac{9}{4}$$

f) Por reducción:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 14 \\ 7x - 4y = 6 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 10x + 4y = 28 \\ 7x - 4y = 6 \end{array} \right\} \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = 2, y = 2$$

29. Página 135

a) Por sustitución: $\left. \begin{array}{l} x = 9 - y \\ y = x - 1 \end{array} \right\} \rightarrow y = 9 - y - 1 \rightarrow 2y = 8 \rightarrow y = 4, x = 5$

b) Por sustitución: $\left. \begin{array}{l} y = 7 - 2x \\ 5x - y = 7 \end{array} \right\} \rightarrow 5x - 7 + 2x = 7 \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2, y = 3$

c) Por igualación: $4y - 7 = 2y - 3 \rightarrow 2y = 4 \rightarrow y = 2, x = 1$

d) Por reducción: $\left. \begin{array}{l} 4x + 5y = 9 \\ -4x + 28y = 24 \end{array} \right\} \rightarrow 33y = 33 \rightarrow y = 1, x = 1$

30. Página 135

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = -1 \\ \frac{5x + y}{7} = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = -1 - x \\ \frac{5x + y}{7} = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5x - 1 - x}{7} = 1 \rightarrow 4x - 1 = 7 \rightarrow x = 2, y = -3$$

31. Página 135

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 6y = 10 \\ 2x - 5y = 10 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} -2x + 6y = -10 \\ 2x - 5y = 10 \end{array} \right\} \rightarrow y = 0, x = 5$$

32. Página 135

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{Sustitución: } \left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ -x + y = 2 \end{array} \right\} \quad \text{Reducción: } \left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 12 \\ 2x + 7y = -3 \end{array} \right\}$$

33. Página 136

a) $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 18 \\ 3x + 2y = 28 \end{array} \right\}$

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

En este caso hemos utilizado el método de sustitución.

c) $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 18 \\ 3x + 2y = 28 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 18 - 2x \\ 3x + 2y = 28 \end{array} \right\} \rightarrow 3x + 2(18 - 2x) = 28 \rightarrow 3x - 4x = 28 - 36 \rightarrow x = 8, y = 2$

El precio de un libro es 8 € y el de un cuaderno es 2 €.

34. Página 136

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 45 \\ x - 6 = 2y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 45 \\ x = 2y + 6 \end{array} \right\} \rightarrow 2y + 6 + y = 45 \rightarrow 3y = 39 \rightarrow y = 13, x = 32$$

Las edades de los dos amigos son 32 años y 13 años.

35. Página 136

$$\begin{cases} x - 3 = 3y \\ x - 4 = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3y + 3 \\ x = 2y + 4 \end{cases} \rightarrow 3y + 3 = 2y + 4 \rightarrow y = 1, x = 6. \rightarrow \text{Los números son el 6 y el 1.}$$

36. Página 137

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 5x + 20y = 150 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 15 - y \\ 5x + 20y = 150 \end{cases} \rightarrow 5(15 - y) + 20y = 150 \rightarrow 75 - 5y + 20y = 150 \rightarrow 15y = 75 \rightarrow y = 5, x = 10$$

Marta tiene 10 billetes de 5€ y 5 billetes de 20 €.

37. Página 137

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 2x + 3y = 49 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 23 - y \\ 2x + 3y = 49 \end{cases} \rightarrow 2(23 - y) + 3y = 49 \rightarrow 46 - 2y + 3y = 49 \rightarrow y = 3, x = 20$$

En el hotel hay 20 habitaciones dobles y 3 triples.

38. Página 137

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x - y = 91 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 50 - y \\ 2x - y = 91 \end{cases} \rightarrow 2(50 - y) - y = 91 \rightarrow 100 - 2y - y = 91 \rightarrow -3y = 91 - 100 \rightarrow y = 3, x = 47$$

Juan acertó 47 preguntas.

39. Página 137

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x + 3y = 43 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 15 - y \\ x = 43 - 3y \end{cases} \rightarrow 15 - y = 43 - 3y \rightarrow 2y = 43 - 15 \rightarrow y = 14, x = 1$$

Mónica ha metido 14 canastas triples y una canasta de un punto.

ACTIVIDADES FINALES

40. Página 138

Son ecuaciones lineales con dos incógnitas: a), b), c), d) y f)

41. Página 138

- a) $-3 - 8 \neq 10 \rightarrow$ No es solución. c) $6 + 4 = 10 \rightarrow$ Es solución.
 b) $12 + 8 \neq 10 \rightarrow$ No es solución. d) $18 + 48 \neq 10 \rightarrow$ No es solución.

42. Página 138

- a) $4 \cdot 3 + 2 \neq 8 \rightarrow$ No es solución. d) $2(3 + 10) = 6 + 20 = 26 \rightarrow$ Es solución.
 b) $-18 + 4 = -14 \rightarrow$ Es solución. e) $-(3 - 6) = -3 + 6 \neq 10 \rightarrow$ No es solución.
 c) $\frac{3+2}{5} = 1 \rightarrow$ Es solución. f) $\frac{3}{4} + \frac{-2}{2} = \frac{3-4}{4} = -\frac{1}{4} \rightarrow$ Es solución.

43. Página 138

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -2x + 2y = 4 \\ -3x - 3y = -6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y = -3 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$$

44. Página 138

Se elige una ecuación lineal con dos incógnitas que tenga la solución $x = 1, y = -4$

Por ejemplo: $5x + y = 1$

a) Se suma a los dos miembros 5:

$$5x + y + 5 = 6 \rightarrow 5 - 4 + 5 = 6 \rightarrow \text{También es solución.}$$

b) Se multiplica por 6 los dos miembros:

$$30x + 6y = 6 \rightarrow 30 - 24 = 6 \rightarrow \text{También es solución.}$$

c) Se resta 4 a los dos miembros:

$$5x + y - 4 = -3 \rightarrow 5 - 4 - 4 = -3 \rightarrow \text{También es solución.}$$

d) Se divide por 3 los dos miembros:

$$\frac{5x + y}{3} = \frac{1}{3} \rightarrow 3(5x + y) = 3 \rightarrow 3(5 - 4) = 3 \rightarrow \text{También es solución.}$$

45. Página 138

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } y = 4 - x \rightarrow x = 2, y = 2; x = 6, y = -2 \text{ y } x = -3, y = 7$$

$$\text{b) } y = 2x - 5 \rightarrow x = 0, y = -5; x = 1, y = -3 \text{ y } x = 2, y = -1$$

$$\text{c) } x = 20 - 7y \rightarrow x = 20, y = 0; x = 13, y = 1 \text{ y } x = 6, y = 2$$

$$\text{d) } y = 20 - 7x \rightarrow x = 0, y = 20; x = 1, y = 13 \text{ y } x = 2, y = 6$$

$$\text{e) } x = \frac{10 - 3y}{2} \rightarrow x = 8, y = -2; x = 5, y = 0 \text{ y } x = 2, y = 2$$

$$\text{f) } x = \frac{12 + 2y}{3} \rightarrow x = 2, y = -3; x = 4, y = 0 \text{ y } x = 6, y = 3$$

$$\text{g) } y = \frac{30 + 2x}{5} \rightarrow x = -5, y = 4; x = 0, y = 6 \text{ y } x = 5, y = 8$$

$$\text{h) } y = -\frac{15 + 3x}{2} \rightarrow x = 1, y = -9; x = 3, y = -12 \text{ y } x = 5, y = -15$$

$$\text{i) } y = \frac{4x - 9}{2} \rightarrow x = 3, y = \frac{3}{2}; x = 4, y = \frac{7}{2} \text{ y } x = 5, y = \frac{11}{2}$$

$$\text{j) } x = \frac{25 + 5y}{5} = 5 + y \rightarrow x = 5, y = 0; x = 6, y = 1 \text{ y } x = 7, y = 2$$

46. Página 138

$$\text{a) } 6x + 2y = 4$$

$$\text{c) } 5x - 5y = 10$$

$$\text{b) } 5x + 7y = -2$$

$$\text{d) } 3x - 9y = 12$$

47. Página 138

a) Cierta.

Por cada valor que se da a una de las incógnitas se obtiene un valor de la otra.

b) Cierta.

Existen infinitos coeficientes para x e y e infinitos términos independientes para los que sea solución.

c) Falsa.

Una ecuación de grado 2 no es lineal.

d) Cierta.

Una ecuación y su opuesta son ecuaciones equivalentes.

48. Página 138

a) $\begin{cases} 2+1=-1 \\ 2-1=1 \end{cases} \rightarrow$ Es una de sus soluciones.

e) $\begin{cases} -4-1=4 \\ 4+1=-4 \end{cases} \rightarrow$ No son solución.

b) $\begin{cases} -4-3=-7 \\ -2+5=3 \end{cases} \rightarrow$ Son solución.

f) $\begin{cases} -6-1=-5 \\ 2+2=6 \end{cases} \rightarrow$ No son solución.

c) $\begin{cases} -2+1=3 \\ -2-2=0 \end{cases} \rightarrow$ No son solución.

g) $\begin{cases} -2+1=-3 \\ 2-2=4 \end{cases} \rightarrow$ No son solución.

d) $\begin{cases} -6+5=-1 \\ -2-1=-3 \end{cases} \rightarrow$ Son solución.

h) $\begin{cases} -2+2=0 \\ -6-3=-1 \end{cases} \rightarrow$ No son solución.

49. Página 138

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ x+y=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x+y=6 \\ -x-y=0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -x-y=-6 \\ 7x+y=-6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x-7y=0 \\ 5x+2y=0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+5y=15 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x-y=16 \\ x-2y=17 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 3x-3y=-10 \\ -6x-6y=-16 \end{cases}$

50. Página 138

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\begin{cases} 2x+2y=8 \\ -x+y=-2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x+2y=10 \\ -5x-5y=-15 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+9y=0 \\ 2x-y=-3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 8x+12y=8 \\ 10x-14y=10 \end{cases}$

51. Página 138

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=-8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=-4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=-14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y=10 \\ 2x-y=20 \end{cases}$

52. Página 139

a) $a=7, b=-6$

b) $a=2$ y b puede ser cualquier valor.

c) $a=-\frac{1}{4}, b=\frac{21}{5}$

d) $a=-\frac{9}{2}, b=-5$

53. Página 139

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} x-3y=0 \\ 5x+2y=0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2x-y=0 \\ 3x-2y=0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{5}x-7y=0 \\ 5x+\frac{3}{2}y=0 \end{array} \right\}$$

Basta que los términos independientes del sistema sean nulos para que la solución del mismo sea la indicada.

54. Página 139

a) Para la primera ecuación del sistema:

x	-1	1	3	5
y	4	1	-2	-5

La solución del sistema es $x=1, y=1$.

b) Para la primera ecuación del sistema:

x	-4	-2	0	2
y	2	0	-2	-4

La solución del sistema es $x=-2, y=0$.

c) Para la primera ecuación del sistema:

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2
y	2	1	$\frac{1}{2}$	0

La solución del sistema es $x=\frac{3}{2}, y=\frac{1}{2}$.

d) Para la primera ecuación del sistema:

x	-4	-2	0	2
y	-1	0	1	2

La solución del sistema es $x=2, y=2$.

Para la segunda ecuación del sistema:

x	-3	1	5	9
y	-4	1	6	11

Para la segunda ecuación del sistema:

x	2	-2	-6	-10
y	-1	0	1	2

Para la segunda ecuación del sistema:

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2
y	-4	-1	$\frac{1}{2}$	2

Para la segunda ecuación del sistema:

x	-7	-4	-1	2
y	-1	0	1	2

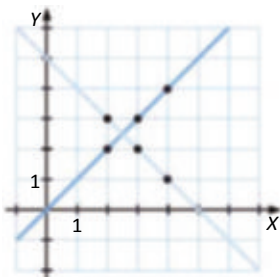
55. Página 139

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Algunas soluciones de $x+y=5 \rightarrow x=4, y=1; x=3, y=2; x=2, y=3$

Algunas soluciones de $x-y=0 \rightarrow x=4, y=4; x=3, y=3; x=2, y=2$

a)



b) Las dos rectas se cortan en el punto $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$.

c) Resolvemos por sustitución: $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 0 \end{cases} \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{2}, y = \frac{5}{2}$

56. Página 139

a) $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x = -4 - 3y \end{cases} \rightarrow 3(-4 - 3y) + 2y = -5 \rightarrow -12 - 7y = -5 \rightarrow y = -1, x = -1$

b) $\begin{cases} x = 9 + y \\ 2x - 10y = 12 \end{cases} \rightarrow 2(9 + y) - 10y = 12 \rightarrow 18 + 2y - 10y = 12 \rightarrow y = \frac{3}{4}, x = \frac{39}{4}$

c) $\begin{cases} y = 8 - 9x \\ 5x + 3y = 2 \end{cases} \rightarrow 5x + 3(8 - 9x) = 2 \rightarrow 5x + 24 - 27x = 2 \rightarrow x = 1, y = -1$

d) $\begin{cases} 6x + 5y = 23 \\ y = 13 - 4x \end{cases} \rightarrow 6x + 5(13 - 4x) = 23 \rightarrow 6x + 65 - 20x = 23 \rightarrow 14x = 42 \rightarrow x = 3, y = 1$

57. Página 139

a) $\begin{cases} y = 10 - 3x \\ y = 14 - 5x \end{cases} \rightarrow 10 - 3x = 14 - 5x \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2; y = 10 - 6 = 4 \rightarrow x = 2, y = 4$

b) $\begin{cases} x = 6 + 5y \\ x = 11 + 10y \end{cases} \rightarrow 6 + 5y = 11 + 10y \rightarrow 5y = -5 \rightarrow y = -1, x = 1$

c) $\begin{cases} x = \frac{12 - 4y}{7} \\ x = \frac{3 - y}{5} \end{cases} \rightarrow \frac{12 - 4y}{7} = \frac{3 - y}{5} \rightarrow 5(12 - 4y) = 7(3 - y) \rightarrow 60 - 20y = 21 - 7y \rightarrow y = 3, x = 0$

d) $\begin{cases} y = 13 - 6x \\ y = \frac{13 - 4x}{5} \end{cases} \rightarrow 13 - 6x = \frac{13 - 4x}{5} \rightarrow 5(13 - 6x) = 13 - 4x \rightarrow 65 - 30x = 13 - 4x \rightarrow x = \frac{52}{26} \rightarrow x = 2, y = 1$

58. Página 139

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + 3y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -3x - 9y = 9 \end{cases} \rightarrow -7y = 14 \rightarrow y = -2; x = -3 - 3y = 3 \rightarrow x = 3, y = -2$

b) $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 5x + 3y = 20 \end{cases} \rightarrow 6x = 24 \rightarrow x = 4 \text{ e } y = -\frac{4 - x}{3} = 0 \rightarrow x = 4, y = 0$

$$c) \begin{cases} 5x + y = 3 \\ 7x - 6y = 19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30x + 6y = 18 \\ 7x - 6y = 19 \end{cases} \rightarrow 37x = 37 \rightarrow x = 1, y = -2$$

$$d) \begin{cases} x + y = 9 \\ 5x + 6y = 50 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x - 5y = -45 \\ 5x + 6y = 50 \end{cases} \rightarrow y = 5; x = 9 - 5 = 4 \rightarrow x = 4, y = 5$$

60. Página 139

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a) \begin{cases} -3 \cdot (4x + 2y) = -3 \cdot 10 \\ 7x - 6y = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -12x - 6y = -30 \\ 7x - 6y = -4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7 \cdot (4x + 2y) = 7 \cdot 10 \\ -4 \cdot (7x - 6y) = -4 \cdot (-4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 28x + 14y = 70 \\ -28x + 24y = 16 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2 \cdot (4x + 2y) = 10 \cdot 2 \\ (-5) \cdot (7x - 6y) = -4 \cdot (-5) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 20 \\ -35x + 30y = 20 \end{cases}$$

61. Página 139

$$a) \begin{cases} 3 \cdot (5x + 2y) = 3 \cdot 20 \\ (-2) \cdot (8x - 3y) = -2 \cdot 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15x + 6y = 60 \\ -16x + 6y = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 16 \cdot (5x + 2y) = 16 \cdot 20 \\ 10 \cdot (8x - 3y) = 10 \cdot 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 80x + 32y = 320 \\ 80x - 30y = 10 \end{cases}$$

62. Página 139

$$a) \begin{cases} 9x + 6y = -30 \\ 14x - 6y = 30 \end{cases} \rightarrow 23x = 0 \rightarrow x = 0, y = -5$$

$$c) \begin{cases} 35x + 14y = -7 \\ -22x - 14y = 20 \end{cases} \rightarrow 13x = 13 \rightarrow x = 1, y = -3$$

$$b) \begin{cases} 20x - 20y = 40 \\ -20x - 28y = 8 \end{cases} \rightarrow -48y = 48 \rightarrow x = 1, y = -1$$

$$d) \begin{cases} 21x + 18y = 39 \\ -10x - 18y = -28 \end{cases} \rightarrow 11x = 1 \rightarrow x = 1, y = 1$$

63. Página 140

$$a) \text{ Por sustitución: } \begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ x = 15 - 3y \end{cases} \rightarrow 5(15 - 3y) - 2y = 7 \rightarrow 75 - 15y - 2y = 7 \rightarrow y = 4, x = 3$$

$$b) \text{ Por reducción: } \begin{cases} 3x + y = 12 \\ 6x - y = -3 \end{cases} \rightarrow 9x = 9 \rightarrow x = 1, y = 9$$

$$c) \text{ Por sustitución: } \begin{cases} y = 9 - x \\ 20x - 3y = -4 \end{cases} \rightarrow 20x - 3(9 - x) = -4 \rightarrow 20x - 27 + 3x = -4 \rightarrow 23x = 23 \rightarrow x = 1, y = 8$$

$$d) \text{ Por reducción: } \begin{cases} 6x + 2y = 28 \\ -6x + 8y = 52 \end{cases} \rightarrow 10y = 80 \rightarrow y = 8, x = 2$$

$$e) \text{ Por sustitución: } \begin{cases} x = 13 + 3y \\ 5x - 2y = 26 \end{cases} \rightarrow 5(13 + 3y) - 2y = 26 \rightarrow 65 + 15y - 2y = 26 \rightarrow 13y = -39 \rightarrow y = -3, x = 4$$

$$f) \text{ Por reducción: } \begin{cases} -4x + 2y = 2 \\ 4x - 8y = 16 \end{cases} \rightarrow -6y = 18 \rightarrow y = -3; x = \frac{8 - 12}{2} = -2 \rightarrow x = -2, y = -3$$

64. Página 140

a) Por sustitución:
$$\begin{cases} x = 4 + 3y \\ 2x - 5y = 8 \end{cases} \rightarrow 2(4 + 3y) - 5y = 8 \rightarrow 8 + 6y - 5y = 8 \rightarrow y = 0, x = 4$$

b) Por igualación:
$$\begin{cases} y = 3 - 3x \\ y = 6x \end{cases} \rightarrow 3 - 3x = 6x \rightarrow 9x = 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}, y = 2$$

c) Por sustitución:
$$\begin{cases} x = 5 - 2y \\ 2x + y = 7 \end{cases} \rightarrow 2(5 - 2y) + y = 7 \rightarrow 10 - 4y + y = 7 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1, x = 3$$

d) Por reducción:
$$\begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ -4x - 14y = 8 \end{cases} \rightarrow -19y = 18 \rightarrow y = -\frac{18}{19}, x = \frac{25}{19}$$

e) Por reducción:
$$\begin{cases} 5x + 2y = 15 \\ -6x - 2y = -14 \end{cases} \rightarrow -x = 1 \rightarrow x = -1, y = 10$$

f) Por sustitución:
$$\begin{cases} y = 5x - 23 \\ -9x + 5y = 13 \end{cases} \rightarrow -9x + 5(5x - 23) = 13 \rightarrow -9x + 25x - 115 = 13 \rightarrow 16x = 128 \rightarrow x = 8, y = 17$$

66. Página 140

a)
$$\begin{cases} 3x - 3 + 4y + 20 = 10 \\ 3(x + 1) = y + 7 - 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ 3x - y = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ y = 3x + 2 \end{cases} \rightarrow 3x + 4(3x + 2) = -7 \rightarrow x = -1, y = -1$$

b)
$$\begin{cases} 4x - 4 = 3y - 3 + 5 \\ 2(5x + 1) - 9y - 6 = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 10x - 9y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -12x + 9y = -18 \\ 10x - 9y = 12 \end{cases} \rightarrow -2x = -6 \rightarrow x = 3, y = 2$$

c)
$$\begin{cases} 5x - 5 - 4y + 8 = 18 \\ 4(x - 1) = 6(y + 1) - 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 15 \\ 4x - 6y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15x - 12y = 45 \\ 8x - 12y = 0 \end{cases} \rightarrow 7x = 45 \rightarrow x = \frac{45}{7}, y = \frac{30}{7}$$

d)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ 6(x + 1) = 5(y + 1) + 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ 6x - 5y = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x - 4y = -48 \\ 6x - 5y = 14 \end{cases} \rightarrow -9y = -34 \rightarrow x = \frac{148}{27}, y = \frac{34}{9}$$

67. Página 140

a)
$$\begin{cases} -2x - 2y = 12 \\ 5x + 5 - 4y - 12 = 17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = 12 \\ 5x - 4y = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 4y = -24 \\ 5x - 4y = 24 \end{cases} \rightarrow 9x = 0 \rightarrow x = 0, y = -6$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{5} + \frac{x-y}{3} = 6 \\ -(x-2y) = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3(x+y) + 5(x-y) = 90 \\ -x + 2y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x - 2y = 90 \\ x = 2y - 20 \end{cases} \rightarrow 14y = 250 \rightarrow y = \frac{125}{7}, x = \frac{110}{7}$$

c)
$$\begin{cases} 15x - 4y = 65 \\ 8x - 3y = -12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 45x - 12y = 195 \\ -32x + 12y = 48 \end{cases} \rightarrow 13x = 243 \rightarrow x = \frac{243}{13}, y = \frac{700}{13}$$

d)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x + 9y = 18 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases} \rightarrow 7y = 28 \rightarrow y = 4 \rightarrow x = 3 \left(-1 + \frac{y}{2} \right) = 3(-1 + 2) = 3 \rightarrow x = 3, y = 4$$

e)
$$\begin{cases} x - 12y = -40 \\ 3y + 36x = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12y - 40 \\ 3y + 36x = 300 \end{cases} \rightarrow 3y + 432y - 1440 = 300 \rightarrow 435y = 1740 \rightarrow y = 4, x = 8$$

f)
$$\begin{cases} 5x - 2y = 22 \\ 4x - 5y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 25x - 10y = 110 \\ -8x + 10y = -8 \end{cases} \rightarrow 17x = 102 \rightarrow x = 6, y = 4$$

68. Página 140

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$4x + 3y = 5$$

Cuando se cambian los coeficientes a y b entre sí, obtenemos la ecuación $3x + 4y = 5$.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{5-3y}{4} \\ x = \frac{5-4y}{3} \end{cases} \rightarrow \frac{5-3y}{4} = \frac{5-4y}{3} \rightarrow 3(5-3y) = 4(5-4y) \rightarrow y = \frac{5}{7}, x = \frac{5}{7}$$

Se observa que el valor x es igual al de y .

69. Página 140

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$2x - 3y = 1$$

Una ecuación equivalente a ella puede ser $4x - 6y = 2$.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x - 6y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+3y}{2} \\ x = \frac{2+6y}{4} \end{cases} \rightarrow \frac{1+3y}{2} = \frac{2+6y}{4} \rightarrow 2(1+3y) = (2+6y) \rightarrow 2+6y = 2+6y \rightarrow 2=2$$

El sistema tiene infinitas soluciones porque las dos ecuaciones son linealmente dependientes.

70. Página 140

a) El mejor método es el de igualación, porque aparecen la variable x despejada en ambas ecuaciones.

$$b) ay = by \rightarrow ay - by = 0 \rightarrow y(a - b) = 0 \rightarrow (a - b) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = b \\ y = 0, x = 0 \end{cases}$$

71. Página 140

a) El mejor método es el de sustitución, porque aparece una de las variables despejada.

$$b) \begin{cases} y = -ax \\ a'x + y = 0 \end{cases} \rightarrow a'x - ax = 0 \rightarrow (a' - a)x = 0 \rightarrow (a' - a) = 0 \rightarrow \begin{cases} a' = a \\ x = 0, y = 0 \end{cases}$$

72. Página 140

a) No se aplica ningún método en particular. Se despejan las variables directamente en cada ecuación.

b) La solución es $x = 0, y = 0$.

74. Página 141

a) $x \cdot y = 32$

d) $x = \frac{y}{2} + 5$

b) $3x + \frac{1}{4}y = 25$

e) $x = \frac{y+5}{2}$

c) $\frac{x}{y} = 15$

75. Página 141

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) Dos cuadernos y tres bolígrafos cuestan 9 €.
- b) El precio de cinco helados tras entregar dos tickets iguales de descuento es de 10,50 €.
- c) En un colegio compran 50 cajas de tizas y 20 pizarras por 1 400 €.
- d) El producto de dos número más 200 da como resultado 800.

76. Página 141

$$\begin{cases} x + 4y = 3 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 - 4y \\ x = 2 - 2y \end{cases} \rightarrow 3 - 4y = 2 - 2y \rightarrow -2y = -1 \rightarrow y = \frac{1}{2}, x = 1$$

El paquete grande pesa 1 kg y el pequeño $\frac{1}{2}$ kg.

77. Página 141

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11,50 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x - 6y = -23 \\ 9x + 6y = 33 \end{cases} \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2, y = \frac{5}{2} = 2,50$$

El kilo de naranjas cuesta 2 € y el de mandarinas, 2,50 €.

78. Página 141

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 4x + 2y = 28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 - y \\ 4x + 2y = 28 \end{cases} \rightarrow 4(10 - y) + 2y = 28 \rightarrow 40 - 4y + 2y = 28 \rightarrow 2y = 12 \rightarrow y = 6, x = 4$$

En el taller hay 4 coches y 6 motos.

79. Página 141

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 0,2x + 0,5y = 4,20 \end{cases} \rightarrow 0,2(12 - y) + 0,5y = 4,20 \rightarrow 2,4 - 0,2y + 0,5y = 4,20 \rightarrow y = 6, x = 6$$

Juan tiene 6 monedas de 20 céntimos y 6 monedas de 50 céntimos.

80. Página 141

$$\begin{cases} x = y + 25 \\ x + y = 189 \end{cases} \rightarrow y + 25 + y = 189 \rightarrow 2y = 189 - 25 = 164 \rightarrow y = 82, x = 107$$

Asunción tiene 107 novelas y César tiene 82 novelas.

81. Página 141

$$\begin{cases} x = y + 7 \\ x + y = 29 \end{cases} \rightarrow y + 7 + y = 29 \rightarrow 2y = 22 \rightarrow y = 11, x = 18$$

En la clase de Mónica hay 11 alumnos y 18 alumnas.

82. Página 141

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 110 \\ 4x + 2y = 376 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 110 - y \\ 4x + 2y = 376 \end{array} \right\} \rightarrow 4(110 - y) + 2y = 376 \rightarrow 440 - 4y + 2y = 376 \rightarrow 2y = 64 \rightarrow y = 32, x = 78$$

En la granja hay 78 cerdos y 32 gallinas.

83. Página 141

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3000 \\ 1,5x + 2y = 4650 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 3000 - y \\ 1,5x + 2y = 4650 \end{array} \right\} \rightarrow 1,5(3000 - y) + 2y = 4650 \rightarrow y = \frac{150}{0,5} = 300, x = 2700$$

La empresa ha empleado 2 700 botellas de 1,5 litros y 300 de 2 litros.

84. Página 141

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 2x + 3y = 28 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 12 - y \\ 2x + 3y = 28 \end{array} \right\} \rightarrow 2(12 - y) + 3y = 28 \rightarrow 24 - 2y + 3y = 28 \rightarrow y = 28 - 24 = 4 \rightarrow x = 8, y = 4$$

Hay 8 bicis y 4 triciclos.

85. Página 141

$$12 + x = 2(3 + x) \rightarrow 12 + x = 6 + 2x \rightarrow x = 6.$$

Dentro de 6 años Teresa tendrá 9 y su hermana 18.

86. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ y + 15 = \frac{2}{3}(x + 15) \end{array} \right\} \rightarrow 20 - x + 15 = \frac{2x + 30}{3} \rightarrow 60 - 3x + 45 = 2x + 30 \rightarrow 5x = 75 \rightarrow x = 15, y = 5$$

Luisa tiene 15 años y María 5 años.

87. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x - 2 = y + 3 \\ y + 2 = \frac{1}{2}(x + 2) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + 5 \\ 2y + 4 = x + 2 \end{array} \right\} \rightarrow 2y = y + 5 - 2 \rightarrow x = 8, y = 3.$$

En la actualidad, Teo tiene 8 años y Sara 3.

88. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 4y = 440 \\ 2x + y = 160 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 110 \\ y = 160 - 2x \end{array} \right\} \rightarrow x + 160 - 2x = 110 \rightarrow x = 50, y = 60$$

En la caravana hay 50 camellos y 60 dromedarios.

89. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 72 \\ y = \frac{x}{5} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{x}{5} + 72 \rightarrow 4x = 360 \rightarrow x = 90, y = 18$$

Son 90 monedas de céntimo y se han cambiado por 18 de 5 céntimos.

90. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x - 10 = 2(y - 10) \\ y + 15 = \frac{3}{4}(x + 15) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2y - 10 \\ 4(y + 15) = 3(x + 15) \end{array} \right\} \rightarrow 4y + 60 = 3(2y - 10) + 45 \rightarrow 4y + 60 = 6y - 30 + 45 \rightarrow y = \frac{45}{2}, x = 35$$

91. Página 142

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 22 \\ x - y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 22 \\ x = 5 + y \end{array} \right\} \rightarrow 2(5 + y) + 2y = 22 \rightarrow 10 + 2y + 2y = 22 \rightarrow y = 3, x = 8$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x + y + \sqrt{x^2 + y^2} = 60 \\ x - y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow 5 + 2y + \sqrt{(5 + y)^2 + y^2} = 60 \rightarrow \sqrt{(5 + y)^2 + y^2} = 55 - 2y$$

Para resolver esta ecuación se elevan al cuadrado los dos miembros:

$$\left(\sqrt{(5 + y)^2 + y^2}\right)^2 = (55 - 2y)^2 \rightarrow 2y^2 - 230y + 3000 = 0 \rightarrow 2y^2 - 230y + 3000 = 0 \rightarrow y = \frac{230 \pm \sqrt{28900}}{4} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 100 \\ y_2 = 15 \end{cases}$$

Se descarta el valor $y = 100$ porque no satisface la condición del perímetro. Por tanto:

$$x = 5 + y = 5 + 15 = 20 \rightarrow x = 20, y = 15$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x + 4y = 14 \\ 3y = 2x \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 4y = 14 \\ x = \frac{3}{2}y \end{array} \right\} \rightarrow 3y + 4y = 14 \rightarrow 7y = 14 \rightarrow y = 2, x = 3$$

92. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x - 5 = y + 5 \\ 3(y - 5) = x + 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + 10 \\ 3(y - 5) = x + 5 \end{array} \right\} \rightarrow 3(y - 5) = y + 10 + 5 \rightarrow 3y - 15 = y + 15 \rightarrow 2y = 30 \rightarrow y = 15, x = 25$$

Inicialmente Marcos tenía 25 libros y Zaida 15 libros.

93. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 24 \\ x + 1 = 2(y + 1) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 24 - y \\ x + 1 = 2(y + 1) \end{array} \right\} \rightarrow 24 - y + 1 = 2y + 2 \rightarrow 3y = 23 \rightarrow y = \frac{23}{3}, x = \frac{49}{3}$$

94. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 9 \\ 4x + 5y - 2 = 37 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 9 - y \\ 4x + 5y - 2 = 37 \end{array} \right\} \rightarrow 4(9 - y) + 5y - 2 = 37 \rightarrow 36 - 4y + 5y - 2 = 37 \rightarrow x = 6, y = 3$$

Han utilizado 6 coches de 4 plazas y 3 de cinco plazas.

95. Página 142

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 30 \\ 0,30x + 0,50y = 11,60 \end{array} \right\} \rightarrow 0,30(30 - y) + 0,50y = 11,60 \rightarrow 9 - 0,30y + 0,50y = 11,60 \rightarrow y = 13, x = 17$$

Pilar tiene 17 sellos de 0,30 € y 13 sellos de 0,50 €.

96. Página 142

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11,50 \\ 4x + 3y = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 34,50 \\ -8x - 6y = -32 \end{cases} \rightarrow x = \frac{5}{2}, y = 2$$

Subir a una atracción cuesta 2,5 € y un paquete de palomitas cuesta 2 €.

97. Página 142

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 0,8x + 0,9y = 70 \end{cases} \rightarrow 0,8x + 0,9(80 - x) = 70 \rightarrow x = 20, y = 60$$

- a) El precio sin descuento del martillo era de 20 €.
b) La taladradora antes de aplicar el descuento costaba 60 €.

98. Página 143

$$\begin{cases} x + y = 192 \\ x = \frac{3}{5}y \end{cases} \rightarrow \frac{3}{5}y + y = 192 \rightarrow 3y + 5y = 960 \rightarrow 8y = 960 \rightarrow y = 120$$

En el avión viajan 120 hombres.

99. Página 143

$$\begin{cases} x = 3y \\ x - 30 = y + 8 \end{cases} \rightarrow 3y - 30 = y + 8 \rightarrow 2y = 38 \rightarrow y = 19, x = 57$$

La madre tiene 57 años y el hijo 19 años.

100. Página 143

Sea x la cifra de las decenas e y la cifra de las unidades. Entonces:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 10y + x = 10x + y - 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 9 - x \\ 10y + x = 10x + y - 9 \end{cases} \rightarrow 10(9 - x) + x = 10x + 9 - x - 9 \rightarrow 18x = 90 \rightarrow x = 5, y = 4$$

El primer número es 54.

101. Página 143

$$\begin{cases} A + B = 60 \\ 3A + 4B = 220 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B = 60 - A \\ 3A + 4B = 220 \end{cases} \rightarrow 3A + 4(60 - A) = 220 \rightarrow 3A + 240 - 4A = 220 \rightarrow A = 20, B = 40$$

Hay 20 lámparas del tipo A y 40 del tipo B.

102. Página 143

$$\begin{cases} x - \frac{2}{5}x + 100 = y \\ x + 40 = y \end{cases} \rightarrow x - \frac{2}{5}x + 100 = x + 40 \rightarrow \frac{2}{5}x = 60 \rightarrow x = 150$$

Antes de venderlos tenía 150 cómics.

103. Página 143

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 80 \\ x = 2y + 5 \end{array} \right\} \rightarrow 2y + 5 + y = 80 \rightarrow 3y = 75 \rightarrow y = 25, x = 55$$

Se trata de los números 55 y 25.

104. Página 143

$$\left. \begin{array}{l} 2A + 2B = 360 \\ A = 3B \end{array} \right\} \rightarrow 6B + 2B = 360 \rightarrow B = \frac{360}{8} = 45, A = 135$$

El ángulo A mide 135° y el ángulo B mide 45°.

105. Página 143

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 85 \\ 4x + 4y = 140 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 85 \\ x + y = 35 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 85 \\ y = 35 - x \end{array} \right\} \rightarrow 3x + 2(35 - x) = 85 \rightarrow 3x + 70 - 2x = 85 \rightarrow x = 15, y = 20$$

Una entrada para el teatro costaba 15 € y una para el concierto 20 €.

106. Página 143

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ 10x + 5y = 5x + 10y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ 5x = 5y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ x = y \end{array} \right\} \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = y = 10$$

$10x + 5y = 150 \rightarrow$ Pedro tiene 150 € en 10 billetes de cada tipo.

107. Página 143

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 60 \\ y + 3 = \frac{1}{3}(x - 3) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 60 - y \\ 3y + 9 = x - 3 \end{array} \right\} \rightarrow 3y + 9 = 60 - y - 3 \rightarrow 4y = 48 \rightarrow y = 12$$

Hay 12 jóvenes asiáticos.

108. Página 143

Si se considera x mujeres e y hombres:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 30 = 108 \\ y = \frac{x + 30}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 108 - 30 - x \\ y = \frac{x + 30}{2} \end{array} \right\} \rightarrow 78 - x = \frac{x + 30}{2} \rightarrow 156 - 2x = x + 30 \rightarrow 3x = 156 - 30 \rightarrow x = \frac{126}{3} = 42, y = 36$$

En el hotel hay 36 hombres y 42 mujeres.

109. Página 143

$$\left. \begin{array}{l} x = 4y \\ x + 24 = 2(y + 24) \end{array} \right\} \rightarrow 4y + 24 = 2y + 48 \rightarrow 2y = 24 \rightarrow y = 12, x = 48$$

El padre tiene 48 años y la hija 12 años.

DEBES SABER HACER

1. Página 143

Son lineales las ecuaciones de los apartados a) y c), ambas con dos incógnitas.

2. Página 143

a) $2x + 5y = -9$

b) $-7x + 3y = 32$

c) $9x - 2y = 45$

3. Página 143

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $x = 8, y = 1; x = 6, y = 2$ y $x = 4, y = 3$

c) $x = 1, y = \frac{3}{2}; x = 2, y = \frac{3}{4}$ y $x = 3, y = 0$

b) $x = 1, y = -4; x = 2, y = 1$ y $x = 3, y = 6$

d) $x = 3, y = 1; x = 4, y = 2$ y $x = 5, y = 3$

4. Página 143

a) Por reducción: $\left. \begin{array}{l} 6x + 4y = 10 \\ 7x - 4y = 3 \end{array} \right\} \rightarrow 13x = 13 \rightarrow x = 1, y = 1$

Por igualación: $\left. \begin{array}{l} 2y = 5 - 3x \\ 2y = \frac{7x - 3}{2} \end{array} \right\} \rightarrow 5 - 3x = \frac{7x - 3}{2} \rightarrow 10 - 6x = 7x - 3 \rightarrow 13x = 13 \rightarrow x = 1, y = 1$

b) Por reducción: $\left. \begin{array}{l} 3x + 30y = 54 \\ -3x + 6y = -6 \end{array} \right\} \rightarrow 36y = 48 \rightarrow y = \frac{4}{3}, x = \frac{14}{3}$

Por sustitución: $\left. \begin{array}{l} x = 18 - 10y \\ -3x + 6y = -6 \end{array} \right\} \rightarrow -3(18 - 10y) + 6y = -6 \rightarrow -54 + 30y + 6y = -6 \rightarrow 36y = 48 \rightarrow y = \frac{4}{3}, x = \frac{14}{3}$

c) Por sustitución: $\left. \begin{array}{l} y = 9 - 7x \\ 5x + 6y = 17 \end{array} \right\} \rightarrow 5x + 6(9 - 7x) = 17 \rightarrow 5x + 54 - 42x = 17 \rightarrow -37x = -37 \rightarrow x = 1, y = 2$

Por reducción: $\left. \begin{array}{l} 42x + 6y = 54 \\ -5x - 6y = -17 \end{array} \right\} \rightarrow 37x = 37 \rightarrow x = 1, y = 2$

d) Por igualación: $\left. \begin{array}{l} 6x = y \\ 5x + 1 = y \end{array} \right\} \rightarrow 6x = 5x + 1 \rightarrow x = 1, y = 6$

Por sustitución: $\left. \begin{array}{l} 6x = y \\ 5x - y = -1 \end{array} \right\} \rightarrow 5x - 6x = -1 \rightarrow x = 1, y = 6$

5. Página 143

a) $\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 2x = 4y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ x = 2y \end{array} \right\} \rightarrow 2y + y = 12 \rightarrow y = 4, x = 8 \rightarrow \text{Los números son 8 y 4.}$

b) $\left. \begin{array}{l} x + 10 = 3y \\ x - 10 = y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 10 = 3y \\ x = y + 10 \end{array} \right\} \rightarrow y + 10 + 10 = 3y \rightarrow 2y = 20 \rightarrow y = 10, x = 20 \rightarrow \text{Juan tiene 10 años y yo, 20 años.}$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana**110. Página 144**

Sea x el número de clics con el botón derecho e y el nº de clics con el botón izquierdo:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 300 \\ y = 9x \end{array} \right\} \rightarrow x + 9x = 300 \rightarrow x = 30, y = 270$$

De los 300 clics a la hora que realiza un usuario, 30 son con el botón derecho y 270 con el izquierdo.

Para que los muelles soporten el uso y sean los más baratos habrá que poner el muelle del Tipo 2 para el botón derecho y el muelle del Tipo 3 para el botón izquierdo.

111. Página 144

x : cifra de las centenas y : cifra de las unidades

$$\left. \begin{array}{l} x + 5 + y = 9 \\ 100y + 50 + x = 100x + 50 + y - 198 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 4 \\ 99x - 99y = 198 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3, y = 1$$

El número más pequeño que se puede encontrar es 351.

112. Página 144

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 2a \\ x - y = a \end{array} \right\} \rightarrow 2x = 3a \rightarrow x = \frac{3a}{2}, y = \frac{a}{2}$$

- Si $a = 2 \rightarrow x = 3, y = 1$
- Si $a = 4 \rightarrow x = 6, y = 2$
- Si $a = 6 \rightarrow x = 9, y = 3$

Por tanto, cumplen la condición los números 31, 62 y 93.

113. Página 144

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 5,20x + 6,20y = 6 \cdot 100 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 100 - y \\ 5,20(100 - y) + 6,20y = 600 \end{array} \right\} \rightarrow 5,20(100 - y) + 6,20y = 600 \rightarrow y = 80, x = 20$$

Se necesitan 20 litros del aceite a 5,20 €/ℓ y 80 litros del aceite a 6,20 €/ℓ.

114. Página 144

1.º Multiplica por 2 el mes de nacimiento: $2 \cdot (10a + b) = 20a + 2b$

2.º Súmale 5: $20a + 2b + 5$

3.º Multiplícalo por 50: $50 \cdot (20a + 2b + 5) = 1000a + 100b + 250$

4.º Súmale tu edad ($10x + y$): $1000a + 100b + 250 + 10x + y$

5.º Réstale 250: $1000a + 100b + 250 + 10x + y - 250 = 1000a + 100b + 10x + y$

La expresión obtenida es la expresión en potencias de base 10 del número $abxy$.

Así, las dos primeras cifras de este número corresponden al mes de nacimiento, y las dos últimas a la edad.

115. Página 144

Observando el gráfico, se deduce que circulaba a 90 km/h.

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 146

a) $2 \cdot 10 = 20 \neq 35 = 7 \cdot 5 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{2}{7}$ y $\frac{5}{10}$ no son equivalentes.

b) $4 \cdot 15 = 60 = 5 \cdot 12 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{4}{5}$ y $\frac{12}{15}$ son equivalentes.

c) $9 \cdot 20 = 180 = 4 \cdot 45 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{9}{4}$ y $\frac{45}{20}$ son equivalentes.

d) $3 \cdot 72 = 216 = 8 \cdot 27 \rightarrow$ Las fracciones $\frac{3}{8}$ y $\frac{27}{72}$ son equivalentes.

2. Página 146

a) $3x = 12 \cdot 5 = 60 \rightarrow x = \frac{60}{3} = 20$

c) $4 \cdot 16 = 64 = 32x \rightarrow x = \frac{64}{32} = 2$

b) $5x = 4 \cdot 25 = 100 \rightarrow x = \frac{100}{5} = 20$

d) $4 \cdot 16 = 64 = 8x \rightarrow x = \frac{64}{8} = 8$

3. Página 146

- a) La velocidad de un coche es una magnitud.
- b) Los nombres de los jugadores de un equipo de baloncesto no son magnitudes.
- c) El tiempo que tarda un tren en realizar un recorrido es una magnitud.
- d) La cantidad de fruta que come una familia en una semana es una magnitud.

VIDA COTIDIANA

EL GRIFO. Página 147

2 min y 20 s = $2 \cdot 60 + 20 = 140$ s 8 min = $8 \cdot 60 = 480$ s

Tiempo (s)		Volumen agua (l)
140	\rightarrow	10
480	\rightarrow	X

$$\frac{140}{480} = \frac{10}{x} \rightarrow 140x = 480 \cdot 10 = 4800 \rightarrow x = \frac{4800}{140} = 34,29 \text{ l.}$$

En 8 minutos el grifo vierte 34,29 litros.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 149

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \\ b = 6 + a \end{array} \right\} \rightarrow 3a = 2b \xrightarrow{b=6+a} 3a = 2(6+a) = 12 + 2a \rightarrow a = 12$$

$$b = 6 + a \xrightarrow{a=12} b = 18$$

La fracción pedida es $\frac{12}{18}$.

RETO 2. Página 152

N.º de vacas		Tiempo (días)
4	→	6
3	→	x

Al disminuir el número de vacas el tiempo que dura el pienso aumenta, son magnitudes inversamente proporcionales.

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{6} \rightarrow 3x = 4 \cdot 6 = 24 \rightarrow x = \frac{24}{3} = 8 \text{ días}$$

Si vende una vaca, tiene pienso para 8 días.

RETO 3. Página 154

Respuesta abierta. Por ejemplo:

1 y 2 2 y 4 3 y 6 ...

En general sirve cualquier pareja de números tales que uno sea el doble del otro.

RETO 4. Página 158

Antes		Ahora
100	→	108
x €	→	378 €

$$\frac{100}{x} = \frac{108}{378} \rightarrow 108x = 378 \cdot 100 = 37800 \rightarrow x = \frac{37800}{108} = 350 \text{ €}$$

El televisor antes valía 350 €.

ACTIVIDADES

1. Página 148

a) La razón es $\frac{2,5}{5} = 0,5$. La constante de proporcionalidad es 0,5.

b) La razón es $\frac{16}{20} = 0,8$. La constante de proporcionalidad es 0,8.

c) La razón es $\frac{5 \text{ kg}}{4 \text{ m}^2} = 1,25 \text{ kg/m}^2$. La constante de proporcionalidad es 1,25 kg/m².

2. Página 148

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) 6 y 2, la razón es $\frac{6}{2} = 3$

c) 1 y 2, la razón es $\frac{1}{2} = 0,5$

b) 3 y 2, la razón es $\frac{3}{2} = 1,5$

d) 2 y 5, la razón es $\frac{2}{5} = 0,4$

3. Página 148

a) $\frac{m}{5} = \frac{2}{10} \rightarrow 10m = 2 \cdot 5 = 10 \rightarrow m = 1$

b) $\frac{2}{6} = \frac{m}{60} \rightarrow 6m = 2 \cdot 60 = 120 \rightarrow m = 20$

c) $\frac{1}{m} = \frac{7}{14} \rightarrow 7m = 1 \cdot 14 = 14 \rightarrow m = 2$

4. Página 149

a) $\frac{4}{18} = \frac{10}{x} \rightarrow 4x = 18 \cdot 10 \rightarrow x = \frac{18 \cdot 10}{4} = 45$

d) $\frac{x}{12} = \frac{20}{16} \rightarrow 16x = 12 \cdot 20 \rightarrow x = \frac{12 \cdot 20}{16} = 15$

b) $\frac{4}{2} = \frac{x}{3} \rightarrow 2x = 4 \cdot 3 \rightarrow x = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

e) $\frac{5}{x} = \frac{15}{9} \rightarrow 15x = 5 \cdot 9 \rightarrow x = \frac{5 \cdot 9}{15} = 3$

c) $\frac{2}{0,5} = \frac{3}{x} \rightarrow 2x = 0,5 \cdot 3 \rightarrow x = \frac{0,5 \cdot 3}{2} = 0,75$

f) $\frac{3}{4,5} = \frac{x}{6} \rightarrow 4,5x = 3 \cdot 6 \rightarrow x = \frac{3 \cdot 6}{4,5} = 4$

5. Página 149

$$\frac{1,5}{2} = \frac{x}{6} \rightarrow 2x = 1,5 \cdot 6 \rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 6}{2} = 4,5$$

Por 6 kg pagaría 4,50 €.

6. Página 149

$$\left. \begin{array}{l} \frac{10}{b} = \frac{6}{d} \\ b - d = 2 \end{array} \right\} \rightarrow b = 2 + d \rightarrow 10d = 6b \xrightarrow{b=2+d} 10d = 6(2 + d) = 12 + 6d \rightarrow 4d = 12 \rightarrow d = 3$$

$$b = 2 + d \xrightarrow{d=3} b = 5$$

Los valores buscados son $b = 5$ y $d = 3$.

7. Página 150

$$\frac{4}{12} = \frac{6}{18} = 0,3 \neq 0,286 = \frac{8}{28} \rightarrow \text{No son magnitudes directamente proporcionales.}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{7}{8,4} = \frac{9}{10,8} = 0,8\bar{3} \rightarrow \text{Son magnitudes directamente proporcionales.}$$

8. Página 150

$$\frac{a}{20} = \frac{9}{b} = \frac{10}{c} = \frac{d}{30} = 2,5 \rightarrow a = 20 \cdot 2,5 = 50; b = \frac{9}{2,5} = 3,6; c = \frac{10}{2,5} = 4; d = 30 \cdot 2,5 = 75$$

9. Página 150

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Dos magnitudes directamente proporcionales son el espacio recorrido a una velocidad constante y el tiempo empleado en recorrerlo. Si la velocidad es de 10 km/h, la tabla de proporcionalidad es:

Distancia (km)	5	10	15	20	30
Tiempo (h)	0,5	1	1,5	2	3

10. Página 151

a) Leche (ℓ) Harina (kg)
 8 → 5
 x → 12

$$\frac{8}{x} = \frac{5}{12} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 12}{5} = 19,2$$

Para 12 kg de harina, se tendrán que poner 19,2 litros de leche.

b) Leche (ℓ) Harina (kg)
 8 → 5
 20 → x

$$\frac{8}{20} = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 5}{8} = 12,5$$

Para 20 litros de leche, se tendrán que poner 12,5 kg de harina.

11. Página 151

a) Plano (cm) Realidad (m)
 4 → 10
 10 → x

$$\frac{4}{10} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 10}{4} = 25$$

10 cm en el plano representan 25 m en la realidad.

b) Plano (cm) Realidad (m)
 4 → 10
 x → 25

$$\frac{4}{x} = \frac{10}{25} \rightarrow x = \frac{25 \cdot 4}{10} = 10$$

25 m en la realidad, son representadas por 10 cm en el plano.

12. Página 151

a) Distancia		Pasos
3,2	→	4
x	→	30

$$\frac{3,2}{x} = \frac{4}{30} \rightarrow x = \frac{3,2 \cdot 30}{4} = 24$$

Al dar 30 pasos, recorre 24 metros.

b) Distancia		Pasos
3,2	→	4
1 600	→	x

$$\frac{3,2}{1600} = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 1600}{3,2} = 2000$$

Para recorrer 1 600 metros, María tiene que dar 2 000 pasos.

13. Página 151

a) Hamburguesas		Precio (€)
4	→	26
x	→	45,50

$$\frac{4}{x} = \frac{26}{45,5} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 45,5}{26} = 7$$

Con 45,50 € podemos comprar 7 hamburguesas.

b) Hamburguesas		Precio (€)
4	→	26
9	→	x

$$\frac{4}{9} = \frac{26}{x} \rightarrow x = \frac{9 \cdot 26}{4} = 58,50$$

Para comprar 9 hamburguesas necesitamos 58,50 €. Por lo tanto, con 58 € no podemos comprar 9 hamburguesas.

14. Página 151

a) Gasolina (ℓ)		Distancia (km)
7,2	→	100
x	→	250

$$\frac{7,2}{x} = \frac{100}{250} \rightarrow x = \frac{7,2 \cdot 250}{100} = 18$$

Para una distancia de 250 km, se necesitan 18 litros de gasolina.

b) Gasolina (ℓ)		Distancia (km)
7,2	→	100
50,4	→	x

$$\frac{7,2}{50,4} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{50,4 \cdot 100}{7,2} = 700$$

Con 50,4 litros de gasolina puede recorrer 700 km.

c) Gasolina (ℓ) Precio (€)

1	→	1,20
x	→	86,40

$$\frac{1}{x} = \frac{1,2}{86,4} \rightarrow x = \frac{86,4 \cdot 1}{1,2} = 72$$

Con 86,40 € se pueden pagar 72 litros de gasolina.

Gasolina (ℓ)	→	Distancia (km)
7,2	→	100
72	→	x

$$\frac{7,2}{72} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{72 \cdot 100}{7,2} = 1000$$

Con 86,40 € puede recorrer 1 000 km.

15. Página 152

$2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 6 \cdot 4 = 24 \rightarrow$ Las magnitudes A y B son magnitudes inversamente proporcionales.

$10 \cdot 2 = 20 \neq 12 \cdot 4 = 48 \neq 14 \cdot 6 = 84 \rightarrow$ Las magnitudes A y B no son magnitudes inversamente proporcionales.

16. Página 152

$$2 \cdot a = b \cdot 12 = c \cdot 8 = 4 \cdot d = 48 \rightarrow a = \frac{48}{2} = 24, b = \frac{48}{12} = 4, c = \frac{48}{8} = 6, d = \frac{48}{4} = 12$$

17. Página 152

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Dos magnitudes inversamente proporcionales son la velocidad utilizada para recorrer un espacio determinado y el tiempo en recorrerlo. Si el espacio es de 10 km, la tabla de proporcionalidad es:

Velocidad (km/h)	20	10	5	2,5	1
Tiempo (h)	0,5	1	2	4	10

18. Página 153

a) Velocidad (km/h) Tiempo (h)

200	→	3
100	→	x

$$\frac{200}{100} = \frac{x}{3} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 200}{100} = 6$$

A 100 km/h tardaría 6 horas en recorrer el trayecto.

b) Velocidad (km/h) Tiempo (h)

200	→	3
x	→	4

$$\frac{200}{x} = \frac{4}{3} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 200}{4} = 150$$

Para tardar 4 horas, la velocidad a la que debería ir es de 150 km/h.

19. Página 153

a) Pintores		Tiempo (h)
10	→	14
11	→	x

$$\frac{10}{11} = \frac{x}{14} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 14}{11} = 12,73$$

Con un pintor más tardarían 12,73 días.

b) Pintores		Tiempo (h)
10	→	14
x	→	5

$$\frac{10}{x} = \frac{5}{14} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 14}{5} = 28$$

Para terminar la tarea en 5 días se necesitarían 28 pintores.

20. Página 153

a) Personas		Dinero (€)
15	→	20
10	→	x

$$\frac{15}{10} = \frac{x}{20} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 15}{10} = 30$$

Si fueran 5 personas menos, cada uno tendría que poner 30 €.

b) Personas		Dinero (€)
15	→	20
12	→	x

$$\frac{15}{12} = \frac{x}{20} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 15}{12} = 25$$

Si fueran 12 personas, cada uno tendría que poner 25 €.

21. Página 153

a) Científicos		Tiempo (días)
12	→	20
10	→	x

$$\frac{12}{10} = \frac{x}{20} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 12}{10} = 24$$

Si fuesen 10 científicos, la comida duraría 24 días.

b) Científicos		Tiempo (días)
12	→	20
x	→	8

$$\frac{12}{x} = \frac{8}{20} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 12}{8} = 30$$

Para que la comida durase 8 días deberían ir 30 científicos.

c) Pasados 2 días, quedaría comida para 12 científicos durante 18 días.

Científicos		Tiempo (días)
12	→	18
8	→	x

$$\frac{12}{8} = \frac{x}{18} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 12}{8} = 27$$

Si a los dos días se marchan 4 científicos, la comida durará 27 días.

Es decir, en total la comida duraría 29 días.

22. Página 154

$$a) k = \frac{400}{5+15} = 20$$

$$b) k = \frac{400}{\frac{1}{5} + \frac{1}{15}} = 1500$$

23. Página 154

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Si entre tres personas compran una tarta, un reparto directamente proporcional es repartir la cantidad de tarta en función de la cantidad de dinero que invirtió cada persona.

Si dos personas alquilan una consola de videojuegos, un reparto directamente proporcional es repartir la cantidad que tiene que pagar cada uno, en función de las horas que usa cada uno la consola.

24. Página 154

Si las partes obtenidas son todas iguales, las cantidades iniciales son iguales.

25. Página 155

$$a) k = \frac{180}{4+5} = 20 \rightarrow \text{A 4 le corresponden: } 4 \cdot 20 = 80 \text{ y a 5 le corresponden: } 5 \cdot 20 = 100.$$

$$b) k = \frac{180}{2+7} = 20 \rightarrow \text{A 2 le corresponden: } 2 \cdot 20 = 40 \text{ y a 7 le corresponden: } 7 \cdot 20 = 140.$$

$$c) k = \frac{180}{3+5+10} = 10 \rightarrow \text{A 3 le corresponden: } 3 \cdot 10 = 30, \text{ a 5 le corresponden: } 5 \cdot 10 = 50 \text{ y a 10 le corresponden: } 10 \cdot 10 = 100.$$

$$d) k = \frac{180}{2+7+9} = 10 \rightarrow \text{A 2 le corresponden: } 2 \cdot 10 = 20, \text{ a 7 le corresponden: } 7 \cdot 10 = 70 \text{ y a 9 le corresponden: } 9 \cdot 10 = 90.$$

$$e) k = \frac{180}{20+30+50} = 1,8 \rightarrow \text{A 20 le corresponden: } 20 \cdot 1,8 = 36, \text{ a 30 le corresponden: } 30 \cdot 1,8 = 54 \text{ y a 50 le corresponden: } 50 \cdot 1,8 = 90.$$

$$f) k = \frac{180}{10+35+45} = 2 \rightarrow \text{A 10 le corresponden: } 10 \cdot 2 = 20, \text{ a 35 le corresponden: } 35 \cdot 2 = 70 \text{ y a 45 le corresponden: } 45 \cdot 2 = 90.$$

26. Página 155

$$a) k = \frac{90}{4+5} = 10 \rightarrow \text{A 4 le corresponden: } 4 \cdot 10 = 40 \text{ y a 5 le corresponden: } 5 \cdot 10 = 50.$$

$$b) k = \frac{90}{8+10} = 5 \rightarrow \text{A 8 le corresponden: } 8 \cdot 5 = 40 \text{ y a 10 le corresponden: } 10 \cdot 5 = 50.$$

$$c) k = \frac{90}{10+20} = 3 \rightarrow \text{A 10 le corresponden: } 10 \cdot 3 = 30 \text{ y a 20 le corresponden: } 20 \cdot 3 = 60.$$

De los resultados del apartado a) y b), se deduce que si las cantidades entre las que hacemos el reparto son proporcionales, entonces el reparto es igual.

27. Página 155

$$a) k = \frac{60}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 72 \rightarrow \text{A 2 le corresponden: } \frac{1}{2} \cdot 72 = 36 \text{ y a 3 le corresponden: } \frac{1}{3} \cdot 72 = 24.$$

$$b) k = \frac{60}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 120 \rightarrow \text{A 3 le corresponden: } \frac{1}{3} \cdot 120 = 40 \text{ y a 6 le corresponden: } \frac{1}{6} \cdot 120 = 20.$$

$$c) k = \frac{60}{\frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = 216 \rightarrow \text{A 6 le corresponden: } \frac{1}{6} \cdot 216 = 36 \text{ y a 9 le corresponden: } \frac{1}{9} \cdot 216 = 24.$$

$$d) k = \frac{60}{\frac{1}{9} + \frac{1}{36}} = 432 \rightarrow \text{A 9 le corresponden: } \frac{1}{9} \cdot 432 = 48 \text{ y a 36 le corresponden: } \frac{1}{36} \cdot 432 = 12.$$

$$e) k = \frac{60}{\frac{1}{2} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}} = 90 \rightarrow \text{A 2 le corresponden: } \frac{1}{2} \cdot 90 = 45, \text{ a 9 le corresponden: } \frac{1}{9} \cdot 90 = 10 \text{ y a 18 le corresponden } \frac{1}{18} \cdot 90 = 5.$$

$$f) k = \frac{60}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}} = 108 \rightarrow \text{A 3 le corresponden: } \frac{1}{3} \cdot 108 = 36, \text{ a 6 le corresponden: } \frac{1}{6} \cdot 108 = 18 \text{ y a 18 le corresponden } \frac{1}{18} \cdot 108 = 6.$$

28. Página 155

Hallamos la constante de proporcionalidad directa: $k = \frac{300}{14+16} = 10.$

Al tren con 14 vagones le corresponden: $14 \cdot 10 = 140$ pasajeros.

Al tren con 16 vagones le corresponden: $16 \cdot 10 = 160$ pasajeros.

29. Página 155

Hallamos la constante de proporcionalidad inversa: $k = \frac{400}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = 960$.

Al tren con 4 años de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{4} \cdot 960 = 240$ pasajeros.

Al tren con 6 años de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{6} \cdot 960 = 160$ pasajeros.

Al reemplazar el tren más viejo, hallamos la nueva constante de proporcionalidad inversa: $k = \frac{400}{\frac{1}{4} + \frac{1}{1}} = 320$.

Al tren con 4 años de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{4} \cdot 320 = 80$ pasajeros.

Al tren con 1 año de antigüedad le corresponden: $\frac{1}{1} \cdot 320 = 320$ pasajeros.

30. Página 156

- El treinta y cinco por ciento de los alumnos de este instituto hacen deporte todas las semanas. Significa que de cada 100 alumnos, treinta y cinco hacen deporte todas las semanas.
- El ochenta por ciento de las personas encuestadas comen fruta todos los días. Significa que de cada 100 personas encuestadas, ochenta comen fruta todos los días.
- De los asistentes a una función de teatro, el setenta y dos por ciento eran mujeres. Significa que de cada 100 asistentes a la obra de teatro, setenta y dos eran mujeres.

31. Página 156

a) $15\% \text{ de } 20 = \frac{15 \cdot 20}{100} = 3$

b) $30\% \text{ de } 90 = \frac{30 \cdot 90}{100} = 27$

c) $14\% \text{ de } 250 = \frac{14 \cdot 250}{100} = 35$

32. Página 156

a) El 20% de 30 es menor que el 20% de 70, ya que le estamos aplicando el mismo porcentaje a una cantidad mayor.

b) El 70% de 20 es igual al 20% de 70, ya que $\frac{70 \cdot 20}{100} = \frac{20 \cdot 70}{100}$.

33. Página 156

Si ha acertado el 72% de las preguntas, ha fallado el $100 - 72 = 28\%$ de las preguntas.

Ha fallado el 28% de 25 = $\frac{28 \cdot 25}{100} = 7$. Ha fallado 7 preguntas.

34. Página 156

a) Cantidad		Porcentaje
12	→	6
100	→	x

$$\frac{12}{100} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 6}{12} = 50 \rightarrow 6 \text{ es el } 50\% \text{ de } 12.$$

b) Cantidad		Porcentaje
8	→	2
100	→	x

$$\frac{8}{100} = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 2}{8} = 25 \rightarrow 2 \text{ es el } 25\% \text{ de } 8.$$

35. Página 157

a) Tiros		Caras
7	→	4
100	→	x

$$\frac{7}{100} = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 4}{7} = 57,14 \rightarrow \text{Las caras representan el } 57,14\% \text{ del total.}$$

b) Han salido $7 - 4 = 3$ cruces.

36. Página 157

Si han ido el 85 % de los alumnos, no han ido el $100 - 85 = 15\%$ de los alumnos.

No han ido el 15 % de $60 = \frac{15 \cdot 60}{100} = 9$. No han ido 9 alumnos.

37. Página 157

Jugados		Ganados
100	→	65
x	→	26

$$\frac{100}{x} = \frac{65}{26} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 26}{65} = 40 \rightarrow \text{Han jugado } 40 \text{ partidos.}$$

38. Página 157

Padre de Lourdes:

Sueldo		Impuestos
26 000	→	5 200
100	→	x

$$\frac{26000}{100} = \frac{5200}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 5200}{26000} = 20 \rightarrow \text{El padre de Lourdes paga un } 20\% \text{ de impuestos.}$$

Madre de Esteban:

Sueldo	→	Impuestos
46 500	→	8 370
100	→	x

$$\frac{46500}{100} = \frac{8370}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 8370}{46500} = 18 \rightarrow \text{La madre de Esteban paga un 18\% de impuestos.}$$

Paga un porcentaje de impuestos más alto el padre de Lourdes.

39. Página 157

Jugados	→	Ganados
45	→	45 - 18 = 27
100	→	X

$$\frac{45}{100} = \frac{27}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 27}{45} = 60 \rightarrow \text{El primer equipo ha ganado el 60\% de los partidos.}$$

Jugados	→	Ganados
49	→	20
100	→	X

$$\frac{49}{100} = \frac{20}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 20}{49} = 40,82 \rightarrow \text{El segundo equipo ha ganado el 40,82\% de los partidos.}$$

El primer equipo tiene un porcentaje mejor de resultados.

40. Página 157

Trabajadores	→	Mujeres
5	→	3
100	→	x

$$\frac{5}{100} = \frac{3}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 3}{5} = 60 \rightarrow \text{El 60\% de los trabajadores son mujeres.}$$

41. Página 158

a) $35 + 20\% \text{ de } 35 = \frac{120 \cdot 35}{100} = 42$

b) $80 + 30\% \text{ de } 80 = \frac{130 \cdot 80}{100} = 104$

c) $120 + 60\% \text{ de } 120 = \frac{160 \cdot 120}{100} = 192$

42. Página 158

Hallamos el 102% de 1500 €: $102\% \text{ de } 1500 = \frac{102 \cdot 1500}{100} = 1530 \text{ €}$. Ahora cobra 1530 € al mes.

43. Página 158

Sin descuento el coste sería: $20 \cdot 15 = 300$ €.

Hallamos el 90% de 300 €: $90\% \text{ de } 300 = \frac{90 \cdot 300}{100} = 270$

Teresa paga 270 €.

44. Página 158

El descuento del sofá es menor que el 20%, ya que el segundo descuento del 10% lo estamos aplicando a una cantidad menor que la de partida, porque ya había sido rebajado un 10% anteriormente.

En un caso se paga por el sofá $0,9 \cdot 0,9 \cdot 500 = 405$ € y en el otro $0,8 \cdot 500 = 400$ €. El descuento es mayor en el segundo caso.

45. Página 158

Sin IVA	→	Con IVA
100	→	104
x	→	20

$$\frac{100}{x} = \frac{104}{20} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 20}{104} = 19,23$$

El precio sin IVA es de 19,23 €.

46. Página 158

Sin rebaja	→	Con rebaja
100	→	92
x	→	2 760

$$\frac{100}{x} = \frac{92}{2760} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 2760}{92} = 3000$$

El precio inicial de la motocicleta es de 3 000 €.

47. Página 159

Primer cambio: disminución de un 2%.

Sin rebaja	→	Con rebaja
100	→	98
20	→	x

$$x = \frac{98 \cdot 20}{100} = 19,6$$

Segundo cambio: aumento de un 4% de IVA.

Sin IVA	→	Con IVA
100	→	104
19,6	→	x

$$x = \frac{19,6 \cdot 104}{100} = 20,38$$

Sonia paga por el libro 20,38 €.

48. Página 159

Primer cambio: aumento de un 2 %.

Segundo cambio: aumento de un 1 %.

$$\begin{array}{lcl} \text{Año - 2} & & \text{Año - 1} \\ 100 & \rightarrow & 102 \\ 1200 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{102 \cdot 1200}{100} = 1224$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Año - 1} & & \text{Año actual} \\ 100 & \rightarrow & 101 \\ 1224 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{101 \cdot 1224}{100} = 1236,24$$

Ramón gana ahora 1 236,24 € al mes.

Porcentaje de subida: $101\% \text{ del } 102\% = \frac{101}{100} \cdot \frac{102}{100} = 1,0302 \rightarrow 103,02\%$. El porcentaje de subida ha sido 3,02 %.

49. Página 159

Primer cambio: disminución de un 15 %.

$$\begin{array}{lcl} \text{Sin rebaja} & & \text{Con rebaja} \\ 100 & \rightarrow & 85 \\ 12 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{85 \cdot 12}{100} = 10,2$$

Segundo cambio: aumento de un 21 % de IVA.

$$\begin{array}{lcl} \text{Sin IVA} & & \text{Con IVA} \\ 100 & \rightarrow & 121 \\ 10,2 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{10,2 \cdot 121}{100} = 12,34$$

Pago por el disco 12,34 €.

Porcentaje que supone el precio final sobre el inicial: $121\% \text{ del } 85\% = \frac{121}{100} \cdot \frac{85}{100} = 1,0285 \rightarrow 102,85\%$.

50. Página 159

Primer cambio – lunes: aumento de un 3 %.

$$\begin{array}{lcl} \text{Apertura} & & \text{Cierre} \\ 100 & \rightarrow & 103 \\ 15 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{103 \cdot 15}{100} = 15,45$$

Segundo cambio – martes: disminución de un 7 %.

$$\begin{array}{lcl} \text{Apertura} & & \text{Cierre} \\ 100 & \rightarrow & 93 \\ 15,45 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{15,45 \cdot 93}{100} = 14,37$$

Tercer cambio – miércoles: aumento de un 10 %.

$$\begin{array}{lcl} \text{Apertura} & & \text{Cierre} \\ 100 & \rightarrow & 110 \\ 14,37 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{110 \cdot 14,37}{100} = 15,81$$

El jueves comienza con 15,81 €.

El valor es mayor que el inicial al final del lunes y al final del miércoles.

51. Página 159

a) Primer cambio: disminución de un 10%.

Antes	Después	
100 →	90	$\rightarrow x = \frac{90 \cdot 40}{100} = 36$
40 →	x	

Después de la primera rebaja el ramo costaba 36 €.

b) Segundo cambio: disminución de un 10%.

Antes	Después	
100 →	90	$\rightarrow x = \frac{90 \cdot 36}{100} = 32,4$
36 →	x	

Al final costaba 32,4 €.

c) Porcentaje de rebaja total: $90\% \text{ del } 90\% = \frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100} = 0,81 \rightarrow 81\%$.

52. Página 159

El precio final es de 504 €. Deshacemos los cambios de precio para calcular el precio de partida.

Segundo cambio: aumento de un 5%.

Antes	Después	
100 →	105	$\rightarrow x = \frac{504 \cdot 100}{105} = 480$
x →	504	

Primer cambio: aumento de un 20%.

Antes	Después	
100 →	120	$\rightarrow x = \frac{480 \cdot 100}{120} = 400$
x →	480	

Al principio, el producto costaba 400 €.

53. Página 159

Son mejores tres subidas consecutivas del 2% que una del 6%, ya que al realizar las tres subidas consecutivas, la segunda y la tercera las estamos aplicando a un valor mayor que el de partida, y el aumento será mayor.

Tres subidas consecutivas del 2% serán: $1,02 \cdot (1,02 \cdot (1,02x)) = 1,061208x$

Una subida del 6€ será: $1,06x$.

Si el sueldo inicial es de 1 000 €, el sueldo final con tres subidas del 2% es: $1,061208 \cdot 1\,000 = 1\,061,21$ €

Lo calculamos con una única subida del 6%: $1,06 \cdot 1\,000 = 1\,060$ €

Hay $1\,061,21 - 1\,060 = 1,21$ € de diferencia.

ACTIVIDADES FINALES**54. Página 160**

a) La razón entre chicos y chicas es $\frac{12}{13} = 0,923$.

b) La razón entre chicas y chicos es $\frac{13}{12} = 1,083$.

c) La razón de chicas con respecto al total es $\frac{13}{25} = 0,52$.

55. Página 160

a) La razón entre los caramelos de limón y los de fresa es $\frac{10}{8} = 1,25$.

b) La razón entre los caramelos de menta con respecto al total es $\frac{9}{27} = \frac{1}{3} = 0,3$.

56. Página 160

a) $2 \cdot 9 = 18 = 3 \cdot 6 \rightarrow$ Es una proporción.

b) $8 \cdot 8 = 64 = 4 \cdot 16 \rightarrow$ Es una proporción.

c) $5 \cdot 21 = 105 \neq 240 = 12 \cdot 20 \rightarrow$ No es una proporción.

d) $4 \cdot 14 = 56 = 7 \cdot 8 \rightarrow$ Es una proporción.

57. Página 160

Las proporciones posibles son: $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6}$, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$, $\frac{2}{6} = \frac{3}{4}$, $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$, $\frac{3}{4} = \frac{6}{2}$, $\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$, $\frac{4}{3} = \frac{6}{2}$.

58. Página 160

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{20}{50} = \frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

b) $\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21}$

59. Página 160

$$\frac{a}{12} = \frac{3}{9} \rightarrow 9a = 3 \cdot 12 = 36 \rightarrow a = 4$$

60. Página 160

La proporción de alumnos a los que les gusta el queso es: $\frac{2}{3} = \frac{x}{30} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 30}{3} = 20$

No les gusta el queso a $30 - 20 = 10$ alumnos.

61. Página 160

a) $\frac{17}{25} = \frac{51}{x} \rightarrow x = \frac{51 \cdot 25}{17} = 75$

b) $\frac{x}{2} = \frac{15}{6} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 15}{6} = 5$

c) $\frac{25}{x} = \frac{36}{720} \rightarrow x = \frac{720 \cdot 25}{36} = 500$

62. Página 160

a) $\frac{x}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 6}{9} = 2$

c) $\frac{18}{x} = \frac{27}{3} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 3}{27} = 2$

b) $\frac{45}{6} = \frac{x}{60} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 60}{6} = 450$

d) $\frac{144}{120} = \frac{42}{x} \rightarrow x = \frac{120 \cdot 42}{144} = 35$

63. Página 160

a) $\frac{4}{x} = \frac{x}{9} \rightarrow x^2 = 4 \cdot 9 = 36 \rightarrow x = 6$

b) $\frac{9}{x} = \frac{x}{25} \rightarrow x^2 = 9 \cdot 25 = 225 \rightarrow x = 15$

c) $\frac{25}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow x^2 = 25 \cdot 4 = 100 \rightarrow x = 10$

64. Página 160

a) $\frac{6-x}{9} = \frac{10}{18} \rightarrow 6-x = \frac{10 \cdot 9}{18} = 5 \rightarrow x = 1$

b) $\frac{6}{a} = \frac{18}{b+1} \rightarrow 6(b+1) = 18a \rightarrow b = 6a - 1.$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a = 1 \text{ y } b = 6 \cdot 1 - 1 = 5.$$

65. Página 160

- | | |
|--|--|
| a) Son magnitudes directamente proporcionales. | g) Son magnitudes directamente proporcionales. |
| b) Son magnitudes directamente proporcionales. | h) Son magnitudes inversamente proporcionales. |
| c) No son magnitudes proporcionales. | i) Son magnitudes inversamente proporcionales. |
| d) Son magnitudes directamente proporcionales. | j) Son magnitudes directamente proporcionales. |
| e) Son magnitudes directamente proporcionales. | k) Son magnitudes inversamente proporcionales. |
| f) No son magnitudes proporcionales. | |

66. Página 160

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{10}{30} = 0,\widehat{3} \rightarrow$ Son magnitudes directamente proporcionales.

b) $\frac{2}{11} = 0,\widehat{18} \neq \frac{4}{20} = 0,2 \neq \frac{5}{55} = 0,\widehat{09}$ y $2 \cdot 11 = 22 \neq 4 \cdot 20 = 80 \neq 5 \cdot 55 = 275 \rightarrow$ No están relacionadas.

c) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = 0,2 \rightarrow$ Son magnitudes directamente proporcionales.

d) $1 \cdot 6 = 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 = 6 \rightarrow$ Son magnitudes inversamente proporcionales.

67. Página 160

N.º de cajas	1	2	3	4	5	10	15	20
Peso (kg)	0,5	1	1,5	2	2,5	5	7,5	10

68. Página 160

N.º de obreros	5	10	15	25	12	6
Tiempo	30	15	10	6	12,5	25

a) Las dos magnitudes son inversamente proporcionales, ya que cuantos más obreros contraten, menos días tardarán en terminar la obra.

b) $k = 5 \cdot 30 = 10 \cdot 15 = 15 \cdot 10 = 25 \cdot 6 = 12 \cdot 12,5 = 6 \cdot 25 = 150$

69. Página 161

Tiempo (min)	5	10	15	20	100	120
Espacio (km)	11	22	33	44	220	264

a) Las dos magnitudes son directamente proporcionales, ya que cuanto más tiempo esté el coche circulando, más espacio recorrerá.

b) $k = \frac{5}{11} = \frac{10}{22} = \frac{15}{33} = \frac{20}{44} = \frac{100}{220} = \frac{120}{264} = 0,45$

70. Página 161

N.º de copias	1	2	3	4	5	10	20
Espacio (km)	0,06	0,12	0,18	0,24	0,3	0,6	1,2

a) Las dos magnitudes son directamente proporcionales, ya que cuantas más fotocopias se hagan más se pagará.

b) $k = \frac{1}{0,06} = \frac{2}{0,12} = \frac{3}{0,18} = \frac{4}{0,24} = \frac{5}{0,3} = \frac{10}{0,6} = \frac{20}{1,2} = 16,6$

71. Página 161

Duración de la llamada (min)	1	2	4	10	15	30
Precio (€)	0,1	0,12	0,16	0,28	0,38	0,68

a) Las dos magnitudes no son ni directa ni inversamente proporcionales.

b)

Duración de la llamada (min)	1	2	4	10	15	30
Precio (€)	0,02	0,04	0,08	0,2	0,3	0,6

Son magnitudes directamente proporcionales.

72. Página 161

$$\frac{6}{10,5} = \frac{20}{a} = \frac{48}{b} = \frac{c}{200} = \frac{125}{d} = \frac{1000}{e}$$

$$a = \frac{10,5 \cdot 20}{6} = 35; b = \frac{10,5 \cdot 48}{6} = 84; c = \frac{6 \cdot 200}{10,5} = 114,29; d = \frac{10,5 \cdot 125}{6} = 218,75; e = \frac{10,5 \cdot 1000}{6} = 1750.$$

73. Página 161

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

Magnitud A	1	5	10	15	20	25
Magnitud B	0,2	1	2	3	4	5

b)

Magnitud A	1	2	4	8	12	16
Magnitud B	0,125	0,25	0,5	1	1,5	2

c)

Magnitud A	3	6	9	12	18	24
Magnitud B	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2

d)

Magnitud A	1	5	10	15	20	30
Magnitud B	0,05	0,25	0,5	0,75	1	1,5

74. Página 161

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

Magnitud A	1	2	4	5	10	20
Magnitud B	20	10	5	4	2	1

b)

Magnitud A	1	2	4	8	20	40
Magnitud B	40	20	10	5	2	1

c)

Magnitud A	1	2	5	25	50	100
Magnitud B	100	50	20	4	2	1

d)

Magnitud A	1	5	10	100	200	400
Magnitud B	400	80	40	4	2	1

76. Página 161

Se calculan los litros de vino blanco por cada litro de vino tinto: $4 : 8 = 0,5$ litros.

Si hay 240 litros de vino tinto, hay $0,5 \cdot 240 = 120$ litros de vino blanco.

En total hay $240 + 120 = 360$ litros de vino.

78. Página 162

Se calculan las horas que tarda una máquina en realizar el pedido: $7 \cdot 28 = 196$ horas

Catorce máquinas tardarán $196 : 14 = 14$ horas en realizar el pedido.

79. Página 162

Chicos	→	Chicas
5	→	4
70	→	x

$$\frac{5}{70} = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{70 \cdot 4}{5} = 56$$

Participan 56 chicas.

80. Página 162

Carpinteros	→	Mesas
6	→	2
2	→	x

$$\frac{6}{2} = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 2}{6} = \frac{2}{3} = 0,6\bar{6}$$

Dos carpinteros harían $\frac{2}{3}$ de una mesa.

81. Página 162

$$\left. \begin{array}{l} e = 8 \\ a = 3 \end{array} \right\} \rightarrow 3e = 8a \xrightarrow{e=25+a} 75 + 3a = 8a \rightarrow a = \frac{75}{5} = 15$$

$$e = 25 + a \xrightarrow{a=15} e = 40$$

Hay 40 europeos y 15 americanos.

82. Página 162

Tiempo	→	Velocidad
30	→	20
25	→	x

$$\frac{30}{25} = \frac{x}{20} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 20}{25} = 24$$

Tendrá que ir a 24 km/h.

83. Página 162

Titular	→	Suplente
3	→	7
30	→	x

$$\frac{3}{30} = \frac{7}{x} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 7}{3} = 70$$

Al equipo le han marcado $30 + 70 = 100$ goles.

84. Página 162

Comensales		Longitud (cm)
15	→	6
10	→	x

$$\frac{15}{10} = \frac{x}{6} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 6}{10} = 9 \text{ cm}$$

Se podrán repartir 9 cm de helado.

85. Página 162

Superficie (m ²)		Precio (€)
75	→	1 250
60	→	x

$$\frac{75}{60} = \frac{1250}{x} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 1250}{75} = 1000$$

El parque costaría 1 000 € para un piso de 60 m².

86. Página 162

Fotografías		Precio (€)
32	→	8
50	→	x

$$\frac{32}{50} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 8}{32} = 12,5$$

50 fotografías costarían 12,50 €.

Fotografías		Precio (€)
32	→	8
x	→	7

$$\frac{32}{x} = \frac{8}{7} \rightarrow x = \frac{32 \cdot 7}{8} = 28$$

Con 7 € podríamos hacer 28 fotografías.

87. Página 162

Asumimos que un mes tiene cuatro semanas.

Trabajadores		Tiempo (semanas)
12	→	8
x	→	3

$$\frac{12}{x} = \frac{3}{8} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 8}{3} = 32$$

Para terminar el trabajo en 3 semanas se necesitarían 32 trabajadores.

88. Página 162

Primero calculamos la superficie que pintarán 6 pintores en un día.

Pintores		Superficie (m ²)
4	→	70
6	→	x

$$\frac{4}{6} = \frac{70}{x} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 70}{4} = 105$$

Seis pintores pintarán 105 m² en un día.

Por tanto, en dos días seis pintores pintarán $105 \cdot 2 = 210$ m².

89. Página 162

Calculamos las cantidades de cada ingrediente necesarias para una persona, por el método de reducción a la unidad.

Para una persona se necesitan:

$$2 : 4 = 0,5 \text{ huevos} \quad 1 : 4 = 0,25 \text{ yogures de limón} \quad 1 : 4 = 0,25 \text{ medidas de yogur de aceite de oliva}$$

$$2 : 4 = 0,5 \text{ medidas de yogur de azúcar} \quad 3 : 4 = 0,75 \text{ medidas de yogur de harina}$$

$$16 : 4 = 4 \text{ g de levadura} \quad 1 : 4 = 0,25 \text{ limones} \quad 1 : 4 = 0,25 \text{ cucharadas de azúcar de lustre}$$

Obtenemos ahora las cantidades para 6 personas:

$$6 \cdot 0,5 = 3 \text{ huevos} \quad 6 \cdot 0,25 = 1,5 \text{ yogures de limón} \quad 6 \cdot 0,25 = 1,5 \text{ medidas de yogur de aceite de oliva}$$

$$6 \cdot 0,5 = 3 \text{ medidas de yogur de azúcar} \quad 6 \cdot 0,75 = 4,5 \text{ medidas de yogur de harina}$$

$$6 \cdot 4 = 24 \text{ g de levadura} \quad 6 \cdot 0,25 = 1,5 \text{ limones} \quad 6 \cdot 0,25 = 1,5 \text{ cucharadas de azúcar de lustre}$$

91. Página 162

A mayor diámetro, menos vueltas dará. Son magnitudes inversamente proporcionales.

Diámetro (m)		Vueltas
1,5	→	220
2,4	→	x

$$\frac{1,5}{2,4} = \frac{x}{220} \rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 220}{2,4} = 137,5$$

La rueda grande da 137,5 vueltas.

92. Página 162

Cuanto más dientes, menos vueltas dará. Son magnitudes inversamente proporcionales.

Dientes		Vueltas
24	→	30
15	→	x

$$\frac{24}{15} = \frac{x}{30} \rightarrow x = \frac{24 \cdot 30}{15} = 48$$

El piñón da 48 vueltas.

93. Página 162

Cuanto más dientes, menos vueltas dará. Son magnitudes inversamente proporcionales.

Dientes		Vueltas
24	→	3
9	→	x

$$\frac{24}{9} = \frac{x}{3} \rightarrow x = \frac{24 \cdot 3}{9} = 8$$

La segunda rueda da 8 vueltas.

95. Página 163

a) Calculamos la distancia a la que estaban cuando parte el automóvil.

$$\text{Espacio} = \text{Velocidad} \cdot \text{Tiempo} = 80 \text{ km/h} \cdot 1,25 \text{ h} = 100 \text{ km.}$$

$$\text{Velocidad de encuentro} = 100 - 80 = 20 \text{ km/h.}$$

$$\text{Tiempo que tardan en encontrarse: } t = \frac{100}{20} = 5 \text{ h. El automóvil tarda 5 horas en alcanzar al autobús.}$$

b) El autobús tarda en llegar a su destino $300 \text{ km} : 80 \text{ km/h} = 3,75$ horas

El automóvil no lo alcanzará antes de llegar a su destino, porque el autobús llega a destino antes de que pasen 5 horas desde la salida del automóvil.

96. Página 163

a) Velocidad de encuentro = $4 + 6 = 10 \text{ km/h}$.

$$\text{Tiempo que tardan en encontrarse: } t = \frac{20}{10} = 2 \text{ h. Tardan en encontrarse 2 horas.}$$

b) María ha recorrido: $4 \text{ km/h} \cdot 2 \text{ h} = 8 \text{ km}$. Le faltan por recorrer: $20 - 8 = 12 \text{ km}$.

La distancia que ha recorrido Laura es la que le falta por recorrer a María, es decir, 12 km. La distancia que le falta por recorrer a Laura es la que ha recorrido María, es decir, 8 km.

c) Velocidad de encuentro = $5 + 5 = 10 \text{ km/h}$. La velocidad de encuentro es la misma, entonces tardan en encontrarse el mismo tiempo, es decir, 2 horas.

Como ambas van a la misma velocidad, se encontrarán a mitad de camino. Es decir, María y Laura han recorrido 10 km y les quedan por recorrer 10 km.

97. Página 163

Si la velocidad es constante, el espacio recorrido y el tiempo empleado en recorrerlo son magnitudes directamente proporcionales.

Espacio (m)		Tiempo (s)
100	→	20
x	→	50

$$\frac{100}{x} = \frac{20}{50} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 50}{20} = 250$$

En 50 segundos recorrerá 250 m.

Espacio (m)		Tiempo (s)
100	→	20
450	→	x

$$\frac{100}{450} = \frac{20}{x} \rightarrow x = \frac{450 \cdot 20}{100} = 90$$

Tardará 90 s en recorrer 450 m.

98. Página 163

Si la fuerza es constante, la aceleración y la masa del cuerpo son magnitudes inversamente proporcionales.

Masa (kg)		Aceleración (m/s ²)
4	→	3
6	→	x

$$4 \cdot 3 = 6x \rightarrow x = 2$$

La aceleración será de 2 m/s².

100. Página 164

El número de grifos y el tiempo que tardamos en llenar la piscina son magnitudes inversamente proporcionales.

Grifos		Tiempo (h)
5	→	6
4	→	x

$$5 \cdot 6 = 4x \rightarrow x = 7,5$$

Si cerramos un grifo, tardaremos en llenar la piscina 7 horas y media.

101. Página 164

El caudal del grifo y el tiempo que tardamos en llenar la botella son magnitudes inversamente proporcionales.

Caudal (l/min)		Tiempo (min)
0,4	→	2,5
x	→	2

$$0,4 \cdot 2,5 = 2x \rightarrow x = 0,5$$

El caudal de la segunda fuente es de 0,5 l/min.

102. Página 164

$$k = \frac{8100}{8+9+11} = 289,286$$

A 8 le corresponden: $8 \cdot 289,286 = 2\,314,24$; a 9 le corresponden: $9 \cdot 289,286 = 2\,603,57$ y a 11 le corresponden: $11 \cdot 289,286 = 3\,182,14$.

103. Página 164

$$k = \frac{306}{\frac{1}{16} + \frac{1}{12} + \frac{1}{5}} = 884,82$$

A 16 le corresponden: $\frac{1}{16} \cdot 884,82 = 55,3$; a 12 le corresponden: $\frac{1}{12} \cdot 884,82 = 73,74$ y a 5 le corresponden: $\frac{1}{5} \cdot 884,82 = 176,96$.

104. Página 164

En partes directamente proporcionales: $k = \frac{665}{\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4}} = 420$

A $\frac{2}{3}$ le corresponden: $\frac{2}{3} \cdot 420 = 280$; a $\frac{1}{6}$ le corresponden: $\frac{1}{6} \cdot 420 = 70$ y a $\frac{3}{4}$ le corresponden: $\frac{3}{4} \cdot 420 = 315$.

En partes inversamente proporcionales: $k = \frac{665}{\frac{3}{2} + 6 + \frac{4}{3}} = 75,28$

A $\frac{2}{3}$ le corresponden: $\frac{3}{2} \cdot 75,28 = 112,9$; a $\frac{1}{6}$ le corresponden: $6 \cdot 75,28 = 451,7$ y a $\frac{3}{4}$ le corresponden: $\frac{4}{3} \cdot 75,28 = 100,4$.

105. Página 164

Se reparten el dinero de forma directamente proporcional a las cantidades invertidas.

$$k = \frac{2000}{300 + 500} = 2,5$$

A Juan le corresponden: $300 \cdot 2,5 = 750$ €, a Ana le corresponden: $500 \cdot 2,5 = 1250$ €.

106. Página 164

$$k = \frac{42}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 48$$

Al de 2 años le corresponden: $\frac{1}{2} \cdot 48 = 24$ cromos; al de 4 años le corresponden: $\frac{1}{4} \cdot 48 = 12$ cromos y al de 8 años le corresponden: $\frac{1}{8} \cdot 48 = 6$ cromos.

107. Página 164

$$k = \frac{1560}{75 + 55} = 12$$

A la primera comunidad le corresponden: $75 \cdot 12 = 900$ €, a la segunda comunidad le corresponden: $55 \cdot 12 = 660$ €.

A cada vecino le corresponde pagar 12 €.

108. Página 164

Se reparten el dinero de forma directamente proporcional a las cantidades invertidas.

A Carlos le corresponden: $10 \cdot k = 5000 \rightarrow k = 500$ €.

A Damián le corresponden: $6 \cdot k = 6 \cdot 500 = 3000$ €.

A Luis le corresponden: $4 \cdot k = 4 \cdot 500 = 2000$ €.

109. Página 164

A 3 le corresponden: $\frac{1}{3} \cdot k = 50 \rightarrow k = 150$.

A 7 le corresponden: $\frac{1}{7} \cdot k = \frac{1}{7} \cdot 150 = 21,43$; a 10 le corresponden: $\frac{1}{10} \cdot k = \frac{1}{10} \cdot 150 = 15$.

110. Página 164

a) 14 % de 210 = $\frac{14 \cdot 210}{100} = 29,4$

b) 80 % de 35 = $\frac{80 \cdot 35}{100} = 28$

c) 20 % de 1500 = $\frac{20 \cdot 1500}{100} = 300$

d) 5 % de 250 = $\frac{5 \cdot 250}{100} = 12,5$

111. Página 164

a) $\frac{21 \cdot a}{100} = 315 \rightarrow a = \frac{100 \cdot 315}{21} = 1500$

b) $\frac{40 \cdot a}{100} = 1800 \rightarrow a = \frac{100 \cdot 1800}{40} = 4500$

c) $\frac{7 \cdot a}{100} = 252 \rightarrow a = \frac{100 \cdot 252}{7} = 3600$

112. Página 164

a) Primero calculamos un aumento del 20%: 120 % de 400 = $\frac{120 \cdot 400}{100} = 480$.

Ahora calculamos otro aumento del 20%: 120 % de 480 = $\frac{120 \cdot 480}{100} = 576$.

b) Primero calculamos un aumento del 5%: 105 % de 320 = $\frac{105 \cdot 320}{100} = 336$.

Ahora calculamos una disminución del 10%: 90 % de 336 = $\frac{90 \cdot 336}{100} = 302,4$.

c) Primero calculamos una disminución del 10%: 90 % de 680 = $\frac{90 \cdot 680}{100} = 612$.

Ahora calculamos otra disminución del 10%: 90 % de 612 = $\frac{90 \cdot 612}{100} = 550,8$.

113. Página 164

a) Porcentaje total: $\frac{120}{100} \cdot \frac{120}{100} = 1,44 \rightarrow 144\%$. El cambio total representa un aumento del 44 %.

b) Porcentaje total: $\frac{105}{100} \cdot \frac{90}{100} = 0,945 \rightarrow 94,5\%$. El cambio total representa una disminución del 5,5 %.

c) Porcentaje total: $\frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100} = 0,81 \rightarrow 81\%$. El cambio total representa una disminución del 19 %.

114. Página 164

Vecinos		Mayores de 65 años
100	\rightarrow	40
30	\rightarrow	x

$$\frac{100}{30} = \frac{40}{x} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 40}{100} = 12$$

Hay 12 vecinos mayores de 65 años.

115. Página 164

Agua que contiene (hm ³)		Capacidad total (hm ³)
45	\rightarrow	100
x	\rightarrow	200

$$\frac{45}{x} = \frac{100}{200} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 200}{100} = 90$$

Contenía 90 hm³ de agua en ese momento.

116. Página 164

Votantes		Censo total
75	\rightarrow	100
4 560	\rightarrow	x

$$\frac{75}{4560} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{4560 \cdot 100}{75} = 6080$$

El censo total está formado por 6 080 personas.

117. Página 164

Total (ℓ)		Zumo de limón (ℓ)
20	\rightarrow	8
100	\rightarrow	x

$$\frac{20}{100} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 100}{20} = 40$$

El zumo de limón representa en 40 % de la limonada.

118. Página 164

Yogures		Calcio diario recomendado (%)
1	→	19
x	→	100

$$\frac{1}{x} = \frac{19}{100} \rightarrow x = \frac{1 \cdot 100}{19} = 5,26$$

Una persona para cubrir la necesidad diaria de calcio tendría que tomar 6 yogures.

119. Página 165

Hallamos el 94 % de 85 €: $94\% \text{ de } 85 = \frac{94 \cdot 85}{100} = 71,40$. Tras la rebaja el móvil cuesta 71,40 €.

Se encarece un 4 %. Hallamos el 104 % de 71,40 €: $104\% \text{ de } 71,40 = \frac{104 \cdot 71,4}{100} = 74,26$. Si se encarece un 4 % el móvil costará 74,26 €.

120. Página 165

Precio total sin descuento (€)		Precio total con descuento (€)
100	→	85
x	→	1 091,40

$$\frac{100}{x} = \frac{85}{1091,40} \rightarrow x = \frac{1091,4 \cdot 100}{85} = 1284$$

Sin descuento habría pagado por todo 1 284 €. El precio del ordenador sin descuento era: $1\,284 - 354 - 180 = 750$ €.

121. Página 165

En verano		Después de verano
100	→	60
x	→	3 600

$$\frac{100}{x} = \frac{60}{3600} \rightarrow x = \frac{3600 \cdot 100}{60} = 6000$$

En verano había 6 000 habitantes.

122. Página 165

Precio sin IVA (€)		Precio con IVA (€)
100	→	121
x	→	605

$$\frac{100}{x} = \frac{121}{605} \rightarrow x = \frac{605 \cdot 100}{121} = 500$$

El precio de la nevera sin IVA era de 500 €.

123. Página 165

Precio antes (€)		Precio hoy (€)
100	→	110
x	→	0,75

$$\frac{100}{x} = \frac{110}{0,75} \rightarrow x = \frac{0,75 \cdot 100}{110} = 0,68$$

Antes del aumento la barra de pan valía 0,68.

124. Página 165

$$1,21 \cdot (0,75 \cdot 38) = 34,49 \text{ €}$$

El precio que pagaré por los pantalones es 34,49 €.

125. Página 165

$$1,21 \cdot (0,80 \cdot 240) = 232,32 \text{ €}$$

El precio que hay que pagar por el televisor es 232,32 €.

126. Página 165

$$1,03 (1,03 \cdot 72) = 76,38 \text{ €}$$

El precio final de venta es 76,38 €.

127. Página 165

a) $0,75 \cdot (0,8 \cdot 428) = 256,8 \text{ €}$ vale ahora el lavavajillas.

b) $0,55 \cdot 428 = 235,40 \text{ €}$. No, sería un precio menor. En el caso anterior el segundo descuento se aplica sobre una cantidad más pequeña que la primera.

DEBES SABER HACER**1. Página 165**

La razón de chicas en la primera clase es: $\frac{16}{24} = 0,6\bar{6}$.

La razón de chicas en la segunda clase es: $\frac{18}{28} = 0,643$.

Proporcionalmente, hay más chicas en la primera clase.

2. Página 165

La razón que relaciona el número de fotocopias con el precio es: $\frac{6}{1,92}$.

$$\frac{6}{1,92} = \frac{11}{x} \rightarrow x = \frac{1,92 \cdot 11}{6} = 3,52$$

Por 11 fotocopias tendría que pagar 3,52 €.

3. Página 165

A	1	2	3	5	6	10
B	2,50	5	7,50	12,50	15	25

C	1	2	3	4	6	9
D	36	18	12	9	6	4

4. Página 165

Son directamente proporcionales.

Euros		Libras	
1,28	→	1	→ $x = \frac{200 \cdot 1}{1,28} = 156,25$
200	→	x	

Por 200 € le tienen que dar 156,25 €.

5. Página 165

Son inversamente proporcionales.

Barrenderos		Horas	
8	→	6	→ $x = \frac{8 \cdot 6}{6} = 8$
6	→	x	

Seis barrenderos tardarán 8 horas en barrer todo.

6. Página 165

Cerillas		Total caja	
23	→	100	→ $x = \frac{46 \cdot 100}{23} = 200$
46	→	x	

El total de la caja son 200 cerillas.

7. Página 165

Peso (kg)		Agua (kg = ℓ)	
100	→	60	→ $x = \frac{75 \cdot 60}{100} = 45$
75	→	x	

Una persona de 75 kg tiene 45 litros de agua.

8. Página 165

Precio		Rebaja	
18	→	2,70	→ $x = \frac{100 \cdot 2,7}{18} = 15$
100	→	x	

A la blusa le han aplicado un descuento del 15 %.

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

128. Página 166

a) Calculamos el tiempo necesario para llenar el vaso de precipitados:

$$\begin{array}{lcl} \text{Volumen de agua (}\ell\text{)} & & \text{Tiempo (s)} \\ 1,4 & \rightarrow & 60 \\ 0,32 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{0,32 \cdot 60}{1,4} = 13,7$$

En llenar el vaso de precipitados de agua destilada se tarda 13,7 segundos.

Calculamos el tiempo necesario para llenar el matraz:

$$\begin{array}{lcl} \text{Volumen de nitrógeno (}\ell\text{)} & & \text{Tiempo (s)} \\ 0,6 & \rightarrow & 60 \\ 0,415 & \rightarrow & x \end{array} \rightarrow x = \frac{0,415 \cdot 60}{0,6} = 41,5$$

En llenar el matraz de nitrógeno líquido se tarda 41,5 segundos.

Como empezamos a llenar ambos recipientes a la vez, tardaremos en tener los dos llenos 41,5 segundos, que es el tiempo que tardamos en llenar el matraz de nitrógeno líquido.

b) Aunque el grifo de agua vierta más agua, por lo que llenaremos el vaso de precipitados en menor tiempo, el tiempo que tardamos en llenar los dos recipientes es el mismo, ya que el tiempo que se tarda en llenar el matraz no varía.

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

129. Página 166

Hay dos posibilidades. Una de ellas es:

$$\left. \begin{array}{l} b = a + 4 \\ \frac{a}{b} = 0,5 \end{array} \right\} \rightarrow a = 0,5b \xrightarrow{b=a+4} a = 0,5a + 2 \rightarrow 0,5a = 2 \rightarrow a = 4$$

$$b = a + 4 \xrightarrow{a=4} b = 8 .$$

La otra posibilidad es:

$$\left. \begin{array}{l} b = a - 4 \\ \frac{a}{b} = 0,5 \end{array} \right\} \rightarrow a = 0,5b \xrightarrow{b=a-4} a = 0,5a - 2 \rightarrow 0,5a = -2 \rightarrow a = -4$$

$$b = a - 4 \xrightarrow{a=-4} b = -8$$

130. Página 166

Construimos el sistema con las condiciones dadas:

$$\left. \begin{array}{l} c = \frac{b}{2} \\ a = 2 + c \\ \frac{a}{b} = \frac{4}{c} \end{array} \right\} \rightarrow ac = 4b \xrightarrow{b=2c, a=2+c} (2+c)c = 8c \rightarrow c^2 - 6c = 0 \rightarrow \begin{array}{l} c = 0 \\ c - 6 = 0 \rightarrow c = 6 \end{array}$$

$c \neq 0$, para que la última igualdad sea posible, luego:

$$a = 2 + c \xrightarrow{c=6} a = 8 \text{ y } b = 2c \xrightarrow{c=6} b = 12 .$$

131. Página 166

La razón entre lo que hereda el niño y la madre es: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$.

La razón entre lo que hereda la niña y la madre es: $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$.

Por lo tanto, si la madre hereda una cantidad x , el niño hereda $2x$ y la niña $\frac{1}{2}x$.

$$x + 2x + \frac{1}{2}x = 1 \rightarrow \frac{7}{2}x = 1 \rightarrow x = \frac{2}{7}$$

La madre hereda $\frac{2}{7}$ de la herencia, el hijo $\frac{4}{7}$ y la hija $\frac{1}{7}$.

132. Página 166

Según la ley de Ohm, obtenemos la siguiente fórmula: $I = \frac{V}{R}$.

a) $I = \frac{220}{1000} = 0,22 \text{ A}$.

b) $1 \text{ A} = 1000 \text{ mA}$, luego $5 \text{ mA} = 0,005 \text{ A}$.

La resistencia máxima, para el voltaje de 220 V, es de $R = 220 \cdot 0,005 = 1 \Omega = 0,0011 \text{ k}\Omega$.

PRUEBAS PISA

133. Página 167

Hora	8:00	9:00	10:00	11:00
Penicilina (mg)	300	$0,6 \cdot 300 = 180$	$0,6 \cdot 180 = 108$	$0,6 \cdot 108 = 64,8$

134. Página 167

Diámetro moneda 1 (mm)		Mínimo diámetro moneda 2 (mm)
100	→	130
15	→	x

$$x = \frac{130 \cdot 15}{100} = 19,5$$

El diámetro de la moneda 2 es de 20 mm.

Diámetro moneda 2 (mm)		Mínimo diámetro moneda 3 (mm)
100	→	130
20	→	x

$$x = \frac{130 \cdot 20}{100} = 26$$

El diámetro de la moneda 3 es de 26 mm.

Diámetro moneda 3 (mm)		Mínimo diámetro moneda 4 (mm)
100	→	130
26	→	x

$$\rightarrow x = \frac{130 \cdot 26}{100} = 33,8$$

El diámetro de la moneda 4 es de 34 mm.

Diámetro moneda 4 (mm)		Mínimo diámetro moneda 5 (mm)
100	→	130
34	→	x

$$x = \frac{130 \cdot 34}{100} = 44,2$$

El diámetro de la moneda 5 es de 45 mm.

Obtenemos un conjunto de 5 monedas, una de 15 mm de diámetro, otra de 20 mm, otra de 26 mm, otra de 34 mm y otra de 45 mm.

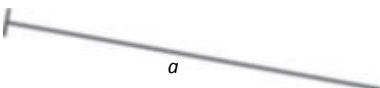
CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 168

a)



b)



c)



2. Página 168

a) $\frac{5}{3} = \frac{10}{6} \rightarrow 30 = 30 \rightarrow$ Son proporción.

c) $\frac{4}{6} = \frac{8}{12} \rightarrow 48 = 48 \rightarrow$ Son proporción.

b) $\frac{2}{15} = \frac{4}{30} \rightarrow 60 = 60 \rightarrow$ Son proporción.

d) $\frac{11}{2} = \frac{7}{3} \rightarrow 33 \neq 14 \rightarrow$ No son proporción.

3. Página 168

a) $\frac{11}{2} = \frac{x}{6} \rightarrow 66 = 2x \rightarrow x = 33$

c) $\frac{7}{21} = \frac{4}{x} \rightarrow 7x = 84 \rightarrow x = 12$

b) $\frac{5}{x} = \frac{2}{6} \rightarrow 30 = 2x \rightarrow x = 15$

d) $\frac{x}{9} = \frac{26}{6} \rightarrow 6x = 234 \rightarrow x = 39$

VIDA COTIDIANA

LA IMPRESORA. Página 169

La careta de tu hermano mide el 90% de la tuya, por tanto, su lado medirá 0,9 veces el lado de la tuya.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 178

El mapa que está a escala 1 : 1 000 000 porque una unidad en el mapa representa mayor distancia real.

ACTIVIDADES

1. Página 170

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{12}{7} = 1,7$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{GH}} = \frac{8}{10} = 0,8$$

2. Página 170

$$a) \frac{2}{\overline{AB}} = \frac{5}{10} \rightarrow 20 = 5 \cdot \overline{AB} \rightarrow \overline{AB} = 4$$

$$c) \frac{\overline{EF}}{1,5} = \frac{4}{3} \rightarrow 3 \cdot \overline{EF} = 6 \rightarrow \overline{EF} = 2$$

$$b) \frac{5}{6} = \frac{3}{\overline{CD}} \rightarrow 5 \cdot \overline{CD} = 18 \rightarrow \overline{CD} = 3,6$$

3. Página 170

$$a) \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{4}{2,5} = 1,6$$

b) Para hallar dos segmentos proporcionales a los anteriores, tomamos un segmento cualquiera \overline{EF} y multiplicamos su longitud por la razón de los dos segmentos, para obtener la longitud del segmento proporcional \overline{GH} .

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\overline{EF} = 10 \rightarrow \overline{GH} = 10 \cdot 1,6 = 16$

4. Página 170

Sería el inverso de la razón: $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = 2$

5. Página 171

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} \rightarrow \overline{OA} = \frac{2,4 \cdot 9}{6} = 3,6 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{OA} = \frac{2,7 \cdot 6}{9} = 1,8 \text{ cm}$$

6. Página 171

$$\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BC} = 3,6 + 2,7 + 9 = 15,3 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{OC'} = \frac{15,3 \cdot 6}{9} = 10,2 \text{ cm}$$

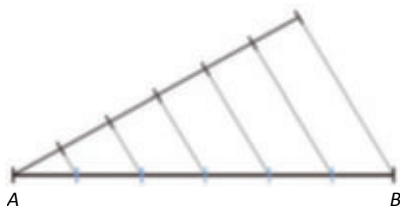
7. Página 171

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \rightarrow \overline{A'B'} = 0,9 \cdot 2 = 1,8 \text{ cm}$$

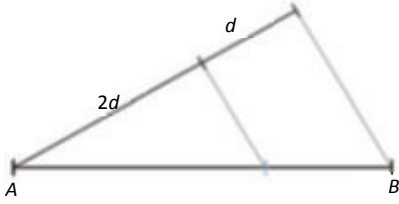
$$\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB} = 1,8 + 2 = 3,8 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{OB'}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \rightarrow \overline{OB'} = 0,9 \cdot 3,8 = 3,42 \text{ cm}$$

8. Página 172



9. Página 172



10. Página 173



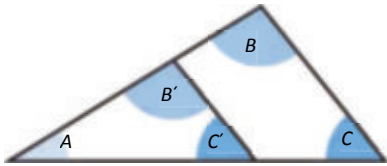
Los segmentos a , b y c miden en total $1 + 1,5 + 2 = 4,5$ cm. La constante de proporcionalidad del segmento AB con respecto al otro es $r = \frac{10}{4,5} = 2,22$. Por tanto, los segmentos en los que queda dividido AB miden:

$$2,22 \cdot a = 2,22 \text{ cm}$$

$$2,22 \cdot b = 3,33 \text{ cm}$$

$$2,22 \cdot c = 4,44 \text{ cm}$$

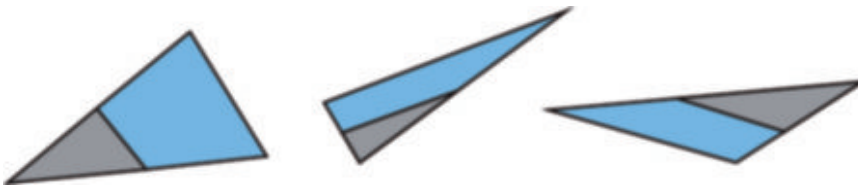
11. Página 173



El ángulo común es A.

12. Página 173

a) Respuesta abierta. Por ejemplo:



b) Respuesta abierta. Por ejemplo:



13. Página 173

$$\frac{\overline{EC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{EC} = \frac{5 \cdot 2,5}{5} = 2,5 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AB} - \overline{DB}} \rightarrow \overline{BC} = \frac{4,5 \cdot 5}{5 - 2,5} = 9 \text{ cm}$$

14. Página 174

Aplicamos el primer criterio: $\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{FD}} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{5}{6} = \frac{8}{8} \rightarrow 0,8 \neq 0,83 \neq 1 \rightarrow$ No son semejantes.

15. Página 174

Aplicamos el tercer criterio.

Los dos triángulos tienen un ángulo de 90° . Analizamos si los lados que lo forman son proporcionales, comparando los más largos y los más cortos:

$$\frac{3}{7,5} = \frac{4}{10} \rightarrow 0,4 = 0,4 \rightarrow \text{Son propocionales} \rightarrow \text{Los triángulos son semejantes.}$$

16. Página 174

Según el enunciado, los triángulos tienen dos ángulos iguales. Analizamos la medida del tercer ángulo de uno de ellos.

$$\hat{A} = 180 - 65 - 98 = 17^\circ = \hat{E} \rightarrow \text{Los triángulos son semejantes.}$$

17. Página 174

Dos triángulos equiláteros son semejantes siempre, ya que tienen todos sus ángulos iguales.

Dos triángulos isósceles son semejantes cuando tienen iguales su ángulo desigual, porque esto obliga a que los otros dos ángulos sean iguales.

18. Página 175

Sea x es la altura del árbol pedida, utilizando semejanza de triángulos: $\frac{x}{3} = \frac{18}{4,5} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 18}{4,5} = 12 \text{ m}$

19. Página 175

Sombra del semáforo: $0,9 + 0,4 = 1,3 \text{ m}$. Si x es la altura del semáforo: $\frac{x}{0,8} = \frac{1,3}{0,4} \rightarrow x = \frac{0,8 \cdot 1,3}{0,4} = 2,6 \text{ m}$

20. Página 175

Sea x la altura de Luisa, utilizando semejanza de triángulos: $\frac{x}{1,5} = \frac{2,3}{1,875} \rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 2,3}{1,875} = 1,84 \text{ m}$

21. Página 176

a) $\frac{10}{8} = \frac{15}{12} \rightarrow 120 = 120 \rightarrow$ Son polígonos semejantes. $r = \frac{10}{8} = 1,25$ es su razón de semejanza.

b) La razón de semejanza de las áreas es: $r^2 = 1,5625$.

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

Tomamos un rectángulo de lado 5 cm y hallamos el otro lado, x , para que sea semejante a los triángulos que se piden: $\frac{x}{5} = \frac{15}{10} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 15}{10} = 7,5 \text{ cm}$ medirá el otro lado.

22. Página 176

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{A'E'}} \rightarrow \frac{\overline{AB}}{20} = \frac{4}{8} \rightarrow \overline{AB} = \frac{20 \cdot 4}{8} = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{D'E'}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{A'E'}}{\overline{AE}} \rightarrow \frac{\overline{D'E'}}{6} = \frac{8}{4} \rightarrow \overline{D'E'} = \frac{6 \cdot 8}{4} = 12 \text{ cm}$$

23. Página 176

$$\left. \begin{array}{l} P_{\text{Primero}} = 10 + 2 + 7 + 6 + 4 = 29 \text{ cm} \\ P_{\text{Segundo}} = 20 + 4 + 14 + 12 + 8 = 58 \text{ cm} \end{array} \right\} \rightarrow r_{\text{Perímetros}} = \frac{58}{29} = 2$$

Es la razón de semejanza, ya que los lados de uno se consiguen multiplicando los del otro por la razón, por lo que, al calcular el perímetro, la razón sale como factor común.

24. Página 177

$$\text{a) } r = \frac{39}{13} = 3$$

$$P_{\text{Pequeño}} = 5 + 13 + 12 = 30 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{Grande}} = r \cdot 30 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Pequeño}} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Grande}} = r^2 \cdot 30 = 9 \cdot 30 = 270 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } r = \frac{20}{5} = 4$$

$$P_{\text{Pequeño}} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{Grande}} = r \cdot 20 = 4 \cdot 20 = 80 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Pequeño}} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Grande}} = r^2 \cdot 25 = 16 \cdot 25 = 400 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } r = \frac{4}{2} = 2$$

$$P_{\text{Pequeño}} = 2 + 3 + 4 + 3,6 = 12,6 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{Grande}} = r \cdot 12,6 = 2 \cdot 12,6 = 25,2 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Pequeño}} = \frac{(4+2) \cdot 3}{2} = 9 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Grande}} = r^2 \cdot 9 = 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}^2$$

25. Página 177

a) El primero.

b) Son iguales.

c) El segundo.

26. Página 177

$$\text{a) } P_{\text{Enunciado}} = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 8 = 36 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{Otro}} = r \cdot 36 = 90 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Enunciado}} = 10 \cdot 8 = 80 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Otro}} = r^2 \cdot 80 = 500 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } P_{\text{Enunciado}} = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{Otro}} = r \cdot 48 = 24 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Enunciado}} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Otro}} = r^2 \cdot 144 = 36 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } P_{\text{Enunciado}} = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{Otro}} = r \cdot 48 = 240 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Enunciado}} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Otro}} = r^2 \cdot 144 = 3600 \text{ cm}^2$$

d) El lado que falta mide $h = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ cm.

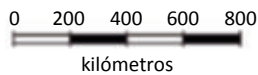
$$P_{\text{Enunciado}} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{Otro}} = r \cdot 12 = 36 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Enunciado}} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{Otro}} = r^2 \cdot 6 = 54 \text{ cm}^2$$

27. Página 178

Significa que una unidad en el mapa representa a 20 000 000 unidades en la realidad. Por ejemplo, un centímetro en el mapa representa 200 km en la realidad.

a)



b) Las ciudades están a $4 \cdot 20\,000\,000 = 80\,000\,000$ cm = 800 km de distancia.

28. Página 178

El polideportivo medirá $32 \cdot 400$ cm x $22 \cdot 400$ cm = 128 m x 88 m.

29. Página 178

$$r = \frac{1}{75} = 0,013$$

30. Página 179

La distancia en el mapa sería: $\frac{24}{300\,000} = 0,00008$ km = 8 cm.

31. Página 179

Las medidas en el plano son 5,5 cm x 3 cm, por tanto, las medidas reales serán:

$$5,5 \cdot 500 \text{ cm} \times 3 \cdot 500 \text{ cm} = 27,5 \text{ m} \times 15 \text{ m}.$$

32. Página 179

La distancia en el plano es $5 + 32 + 17 + 44 + 21 + 9 + 2 = 130$ mm = 13 cm. Por tanto, la distancia que recorrerá Pedro será $13 \cdot 200 = 2\,600$ cm = 26 m.

ACTIVIDADES FINALES

33. Página 180

$$\overline{AB} = 6 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{6}{5} = 1,2$$

34. Página 180

a) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{2}{5} = 0,4$

b) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{7,5}{15} = 0,5$

c) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{10}{30} = 0,33$

d) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{7}{14} = 0,5$

35. Página 180

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{4}{5} \rightarrow \overline{AB} = \frac{2 \cdot 4}{5} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ cm}$$

36. Página 180

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{3,6}{\overline{CD}} = \frac{3}{7} \rightarrow 3,6 = \overline{CD} \cdot \frac{3}{7} \rightarrow \overline{CD} = 3,6 \cdot \frac{7}{3} = 8,4 \text{ cm}$$

37. Página 180

a) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{10} \rightarrow 20 = 20 \rightarrow \text{Sí.}$

c) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{80}{130} = \frac{1,6}{2,6} \rightarrow 208 = 208 \rightarrow \text{Sí}$

b) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{6}{4} = \frac{9}{6} \rightarrow 36 = 36 \rightarrow \text{Sí.}$

d) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{80}{60} = \frac{0,7}{0,5} \rightarrow 40 \neq 42 \rightarrow \text{No}$

38. Página 180

a) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{6}{\overline{GH}} \rightarrow \overline{GH} = 6 \cdot \frac{5}{3} = 10 \text{ cm}$

c) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{13}{40} = \frac{39}{\overline{GH}} \rightarrow \overline{GH} = 39 \cdot \frac{40}{13} = 120 \text{ cm}$

b) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{10}{50} = \frac{2}{\overline{GH}} \rightarrow \overline{GH} = 2 \cdot \frac{50}{10} = 10 \text{ m}$

d) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} \rightarrow \frac{5}{70} = \frac{0,4}{\overline{GH}} \rightarrow \overline{GH} = 0,4 \cdot \frac{70}{5} = 5,6 \text{ dm}$

39. Página 180

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \rightarrow 3 \cdot \overline{AB} = 2 \cdot \overline{CD} \rightarrow 3 \cdot \overline{AB} - 2 \cdot \overline{CD} = 0$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot \overline{AB} - 2 \cdot \overline{CD} = 0 \\ \overline{AB} + \overline{CD} = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\overline{AB}=10-\overline{CD}} 3 \cdot (10 - \overline{CD}) - 2 \cdot \overline{CD} = 0 \rightarrow \overline{CD} = \frac{30}{5} = 6 \text{ dm} \\ \xrightarrow{\overline{CD}=6} \overline{AB} = 10 - \overline{CD} \xrightarrow{\overline{CD}=6} \overline{AB} = 4 \text{ dm} \end{array}$$

40. Página 180

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{4}{3} \rightarrow 3 \cdot \overline{AB} = 4 \cdot \overline{CD} \rightarrow 3 \cdot \overline{AB} - 4 \cdot \overline{CD} = 0$$

$$\overline{AB} - \overline{CD} = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot \overline{AB} - 4 \cdot \overline{CD} = 0 \\ \overline{AB} - \overline{CD} = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\overline{AB}=2+\overline{CD}} 3 \cdot (2 + \overline{CD}) - 4 \cdot \overline{CD} = 0 \rightarrow \overline{CD} = 6 \text{ cm} \\ \xrightarrow{\overline{CD}=6} \overline{AB} = 2 + \overline{CD} \xrightarrow{\overline{CD}=6} \overline{AB} = 8 \text{ cm} \end{array}$$

41. Página 180

$$a) \frac{\overline{AB}}{9} = 1,6 \rightarrow \overline{AB} = 1,6 \cdot 9 = 14,4 \text{ cm}$$

$$b) \frac{13,6}{\overline{CD}} = 1,6 \rightarrow \overline{CD} = \frac{13,6}{1,6} = 8,5 \text{ cm}$$

42. Página 180

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = 4 \rightarrow \overline{AB} = 4 \cdot \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} - 4 \cdot \overline{CD} = 0 \qquad \overline{AB} - \overline{CD} = 7$$

Resolvemos el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} - 4 \cdot \overline{CD} = 0 \\ \overline{AB} - \overline{CD} = 7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\overline{AB}=7+\overline{CD}} 7 + \overline{CD} - 4 \cdot \overline{CD} = 0 \rightarrow \overline{CD} = \frac{7}{3} = 2,33 \text{ cm} \\ \rightarrow \overline{AB} = 7 + \overline{CD} \xrightarrow{\overline{CD}=2,33} \overline{AB} = 9,33 \text{ cm} \end{array}$$

43. Página 180

$$a) \frac{3}{2,5} = \frac{6}{5} \rightarrow 15 = 15 \rightarrow \text{Los segmentos son proporcionales, por lo que cumplen el teorema de Tales.}$$

$$b) \frac{2}{2,6} = \frac{2,5}{3,25} \rightarrow 6,5 = 6,5 \rightarrow \text{Los segmentos son proporcionales, por lo que cumplen el teorema de Tales.}$$

44. Página 180

$$a) \frac{x}{2} = \frac{5}{4} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 5}{4} = 2,5 \text{ cm}$$

$$b) \frac{x}{3,6} = \frac{5,5}{4,4} \rightarrow x = \frac{3,6 \cdot 5,5}{4,4} = 4,5 \text{ cm}$$

$$c) \frac{x}{30} = \frac{12}{10} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 12}{10} = 36 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{45} = \frac{10}{12} \rightarrow y = \frac{45 \cdot 10}{12} = 37,5 \text{ cm}$$

$$d) \frac{x}{5} = \frac{3,5}{4} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 3,5}{4} = 4,375 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{1,4} = \frac{4}{3,5} \rightarrow y = \frac{1,4 \cdot 4}{3,5} = 1,6 \text{ cm}$$

$$e) \frac{x}{6} = \frac{1,8}{4,5} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 1,8}{4,5} = 2,4 \text{ cm}$$

$$f) \frac{x}{6,7} = \frac{3,4}{3,8} \rightarrow x = \frac{6,7 \cdot 3,4}{3,8} = 5,99 \text{ cm}$$

$$g) \frac{x}{6} = \frac{2,5}{4,2} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 2,5}{4,2} = 3,57 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{4} = \frac{2,5}{4,2} \rightarrow y = \frac{4 \cdot 2,5}{4,2} = 2,38 \text{ cm}$$

$$\frac{z}{3} = \frac{4,2}{2,5} \rightarrow z = \frac{3 \cdot 4,2}{2,5} = 5,04 \text{ cm}$$

$$h) \frac{x}{6,2} = \frac{6}{8} \rightarrow x = \frac{6,2 \cdot 6}{8} = 4,65 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{7,6} = \frac{6}{8} \rightarrow y = \frac{7,6 \cdot 6}{8} = 5,7 \text{ cm}$$

45. Página 180

$$\frac{\overline{A'B'}}{1,4} = \frac{1,2}{0,8} \rightarrow \overline{A'B'} = \frac{1,4 \cdot 1,2}{0,8} = 2,1 \text{ cm}$$

$$\overline{OB'} = \overline{OA'} + \overline{A'B'} = 1,2 + 2,1 = 3,3 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{BC}}{3} = \frac{0,8}{1,2} \rightarrow \overline{BC} = \frac{3 \cdot 0,8}{1,2} = 2 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = 1,4 + 2 = 3,4 \text{ cm}$$

46. Página 181

$$\overline{AB} = 0,6 \cdot \overline{A'B'} = 3,6 \text{ cm}$$

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}}{0,6} = 2 \text{ cm}$$

$$\overline{B'C'} = \frac{\overline{BC}}{0,6} = 7 \text{ cm}$$

47. Página 181

$$\frac{x}{18} = \frac{10}{12} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 10}{12} = 15 \text{ cm}$$

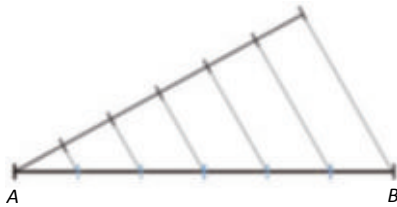
$$\frac{z}{15} = \frac{10}{12} \rightarrow z = \frac{15 \cdot 10}{12} = 12,5 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{18} = \frac{20}{15} \rightarrow y = \frac{18 \cdot 20}{15} = 24 \text{ cm}$$

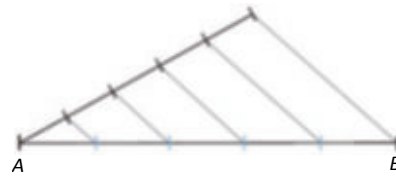
$$\frac{t}{12} = \frac{20}{15} \rightarrow t = \frac{12 \cdot 20}{15} = 16 \text{ cm}$$

48. Página 181

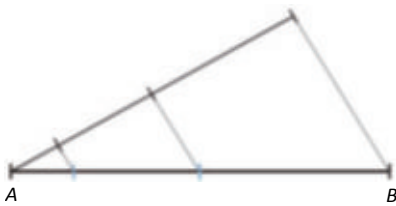
a)



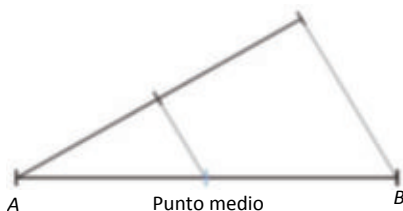
b)



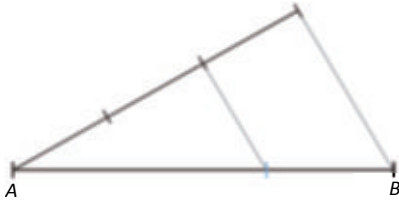
49. Página 181



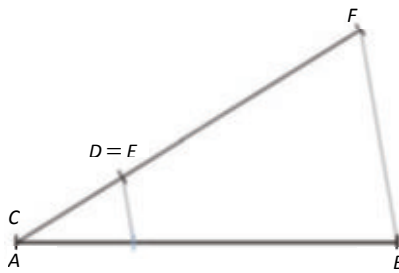
50. Página 181



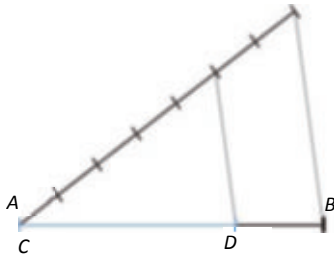
51. Página 181



52. Página 181



53. Página 181

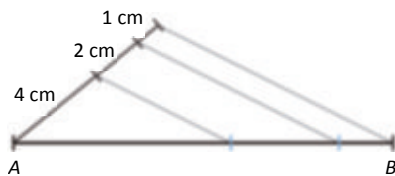


54. Página 181

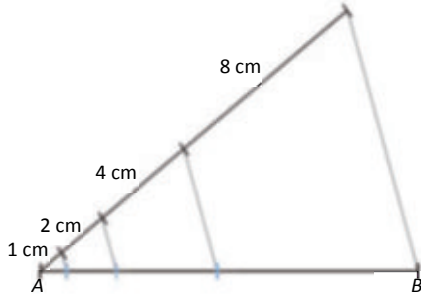


Los dos segmentos son AB y BC . AC mide 14 cm.

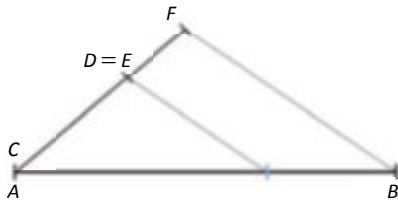
55. Página 181



56. Página 181

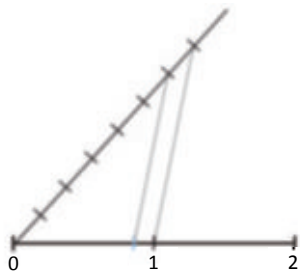


57. Página 181

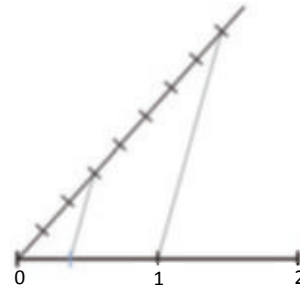


59. Página 181

a)



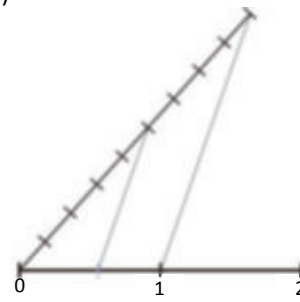
d)



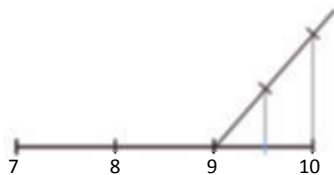
b)



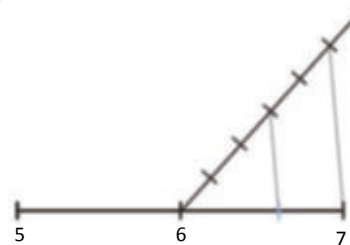
e)



c)



f)



60. Página 182

a) Primer criterio.

$$\frac{4}{4,8} = \frac{5}{6} \rightarrow 24 = 24 \quad \frac{6}{7,2} = \frac{5}{6} \rightarrow 36 = 36 \rightarrow \text{Son triángulos semejantes.}$$

b) Primer criterio.

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{7,5} \rightarrow 15 \neq 12 \rightarrow \text{No son triángulos semejantes.}$$

c) Tercer criterio.

$$\frac{3,5}{4} = \frac{4,5}{6} \rightarrow 21 \neq 18 \rightarrow \text{Pese a tener un ángulo igual, los triángulos no son semejantes ya que dos de sus lados no son proporcionales.}$$

d) Segundo criterio.

Calculamos el ángulo que falta de uno de los triángulos:

$$\alpha = 180 - 82 - 40 = 58^\circ \rightarrow \text{Son triángulos semejantes ya que tienen los tres ángulos iguales.}$$

e) Tercer criterio.

$$\frac{5}{10} = \frac{4}{8} \rightarrow 40 = 40 \rightarrow \text{Son triángulos semejantes porque tienen un ángulo igual y los lados que forman dicho ángulo son proporcionales.}$$

f) Segundo criterio.

Calculamos el ángulo que falta de uno de los triángulos:

$$\alpha = 180 - 90 - 40 = 50^\circ \rightarrow \text{Son triángulos semejantes ya que tienen los tres ángulos iguales.}$$

g) Tercer criterio.

Comprobamos si los dos lados conocidos son proporcionales:

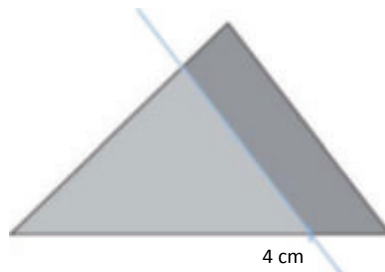
$$\frac{5}{13} = \frac{4}{10} \rightarrow 50 \neq 52 \rightarrow \text{Pese a tener un ángulo igual, los triángulos no son semejantes ya que dos de sus lados no son proporcionales.}$$

h) Primer criterio.

$$\frac{15}{5} = \frac{9,6}{3,2} \rightarrow 48 = 48 \quad \frac{15}{5} = \frac{10,2}{3,4} \rightarrow 51 = 51 \rightarrow \text{Son triángulos semejantes.}$$

61. Página 182

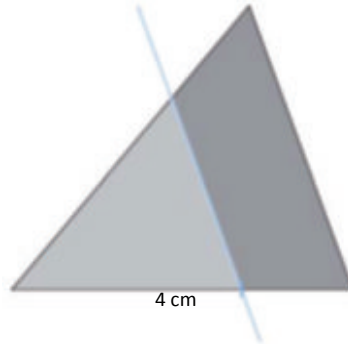
Dibujamos el triángulo dado y, sobre el lado de 5 cm marcamos 4 cm y trazamos una línea paralela al lado contiguo para construir el triángulo pedido.



62. Página 182

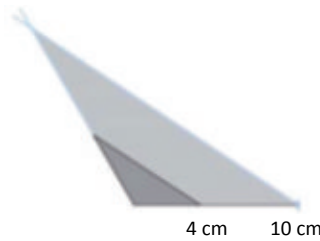
Respuesta abierta. Por ejemplo:

Dibujamos un triángulo de base 6 cm con los ángulos indicados. Sobre ella, marcamos 4 cm y trazamos una línea paralela al lado contiguo para construir el triángulo con la razón de semejanza indicada.



63. Página 182

Dibujamos el triángulo dado y, sobre el lado de 4 cm dibujamos un segmento que mida 2,5 veces él, es decir, que mida 10 cm. Sobre el extremo del segmento trazamos una línea paralela al lado contiguo y alargamos el otro lado para construir el triángulo pedido.



64. Página 182

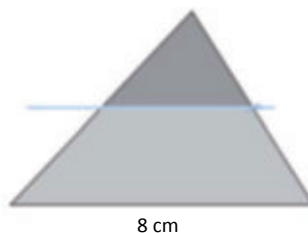
$$\frac{\overline{A'B'}}{128} = \frac{48}{72} \rightarrow \overline{A'B'} = \frac{128 \cdot 48}{72} = 85,33 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{B'C'}}{64} = \frac{48}{72} \rightarrow \overline{B'C'} = \frac{64 \cdot 48}{72} = 42,67 \text{ cm}$$

La razón de semejanza del triángulo grande con el pequeño es: $r = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C}} = 1,5$.

65. Página 182

Dibujamos el triángulo dado y marcamos el punto medio del lado de 6 cm, que estará a 3 cm del extremo del lado. Sobre ese punto trazamos la recta paralela al lado de 8 cm.



La longitud del segmento que se forma en la recta paralela sigue la razón de semejanza $\frac{1}{2}$, por tanto, medirá 4 cm.

66. Página 182

La razón de semejanza es $r = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{7,2}{4} = 1,8$.

$$\overline{B'C'} = r \cdot \overline{BC} = 9 \text{ cm}$$

$$\overline{C'A'} = r \cdot \overline{CA} = 10,8 \text{ cm}$$

67. Página 182

- $\frac{10}{32} = \frac{7}{20} \rightarrow 200 \neq 224 \rightarrow$ No son semejantes porque tienen dos lados no proporcionales.
- No son semejantes porque un ángulo es distinto.
- Sí son semejantes porque todos sus ángulos son iguales.
- Sí son semejantes porque todos sus ángulos son iguales, ya que el ángulo desigual tiene que ser el recto.
- $\frac{4}{12} = \frac{6}{18} \rightarrow 72 = 72 \rightarrow$ Son semejantes ya que tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.
- El ángulo que falta del primer triángulo mide $\alpha = 180 - 45 - 55 = 80 \rightarrow$ Son semejantes ya que tienen dos de sus ángulos iguales.

68. Página 183

$$\text{a) } \overline{A'B'} = r \cdot \overline{AB} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm} \quad \overline{B'C'} = r \cdot \overline{BC} = 5 \cdot 8 = 40 \text{ cm} \quad \overline{C'A'} = r \cdot \overline{CA} = 5 \cdot 7 = 35 \text{ cm}$$

b) El perímetro del triángulo inicial es $5 + 8 + 7 = 20 \text{ cm}$. Por tanto, la razón de semejanza del segundo triángulo con el primero es: $r = \frac{15}{20} = 0,75$. Calculamos los lados como en el apartado anterior.

$$\overline{A'B'} = r \cdot \overline{AB} = 0,75 \cdot 5 = 3,75 \text{ cm} \quad \overline{B'C'} = r \cdot \overline{BC} = 0,75 \cdot 8 = 6 \text{ cm} \quad \overline{C'A'} = r \cdot \overline{CA} = 0,75 \cdot 7 = 5,25 \text{ cm}$$

69. Página 183

- No hay.
- No hay.

70. Página 183

- Verdadero. Los triángulos equiláteros tienen siempre los mismos ángulos 60° .
- Falso. Pueden tener los ángulos iguales pero no los ángulos homólogos iguales, o bien sus lados homólogos pueden no ser proporcionales.
- Falso. Por ejemplo, un cuadrado es un rectángulo y hay rectángulos que no son cuadrados.
- Falso. Los rombos pueden tener ángulos distintos.
- Verdadero. La diagonal crece según el teorema de pitágoras: $d = \sqrt{2l^2} \xrightarrow{\cdot 2l} d = \sqrt{2(2l)^2} = 2\sqrt{2l^2} = 2d$.
- Verdadero. Si se reduce proporcionalmente, se mantienen los ángulos.
- Falso. Los triángulos rectángulos solo tienen un ángulo igual, el resto puede ser distinto.
- Falso. Sus lados sí se multiplican por dos, pero sus ángulos no cambian.

71. Página 183

a) Respuesta abierta. Por ejemplo: Tomamos un cuadrado de lado 1 cm y otro de lado $1 \cdot 3 = 3$ cm.

b) Respuesta abierta. Por ejemplo: Tomamos un rectángulo de lados 5 y 10 m y otro de lados

$$5 \cdot \frac{3}{5} = 3 \text{ cm y } 10 \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ cm.}$$

72. Página 183

Hallamos la razón de semejanza de los triángulos es $r = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$. Con ella calculamos el resto de los lados:

$$9 \cdot \frac{5}{3} = 15 \text{ cm mide uno de los lados y } 12 \cdot \frac{5}{3} = 20 \text{ cm mide el otro.}$$

73. Página 183

La razón de semejanza de los triángulos es: $r = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$. Con ella calculamos el resto de los lados:

$$24 \cdot \frac{5}{3} = 40 \text{ cm mide uno de los lados y } 32 \cdot \frac{5}{3} = 53,33 \text{ cm mide el otro.}$$

74. Página 183

$$\text{Los lados medirán: } 3,6 \cdot \frac{2}{5} = 1,44 \text{ cm} \quad 4,2 \cdot \frac{2}{5} = 1,68 \text{ cm} \quad 5,4 \cdot \frac{2}{5} = 2,16 \text{ cm}$$

$$\text{El perímetro medirá } 1,44 + 1,68 + 2,16 = 5,28 \text{ cm.}$$

75. Página 183

$$\text{Los catetos del nuevo triángulo medirán: } 4 \cdot \frac{5}{8} = 2,5 \text{ cm.}$$

$$\text{Por el teorema de Pitágoras, la hipotenusa medirá: } h = \sqrt{2 \cdot 2,5^2} = 3,54 \text{ cm.}$$

$$\text{El perímetro medirá: } 2,5 + 2,5 + 3,54 = 8,54 \text{ cm.}$$

76. Página 183

Los lados y la diagonal forman un triángulo rectángulo. Con el teorema de Pitágoras hallamos la otra diagonal:

$$d = \sqrt{3,6^2 + 4,8^2} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{La razón de semejanza entre los triángulos, y los rectángulos es: } r = \frac{7,5}{6} = 1,25.$$

$$3,6 \cdot 1,25 = 4,5 \text{ cm mide uno de los lados y } 4,8 \cdot 1,25 = 6 \text{ cm mide el otro lado.}$$

77. Página 183

Los lados del pentágono miden 13, 12, 18, 20 y 16 mm; por tanto, $P = 13 + 12 + 18 + 20 + 16 = 79$ mm

Los lados y el perímetro del pentágono 3 veces mayor serán el triple, es decir, los lados medirán 39, 36, 54, 60 y 48 mm, y su perímetro será 237 mm.

78. Página 183

Calculamos el perímetro del primer triángulo para poder hallar la razón de semejanza:

$$8 + 5 + 7 = 20 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{60}{20} = 3$$

Por tanto, los lados del triángulo medirán 24, 15 y 21 cm.

79. Página 183

$$\text{a) } \overline{AB} = 9 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{9}{3} = 3$$

$$\text{b) } \overline{C'A} = \frac{(8 + \overline{C'A})}{3} \rightarrow 3 \cdot \overline{C'A} = 8 + \overline{C'A} \rightarrow \overline{C'A} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm} \rightarrow \overline{CA} = 12 \text{ cm}$$

Los triángulos parecen rectángulos. Para comprobarlo, vemos si se cumple el teorema de Pitágoras en el triángulo grande:

$$(\overline{AB})^2 + (\overline{CA})^2 = 9^2 + 12^2 = 225 = 15^2 = (\overline{BC})^2 \rightarrow \text{El triángulo es rectángulo.}$$

Por tanto, podemos considerar como base uno de los catetos y como altura el otro. Así, el área del triángulo grande es:

$$A = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$$

La razón de semejanza de las áreas es el cuadrado de la razón de semejanza de los lados, es decir, 9. Con ella, calculamos el área del triángulo pequeño:

$$A = \frac{54}{9} = 6 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) El perímetro del triángulo grande mide } 9 + 12 + 15 = 36 \text{ cm.}$$

La razón de semejanza de los perímetros es la misma que la de los lados, 3, por tanto, el perímetro del triángulo pequeño mide $\frac{36}{3} = 12 \text{ cm}$.

80. Página 183

Si la razón de semejanza de las áreas es 4, la de los lados es $\sqrt{4} = 2$, por tanto, los lados del pentágono mayor miden $3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$ y su perímetro será $6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}$.

81. Página 183

Con los lados homólogos calculamos la razón de semejanza: $r = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

La razón de semejanza de las áreas es r^2 , por tanto, el área del segundo mide $170 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 382,5 \text{ cm}^2$.

82. Página 183

Calculamos la razón de semejanza, r^2 , del área de los polígonos: $r^2 = \frac{600}{150} = 4$.

La razón de semejanza de los polígonos y, por tanto, de su perímetro, es $r = 2$.

Así, el perímetro de P' mide $80 \cdot 2 = 160 \text{ cm}$.

83. Página 183

Como $\frac{3}{7} < 1$, esta es la razón de semejanza del polígono grande al pequeño; la del pequeño al grande será la inversa. Así, como la razón de semejanza de las áreas es el cuadrado de los polígonos, tenemos que el área del polígono azul es:

$$A = \left(\frac{7}{3}\right)^2 \cdot 288 = \frac{49}{9} \cdot 288 = 1568 \text{ cm}^2$$

84. Página 184

a) La altura de Martín es 1,75 m = 175 cm. Calculamos la escala: $\frac{175}{2,5} = 70 \rightarrow$ La escala es 1 : 70.

b) El edificio medirá: $15 \cdot 70 = 1050 \text{ cm} = 10,5 \text{ m}$.

c) En la foto el árbol mide: $\frac{700}{70} = 10 \text{ cm}$.

85. Página 184

La escala del plano es 1 : 2 500, por tanto, la distancia de la escuela al ayuntamiento es:
 $30,5 \cdot 2500 = 76250 \text{ cm} = 762,5 \text{ m}$.

86. Página 184

a) La longitud en el plano es de 6,3 cm; por tanto, la longitud de la habitación será:

$$6,3 \cdot 75 = 472,5 \text{ cm} = 4,725 \text{ m}$$

La anchura en el plano es de 2,8 cm; por tanto, la anchura de la habitación será:

$$2,8 \cdot 75 = 210 \text{ cm} = 2,1 \text{ m}$$

b) La distancia de la mesa al sofá en el plano es de 3,6 cm; por tanto, la distancia real será:

$$3,6 \cdot 75 = 270 \text{ cm} = 2,7 \text{ m}$$

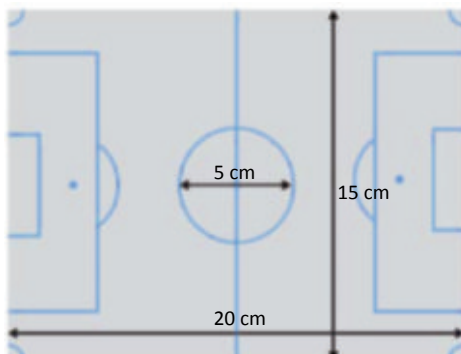
87. Página 184

En el plano, las medidas serían:

$$\text{Longitud} = \frac{80}{400} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Ancho} = \frac{60}{400} = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Diámetro} = \frac{20}{400} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$



89. Página 184

$$80 \text{ m} = 8\,000 \text{ cm}$$

$$\text{a) } \frac{8000}{8} = 1000 \rightarrow \text{Escala } 1:1\,000$$

$$\text{d) } \frac{8000}{40} = 200 \rightarrow \text{Escala } 1:200$$

$$\text{b) } \frac{8000}{10} = 800 \rightarrow \text{Escala } 1:800$$

$$\text{e) } \frac{8000}{2} = 4000 \rightarrow \text{Escala } 1:4\,000$$

$$\text{c) } \frac{8000}{80} = 100 \rightarrow \text{Escala } 1:100$$

90. Página 184

Sea x la altura del edificio:

$$\frac{x}{1} = \frac{12}{1,5} \rightarrow x = 8 \text{ m}$$

91. Página 184

Tenemos dos triángulos rectángulos en posición de Tales: el que forman los ojos del jugador con su altura y la canasta; y el que forma el jugador con el balón.

Los catetos del primer triángulo miden 6,25 m y $3,05 - 1,9 = 1,15$ m.

Los catetos del segundo triángulo miden $\frac{6,25}{2} = 3,125$ m y $x - 1,9$ m.

Por tanto, tenemos:

$$\frac{x - 1,9}{1,15} = \frac{3,125}{6,25} \rightarrow x - 1,9 = \frac{1,15 \cdot 3,125}{6,25} \rightarrow x = 0,575 + 1,9 = 2,475 \text{ m de altura se encuentra el balón.}$$

93. Página 185

Sea h la altura de la montaña. Tenemos dos triángulos rectángulos semejantes ya que comparten el ángulo recto y el ángulo de reflexión.

El triángulo de la montaña tiene como catetos h y 8000 m.

El triángulo de Teo tiene como catetos 1,8 m y 4 m.

Por tanto, tenemos:

$$\frac{h}{1,8} = \frac{8000}{4} \rightarrow h = \frac{8000 \cdot 1,8}{4} = 3600 \text{ m de altura mide la montaña.}$$

94. Página 185

Sea h la altura del escenario. Tenemos dos triángulos rectángulos en posición de Tales: uno de catetos 21 m y $h - 1,5$ m; y otro de catetos 1 m y $1,7 - 1,5 = 0,2$ m.

Por tanto, tenemos:

$$\frac{h - 1,5}{0,2} = \frac{21}{1} \rightarrow h - 1,5 = 21 \cdot 0,2 = 4,2 \rightarrow h = 4,2 + 1,5 = 5,7 \text{ m de altura mide el escenario.}$$

95. Página 185

Sea h la altura de la chimenea. Tenemos dos triángulos rectángulos semejantes ya que comparten el ángulo recto y el ángulo de proyección de la sombra en el suelo.

El triángulo de la chimenea tiene como catetos h m y 40 m.

El triángulo del listón tiene como catetos 0,6 m y 0,5 m.

Por tanto, tenemos:

$$\frac{h}{0,6} = \frac{40}{0,5} \rightarrow h = \frac{40 \cdot 0,6}{0,5} = 48 \text{ m de altura mide la chimenea.}$$

96. Página 185

Sea h la altura del hijo. Tenemos dos triángulos rectángulos semejantes ya que comparten el ángulo recto y el ángulo de proyección de la sombra en el suelo.

El triángulo del padre tiene como catetos 1,8 m y $3 + 2 = 5$ m.

El triángulo del hijo tiene como catetos h m y 3 m.

Por tanto, tenemos:

$$\frac{h}{1,8} = \frac{3}{5} \rightarrow h = \frac{3 \cdot 1,8}{5} = 1,08 \text{ m de altura mide el hijo.}$$

97. Página 185

Sea x la longitud de la sombra de Mireia. Tenemos dos triángulos rectángulos semejantes ya que comparten el ángulo recto y el ángulo de proyección de la sombra en el suelo.

El triángulo de María tiene como catetos 170 cm y 150 cm.

El triángulo de Mireia tiene como catetos $170 - 10 = 160$ cm y x m.

Por tanto, tenemos:

$$\frac{x}{150} = \frac{160}{170} \rightarrow x = \frac{160 \cdot 150}{170} = 141,18 \text{ cm}$$

La sombra de Mireia mide $150 - 141,18 = 8,82$ cm menos que la de María.

98. Página 185

Los dos puntos están a $4 \cdot 50\,000 = 200\,000$ cm = 2 km de distancia.

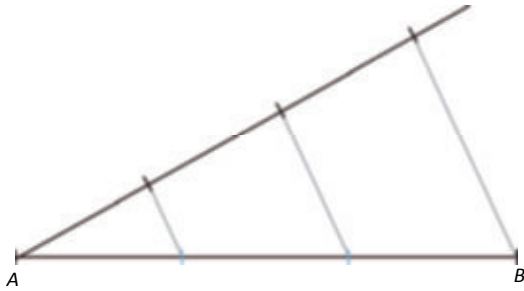
$$\frac{200\,000}{6} = 3333,33 \rightarrow \text{La escala del segundo mapa es } 1 : 3\,333,33.$$

DEBES SABER HACER**1. Página 185**

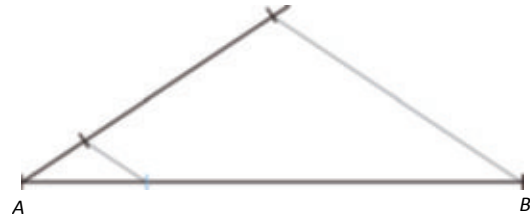
$$\frac{\overline{OA}}{1,5} = \frac{2,6}{4,5} \rightarrow \overline{OA} = \frac{2,6 \cdot 1,5}{4,5} = 0,87 \text{ cm}$$

2. Página 185

a)



b)



3. Página 185

Están en posición de tales porque el lado MN es paralelo al lado BC , y comparten el ángulo A .

$$\frac{\overline{NC}}{2} = \frac{4}{3} \rightarrow \overline{NC} = \frac{4 \cdot 2}{3} = 2,67 \text{ cm}$$

4. Página 185

a) Calculamos el cateto que falta del triángulo grande: $c = \sqrt{13^2 - 10^2} = \sqrt{69} = 8,3 \text{ mm}$

Comprobamos si los catetos homólogos son semejantes, es decir, si $\frac{3}{8,3}$ es igual a $\frac{5}{10}$.

El producto de extremos no es igual al producto de medios: $30 \neq 41,5$, por tanto, no son semejantes.

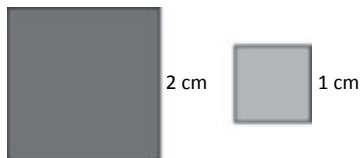
b) El tercer ángulo del triángulo grande mide $180 - 50 - 70 = 60^\circ \rightarrow$ Los triángulo sí son semejantes ya que tienen dos ángulos iguales.

5. Página 185

Sea h la altura del autobús: $\frac{h}{1,4} = \frac{6}{2} \rightarrow h = 4,2 \text{ m}$

6. Página 185

Respuesta abierta. Por ejemplo:



7. Página 185

$$\frac{x}{5} = \frac{15}{25} \rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

8. Página 185

Las ciudades están a $6,5 \cdot 5\,000\,000 = 32\,500\,000 \text{ cm} = 325 \text{ km}$ de distancia.

9. Página 185



COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

99. Página 186

En el folio, el tamaño del plano es un 70 % del original.

a) La distancia en el plano original será de $\frac{12,5}{0,3}$ cm .

Ahora calculamos la distancia real: $\frac{12,5}{0,3} \cdot 180 = 7500 \text{ cm} = 75 \text{ m}$.

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

Supongamos que tomamos un rectángulo de lados $10 \times 12 \text{ m}$. Su área mide 120 m^2 .

Sus medidas en el plano impreso serán:

$$\frac{10}{180} \cdot 0,3 = 0,0167 \text{ m} = 1,67 \text{ cm} \text{ medirá el lado menor.}$$

$$\frac{12}{180} \cdot 0,3 = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm} \text{ medirá el lado mayor.}$$

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

100. Página 186

Las medidas que utilizaremos son:

$$AB = 20,6 \text{ mm} \qquad A'B' = 29 \text{ mm}$$

$$H_1 = AA' = 17,6 \text{ mm} \qquad h_1 = 12,5 \text{ mm}$$

$$OA = 17,8 \text{ mm} \qquad OA' = 25,1 \text{ mm}$$

Al no utilizar medidas absolutamente exactas, se producen ciertos errores.

$$1. \frac{h_1}{H_1} = \frac{AB}{A'B'} \rightarrow \frac{12,5}{17,6} = \frac{20,6}{29} \rightarrow 362,5 \approx 362,56$$

$$2. \frac{h_1}{H_1} = \frac{OA}{OA'} \rightarrow \frac{12,5}{17,6} = \frac{17,8}{25,1} \rightarrow 313,75 \approx 313,28$$

$$3. \frac{AB}{A'B'} = \frac{OA}{OA'} \rightarrow \frac{20,6}{29} = \frac{17,8}{25,1} \rightarrow 517,06 \approx 516,2$$

101. Página 187

Calculamos el área total del cuadrado $ABCD$ y le restamos el área de los triángulos.

$$A_{ABCD} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2 \qquad \overline{DE} = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm} \rightarrow A_{ADE} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ cm}^2$$

Los triángulos ADE y ABF son semejantes. Calculamos su razón de semejanza. Comenzamos hallando AE :

$$AE = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

La razón de semejanza es:

$$r = \frac{AB}{AE} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Calculamos el resto de los lados del triángulo ABF :

$$AF = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot DE = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ cm} \quad BF = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot AD = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

Calculamos el área del triángulo ABF :

$$A_{ABF} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}}}{2} = \frac{4}{5} \text{ cm}^2$$

Calculamos el área de la zona coloreada $BCEF$:

$$A_{BCE} = 4 - 1 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5} \text{ cm}^2$$

PRUEBAS PISA

102. Página 187

Sea h la altura de la pirámide:

$$\frac{h}{1,46} = \frac{85 + 230 : 2}{2} \rightarrow h = 146 \text{ m} \text{ mide la pirámide de Keops.}$$

103. Página 187

Al rebotar la bola en una banda se describen dos trayectorias que son las hipotenusas de dos triángulos rectángulos semejantes, ya que comparten el ángulo recto y el ángulo de reflexión.

Por tanto, tenemos:

$$\frac{n}{80 - n} = \frac{30}{50} \rightarrow 50 \cdot n = 30 \cdot (80 - n) \rightarrow 80n = 2400 \rightarrow n = \frac{2400}{80} = 30 \text{ cm}$$

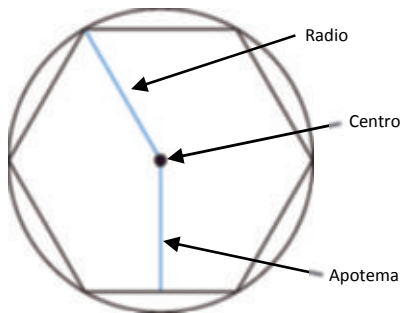
Habrà que golpear en el punto de la banda que está a 30 cm del punto de la banda donde se proyecta la bola.

Figuras planas. Áreas

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 188

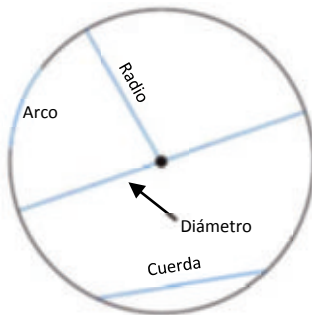
a)



b) Se forman 6 triángulos equiláteros.



2. Página 188



El diámetro mide 8 cm.

VIDA COTIDIANA

LA CUCHILLA DE AFEITAR. Página 189

$$\text{Se afeitará } A = \frac{2\pi r^2}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 9}{2} = 28,26 \text{ cm}^2.$$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 194

El área de color rosa es la misma que la del cuadrado blanco, cuyo lado, l , calculamos por el teorema de Pitágoras: $l = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} \text{ cm} \rightarrow A_{\text{Cuadrado}} = (\sqrt{50})^2 = 50 \text{ cm}^2 = A_{\text{Zona rosa}}$

RETO 2. Página 195

El área de la zona rosa es la de un triángulo de base 8 cm y altura 14 cm:

$$A = \frac{8 \cdot 14}{2} = 56 \text{ cm}^2$$

RETO 3. Página 200

Con el triángulo formado por uno de los extremos del segmento, el centro de las circunferencias y la intersección del segmento con la circunferencia pequeña, obtenemos un triángulo rectángulo de hipotenusa el radio de la circunferencia grande, R , su cateto base es el radio de la circunferencia pequeña, r , y el otro cateto es medio segmento. Por el teorema de Pitágoras, tenemos: $5^2 = R^2 - r^2$.

Por otro lado, tenemos que el área de la corona circular es: $A = (R^2 - r^2) \cdot \pi \rightarrow R^2 - r^2 = \frac{A}{\pi}$

Así, obtenemos que:

$$5^2 = \frac{A}{\pi} \rightarrow A = 25\pi = 78,5 \text{ cm}^2 \text{ es el área de la corona.}$$

RETO 4. Página 203

$$\hat{A} = 180 - \frac{4 \cdot 360}{8} - \frac{2 \cdot 360}{8} = 180 - \frac{4}{2} = 135^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{5 \cdot 360}{8} - \frac{3 \cdot 360}{8} = \frac{4}{2} = 45^\circ$$

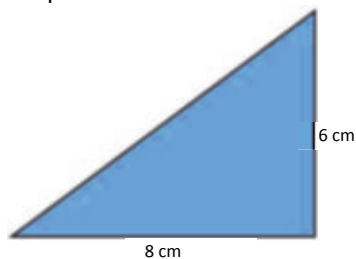
$$\hat{C} = \frac{6 \cdot 360}{8} - \frac{2 \cdot 360}{8} = \frac{360}{2} = 90^\circ$$

$$\hat{D} = \frac{2 \cdot 360}{8} = \frac{4}{2} = 45^\circ$$

ACTIVIDADES

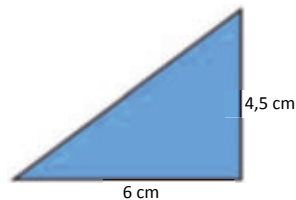
1. Página 190

a) La hipotenusa mide 10 cm.



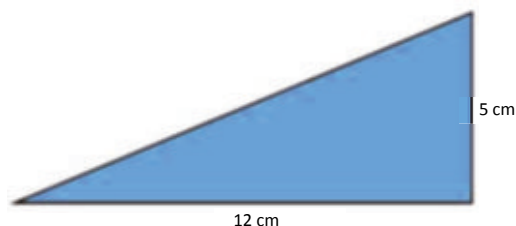
$$6^2 + 8^2 = 10^2 \rightarrow 36 + 64 = 100$$

c) La hipotenusa mide 7,5 cm.



$$6^2 + 4,5^2 = 7,5^2 \rightarrow 36 + 20,25 = 56,25$$

b) La hipotenusa mide 13 cm.



$$5^2 + 12^2 = 13^2 \rightarrow 25 + 144 = 169$$

2. Página 190

a) $a = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ cm}$

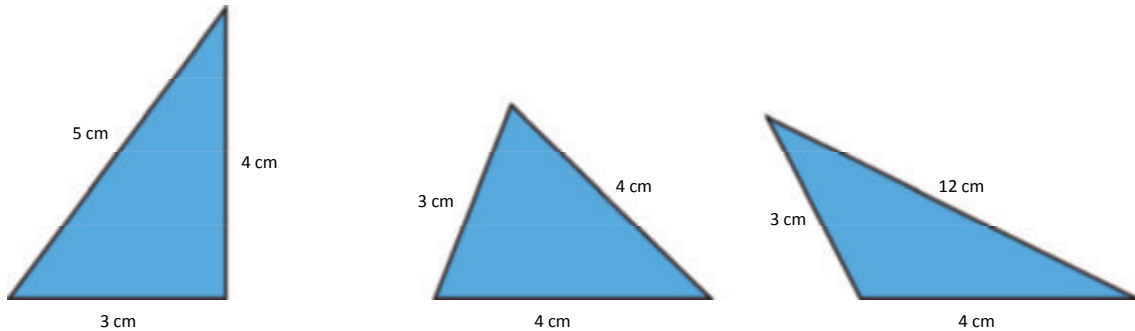
b) $a = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25 \text{ cm}$

3. Página 190

No. Por ejemplo, en los triángulos equiláteros no se cumple.

4. Página 191

Respuesta abierta. Por ejemplo:



Rectángulo: $5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 25 = 9 + 16$

Acutángulo: $4^2 < 3^2 + 4^2 \rightarrow 16 < 9 + 16$

Obtusángulo: $12^2 > 3^2 + 4^2 \rightarrow 144 > 9 + 16$

5. Página 191

$$a = \sqrt{31^2 + 40^2} = \sqrt{2561} = 50,61 \text{ cm}$$

6. Página 191

$$\text{a) } c = \sqrt{26^2 + (26-2)^2} = \sqrt{1252} = 35,38 \text{ cm} \quad \text{b) } b = \sqrt{25^2 + (25-10)^2} = \sqrt{850} = 29,15 \text{ cm}$$

7. Página 191

Sí, porque nos queda un triángulo semejante, que también es rectángulo.

8. Página 192

$$\text{a) } d = \sqrt{10^2 + 16^2} = \sqrt{356} = 18,87 \text{ cm} \quad \text{c) } d = \sqrt{5^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{31,25} = 5,59 \text{ cm}$$

$$\text{b) } d = \sqrt{8^2 + (2 \cdot 8)^2} = \sqrt{320} = 17,89 \text{ cm}$$

9. Página 192

Sea x el lado que falta. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$17^2 = 8^2 + x^2 \rightarrow x = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ cm}$$

10. Página 192

$$a) h = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16 \text{ cm}$$

$$b) h = \sqrt{20^2 - \left(\frac{39 - 15}{2}\right)^2} = \sqrt{256} = 16 \text{ cm}$$

$$c) h = \sqrt{4^2 - (6 - 4)^2} = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$$

11. Página 193

El lado y el radio del hexágono regular miden lo mismo. Así, la apotema a , es un cateto del triángulo rectángulo de hipotenusa 10 cm y cateto $\frac{10}{2} = 5$ cm .

$$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

12. Página 193

El segmento mide dos veces la apotema, a . El lado y el radio del hexágono regular miden lo mismo. Así, la apotema a , es un cateto del triángulo rectángulo de hipotenusa 20 cm y cateto $\frac{20}{2} = 10$ cm .

$$a = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ cm}$$

Por tanto, la longitud del segmento rojo es $2 \cdot 17,32 = 34,64$.

13. Página 193

El lado, l , de cada polígono será el doble del cateto desconocido del triángulo rectángulo formado por el radio y la apotema.

$$l_{\text{Pentágono}} = 2 \cdot \sqrt{10^2 - 8,1^2} = 2 \cdot \sqrt{34,39} = 2 \cdot 5,86 = 11,72 \text{ cm}$$

$$l_{\text{Octógono}} = 2 \cdot \sqrt{(2,83)^2 - 2^2} = 2 \cdot \sqrt{4,01} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

14. Página 194

$$a) A = 3,6 \cdot (2 \cdot 3,6) = 25,92 \text{ cm}^2$$

$$b) A = 2^2 = 4 \text{ dm}^2$$

$$c) A = 12 \cdot \frac{12}{3} = 48 \text{ cm}^2$$

d) Ponemos las medidas en dm \rightarrow altura = 1,2 dm.

$$A = 3 \cdot 1,2 = 3,6 \text{ dm}^2$$

15. Página 194

a) Por el teorema de Pitágoras: $4^2 = l^2 + l^2 \rightarrow l^2 = \frac{4^2}{2} = 8 \rightarrow l = \sqrt{8} = 2,83 \text{ cm}$

$$b) A = l^2 = 8 \text{ cm}^2$$

16. Página 194

$$P = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 11 = 34 \text{ cm}$$

Para calcular el área necesitamos la altura, h , que calculamos con el teorema de Pitágoras.

$$h = \sqrt{6^2 - (11-9)^2} = \sqrt{32} = 5,66 \text{ cm}$$

$$A = 11 \cdot 5,66 = 62,26 \text{ cm}^2$$

17. Página 195

$$\text{a) } A = \frac{14 \cdot 8}{2} = 56 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{(2 \cdot 2,4) \cdot (2 \cdot 3,8)}{2} = 18,24 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } A = \frac{24 \cdot 20}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

18. Página 195

a) Si un rombo tiene las diagonales iguales, es un cuadrado. Por tanto:

$$A = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$$

b) La altura, h , forma un triángulo rectángulo con uno de los lados iguales y la mitad del lado desigual. Por tanto:

$$h = \sqrt{12^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2} = \sqrt{44} = 6,63 \text{ cm}$$

$$A = \frac{20 \cdot 6,63}{2} = 66,3 \text{ cm}^2$$

19. Página 195

El lado, l , del rombo mide $l = \frac{20}{4} = 5 \text{ cm}$.

Calculamos la diagonal menor, d , usando el teorema de Pitágoras:

$$d = 2 \cdot \sqrt{5^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

20. Página 196

$$\text{a) } A = \frac{(14 + 16) \cdot 9}{2} = 135 \text{ m}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{(24 \cdot 6) \cdot 20}{2} = 1440 \text{ cm}^2$$

21. Página 196

Sea l el lado del hexágono.

$$A = \frac{6 \cdot l \cdot 10,39}{2} = 374,04 \rightarrow l = \frac{374,04 \cdot 2}{6 \cdot 10,39} = \frac{748,08}{62,34} = 12 \text{ cm}$$

22. Página 196

a) Calculamos el área del hexágono y le restamos la del triángulo blanco.

Hallamos la apotema, a , del hexágono teniendo en cuenta que su lado coincide con su radio:

$$a = \sqrt{10^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{Hexágono}} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} = 259,8 \text{ cm}^2$$

Calculamos ahora el área del triángulo blanco teniendo en cuenta que su altura es el doble del apotema del hexágono:

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{10 \cdot (2 \cdot 8,66)}{2} = 86,6 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura es $A = 259,8 - 86,6 = 173,2 \text{ cm}^2$.

b) Calculamos el área del trapecio y le restamos la del triángulo blanco.

$$A_{\text{Trapecio}} = \frac{(20 + 16) \cdot 18}{2} = 324 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{20 \cdot 18}{2} = 180 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura es $A = 324 - 180 = 144 \text{ cm}^2$.

23. Página 197

Calculamos el área del rombo. Para ello, hallamos la diagonal, d , desconocida con el teorema de Pitágoras:

$$d = 2 \cdot \sqrt{50^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2} = 2 \cdot \sqrt{2400} = 2 \cdot 48,99 = 97,98 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{20 \cdot 97,98}{2} = 979,8 \text{ cm}^2$$

Por tanto, la cantidad de abono que necesitan es $979,8 \cdot 0,5 = 489,9 \text{ kg}$.

24. Página 197

Sea h la altura de la habitación. Las paredes son cuatro rectángulos iguales dos a dos, con lados $h \times 7 \text{ m}$ y $h \times 4 \text{ m}$. El techo es un rectángulo de las mismas dimensiones que el suelo. Por tanto tenemos:

$$A_{\text{Paredes y techo}} = 2 \cdot (7 \cdot h) + 2 \cdot (4 \cdot h) + 7 \cdot 4 = 14h + 8h + 28 = 94 \rightarrow 22h = 66 \rightarrow h = \frac{66}{22} = 3 \text{ m}$$

25. Página 197

Cada cuadrado tiene un área de $A_{\text{Cuadrado}} = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$.

Para calcular el área del hexágono hallamos su apotema, a , con el teorema de Pitágoras, teniendo en cuenta que su radio coincide con su lado:

$$a = \sqrt{10^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{Hexágono}} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} = 259,8 \text{ cm}^2$$

Así, el área de la figura será $A = 6 \cdot A_{\text{Cuadrado}} + A_{\text{Hexágono}} = 859,8 \text{ cm}^2$.

26. Página 197

Para calcular el área de los triángulos, hallamos el cateto desconocido, c , con el teorema de Pitágoras:

$$c = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{triángulo}} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Cuadrado}} = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura será $A = 4 \cdot A_{\text{Triángulo}} + A_{\text{Cuadrado}} = 784 \text{ cm}^2$.

27. Página 198

a) $180 \cdot (6 - 2) = 720^\circ$ miden en total los ángulos interiores de un hexágono cualquiera.

b) La suma de los ángulos interiores de un eneágono es $180 \cdot (9 - 2) = 1260^\circ \rightarrow$ Cada ángulo interior de un eneágono regular mide $\frac{1260}{9} = 140^\circ$.

Cada ángulo interior de un eneágono regular mide $\frac{360}{9} = 40^\circ$.

28. Página 198

Si n es el número de lados del polígono: $\frac{360}{n} = 36 \rightarrow n = \frac{360}{36} = 10$ lados.

29. Página 198

Porque en un polígono irregular no tiene porqué existir centro del polígono y, de existir, los ángulos centrales serían distintos.

30. Página 199

$$\text{a) } L = 2 \cdot \pi \cdot 7,5 = 47,1 \text{ cm}$$

$$\text{b) } L = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right) = 31,4 \text{ dm}$$

31. Página 199

$$L_{\text{Arco}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{5,3}{2}\right) \cdot 120}{360} = 5,55 \text{ cm}$$

32. Página 199

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 60 \rightarrow r = \frac{60}{2 \cdot \pi} = 9,55 \text{ cm}$$

33. Página 199

$$L_{\text{Arco}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot 45}{360} = 4 \rightarrow r = \frac{4 \cdot 360}{2 \cdot \pi \cdot 45} = 5,1 \text{ m}$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 5,1 = 32,03 \text{ m}$$

34. Página 199

La línea roja está formada por tres cuartos de circunferencia de radio 10 cm. Por lanto, su longitud, x , será:

$$x = \frac{3}{4} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 10) = 47,1 \text{ cm}$$

35. Página 200

$$\text{a) } A = \frac{\pi \cdot \left(\frac{12,4}{2}\right)^2}{2} = 60,35 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } a = \pi \cdot (50^2 - 20^2) = 6594 \text{ mm}^2$$

$$\text{c) } A_{\text{Sector mayor}} = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 70}{360} = 61,06 \text{ cm}^2 \quad A_{\text{Sector menor}} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 70}{360} = 15,26 \text{ cm}^2 \quad A = 61,06 - 15,26 = 45,8 \text{ cm}^2$$

36. Página 200

$$A = \frac{\pi \cdot 12^2}{8} = 56,52 \text{ cm}^2$$

37. Página 200

Hallamos primero la apotema, a , del hexágono, teniendo en cuenta que su radio es igual a su lado.

$$a = \sqrt{7,6^2 - \left(\frac{7,6}{2}\right)^2} = \sqrt{43,32} = 6,58 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{Hexágono}} = \frac{6 \cdot 7,6 \cdot 6,58}{2} = 150,02 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Semicírculos}} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{7,6}{2}\right)^2}{2} = 22,67 \text{ cm}^2$$

$$A = A_{\text{Hexágono}} - 3 \cdot A_{\text{Semicírculos}} = 150,02 - 3 \cdot 22,67 = 82,01 \text{ cm}^2$$

38. Página 201

$$\text{a) } A = A_{\text{Triángulo 1}} + A_{\text{Triángulo 2}} + A_{\text{Trapecio}} = \frac{5 \cdot 7}{2} + \frac{7 \cdot 10}{2} + \frac{(15 + 12) \cdot 6}{2} = 133,5 \text{ m}^2$$

$$\text{b) } \text{El diámetro de los semicírculos es } \frac{15 + 7}{2} = 11 \text{ cm}.$$

$$A = A_{\text{Rectángulo}} + A_{\text{Triángulo grande}} + A_{\text{Triángulo pequeño}} + 2 \cdot A_{\text{Semicírculo}} = 28 \cdot (15 + 7) + \frac{15 \cdot 12}{2} + \frac{5 \cdot 7}{2} + \left(\frac{11}{2}\right)^2 \cdot \pi = 818,49 \text{ cm}^2$$

39. Página 201

$$\text{a) } \text{La apotema, } a, \text{ del pentágono es: } a = \sqrt{13,85^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2} = \sqrt{127,82} = 11,31 \text{ cm}.$$

$$A = A_{\text{Pentágono}} + 5 \cdot A_{\text{Rectángulo}} = \frac{5 \cdot 16 \cdot 11,31}{2} + 5 \cdot 16 \cdot 8 = 452,4 + 640 = 1092,4 \text{ m}^2$$

$$\text{b) } A = A_{\text{Triángulo 1}} + A_{\text{Rectángulo}} + A_{\text{Triángulo 2}} = \frac{25 \cdot 13}{2} + (13 + 7) \cdot 35 + \frac{13 \cdot (13 + 7)}{2} = 162,5 + 700 + 130 = 992,5 \text{ cm}^2$$

40. Página 202

Las medidas son las mismas.

a) 130°

b) 20°

c) 190°

d) 250°

41. Página 202

a) $\frac{40}{2} = 20^\circ$

b) $\frac{90}{2} = 45^\circ$

c) $\frac{180}{2} = 90^\circ$

d) $\frac{200}{2} = 100^\circ$

42. Página 202

a) $\frac{90}{2} = 45^\circ$

b) $\frac{120}{2} = 60^\circ$

c) $\frac{160}{2} = 80^\circ$

d) $\frac{240}{2} = 120^\circ$

43. Página 202

La medida del ángulo central del hexágono (rojo) es $\frac{360}{6} = 60^\circ$.

El ángulo verde está semiinscrita y su arco es el mismo que el de dos ángulos centrales; por tanto, su medida es $\frac{60 \cdot 2}{2} = 60^\circ$.

El ángulo morado está inscrito y su arco es el mismo que el de un ángulo central; por tanto, su medida es $\frac{60}{2} = 30^\circ$.

44. Página 202

Los dos ángulos son iguales, porque abarcan el mismo arco y uno es semiinscrita y el otro es inscrito.

45. Página 203

a) $\frac{130 + 60}{2} = 95^\circ$

b) $\frac{20 + 80}{2} = 50^\circ$

c) $\frac{190 + 70}{2} = 130^\circ$

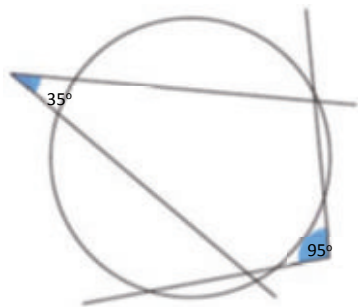
46. Página 203

a) $\frac{230 - 130}{2} = 50^\circ$

b) $\frac{340 - 20}{2} = 160^\circ$

c) $\frac{190 - 170}{2} = 10^\circ$

47. Página 203



48. Página 203

\hat{E} es un ángulo exterior, y \hat{F} es un ángulo interior: $\hat{E} = \frac{135 - 56}{2} = 39,5^\circ$ $\hat{F} = \frac{135 + 56}{2} = 95,5^\circ$

ACTIVIDADES FINALES

49. Página 204

a) $a = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

c) $a = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$

b) $a = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$

d) $a = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$

50. Página 204

a) $c = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1681 - 81} = \sqrt{1600} = 40 \text{ cm}$

c) $c = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{841 - 400} = \sqrt{441} = 21 \text{ cm}$

b) $c = \sqrt{37^2 - 35^2} = \sqrt{1369 - 1225} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$

d) $c = \sqrt{61^2 - 11^2} = \sqrt{3721 - 121} = \sqrt{3600} = 60 \text{ cm}$

51. Página 204

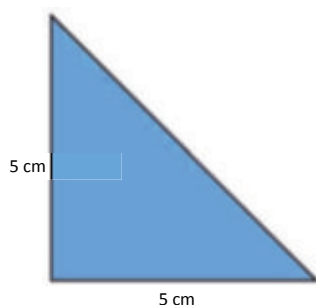
Para calcular c necesitamos conocer la medida del cateto desconocido, x :

$x = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$

$c = \sqrt{5,2^2 + 11^2} = \sqrt{27 + 121} = \sqrt{148} = 12,17 \text{ cm}$

52. Página 204

a)



b) Un triángulo no puede ser rectángulo y obtusángulo a la vez.

c) Por el teorema de Pitágoras, los tres lados de un triángulo rectángulo no pueden ser iguales.

54. Página 204

$$a^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$$

$$\text{a) } 6^2 = 2c^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{36}{2}} = 4,24 \text{ cm}$$

$$\text{b) } 12^2 = 2c^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{144}{2}} = 8,49 \text{ dm}$$

$$\text{c) } 15^2 = 2c^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{225}{2}} = 10,61 \text{ cm}$$

55. Página 204

Sea d la distancia pedida, que es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 4 y 7 m.

$$d = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65} = 8,06 \text{ m nos hemos desplazado del punto inicial.}$$

En el segundo desplazamiento aumenta el tamaño de los catetos 5 y 3 m, respectivamente.

$$d = \sqrt{(4+5)^2 + (7+3)^2} = \sqrt{181} = 13,45 \text{ m nos hemos desplazado del punto inicial.}$$

56. Página 204

Sea l el lado del cuadrado.

$$d^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \rightarrow 12^2 = 2l^2 \rightarrow l = \sqrt{\frac{144}{2}} = 8,49 \text{ cm}$$

57. Página 204

Sea L la longitud de la carretera.

$$L = \sqrt{60^2 + 11^2} = \sqrt{3600 + 121} = \sqrt{3721} = 61 \text{ m}$$

58. Página 204

Sea h la altura de la rampa.

$$h = \sqrt{85^2 - 77^2} = \sqrt{7225 - 5929} = \sqrt{1296} = 36 \text{ m}$$

60. Página 204

$$\text{a) } h = \sqrt{10^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{125} = 11,18 \text{ cm}$$

$$\text{b) } h = \sqrt{4^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ dm}$$

$$\text{c) } h = \sqrt{8^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2} = \sqrt{80} = 8,94 \text{ m}$$

61. Página 204

Triángulo verde: $x = \sqrt{7^2 - 2,5^2} = \sqrt{49 - 6,25} = \sqrt{42,75} = 6,54 \text{ cm}$

Triángulo azul: $x = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26} = 5,10 \text{ cm}$

Triángulo naranja: $\frac{x}{2} = \sqrt{9^2 - 8^2} = \sqrt{81 - 64} = \sqrt{17} = 4,12 \text{ cm} \rightarrow x = 8,24 \text{ cm}$

Triángulo amarillo: $x = \sqrt{9^2 - 4,5^2} = \sqrt{81 - 20,25} = \sqrt{60,75} = 7,79 \text{ cm}$

Triángulo rosa: $x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4^2 \rightarrow x^2 = \frac{x^2}{4} + 16 \rightarrow \frac{3x^2}{4} = 16 \rightarrow x = \sqrt{\frac{16 \cdot 4}{3}} = \sqrt{21,3} = 4,62 \text{ cm}$

62. Página 204

Sea x el lado del triángulo: $P = 3 \cdot x = 12 \rightarrow x = 4 \text{ cm}$

La altura, h , del triángulo mide $h = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$.

63. Página 205

a) $10^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow 100 = 36 + 64 \rightarrow \text{Sí}$

b) $8^2 = 7^2 + 6^2 \rightarrow 64 = 49 + 36 \rightarrow 64 \neq 85 \rightarrow \text{No}$

c) $53^2 = 45^2 + 28^2 \rightarrow 2809 = 2025 + 784 \rightarrow 2809 = 2809 \rightarrow \text{Sí}$

d) $6^2 = 5^2 + 4^2 \rightarrow 36 = 25 + 16 \rightarrow 36 \neq 41 \rightarrow \text{No}$

64. Página 205

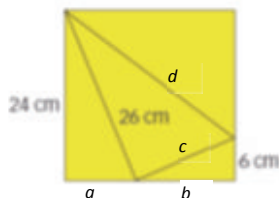
Cuadrado azul: $x = \sqrt{2,5^2 + 2,5^2} = \sqrt{6,25 + 6,25} = \sqrt{12,5} = 3,54 \text{ cm}$

Cuadrado naranja: $x = \sqrt{6,5^2 - 5,7^2} = \sqrt{42,25 - 32,49} = \sqrt{9,76} = 3,12 \text{ cm}$

Cuadrado morado: $x = \sqrt{7^2 + 1,5^2} = \sqrt{49 + 2,25} = \sqrt{51,25} = 7,16 \text{ cm}$

Cuadrado verde: $1,5^2 = 2x^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{1,5^2}{2}} = \sqrt{\frac{2,25}{2}} = \sqrt{1,125} = 1,06 \text{ cm}$

65. Página 205



$$a = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{676 - 576} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$b = 24 - a = 24 - 10 = 14 \text{ cm}$$

$$c = \sqrt{14^2 + 6^2} = \sqrt{196 + 36} = \sqrt{232} = 15,23 \text{ cm}$$

$$d = \sqrt{24^2 + (24 - 6)^2} = \sqrt{576 + 224} = \sqrt{800} = 28,28 \text{ cm}$$

$$30^2 = 26^2 + 15,23^2 \rightarrow 900 \neq 676 + 232 \rightarrow 900 \neq 908 \rightarrow \text{No es rectángulo.}$$

66. Página 205

Sean x e y las dos partes en que queda dividido el listón.

$$x = \sqrt{37^2 - 12^2} = 35 \text{ cm}$$

$$y = \sqrt{16^2 - 12^2} = 10,58 \text{ cm}$$

Por tanto, la longitud del listón es $L = 2 \cdot 16 + 2 \cdot 37 + 12 \cdot 2 + 35 + 10,58 = 175,58 \text{ cm}$.

67. Página 205

$$d = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 4,24 \text{ cm}$$

$$D = \sqrt{d^2 + c^2} = \sqrt{4,24^2 + 3^2} = \sqrt{18+9} = \sqrt{27} = 5,20 \text{ cm}$$

68. Página 205

$$a = \sqrt{c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$

$$\text{a) } a = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - 6,25} = 4,33 \text{ cm}$$

$$\text{c) } a = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{81 - 20,25} = 7,79 \text{ cm}$$

$$\text{b) } a = \sqrt{12^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm}$$

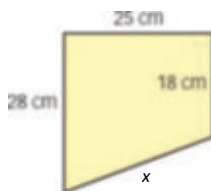
$$\text{d) } a = \sqrt{15^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \sqrt{225 - 56,25} = 12,99 \text{ cm}$$

69. Página 205

$$\text{a) } P = 25 + 18 + 28 + x$$

$$x = \sqrt{25^2 + 10^2} = 26,93 \text{ cm}$$

$$P = 25 + 28 + 18 + 26,93 = 97,93 \text{ cm}$$

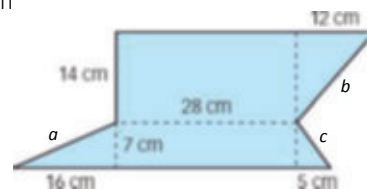


$$\text{c) } P = a + 14 + 28 + 12 + b + c + 5 + 28 + 16$$

$$a = \sqrt{7^2 + 16^2} = 17,46 \text{ cm} \quad b = \sqrt{12^2 + 14^2} = 18,44 \text{ cm}$$

$$c = \sqrt{5^2 + 7^2} = 8,60 \text{ cm}$$

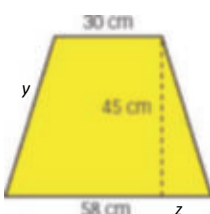
$$P = 147,5 \text{ cm}$$



$$\text{b) } P = 58 + 2 \cdot y + 30$$

$$z = \frac{58 - 30}{2} = 14 \text{ cm} \quad y = \sqrt{45^2 + 14^2} = 47,13 \text{ cm}$$

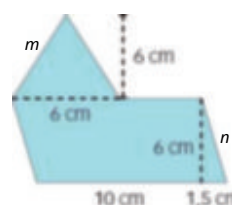
$$P = 58 + 2 \cdot 47,13 + 30 = 182,26 \text{ cm}$$



$$\text{d) } P = 2m + 2n + 10 + 1,5 + 5,5$$

$$m = \sqrt{6^2 + 3^2} = 6,71 \text{ cm} \quad n = \sqrt{6^2 + 1,5^2} = 6,18 \text{ cm}$$

$$P = 42,78 \text{ cm}$$



70. Página 205

Sea x la longitud de la línea diagonal de la "N" $\rightarrow L_N = 2 \cdot 20 + x$

$$x = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

$$L_N = 40 + 25 = 65 \text{ cm}$$

Sea y la longitud de cada una de las líneas de la "X" $\rightarrow L_X = 2y$

$$y = \sqrt{12^2 + 20^2} = \sqrt{144 + 400} = \sqrt{544} = 23,32 \text{ cm}$$

$$L_X = 2 \cdot 23,32 = 46,64 \text{ cm}$$

71. Página 205

a) $P = 4c = 16 \text{ cm} \rightarrow c = 4 \text{ cm} \rightarrow A = c^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$

b) $P = 2a + 2b = 60 \text{ cm} = 2a + 2 \cdot 20 = 60 \rightarrow a = 10 \text{ cm} \rightarrow A = b \cdot a = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$

c) $P = 3c = 4 \text{ cm} \rightarrow c = \frac{4}{3} = 1,3 \text{ cm}$
 $h = \sqrt{1,3^2 - 0,6^2} = \sqrt{1,7 - 0,4} = 1,15 \text{ cm}$ } $\rightarrow A = \frac{c \cdot h}{2} = 0,77 \text{ cm}^2$

d) $b = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39} = 6,24 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{5 \cdot 6,24}{2} = 15,6 \text{ cm}^2$

72. Página 205

$$d^2 = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2c^2} \rightarrow d = \sqrt{2}c \rightarrow c = \frac{d}{\sqrt{2}} \rightarrow A = c^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

73. Página 205

$$A = c^2 = 36 \text{ cm}^2 \rightarrow c = \sqrt{36} = 6 \text{ cm} \rightarrow P = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$$

$$d^2 = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2c^2} \rightarrow d = \sqrt{2}c = \sqrt{2} \cdot 6 = 8,49 \text{ cm}$$

74. Página 205

$$d^2 = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2c^2} \rightarrow d = 10 \text{ cm} = \sqrt{2}c \rightarrow c = \frac{10}{\sqrt{2}} \rightarrow A = c^2 = \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

75. Página 205

$$A = \frac{P \cdot a}{2} + \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 1,73}{2} + \frac{(4 + 2) \cdot 1,73}{2} = 15,57 \text{ cm}^2$$

76. Página 205

$$A = \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow \frac{D \cdot 40}{2} = 840 \text{ cm}^2 \rightarrow D = 42 \text{ cm}$$

$$c = \sqrt{21^2 + 20^2} = \sqrt{441 + 400} = \sqrt{841} = 29 \text{ cm} \rightarrow P = 4c = 116 \text{ cm}$$

77. Página 205

$$\left. \begin{array}{l} P = 2a + 2b \\ b = 3a \end{array} \right\} \rightarrow 24 \text{ cm} = 2a + 2 \cdot 3a = 8a \rightarrow a = 3 \text{ cm}$$

$$A = a \cdot b = 9 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^2$$

78. Página 206

$$\text{a) } A = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{18 \cdot 15}{2} = 135 \text{ cm}^2$$

79. Página 206

$$\text{a) } A = \frac{16 \cdot 9}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

$$c = \sqrt{8^2 + 4,5^2} = \sqrt{64 + 20,25} = \sqrt{84,25} = 9,18 \text{ cm}$$

$$P = 4c = 4 \cdot 9,18 = 36,72 \text{ cm}$$

$$\text{b) } P = 4c = 4 \cdot 7,8 = 31,2 \text{ cm}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{7,8^2 - 6^2} = 2 \cdot \sqrt{60,84 - 36} = 2 \cdot \sqrt{24,84} = 2 \cdot 4,98 \text{ cm} = 9,96 \text{ cm}$$

$$A = \frac{9,96 \cdot 12}{2} = 59,76 \text{ cm}^2$$

80. Página 206

$$\text{a) } A = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } h = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ cm} \rightarrow A = 11 \cdot 4,47 = 49,17 \text{ cm}^2$$

81. Página 206

$$\text{a) } A = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } h = \sqrt{6^2 - 3,6^2} = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{7,8 \cdot 4,8}{2} = 18,72 \text{ cm}^2$$

82. Página 206

$$P = 3c = 75 \text{ cm} \rightarrow c = 25 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{25^2 - 12,5^2} = \sqrt{625 - 156,25} = \sqrt{468,75} = 21,65 \text{ cm}$$

$$A = \frac{25 \cdot 21,65}{2} = 270,63 \text{ cm}^2$$

83. Página 206

$$\text{a) } h = \sqrt{10^2 - 3^2} = \sqrt{100 - 9} = \sqrt{91} = 9,54 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{6 \cdot 9,54}{2} = 28,62 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{9 \cdot 9}{2} = 40,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} P = 3c = 6 \text{ dm} \rightarrow c = 2 \text{ dm} \\ h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3} = 1,73 \text{ dm} \end{array} \right\} \rightarrow A = \frac{2 \cdot 1,73}{2} = 1,73 \text{ dm}^2$$

84. Página 206

$$A = \frac{c \cdot c}{2} = \frac{c^2}{2} \rightarrow c = \sqrt{2A}$$

a) $c = \sqrt{2A} = \sqrt{2 \cdot 200} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$

b) $c = \sqrt{2A} = \sqrt{2 \cdot 450} = \sqrt{900} = 30 \text{ dm}$

c) $c = \sqrt{2A} = \sqrt{2 \cdot 317,52} = \sqrt{635,04} = 25,2 \text{ mm}$

85. Página 206

a) $A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow b = \frac{2A}{h} = \frac{2 \cdot 15,59}{5,2} = 6 \text{ cm} \rightarrow P = 3 \cdot 6 = 18 \text{ cm}$

b) $A = \frac{c \cdot c}{2} \rightarrow c = \sqrt{2A} = \sqrt{2 \cdot 12,5} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$
 $h = \sqrt{2}c = 7,07 \text{ cm}$ } $\rightarrow P = 5 + 5 + 7,07 = 17,07 \text{ cm}^2$

c) $A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow h = \sqrt{\frac{2A}{b}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{8}} = 2 \text{ cm}$
 $a = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ cm}$ } $\rightarrow P = 8 + 4,47 + 4,47 = 16,94 \text{ cm}$

d) $A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow b = \sqrt{\frac{2A}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 31,5}{7}} = 3 \text{ cm}$
 $a = \sqrt{7^2 + 1,5^2} = \sqrt{49 + 2,25} = \sqrt{51,25} = 7,16 \text{ cm}$ } $\rightarrow P = 7,16 + 7,16 + 3 = 17,32 \text{ cm}$

86. Página 206

a) $A = \frac{(32 + 29) \cdot 10}{2} = 305 \text{ cm}^2$

b) $B = a + b + 3$

$$b = \sqrt{9^2 - 5^2} = \sqrt{81 - 25} = \sqrt{56} = 7,48 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{7^2 - 5^2} = \sqrt{49 - 25} = \sqrt{24} = 4,90 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(4,90 + 7,48 + 3 + 7,48) \cdot 5}{2} = 57,15 \text{ cm}^2$$

c) $h = \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{81 - 49} = \sqrt{32} = 5,66 \text{ cm}$

$$A = \frac{(15 + 8) \cdot 5,66}{2} = 65,09 \text{ cm}^2$$

d) $h = \sqrt{38^2 - 32^2} = \sqrt{1444 - 1024} = \sqrt{420} = 20,49 \text{ dm}$

$$A = \frac{(61 + 32) \cdot 20,49}{2} = 952,79 \text{ dm}^2$$

88. Página 206

$$a = \frac{B - b}{2} = \frac{16 - 8}{2} = 4 \text{ cm} \quad h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(16 + 8) \cdot 3}{2} = 36 \text{ cm}^2$$

89. Página 206

$$a = 10 - 8,4 = 1,6 \text{ cm} \quad h = \sqrt{4,3^2 - 1,6^2} = \sqrt{18,49 - 2,56} = \sqrt{15,93} = 3,99 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(10 + 8,4) \cdot 3,99}{2} = 36,71 \text{ cm}^2$$

90. Página 207

a) Sea a la apotema del hexágono.

$$a = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{196 - 49} = \sqrt{147} = 12,12 \text{ m}$$

$$\text{Uniendo todos los triángulos: } A = 2A_{\text{Hexágono}} = 2 \cdot \frac{P \cdot a}{2} = 2 \cdot \frac{14 \cdot 6 \cdot 12,12}{2} = 1018,08 \text{ m}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{9 \cdot 14}{2} + \frac{9 \cdot 4}{2} = 81 \text{ m}^2$$

91. Página 207

Número de lados	Suma de ángulos	Ángulo interior	Ángulo central
3	$180 \cdot (3-2) = 180^\circ$	$\frac{180 \cdot (3-2)}{3} = 60^\circ$	$\frac{360}{3} = 120^\circ$
4	$180 \cdot (4-2) = 360^\circ$	$\frac{180 \cdot (4-2)}{4} = 90^\circ$	$\frac{360}{4} = 90^\circ$
5	$180 \cdot (5-2) = 540^\circ$	$\frac{180 \cdot (5-2)}{5} = 108^\circ$	$\frac{360}{5} = 72^\circ$
6	$180 \cdot (6-2) = 720^\circ$	$\frac{180 \cdot (6-2)}{6} = 120^\circ$	$\frac{360}{6} = 60^\circ$
7	$180 \cdot (7-2) = 900^\circ$	$\frac{180 \cdot (7-2)}{7} = 128,57^\circ$	$\frac{360}{7} = 51,43^\circ$
8	$180 \cdot (8-2) = 1080^\circ$	$\frac{180 \cdot (8-2)}{8} = 135^\circ$	$\frac{360}{8} = 45^\circ$
9	$180 \cdot (9-2) = 1260^\circ$	$\frac{180 \cdot (9-2)}{9} = 140^\circ$	$\frac{360}{9} = 40^\circ$
10	$180 \cdot (10-2) = 1440^\circ$	$\frac{180 \cdot (10-2)}{10} = 144^\circ$	$\frac{360}{10} = 36^\circ$

92. Página 207

$$\text{Ángulo central} = \frac{360}{20} = 18^\circ$$

$$\text{Ángulo interior} = \frac{180 \cdot (20-2)}{20} = 162^\circ$$

93. Página 207

$$\text{Ángulo central} = \frac{360}{12} = 30^\circ$$

$$\text{Ángulo interior} = \frac{180 \cdot (12-2)}{12} = 150^\circ$$

94. Página 207

$$\text{a) } \text{Ángulo central} = \frac{360}{n} = 14,4^\circ \rightarrow n = \frac{360}{14,4} = 25 \text{ lados}$$

$$\text{b) } \text{Suma ángulos interiores} = 180 \cdot (n-2) = 4680 \rightarrow n = \frac{4680}{180} + 2 = 28 \text{ lados}$$

95. Página 207

$$\text{a) } d = 2r = 8 \text{ cm} \qquad L = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 25,12 \text{ cm}$$

$$\text{b) } L = 2\pi r = 56,52 \rightarrow r = \frac{56,52}{2\pi} = 9 \text{ cm} \qquad d = 2r = 18 \text{ cm}$$

96. Página 207

$$r = 5 \text{ cm} \rightarrow L = 10\pi \frac{n^\circ}{360^\circ}$$

$$\text{a) } L = 10 \cdot \pi \cdot \frac{30}{360} = 2,62 \text{ cm}$$

$$\text{c) } L = 10 \cdot \pi \cdot \frac{100}{360} = 8,72 \text{ cm}$$

$$\text{b) } L = 10 \cdot \pi \cdot \frac{45}{360} = 3,93 \text{ cm}$$

$$\text{d) } L = 10 \cdot \pi \cdot \frac{150}{360} = 13,08 \text{ cm}$$

97. Página 207

$$\text{a) } L = \frac{2\pi r}{2} = 37,68 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{2 \cdot 37,68}{2\pi} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{c) } L = \frac{2\pi r}{3} = 6,28 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{3 \cdot 6,28}{2\pi} = 3 \text{ cm}$$

$$\text{b) } L = \frac{2\pi r}{4} = 15,7 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{4 \cdot 15,7}{2\pi} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{d) } L = \frac{3}{4} \cdot 2\pi r = 18,84 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{4 \cdot 18,84}{3 \cdot 2\pi} = 4 \text{ cm}$$

98. Página 207

$$\text{a) } L = 2\pi r = 69,08 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{69,08}{2\pi} = 11 \text{ cm} \rightarrow d = 2 \cdot 11 = 22 \text{ cm}$$

$$\text{b) } L = 2\pi r \frac{80}{360} = 6,98 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{360 \cdot 6,98}{2\pi \cdot 80} = 5 \text{ cm} \rightarrow d = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{c) } L = 2\pi r \frac{120}{360} = 16,75 \text{ cm} \rightarrow r = \frac{3 \cdot 16,75}{2\pi} = 8 \text{ cm} \rightarrow d = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}$$

99. Página 207

Primera figura:

$$r = 8 \text{ m} \quad R = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m} \qquad L = 40\pi + 5 \cdot 8\pi = 251,2 \text{ m}$$

Segunda figura:

$$r_1 = 2 \text{ m} \quad r_2 = 4 \text{ m} \quad r_3 = 5 \text{ m} \qquad R = 2 + 4 + 5 = 11 \text{ m} \qquad L = 11\pi + 2\pi + 4\pi + 5\pi = 69,08 \text{ m}$$

100. Página 207

En un hexágono regular, el radio coincide con el lado.

$$P = 6 + \frac{2\pi \cdot 6}{6} = 12,28 \text{ cm}$$

Calculamos la apotema del hexágono:

$$a = \sqrt{6^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{\pi 6^2}{6} - \frac{6 \cdot 5,2}{2} = 3,24 \text{ cm}^2$$

101. Página 207

a) $r = 5 \text{ cm} \rightarrow A = \pi 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$

b) $d = 12 \text{ cm} \rightarrow r = 6 \text{ cm} \rightarrow A = \pi 6^2 = 113,04 \text{ cm}^2$

102. Página 207

$$A = \pi r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{153,86}{\pi}} = 7 \text{ cm} \rightarrow d = 14 \text{ cm}$$

103. Página 207

$$L = 2\pi r = 75,36 \rightarrow r = \frac{75,36}{2\pi} = 12 \text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 12^2 = 452,16 \text{ cm}^2$$

104. Página 207

a) $A_{75^\circ} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{75}{360} = 16,35 \text{ cm}^2$

b) $A_{220^\circ} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{220}{360} = 47,97 \text{ cm}^2$

105. Página 207

a) $36 = 2\pi r \frac{40}{360} \rightarrow r = 51,59 \text{ mm} \rightarrow A = \pi \cdot 51,59^2 = 8357,20 \text{ mm}^2$

b) $8,65 = 2\pi r \frac{310}{360} \rightarrow r = 1,6 \text{ dm} \rightarrow A = \pi \cdot 1,6^2 = 8,04 \text{ dm}^2$

106. Página 207

a) $A = 8357,20 \cdot \frac{40}{360} = 928,58 \text{ mm}^2$

b) $A = 8,04 \cdot \frac{310}{360} = 6,92 \text{ dm}^2$

107. Página 207

a) $A = \pi \cdot (8^2 - 6^2) = \pi \cdot (64 - 36) = \pi \cdot 28 = 87,92 \text{ cm}^2$

b) $A = \pi \cdot (5^2 - 2^2) = \pi \cdot 21 = 65,94 \text{ cm}^2$

c)
$$\left. \begin{array}{l} R + r = 33 \text{ cm} \\ R - r = 3 \text{ cm} \end{array} \right\} \rightarrow R = 18 \text{ cm}, r = 15 \text{ cm} \quad A = \pi \cdot (18^2 - 15^2) = \pi \cdot 99 = 310,86 \text{ cm}^2$$

108. Página 208

a) $A = \pi \cdot (23^2 - 8^2) \frac{78}{360} = 316,36 \text{ m}^2$

e) $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 3,46 \text{ m} \rightarrow A = \frac{24 \cdot 3,46}{2} - \pi \cdot 3,46^2 = 3,93 \text{ m}^2$

b) $A = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} - \pi \cdot 2,5^2 = 19,63 \text{ m}^2$

f) $A = 10^2 - \pi \cdot 5^2 = 100 - 78,5 = 21,5 \text{ m}^2$

c) $A = 10^2 - \pi \cdot 5^2 = 21,5 \text{ cm}^2$

g) $r = \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{2} = 7,07 \text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 7,07^2 - 10^2 = 56,95 \text{ cm}^2$

d) $A = 20 \cdot 10 - 2 \cdot \pi \cdot 5^2 = 43 \text{ m}^2$

h) $A = \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 1^2 = 6\pi = 18,84 \text{ m}^2$

109. Página 208

a) $\frac{AB}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$

c) $\frac{AB + CD}{2} = \frac{180 + 90}{2} = 135^\circ$

e) $\frac{AB - CD}{2} = \frac{135 - 45}{2} = 45^\circ$

b) $\frac{AB}{2} = \frac{300}{2} = 150^\circ$

d) $\frac{AB - BA}{2} = \frac{270 - 90}{2} = 90^\circ$

f) $\frac{AB}{2} = \frac{120}{2} = 60^\circ$

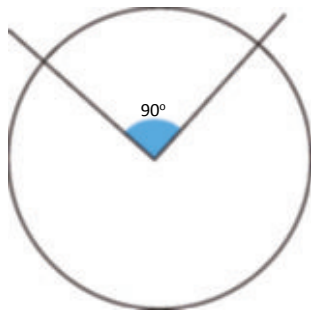
110. Página 208

a) $\frac{AB - CD}{2} = \frac{75 - 25}{2} = 25^\circ$

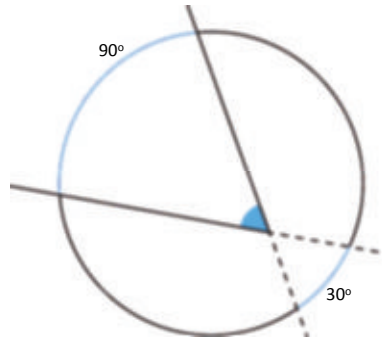
b) $\frac{AB + CD}{2} = \frac{65 + 115}{2} = 90^\circ$

111. Página 208

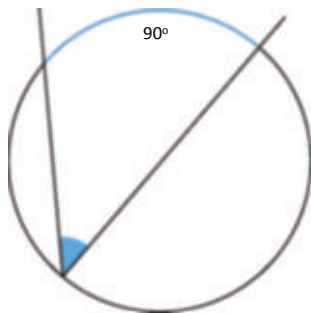
a) $AB = 90^\circ$



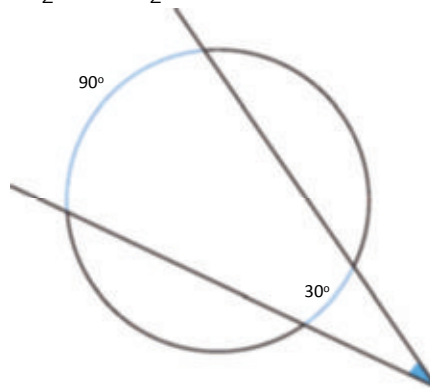
d) $\frac{AB + CD}{2} = \frac{90 + 30}{2} = 60^\circ$



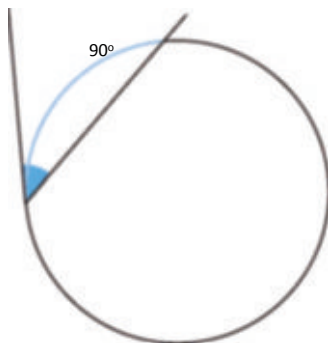
b) $\frac{AB}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$



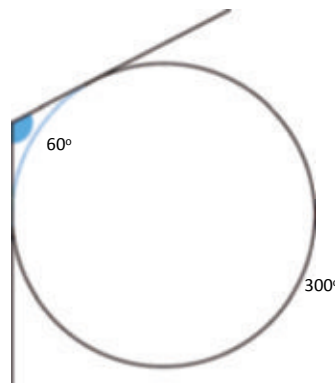
e) $\frac{AB - CD}{2} = \frac{90 - 30}{2} = 30^\circ$



c) $\frac{AB}{2} = \frac{90}{2} = 45^\circ$



f) $\frac{AB - BA}{2} = \frac{300 - 60}{2} = 120^\circ$



112. Página 208

Sea x la longitud pedida.

$$x = \sqrt{17^2 + 10^2} = \sqrt{289 + 100} = 19,72 \text{ m}$$

113. Página 208

Sea x la longitud de la escalera.

$$x = \sqrt{1,5^2 + 4^2} = \sqrt{2,25 + 16} = 4,27 \text{ m}$$

114. Página 208

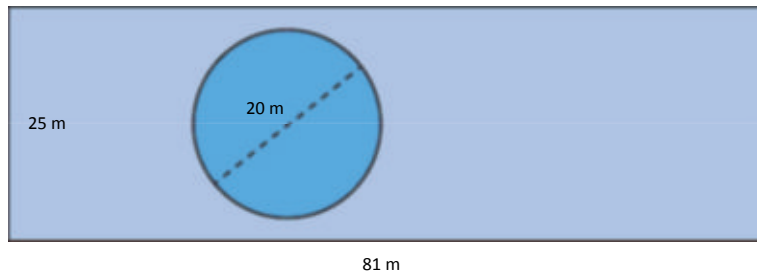
Sea x el largo e y el ancho.

$$x = \sqrt{120^2 + 60^2} = \sqrt{14400 + 3600} = 134,16 \text{ cm} \quad y = \sqrt{60^2 + 40^2} = \sqrt{3600 + 1600} = 72,11 \text{ cm}$$

Si el largo es de 134,16 cm entonces el ancho solo podrá ser de 60 cm, mientras que si el ancho es de 72,11 cm el alto solo podrá ser de 120 cm.

115. Página 208

a)



b) $A_{\text{Parcela}} = 25 \cdot 81 = 2025 \text{ m}^2$

c) $A_{\text{Piscina}} = \pi \cdot 10^2 = 314 \text{ m}^2$

d) $A_{\text{Jardín}} = A_{\text{Parcela}} - A_{\text{Piscina}} = 2025 - 314 = 1711 \text{ m}^2 \rightarrow \text{Gloria necesitará } \frac{1711}{5} = 342,2 \text{ sacos.}$

116. Página 208

El contorno de la columna mide $L = \pi d = 40 \cdot \pi = 125,6 \text{ cm}$.

Por tanto, se podrán dar $\frac{900}{125,6} = 7,16 \approx 7$ vueltas.

117. Página 209

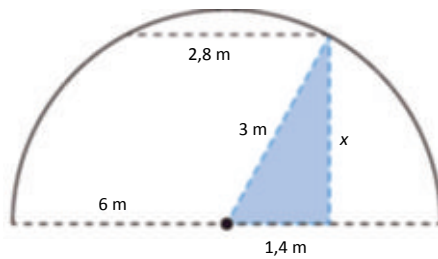
La distancia, s , que recorre cada tren es $s = v \cdot t$.

El primer tren ha recorrido $s_1 = v_1 \cdot t = 90 \cdot 1,5 = 135 \text{ km}$.

El segundo tren ha recorrido $s_2 = v_2 \cdot t = 110 \cdot 1,5 = 165 \text{ km}$.

Por tanto, los trenes se encuentran a $x = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \sqrt{135^2 + 165^2} = \sqrt{18225 + 27225} = 213,19 \text{ km}$ de distancia.

118. Página 209



$$x = \sqrt{3^2 - 1,4^2} = \sqrt{9 - 1,96} = 2,65 \text{ m}$$

119. Página 209

$A = c^2 = 256 \text{ cm}^2 \rightarrow c = \sqrt{256} = 16 \text{ cm} = r$ de la circunferencia mayor.

$$L = L_1 + L_2 = \frac{2\pi r}{4} + \frac{2\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)}{2} = \pi \cdot r = 16 \cdot \pi = 50,24 \text{ cm}^2$$

120. Página 209

$$A_{\text{Círculo grande}} = \pi \cdot r^2 \qquad A_{\text{Círculo pequeño}} = \pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$$

El área del pétalo que forma la intersección de dos círculos pequeños son dos sectores circulares de 90° a los que se les ha quitado el triángulo interior:

$$A_{\text{Pétalo}} = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2}{4} - \frac{\frac{r}{2} \cdot \frac{r}{2}}{2} \right) = \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2}{2} - \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{r^2}{4} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

El área total del vidrio morado es 400 cm^2 , por tanto:

$$A_{\text{Morado}} = A_{\text{Círculo grande}} - 4A_{\text{Círculo pequeño}} + 4A_{\text{Pétalo}}$$

$$400 = \pi \cdot r^2 - 4 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{4} + 4 \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = r^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \rightarrow r = \sqrt{\frac{800}{\pi - 2}} = 26,49 \text{ cm}$$

Así, la superficie de vidrio amarillo es $A_{\text{Amarillo}} = \pi \cdot 26,49^2 - 400 = 1803,4 \text{ cm}^2$

DEBES SABER HACER

1. Página 209

a) $h = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} = 6,4 \text{ cm}$

b) $h = \sqrt{0,8^2 + 1,8^2} = \sqrt{0,64 + 3,24} = \sqrt{3,88} = 1,97 \text{ dm}$

2. Página 209

$$d^2 = c^2 + c^2 = 2c^2 \rightarrow d = \sqrt{2}c \rightarrow c = \frac{48}{\sqrt{2}} = 33,94 \text{ cm}$$

3. Página 209

$$a = \sqrt{7^2 - 3,5^2} = \sqrt{49 - 12,25} = \sqrt{36,75} = 6,06 \text{ cm}$$

4. Página 209

$$A = 2 \cdot 4 \cdot 9 + 8 \cdot 6 + 11 \cdot 8 = 72 + 48 + 88 = 208 \text{ cm}^2$$

5. Página 209

$$\text{a) } A = 6 \cdot 7 = 42 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } h = \sqrt{(\sqrt{242})^2 - (25 - 14)^2} = \sqrt{242 - 121} = \sqrt{121} = 11 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{(25 + 14) \cdot 11}{2} = 214,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } h = \sqrt{6^2 - 3,6^2} = \sqrt{36 - 12,96} = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{7,9 \cdot 4,8}{2} = 18,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{d) } h = \sqrt{5^2 - \left(\frac{12-8}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} = 4,58 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{12+8}{2} \cdot 4,58 = 45,8 \text{ cm}^2$$

6. Página 209

$$\text{a) } 180 \cdot (n - 2) = 180 \cdot (7 - 2) = 900^\circ$$

$$\text{b) } \frac{180 \cdot (n - 2)}{n} = \frac{900}{7} = 128,57^\circ$$

$$\text{c) } \frac{360}{n} = 51,43^\circ$$

7. Página 209

$$\text{a) } 5 \cdot \frac{360}{6} = 300^\circ$$

$$\text{b) } \frac{3 \cdot \frac{360}{8}}{2} = 67,5^\circ$$

$$\text{c) } \frac{\frac{360}{8} + 3 \cdot \frac{360}{8}}{2} = 90^\circ$$

$$\text{d) } \frac{4 \cdot \frac{360}{6} - 2 \cdot \frac{360}{6}}{2} = 60^\circ$$

8. Página 209

$$L = 2\pi r \cdot \frac{n}{360^\circ} = 2\pi \cdot \frac{6,4}{2} \cdot \frac{45}{360} = 2,51 \text{ cm}$$

9. Página 209

El área coloreada de la primera figura es la suma de tres semicírculos de diámetro 5, 4 y 3 cm.

$$A = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 3,53 + 6,28 + 9,81 = 19,62 \text{ cm}^2$$

El área coloreada de la segunda figura es la mitad de la corona exterior más la mitad del círculo interior, que en total es el área del semicírculo más grande: $A = \frac{1}{2}\pi \cdot 36^2 = 2034,72 \text{ m}^2$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

121. Página 210

- a) El área que se afeita con dos pasadas será de 800 cm^2 .

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2 \rightarrow \frac{10000}{800} = 12,5 \text{ usos podrá darle a la cuchilla, es decir, 12 afeitados completos.}$$

- b) La zona que se afeita de cada mejilla mide $A = \frac{7 \cdot 5}{2} = 17,5 \text{ cm}^2$. Es decir, la zona que se afeita mide 35 cm^2 . Así, podrá usar una misma cuchilla para $\frac{10000}{70} = 142,86$ afeitados, es decir, 142 afeitados completos.

- c) La superficie afeitada en cada afeitado será $680 + 400 = 1080 \text{ cm}^2$. Por tanto, podrá usar una misma cuchilla para $\frac{10000}{2160} = 4,63$ veces, es decir, 4 afeitados completos.

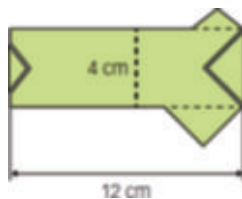
FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

122. Página 210

- a) El semicírculo de la izquierda se corresponde con el hueco de abajo a la derecha, y el de la izquierda con el hueco de arriba a la izquierda.

El rectángulo resultante tiene un lado de 4 cm y el otro de $12 - 2 - 1,5 = 8,5 \text{ cm} \rightarrow A = 4 \cdot 8,5 = 34 \text{ cm}^2$

- b) $A = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}^2$



123. Página 210

Se forma un paralelogramo.

El teorema de Varignon dice que esta propiedad se cumple siempre, es decir, que al unir los puntos medios consecutivos de un cuadrilátero se obtiene un paralelogramo, conocido como el paralelogramo de Varignon. Además, este teorema también enuncia que el área de ese paralelogramo es la mitad de la del cuadrilátero original.

124. Página 210

- a) Los triángulos ABC y AED están en posición de Tales, por lo que son semejantes.

$$\frac{\overline{BE}}{x} = \frac{10}{b} \rightarrow \overline{BE} = \frac{10x}{b} \qquad \frac{12}{DE} = \frac{b}{b-x} \rightarrow \overline{DE} = \frac{12 \cdot (b-x)}{b}$$

$$\text{b) } \overline{DE} = \overline{BE} + \overline{CD} \rightarrow \frac{12 \cdot (b-x)}{b} = \frac{10x}{b} + x \qquad \frac{\overline{CD}}{DE} = \frac{5}{11} \rightarrow \frac{x}{b} = \frac{5}{11}$$

$$\text{Resolvemos el sistema resultante: } \left. \begin{array}{l} \frac{12 \cdot (b-x)}{b} = \frac{10x}{b} + x \\ \frac{x}{b} = \frac{5}{11} \end{array} \right\} \rightarrow x = 2 \text{ cm, } b = \frac{22}{5} = 4,4 \text{ cm}$$

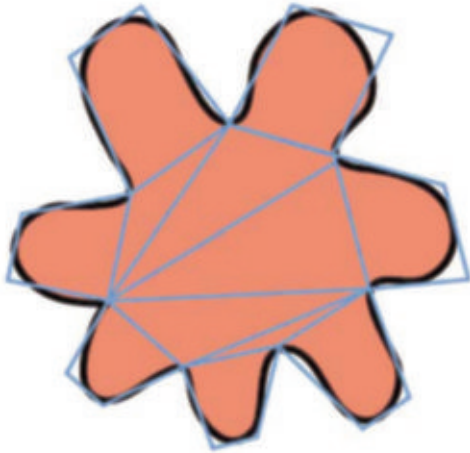
PRUEBAS PISA

125. Página 211

a) La figura B.

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

El cálculo sería aproximado. Podemos unir el principio de cada brazo para formar un polígono, y en cada lado de ese polígono construir un trapecio que aproxime cada brazo. El área aproximada de la figura sería la suma de las áreas del polígono interior (que calcularíamos descomponiéndolo en triángulos) más la de los trapecios.



c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

El cálculo sería aproximado. Partiendo del método del apartado anterior, el perímetro aproximado sería la suma de los lados de los trapecios que no forman parte del polígono interior.

126. Página 211

El área de la pizza más pequeña es $\pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 706,5 \text{ cm}^2$. Por tanto, cuesta $\frac{30}{706,5} = 0,04 \text{ €}$ por cm^2 .

El área de la pizza más grande es $\pi \cdot \left(\frac{40}{2}\right)^2 = 1256 \text{ cm}^2$. Por tanto, cuesta $\frac{40}{1256} = 0,03 \text{ €}$ por cm^2 .

Así, la pizza grande tiene mejor precio.

127. Página 211

El área del terreno es $A = 100 \cdot 50 = 5000 \text{ m}^2$.

Si consideramos que en cada metro cuadrado caben 4 personas $\rightarrow N_{\text{Personas}} = 5000 \cdot 4 = 20000 \text{ personas}$.

La mejor aproximación será la c).

Cuerpos geométricos. Áreas

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 212

- a) Las rectas son secantes y se cortan en el vértice del ángulo.
- b) Las rectas son paralelas.
- c) Las rectas son secantes y se cortan en el cruce.

2. Página 212

La recta roja es paralela a la recta verde y secante con las demás.

La recta verde es paralela a la recta roja y secante con las demás.

La recta morada es paralela a la recta amarilla y secante con las demás.

La recta amarilla es paralela a la recta morada y secante con las demás.

La recta rosa es secante con el resto de las rectas.

3. Página 212

La hipotenusa sería el lado más largo. Por tanto: $25^2 = 625 = a^2 \neq b^2 + c^2 = 7^2 + 9^2 = 130 \rightarrow$ No es un triángulo rectángulo.

4. Página 212

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 8^2 = 5^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39} = 6,24 \text{ dm}$$

VIDA COTIDIANA

EL ASTROLABIO ESFÉRICO. Página 213

El ecuador medía, según Eratóstenes, $252000 \cdot 158 = 39816000 \text{ m} = 39816 \text{ km}$.

$$L = 2\pi r = 39816 \rightarrow r = \frac{39816}{2\pi} = 6340,13 \text{ km} \text{ mediría el radio.}$$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 214

Hay infinitas rectas que pasan por un punto en el espacio.

Hay infinitos planos que contienen a una recta en el espacio.

RETO 2. Página 216

En ninguno porque las diagonales unen vértices que no están en la misma arista.

ACTIVIDADES

1. Página 214

Respuestas abiertas. Por ejemplo:

- El suelo y el techo.
- El suelo y el techo con las paredes.
- Las intersecciones de cada pared con el techo y el suelo, y las de cada pared con su pared contigua.
- Las intersecciones de cada pared con el suelo y las del resto de las paredes con el techo, y viceversa.
- Las intersecciones de cada dos paredes y el suelo y el techo.
- Cada una de las intersecciones de cada pared con el suelo, el techo y sus paredes contiguas.

2. Página 214

Hay 10 planos (8 laterales y las dos bases) y 24 aristas en total (18 de las bases y 8 laterales).

Los planos pueden ser paralelos o secantes. Son paralelas las bases y las caras laterales enfrentadas, el resto de planos son secantes.

Las rectas pueden cruzarse, ser paralelas o secantes. Son paralelas las aristas laterales entre sí, y las básicas opuestas. Son secantes las que se concurren en el mismo vértice. Y en el resto de casos se cruzan.

3. Página 214

- Sí, dos rectas secantes siempre están contenidas en el mismo plano, el plano determinado por la dirección de cada una de las rectas y el punto de intersección.
- Cuando sea perpendicular a cualquier recta contenida en el plano.

4. Página 215

- a) $C = 7$ $V = 10$ $A = 15$ b) $C = 7$ $V = 10$ $A = 15$

5. Página 215

- a) Cóncavo. b) Convexo.

Los dos cumplen la fórmula de Euler: $C + V = A + 2 \rightarrow 7 + 10 = 15 + 2 \rightarrow 17 = 17$

6. Página 215

El poliedro más pequeño es el tetraedro, con 4 caras, 4 vértices y 6 aristas.

7. Página 216

- El tetraedro, el octaedro y el icosaedro tienen como caras triángulos equiláteros. No hay ningún poliedro regular que tenga como caras hexágonos regulares.
- 5 aristas.

8. Página 216

Tetraedro: $C = 4, V = 4, A = 6 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 4 + 4 = 6 + 2 \rightarrow 8 = 8$

Cubo: $C = 6, V = 8, A = 12 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 6 + 8 = 12 + 2 \rightarrow 14 = 14$

Ortoedro: $C = 8, V = 6, A = 12 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 8 + 6 = 12 + 2 \rightarrow 14 = 14$

Dodecaedro: $C = 12, V = 20, A = 30 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 12 + 20 = 30 + 2 \rightarrow 32 = 32$

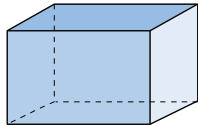
Icosaedro: $C = 20, V = 12, A = 30 \rightarrow C + V = A + 2 \rightarrow 20 + 12 = 30 + 2 \rightarrow 32 = 32$

9. Página 216

- a) No es regular ya que, aunque todas sus caras son polígonos regulares, en cada vértice no confluyen el mismo número de aristas.
- b) No es regular ya que, aunque en cada vértice confluyen el mismo número de aristas, sus caras no son polígono regulares.

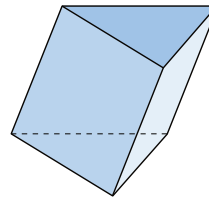
10. Página 217

a)



$C = 6 \quad V = 8 \quad A = 12$

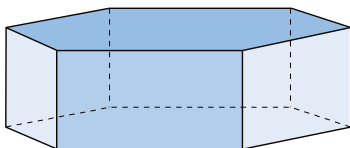
b)



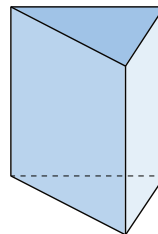
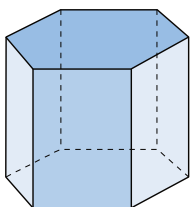
$C = 5 \quad V = 6 \quad A = 9$

11. Página 217

Prisma regular:



Prisma irregular:

**12. Página 217**

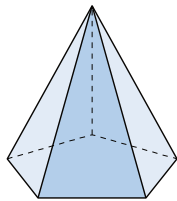
$C = 8 \quad V = 12 \quad A = 18$

13. Página 217

Sea n el número de lados de la base $\rightarrow A = 2 \cdot n + n = 15 \rightarrow n = \frac{15}{3} = 5 \rightarrow$ Es un pentágono.

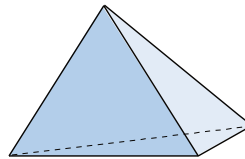
14. Página 218

Pirámide regular de base pentagonal:



$C = 6$ $V = 6$ $A = 10$

Pirámide irregular de base triangular:



$C = 4$ $V = 4$ $A = 6$

15. Página 218

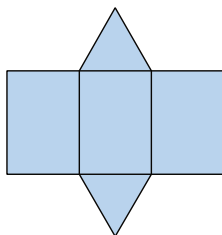
Las pirámides tienen el mismo número de vértices que tiene la base más uno \rightarrow La base tiene 6 lados.

16. Página 218

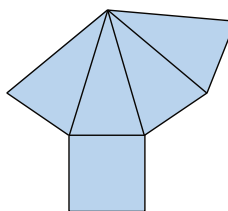
Sea n el número de lados de la base de la pirámide $\rightarrow A = n + n = 10 \rightarrow n = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow$ Tiene 6 vértices.

17. Página 219

Prisma triangular:

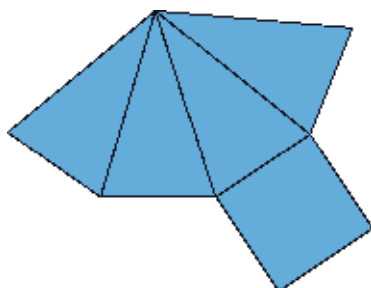


Pirámide cuadrangular regular:

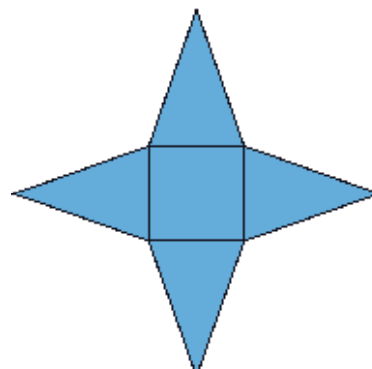


18. Página 219

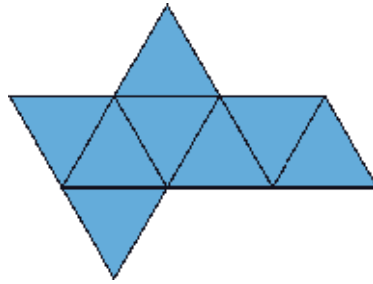
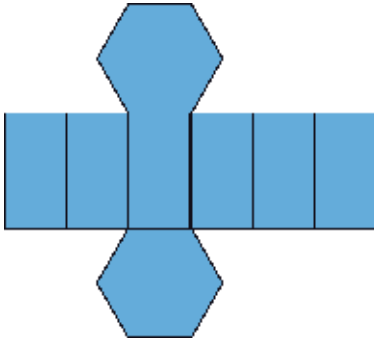
a) Falta un triángulo.



b) Los cuadrados de arriba y abajo deberían ser triángulos como los otros.

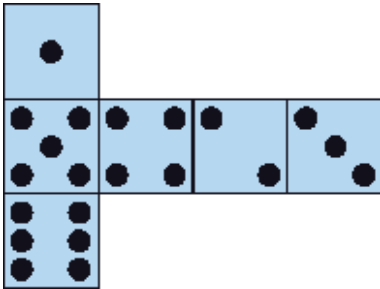


- c) Todos los rectángulos deberían ser iguales, con el lado pequeño igual al lado del hexágono. d) Falta un triángulo para completar el octaedro regular.

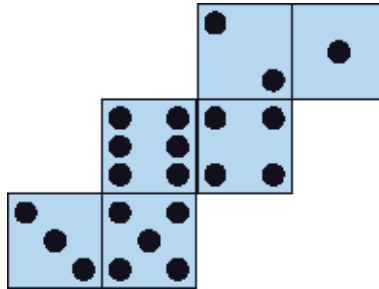


19. Página 219

a)

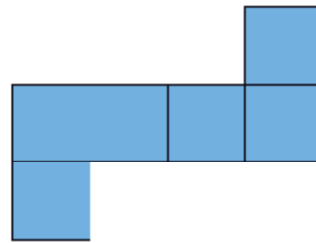
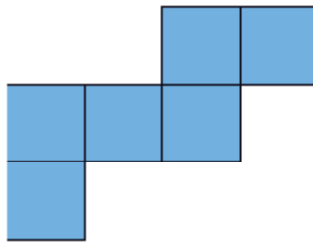
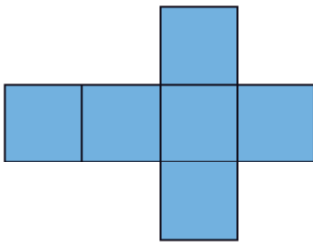


b)



20. Página 219

Los desarrollos planos a) y c) no pertenecen al cubo.



21. Página 220

El área de un cubo es 6 veces el área de una cara, es decir, $A_{\text{Cubo}} = 6 \cdot l^2$.

22. Página 220

$$A = A_B + 4 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = l^2 + 4 \cdot \frac{l \cdot a}{2} = l \cdot (l + 2 \cdot a)$$

23. Página 220

$$A = 2 \cdot A_B + 6 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot 6 \cdot \frac{l \cdot a'}{2} + 6 \cdot l \cdot h = 6 \cdot l \cdot (a' + h)$$

24. Página 220

$$A = 4 \cdot A_{\text{Cara}} = 4 \cdot \frac{l \cdot a}{2} = 2 \cdot l \cdot a$$

25. Página 221

$$A = 6 \cdot A_{\text{Cara}} = 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ cm}^2$$

26. Página 221

a) $a' = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,93 \text{ cm}$

$$A = 2 \cdot A_B + 6 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,93}{2} + 6 \cdot 8 \cdot 12 = 332,64 + 576 = 908,64 \text{ cm}^2$$

b) $A = 2 \cdot A_B + 2 \cdot A_{\text{Cara lateral 1}} + 2 \cdot A_{\text{Cara lateral 2}} = 2 \cdot 12 \cdot 15 + 2 \cdot 12 \cdot 8 + 2 \cdot 8 \cdot 15 = 360 + 192 + 240 = 792 \text{ cm}^2$

c) $A = 2 \cdot A_B + 5 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot \frac{5 \cdot 8 \cdot 5,5}{2} + 5 \cdot 13 \cdot 8 = 220 + 520 = 740 \text{ cm}^2$

27. Página 221

$$A = 2 \cdot A_B + 4 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8 \cdot h = 200 \rightarrow h = \frac{200 - 128}{32} = 2,25 \text{ cm}$$

28. Página 221

a) $a' = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$ $a = \sqrt{10^2 + 5,2^2} = \sqrt{127} = 11,27 \text{ cm}$

$$A = A_B + 6A_{\text{Cara lateral}} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} + 6 \cdot \frac{6 \cdot 11,27}{2} = 93,6 + 202,86 = 296,46 \text{ cm}^2$$

b) $a = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89} = 9,43 \text{ cm}$

$$A = A_B + 4A_{\text{Cara lateral}} = 10^2 + \frac{4 \cdot 10 \cdot 9,43}{2} = 100 + 188,6 = 288,6 \text{ cm}^2$$

c) $A = A_B + 5A_{\text{Cara lateral}} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 5,5}{2} + \frac{5 \cdot 8 \cdot 15}{2} = 110 + 300 = 410 \text{ cm}^2$

29. Página 221

$$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm} \rightarrow A = 4 \cdot A_B = 4 \cdot \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 173,2 \text{ cm}^2$$

30. Página 221

Calculamos el área del octaedro.

$$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{Octaedro}} = 8 \cdot A_{\text{Cara}} = 8 \cdot \frac{12 \cdot 10,39}{2} = 498,72 \text{ cm}^2$$

Sea l la arista del cubo:

$$A_{\text{Cubo}} = 6 \cdot A_{\text{Cara lateral}} = 6 \cdot l^2 = 498,72 \rightarrow l = \sqrt{\frac{498,72}{6}} = \sqrt{83,12} = 9,12 \text{ cm}$$

31. Página 222

a)



b)



32. Página 222

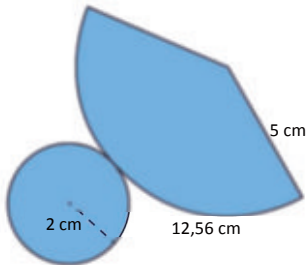
$$a) h = \sqrt{13^2 - 9^2} = \sqrt{169 - 81} = \sqrt{88} = 9,38 \text{ cm}$$

$$b) g = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} = 8,6 \text{ cm}$$

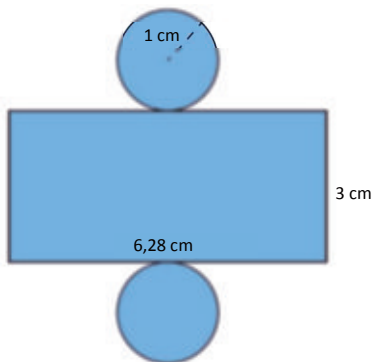
33. Página 222

Un rombo no genera un cilindro. Un cuadrado, sí lo genera.

34. Página 223



35. Página 223



36. Página 223

Dos círculos de 5 cm de radio y un rectángulo de altura 10 cm y base $2\pi r = 31,4$ cm .

37. Página 223

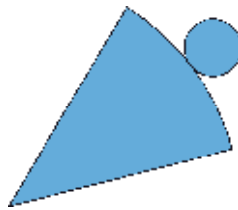
Es la misma longitud.

38. Página 223

Un círculo de 5 cm de radio y un sector circular de 10 cm de radio y longitud $2\pi r = 31,4$ cm

39. Página 223

a) El arco del sector no coincide con la longitud de la circunferencia de la base.



b) El lado del rectángulo que pega con las bases no coincide con la longitud de la circunferencia de estas.



40. Página 224

$$2 \cdot A_b = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10 = 125,6 \text{ cm}^2$$

41. Página 224

$$\left. \begin{aligned} A_{\text{Cilindro}} &= 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r^2 = 4\pi r^2 \\ A_{\text{Esfera}} &= 4\pi r^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Tienen la misma área.}$$

42. Página 224

La longitud de la base es igual a la longitud del arco del sector circular:

$$314 = 2\pi r \rightarrow r = \frac{314}{2\pi} = 50 \text{ cm}$$

43. Página 224

$$A_{2r} = 4\pi \cdot (2r)^2 = 16\pi r^2 = 4 \cdot (4\pi r^2) = 4 \cdot A_r \rightarrow \text{Es 4 veces mayor.}$$

44. Página 225

- a) $A = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot \pi \cdot 10^2 + 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 5 = 628,31 + 314,15 = 942,47 \text{ cm}^2$
- b) $A = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot \pi \cdot 9^2 + 2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 18 = 508,93 + 1017,87 = 1526,8 \text{ cm}^2$
- c) $A_B = \pi r^2 = 628 \rightarrow r = \sqrt{\frac{628}{\pi}} = 14,14 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot 628 + 10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 14,14 = 2143,99 \text{ cm}^2$

45. Página 225

- a) $A = \pi \cdot 8 \cdot 10 + \pi \cdot 8^2 = \pi \cdot 8 \cdot (10 + 8) = 452,16 \text{ cm}^2$
- b) $g = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 9 \cdot 15 + \pi \cdot 9^2 = \pi \cdot 9 \cdot (15 + 9) = 678,24 \text{ cm}^2$
- c) $r = \sqrt{12^2 - 10^2} = \sqrt{44} = 6,63 \quad A = \pi \cdot 6,63^2 + \pi \cdot 6,63 \cdot 12 = \pi \cdot 6,63 \cdot (6,63 + 12) = 387,84 \text{ cm}^2$
- d) $A_B = \pi r^2 = 314 \rightarrow r = \sqrt{\frac{314}{\pi}} = 100 \text{ cm}$
 $g = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} A_B = \pi r^2 = 314 \\ g = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,14 \end{matrix}} \right\} \rightarrow A = 314 + \pi \cdot 10 \cdot 14,14 = 758 \text{ cm}^2$

46. Página 225

- a) $A = 4 \cdot \pi \cdot 20^2 = 5024 \text{ cm}^2$
- b) $A = 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot (20 + 20) = 5024 \text{ cm}^2$
- c) $g = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} = 28,28 \text{ cm} \rightarrow A = \pi \cdot 20 \cdot (28,28 + 20) = 3031,98 \text{ cm}^2$
- d) Los dos primeros son iguales, y el tercero es menor.

47. Página 225

La figura está formada por tres cuerpos de revolución de 5 cm de radio: una esfera, un cilindro y un cono. El área total será la suma del área de los tres cuerpos menos una base del cilindro y la base de la pirámide.

Calculamos la generatriz del cono:

$$g = \sqrt{5^2 + 14^2} = \sqrt{221} = 14,87 \text{ cm}$$

$$A_r = 4 \cdot \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 12 + \pi \cdot 5 \cdot 14,87 = 5\pi \cdot (20 + 5 + 24 + 14,87) = 1002,76 \text{ cm}^2$$

ACTIVIDADES FINALES**48. Página 226**

Hay planos paralelos: los dos laterales y los dos frontales.

Hay planos secantes: el superior y el inferior son secantes con todos los demás, los laterales son secantes con todos menos con el lateral opuesto y los frontales son secantes con todos menos con el otro frontal.

Hay rectas paralelas: las aristas de los lados paralelos en los paralelogramos y trapecios que forman la figura.

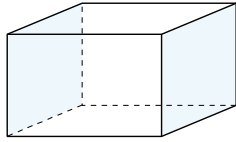
Hay rectas secantes: las aristas que se cortan en los vértices de la figura y los dos lados no paralelos de los trapecios.

Hay rectas que se cruzan: Las aristas de los laterales y las aristas de los lados superior e inferior con los que no se cortan.

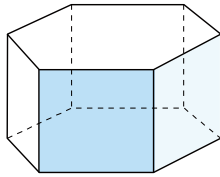
49. Página 226

Respuestas abiertas. Por ejemplo:

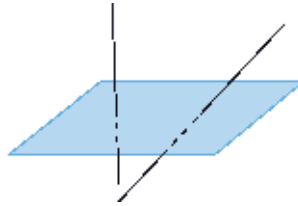
a)



b)



c)



d)

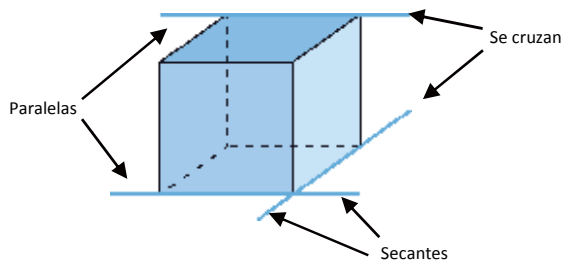


50. Página 226

a) Hay tres posiciones diferentes de planos paralelos.

b) Hay doce posiciones de planos secantes.

51. Página 226



52. Página 226

a) Hay 24 posiciones de recta paralela a un plano porque cada arista es paralela a dos planos.

b) Hay 24 posiciones de recta secante a un plano porque cada arista es secante a dos planos.

c) Hay 24 posiciones de recta contenida en un plano porque cada arista está contenida en dos planos.

53. Página 226

Los planos pueden ser paralelos o secantes. Son paralelos las dos bases entre sí, y son secantes dos a dos los demás planos.

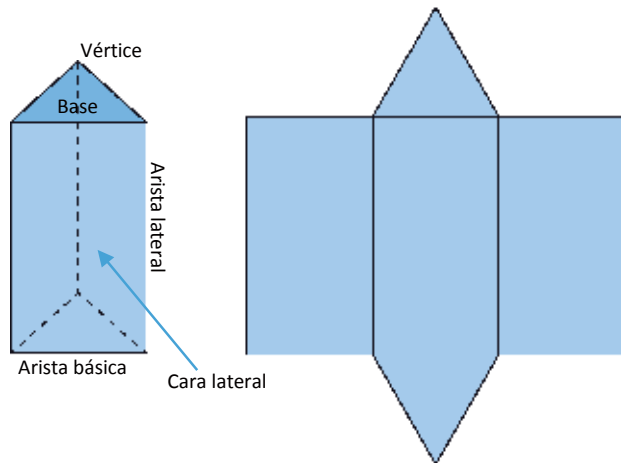
Las rectas pueden cruzarse, ser paralelas o secantes. Son paralelas las bases de cada trapecio lateral entre sí. Son secantes las que concurren en el mismo vértice y las que forman las aristas laterales tomadas de dos en dos. El resto se cruzan.

60. Página 227

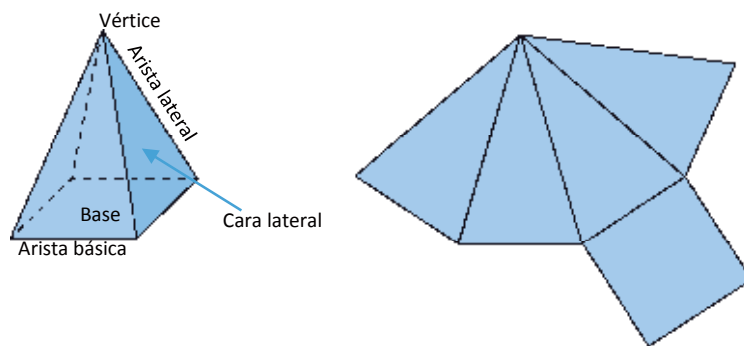
- a) Cubo. b) Tetraedro. c) Icosaedro. d) Dodecaedro.

61. Página 227

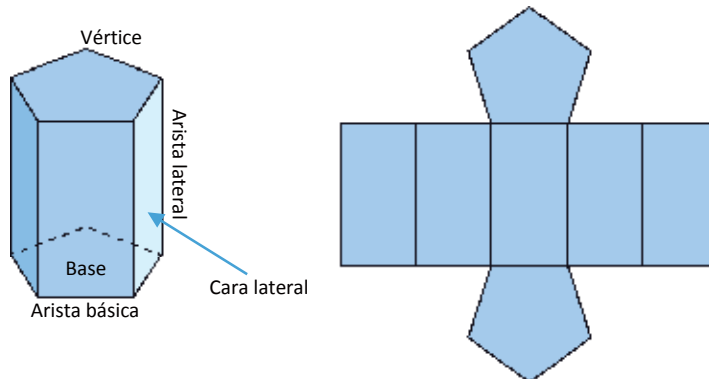
a)



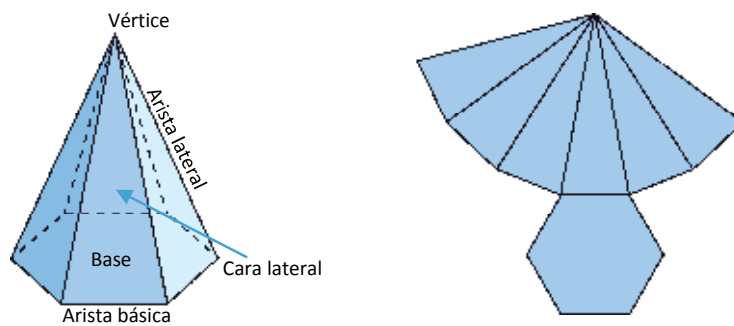
b)



c)

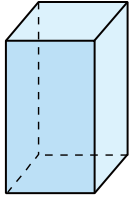


d)



62. Página 227

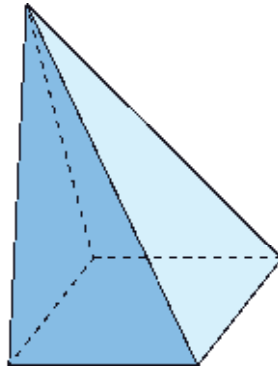
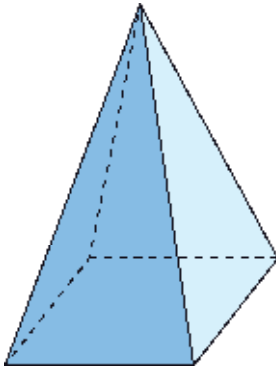
Prisma regular



Prisma irregular



63. Página 227



64. Página 227

- a) Verdadero. c) Falso. e) Falso. g) Falso. i) Falso. k) Falso.
 b) Falso. d) Falso. f) Falso. h) Falso. j) Falso.

65. Página 227

Similitudes: son pirámides y su base es un triángulo equilátero.

Diferencias: las caras laterales del tetraedro son triángulos equiláteros, mientras que las de la pirámide no tienen por qué serlo.

66. Página 227

- a) Prisma triangular oblicuo. e) Prisma cuadrangular oblicuo.
 b) Pirámide triangular regular. f) Pirámide pentagonal irregular.
 c) Prisma hexagonal recto irregular. g) Prisma pentagonal regular.
 d) Pirámide hexagonal oblicua. h) Pirámide cuadrangular oblicua.

68. Página 228

Diagonal de la cara: $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm}$

Diagonal del cubo: $d = \sqrt{14,14^2 + 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ cm}$

69. Página 228

La arista, l , mide $8^2 = 2l^2 \rightarrow l = \sqrt{32} = 5,66$ cm.

La diagonal, d , del cubo mide $d = \sqrt{5,66^2 + 8^2} = \sqrt{96,04} = 9,8$ cm.

70. Página 228

La diagonal de la cara medirá $d_{\text{cara}} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \rightarrow d = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$.

71. Página 228

Diagonal de las caras:

$$d_{4-5} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} = 6,40 \text{ cm}$$

$$d_{5-9} = \sqrt{5^2 + 9^2} = \sqrt{106} = 10,30 \text{ cm}$$

$$d_{4-9} = \sqrt{4^2 + 9^2} = \sqrt{93} = 9,65 \text{ cm}$$

Diagonal del ortoedro:

$$d = \sqrt{4^2 + 10,30^2} = \sqrt{122} = 11,05 \text{ cm}$$

72. Página 228

$$d_i = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow d = \sqrt{(\sqrt{a^2 + b^2})^2 + c^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

73. Página 228

a) $A = 2 \cdot 3 \cdot 8 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 8 = 158 \text{ cm}^2$

b) $h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,2 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot \frac{6 \cdot 5,2}{2} + 3 \cdot 6 \cdot 10 = 211,2 \text{ cm}^2$

c) $A = 2 \cdot \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} + 6 \cdot 6 \cdot 9 = 511,2 \text{ cm}^2$

d) $A = 2 \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 3,44}{2} + 5 \cdot 5 \cdot 10 = 336 \text{ cm}^2$

e) $A = 6 \cdot 9^2 = 486 \text{ cm}^2$

f) $a_b = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,66 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} + 6 \cdot 10 \cdot 14 = 1359,6 \text{ cm}^2$

g) $a_b = \sqrt{5,5^2 - 4^2} = 3,77 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \cdot \frac{5 \cdot 8 \cdot 3,77}{2} + 5 \cdot 8 \cdot 10 = 550,8 \text{ cm}^2$

h) $A = 2 \cdot \frac{8 \cdot 6 \cdot 7,24}{2} + 8 \cdot 6 \cdot 11 = 875,52 \text{ cm}^2$

74. Página 228

$$A = 6c^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{A}{6}} = \sqrt{\frac{150}{6}} = 5 \text{ cm}$$

75. Página 228

$$a_l = 3a_b$$

$$A_l = 3a_b \cdot a_l = 9a_b^2 = 144 \text{ cm}^2 \rightarrow a_b = \sqrt{\frac{144}{9}} = 4 \text{ cm} \rightarrow a_l = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}$$

$$h_b = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3,46 \text{ cm} \rightarrow A_T = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3,46}{2} + 144 = 13,84 + 144 = 157,84 \text{ cm}^2$$

76. Página 228

$$a_l = 2a_b$$

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_l = 2a_b^2 + 4a_b \cdot a_l = 2a_b^2 + 8a_b^2 = 10a_b^2 = 90 \text{ cm}^2 \rightarrow a_b = \sqrt{\frac{90}{10}} = 3 \text{ cm}$$

$$a_l = 2a_b = 6 \text{ cm}$$

77. Página 228

$$A_T = 2A_b + A_l = 2 \cdot \frac{D \cdot d}{2} + 4 \cdot c \cdot h$$

$$c = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 6,71 \text{ cm}$$

$$A_l = 4 \cdot 6,71 \cdot 10 = 268,4 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 2 \cdot \frac{12 \cdot 6}{2} + 268,4 = 340,4 \text{ cm}^2$$

79. Página 228

$$\text{a) } A_T = A_b + A_l = b^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot a}{2}$$

$$a = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} = 10,77 \text{ dm}$$

$$A_T = 8^2 + 4 \cdot \frac{8 \cdot 10,77}{2} = 64 + 172,32 = 236,32 \text{ dm}^2$$

$$\text{b) } A_T = A_b + A_l = \frac{P \cdot a_{p-\text{base}}}{2} + 6 \cdot \frac{b \cdot a_{p-\text{lateral}}}{2}$$

$$a_{\text{Base}} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ cm}$$

$$a_{\text{Lateral}} = \sqrt{8^2 + 5,2^2} = \sqrt{91} = 9,54 \text{ cm}$$

$$A_T = \frac{36 \cdot 5,2}{2} + 6 \cdot \frac{6 \cdot 9,54}{2} = 93,6 + 171,72 = 265,32 \text{ cm}^2$$

80. Página 228

$$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$\text{a) } A_T = 4A_{\text{Triángulo}} = 4 \cdot \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 173,2 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A_T = 8A_{\text{Triángulo}} = 8 \cdot \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 346,4 \text{ cm}^2$$

81. Página 228

$$A_r = 4A_{\text{Triángulo}} = 4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 62,28 \text{ cm}^2$$

$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}b}$$

$$4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 62,28 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \cdot \frac{b \cdot \sqrt{\frac{3}{4}b}}{4} = 62,28 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{3}b^2 = 62,28 \text{ cm}^2 \rightarrow b = \sqrt{\frac{62,28}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{62,28}{1,73}} = 6 \text{ cm}$$

82. Página 228

$$A_{\text{Cubo}} = 6c^2 = 486 \text{ cm}^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{486}{6}} = 9 \text{ cm}$$

$$a_{\text{Pirámide}} = \sqrt{9^2 + 4,5^2} = \sqrt{101,25} = 10,06 \text{ cm}$$

$$a_i = \sqrt{10,06^2 + 4,5^2} = \sqrt{121,45} = 11 \text{ cm}$$

83. Página 228

$$\text{Área}_{\text{Lateral}} = 6 \cdot \frac{b \cdot \text{apotema}_{\text{Lateral}}}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \text{apotema}_{\text{Lateral}}}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

$$\text{apotema}_{\text{Lateral}} = \frac{72 \cdot 2}{24} = 6 \text{ cm} \rightarrow \text{Arista}_{\text{Lateral}} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 6,32$$

$$\text{apotema}_{\text{Base}} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 3,46$$

$$\text{Área}_{\text{Total}} = A_l + A_b = 72 + \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,46}{2} = 72 + 41,52 = 113,52 \text{ cm}^2$$

85. Página 229

$$A = A_b + A_b + A_l = \frac{10 \cdot 5 \cdot 6,84}{2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 4,1}{2} + 5 \cdot \frac{(10+6) \cdot 7,5}{2} = 171 + 61,5 + 300 = 532,5 \text{ cm}^2$$

86. Página 229

Calculamos la apotema de la base menor del tronco:

$$a_b = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,92 \text{ cm}$$

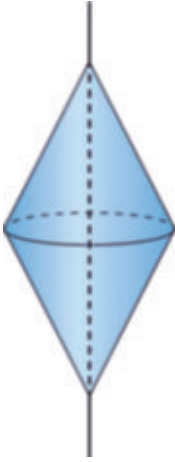
$$A = A_b + A_b + A_l = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10,39}{2} + \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,92}{2} + 6 \cdot \frac{(12+8) \cdot 4,6}{2} = 374,04 + 166,08 + 276 = 816,12 \text{ cm}^2$$

87. Página 229

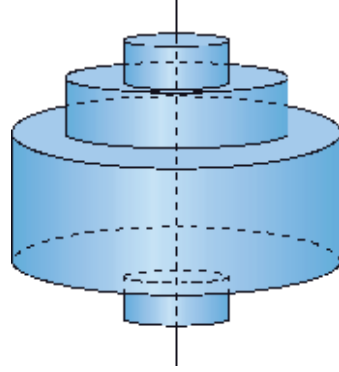
Todos son cuerpos de revolución salvo el d) y f) que no se pueden generar girando un polígono sobre un eje.

88. Página 229

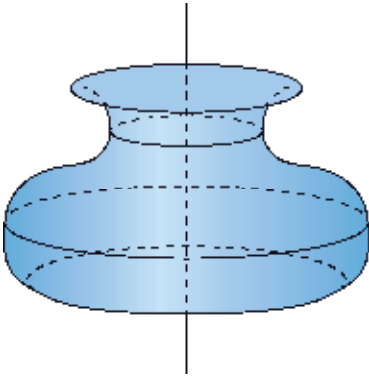
a)



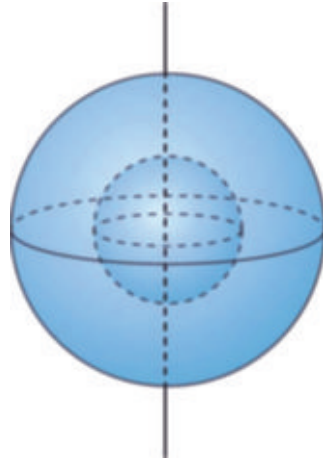
c)



b)

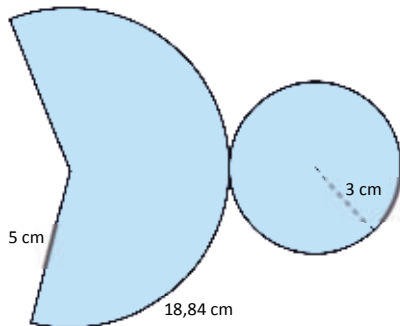


d)

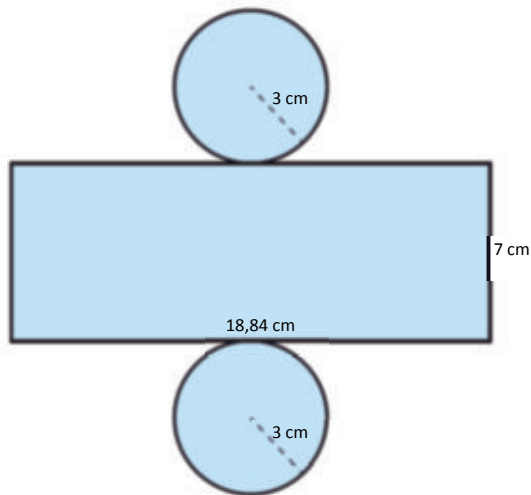


89. Página 229

$$g = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$



90. Página 229



91. Página 229

- a) $A = 2 \cdot A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 + 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 12 = 678,24 \text{ cm}^2$
- b) $A = A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = \pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 4 \cdot 9 = 163,28 \text{ cm}^2$
- c) $A = A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 20 = 216,66 \text{ dm}^2$
- d) $A = 2 \cdot A_{\text{Base}} + A_{\text{Lateral}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2 \cdot \pi \cdot 7^2 + 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 8 = 659,4 \text{ cm}^2$

92. Página 229

$$A_{\text{Lateral}} = 2\pi r h = 2\pi \cdot r \cdot 7 = 175,84 \text{ cm}^2 \rightarrow r = \frac{175,84}{2\pi \cdot 7} = 4 \text{ cm}$$

93. Página 229

$$h = 3r \rightarrow A_r = 2A_B + A_L = 2\pi r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 3r = 87,92 \text{ cm}^2 \rightarrow 8\pi r^2 = 87,92 \text{ cm}^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{87,92}{8\pi}} = 1,87 \text{ cm}$$

$$h = 3 \cdot 1,87 = 5,61 \text{ cm}$$

94. Página 229

$$A_r = A_B + A_L = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot 2r = 233,5 \text{ cm}^2 \rightarrow \pi r^2 + 2\pi r^2 = 3\pi r^2 = 233,5 \text{ cm}^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{233,5}{3\pi}} = 4,98 \text{ cm}$$

95. Página 230

$$h = \sqrt{20^2 - 6^2} = 19,08 \text{ cm}$$

96. Página 230

$$A = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 2826 \text{ cm}^2$$

97. Página 230

$$A = 4\pi r^2 = 400 \rightarrow r = \sqrt{\frac{400}{4\pi}} = \sqrt{31,85} = 5,64 \text{ cm}$$

98. Página 230

$$\text{a) } g = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 11,18 \text{ cm}$$

$$A = A_{\text{Base cilindro}} + A_{\text{Lateral cilindro}} + A_{\text{Lateral cono}}$$

$$A = \pi r^2 + 2\pi r h + \pi r g = \pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 30 + \pi \cdot 5 \cdot 11,18 = 78,5 + 942 + 175,53 = 1196,03 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{1}{2} A_{\text{Cilindro}} + A_{\text{Ortoedro}} - A_{\text{Base ortoeidro}} = \frac{1}{2} (\pi r^2 + 2\pi r h) + 2(ab + ac) + bc$$

$$A = \frac{1}{2} (\pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 3) + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \cdot 10 + 3 \cdot 10 = 86,35 + 30 + 100 + 30 = 246,35 \text{ cm}^2$$

100. Página 230

$$A = A_B + A_b + A_L = \pi \cdot 14^2 + \pi \cdot 8^2 + (14 + 8) \cdot \pi \cdot 18 = 2059,84 \text{ cm}^2$$

101. Página 230

$$A = A_B + A_b + A_L = \pi \cdot 20^2 + \pi \cdot 3^2 + (20 + 3) \cdot \pi \cdot 15 = 2367,56 \text{ cm}^2$$

102. Página 230

Calculamos la altura de los triángulos de las bases:

$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ m}$$

$$A_L = 3 \cdot 50 \cdot 20 = 3000 \text{ m}^2$$

$$A = 2A_B + A_L = 2 \cdot \frac{20 \cdot 17,32}{2} + 3000 = 3346,4 \text{ m}^2$$

103. Página 230

Sea h la altura de la habitación:

$$\left. \begin{array}{l} A_{\text{Paredes}} = 2 \cdot 8 \cdot h + 2 \cdot 5 \cdot h = 26h \\ A_{\text{Techo}} = A_{\text{Suelo}} = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m}^2 \end{array} \right\} \rightarrow A_{\text{Paredes}} + A_{\text{Techo}} = 26h + 40 = 100 \rightarrow h = \frac{100 - 40}{26} = 2,31 \text{ m}$$

104. Página 230

$$A = 2(ab + ac + bc) = 2(50 \cdot 50 + 50 \cdot 100 + 50 \cdot 100) = 2(2500 + 5000 + 5000) = 25000 \text{ cm}^2 = 2,5 \text{ m}^2$$

Por tanto, se necesitan:

$$2,5 \cdot 5000 = 12500 \text{ m}^2 \text{ de plástico}$$

105. Página 230

Calculamos la altura h de los triángulos laterales y del apotema del hexágono base:

$$h = \sqrt{4^2 - 2,5^2} = 3,12 \text{ cm} \qquad a_B = \sqrt{5^2 - 2,5^2} = 4,33 \text{ cm}$$

$$A_L = 6 \cdot \frac{5 \cdot 3,12}{2} = 46,8 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L = \frac{6 \cdot 4,33}{2} + 46,8 = 59,79 \text{ cm}^2$$

106. Página 231

$$g = \sqrt{15^2 + 10^2} = 18,03 \text{ m} \rightarrow A = \pi \cdot 10^2 + \pi \cdot 10 \cdot 18,03 = 880,14 \text{ m}^2 \text{ de pintura.}$$

Costaría pintar el cono $880,14 \cdot 5 = 4\,400,7 \text{ €}$.

107. Página 231

a) Calculamos la cantidad de metal para una lata, es decir, el área de la lata.

$$A = 2 \cdot \pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 12 = 401,92 \text{ cm}^2 \text{ de metal se necesitan para una lata.}$$

Para 20 000 latas se necesitarán $401,92 \cdot 20\,000 = 8\,038\,400 \text{ cm}^2 = 803,84 \text{ m}^2$ de metal.

b) $A_L = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 12 = 301,44 \text{ cm}^2$ de papel se necesita para una lata.

Para 20 000 latas se necesitarán $301,44 \cdot 20\,000 = 6\,028\,800 \text{ cm}^2 = 602,88 \text{ m}^2$ de papel.

108. Página 231

La superficie de la cúpula es, aproximadamente, $A = \frac{4 \cdot \pi \cdot 9^2}{2} = 508,68 \text{ m}^2$.

Cada baldosa tiene una superficie de $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2 = 0,4 \text{ m}^2$.

Por tanto, se necesitarán $\frac{508,68}{0,4} = 1271,7$ baldosas.

109. Página 231

a) Todas las caras son iguales, y hay $4 \cdot 6 = 24$ caras de color verde y $5 \cdot 6 = 30$ caras de color rojo; por tanto, es mayor el área roja.

b) Las caras que se han metido del cubo (las pintadas de verde) miden lo mismo que si no se hubieran metido, es decir, el área es la misma que la de un cubo de lado $3 \cdot 25 = 75 \text{ cm}$ de arista:

$$A = 6 \cdot 75^2 = 33750 \text{ cm}^2$$

c) El área de cada cara mide $25^2 = 625 \text{ cm}^2$.

$$A_{\text{Rojo}} = 625 \cdot 30 = 18750 \text{ cm}^2 = 1,875 \text{ m}^2 \rightarrow 500 \cdot 1,875 = 937,5 \text{ m}^2 \rightarrow 937,5 \cdot 2 = 1875 \text{ €} \text{ cuesta la parte roja.}$$

$$A_{\text{Verde}} = 625 \cdot 24 = 15000 \text{ cm}^2 = 1,5 \text{ m}^2 \rightarrow 500 \cdot 1,5 = 750 \text{ m}^2 \rightarrow 750 \cdot 2,5 = 1875 \text{ €} \text{ cuesta la parte verde.}$$

Por tanto, pintar todas las piezas costará:

$$1\,875 + 1\,875 = 3\,750 \text{ €}.$$

110. Página 231

$$a) A = A_{\text{Lateral tronco}} + A_{\text{Lateral cilindro}} + A_{\text{Base cilindro}} = (5 + 3) \cdot \pi \cdot 4 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2 = 222,94 \text{ m}^2$$

Por tanto, se necesitarán 222,94 m² de metal.

$$b) A = (5 \cdot 1,1 + 3 \cdot 1,1) \cdot \pi \cdot 4 \cdot 1,1 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 1,1 \cdot 5 \cdot 1,1 + \pi \cdot (3 \cdot 1,1)^2 = 1,1^2 \cdot ((5 + 3) \cdot \pi \cdot 4 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2) = 1,21 \cdot A$$

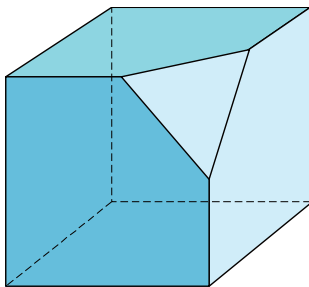
El área sería un 21% mayor.

DEBES SABER HACER**1. Página 231**

- a) Verdadero.
- b) Falso. Dos rectas secantes no se cruzan.
- c) Verdadero.
- d) Falso. Dos planos perpendiculares son secantes.

2. Página 231

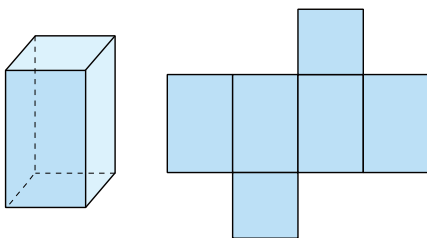
Respuesta abierta. Por ejemplo:



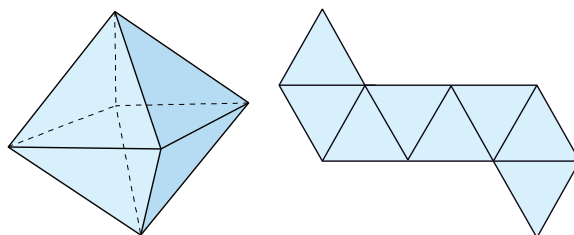
$$C + V = A + 2 \rightarrow 7 + 10 = 15 + 2 \rightarrow 17 = 17$$

3. Página 231

Ortoedro:

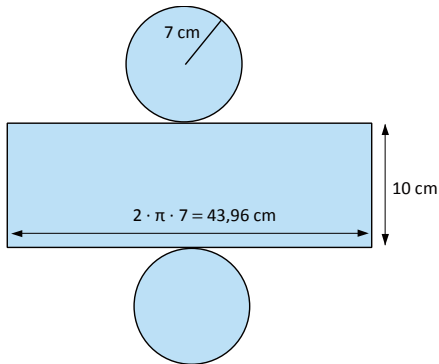


Octaedro:

**4. Página 231**

$$\left. \begin{array}{l} a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = 3,46 \text{ cm} \\ a_{\text{lateral}} = \sqrt{3,46^2 + 4^2} = \sqrt{28} = 5,29 \text{ cm} \end{array} \right\} \rightarrow A = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,46}{2} + 6 \cdot \frac{4 \cdot 5,29}{2} = 41,52 + 63,48 = 105 \text{ cm}^2$$

5. Página 231



$$A = 2 \cdot \pi \cdot 7^2 + 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 10 = 307,72 + 439,6 = 747,32 \text{ cm}^2$$

6. Página 231

$$A = \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot 4 = 12,56 + 25,12 = 37,68 \text{ cm}^2$$

7. Página 231

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 17,5^2 = 3846,5 \text{ cm}^2$$

8. Página 231

$$A = 7 \cdot 4 + 2 \cdot (4 \cdot h) + 2 \cdot (7 \cdot h) = 94 \text{ m}^2 \rightarrow h = \frac{94 - 28}{22} = 3 \text{ m}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

111. Página 232

a) Según Eratóstenes, la Tierra medía:

$$252000 \cdot 158 = 39816000 \text{ m} = 39816 \text{ km} \rightarrow L = 2 \cdot \pi \cdot r = 39816 \rightarrow r = \frac{39816}{2\pi} = 6340 \text{ km}$$

Eratóstenes se equivocó en $|6340 - 6371| = 31 \text{ km}$.

Según las mediciones actuales, el ecuador mide $L = 2 \cdot \pi \cdot 6371 = 40009,88 \text{ km}$.

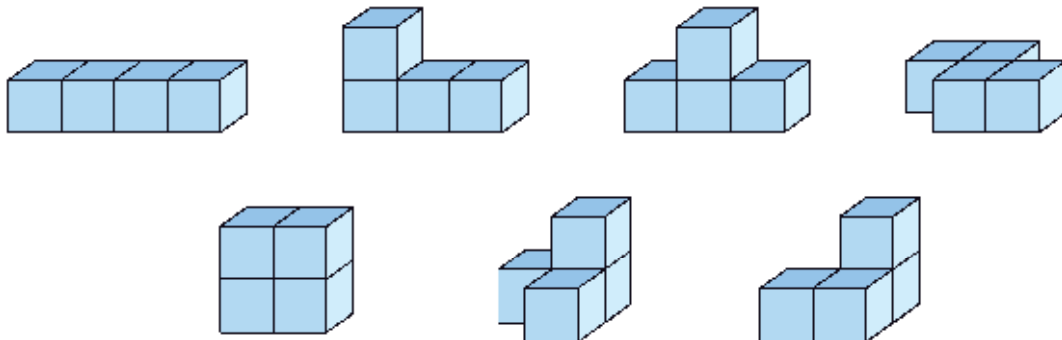
b) $A_{\text{Eratóstenes}} = 4 \cdot \pi \cdot 6340^2 = 504856736 \text{ km}^2$

$$A_{\text{Tierra}} = 4 \cdot \pi \cdot 6371^2 = 509805891 \text{ km}^2$$

No, porque el error cometido es mucho menor que el área del continente americano.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

112. Página 232



113. Página 232

- a) 8, los cubos de cada vértice.
- b) Tienen 2 caras pintadas los que están en las aristas menos los de los vértices. Por tanto, en cada arista hay 8 cubos con dos caras pintadas, por 12 aristas que tiene el cubo \rightarrow 96 cubos estarán pintados por dos caras.

Tienen 1 cara pintada los que estén en las caras menos los de las aristas y los vértices. Por tanto, en cada cara tienen una cara pintada $100 - 4 \cdot 8 - 4 = 64$ cubos pequeños. Como el cubo tiene 6 caras, el total de cubos pequeños con una cara pintada será de 384 cubos pequeños.

- c) Los cubos que no están pintados son los que no forman la superficie, es decir, los que forman el cubo interior que tiene unas dimensiones de $8 \times 8 \times 8$ cubos pequeños. Por tanto, serán 512 cubos.

114. Página 232

Puede hacer 36 prismas diferentes de estas dimensiones:

$1 \times 1 \times 36$	$1 \times 36 \times 1$	$36 \times 1 \times 1$			
$1 \times 2 \times 18$	$1 \times 18 \times 2$	$2 \times 1 \times 18$	$2 \times 18 \times 1$	$18 \times 1 \times 2$	$18 \times 2 \times 1$
$1 \times 3 \times 12$	$1 \times 12 \times 3$	$3 \times 1 \times 12$	$3 \times 12 \times 1$	$12 \times 1 \times 3$	$12 \times 3 \times 1$
$1 \times 4 \times 9$	$1 \times 9 \times 4$	$4 \times 1 \times 9$	$4 \times 9 \times 1$	$9 \times 1 \times 4$	$9 \times 4 \times 1$
$1 \times 6 \times 6$	$6 \times 1 \times 6$	$6 \times 6 \times 1$			
$2 \times 2 \times 9$	$2 \times 9 \times 2$	$9 \times 2 \times 2$			
$2 \times 3 \times 6$	$2 \times 6 \times 3$	$3 \times 2 \times 6$	$3 \times 6 \times 2$	$6 \times 2 \times 3$	$6 \times 3 \times 2$
$3 \times 3 \times 4$	$3 \times 4 \times 3$	$4 \times 3 \times 3$			

115. Página 232

Sí, cualquier pirámide con base un decágono tiene 11 caras, 11 vértices y 20 aristas.

PRUEBAS PISA

116. Página 233



Volumen de cuerpos geométricos

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 234

$$a) 3 \text{ km}^3 \cdot \frac{10^9 \text{ m}^3}{1 \text{ km}^3} = 3 \cdot 10^9 = 3000000000 \text{ m}^3$$

$$b) 1200 \text{ dm}^3 \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ dm}^3} = 1,2 \text{ m}^3$$

$$c) 0,07 \text{ hm}^3 \cdot \frac{10^6 \text{ m}^3}{1 \text{ hm}^3} = 7 \cdot 10^4 = 70000 \text{ m}^3$$

$$d) 40000 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 0,04 \text{ m}^3$$

2. Página 234

$$a) \text{ I. } 5,32 \text{ m}^3 \cdot \frac{10^3 \text{ dm}^3}{1 \text{ m}^3} = 5320 \text{ dm}^3$$

$$\text{II. } 1330000 \text{ mm}^3 \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{10^6 \text{ mm}^3} = 1,33 \text{ dm}^3$$

$$\text{III. } 0,05021 \text{ hm}^3 \cdot \frac{10^9 \text{ dm}^3}{1 \text{ hm}^3} = 5,021 \cdot 10^7 = 50210000 \text{ dm}^3$$

$$b) \text{ I. } 13,23 \text{ km}^3 \cdot \frac{10^3 \text{ hm}^3}{1 \text{ km}^3} = 13230 \text{ hm}^3$$

$$\text{II. } 2,501 \text{ dam}^3 \cdot \frac{1 \text{ hm}^3}{10^3 \text{ dam}^3} = 0,002501 \text{ hm}^3$$

$$\text{III. } 12856 \text{ dm}^3 \cdot \frac{1 \text{ hm}^3}{10^9 \text{ dm}^3} = 0,000012856 \text{ hm}^3$$

3. Página 234

a) Escribimos todas las cantidades usando la misma unidad:

$$32,45 \text{ m}^3 \quad 2205,3 \text{ cm}^3 = 0,0022053 \text{ m}^3 \quad 0,2 \text{ hm}^3 = 200000 \text{ m}^3 \quad 2000002 \text{ mm}^3 = 0,002000002 \text{ m}^3$$

$$0,2 \text{ hm}^3 > 32,45 \text{ m}^3 > 2205,3 \text{ cm}^3 > 2000002 \text{ mm}^3$$

b) Escribimos todas las cantidades usando la misma unidad:

$$6,7 \text{ hm}^3 = 6700000 \text{ m}^3 \quad 49 \text{ dam}^3 = 49000 \text{ m}^3 \quad 8000000 \text{ m}^3 \quad 0,8 \text{ km}^3 = 800000000 \text{ m}^3$$

$$0,8 \text{ km}^3 > 8000000 \text{ m}^3 > 6,7 \text{ hm}^3 > 49 \text{ dam}^3$$

VIDA COTIDIANA

LA OLLA A PRESIÓN. Página 235

Tenemos que calcular la capacidad de la olla, para ello calculamos su volumen:

$$V = 16 \cdot \pi \cdot 12^2 = 7234,56 \text{ cm}^3 = 7,23456 \text{ dm}^3$$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 236

$$\frac{6^3}{3^3} = 2^3 = 8 \text{ veces}$$

RETO 2. Página 238

$$12 \cdot 330 \text{ cm}^3 = 3\,960 \text{ cm}^3$$

$3\,960 \text{ cm}^3 = 3,96 \text{ dm}^3 = 3,96 \ell \rightarrow$ Podemos llenar 3 jarras completas.

RETO 3. Página 240

Si se trata de agua destilada 1 litro pesa 1 kg.

La cantidad de agua del cubito es $5^3 = 125 \text{ cm}^3 = 0,125 \text{ dm}^3 = 0,125 \ell = 0,125 \text{ kg} = 125 \text{ g}$

RETO 4. Página 241

Al volumen del cubo le tenemos que restar el volumen del cilindro.

$$V = 10^3 - \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 215 \text{ cm}^3$$

RETO 5. Página 243

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{Esfera}} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ V_{\text{Cono}} &= \frac{A_{\text{Base}} \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot r}{3} = \frac{\pi r^3}{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{V_{\text{Esfera}}}{V_{\text{Cono}}} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{\frac{\pi r^3}{3}} = 4$$

El volumen de la esfera es cuatro veces el del cono.

RETO 6. Página 244

Se trata de un casquete, de modo que:

$$\frac{1}{3} \pi \cdot 18^2 \cdot (3 \cdot 12 - 18) = 6\,104,16 \text{ cm}^3$$

ACTIVIDADES

1. Página 236

a) 21 m^3

b) 14 m^3

2. Página 236

a) $4 \cdot 10^9 + 34 \cdot 10^6 + 22 = 4\,034\,000\,022 \text{ m}^3$

b) $0,125 + 0,000088 + 0,00000016 = 0,125088016 \text{ m}^3$

3. Página 236

$120,56 \text{ m}^3 = 120 \text{ m}^3 560 \text{ dm}^3$

$1\,523,003 \text{ dam}^3 = 1 \text{ hm}^3 523 \text{ dam}^3 3 \text{ m}^3$

4. Página 236

$V = 3^3 = 27 \text{ cm}^3 = 0,000027 \text{ m}^3$

5. Página 237En m³:

$$0,007 \text{ hm}^3 = 7\,000 \text{ m}^3 \quad 1,25 \text{ dam}^3 = 1\,250 \text{ m}^3 \quad 35\,000 \text{ cm}^3 = 0,035 \text{ m}^3 \quad 390\,000 \text{ mm}^3 = 0,00039 \text{ m}^3$$

En cm³:

$$0,0004 \text{ dam}^3 = 400\,000 \text{ cm}^3 \quad 3,6 \text{ m}^3 = 3\,600\,000 \text{ cm}^3 \quad 17 \text{ dm}^3 = 17\,000 \text{ cm}^3 \quad 25\,000 \text{ mm}^3 = 25 \text{ cm}^3$$

En hm³:

$$0,07 \text{ km}^3 = 70 \text{ hm}^3 \quad 1,6 \text{ dam}^3 = 0,0016 \text{ hm}^3 \quad 4\,000 \text{ m}^3 = 0,004 \text{ hm}^3 \quad 390\,000 \text{ cm}^3 = 0,00000039 \text{ hm}^3$$

6. Página 237

Expresamos todas con la misma unidad:

$$1,5 \text{ dam}^3 = 1\,500 \text{ m}^3 \quad 1\,501\,000 \text{ dm}^3 = 1\,501 \text{ m}^3 \quad 18\,000\,000 \text{ cm}^3 = 18 \text{ m}^3 \quad 0,002 \text{ km}^3 = 2\,000\,000 \text{ m}^3$$

$$18\,000\,000 \text{ cm}^3 < 1\,499 \text{ m}^3 < 1,5 \text{ dam}^3 < 1\,501\,000 \text{ dm}^3 < 0,002 \text{ km}^3$$

7. Página 237

a) $4\,000\,000\,150 \text{ dm}^3 = 4\,000\,000\,150\,000 \text{ cm}^3$

b) $10\,000,2 \text{ dam}^3 = 10\,000\,200\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$

c) $356\,014 \text{ m}^3 = 356\,014\,000 \text{ dm}^3$

d) $1\,200\,907 \text{ dam}^3 = 1\,200\,907\,000 \text{ m}^3$

8. Página 237

a) 500 dam^3

b) 4 m^3

c) 40 dam^3

9. Página 238

a) $2,3 \text{ hl} \cdot \frac{100 \ell}{1 \text{ hl}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \ell} = 230 \text{ dm}^3$

c) $1023 \text{ dl} \cdot \frac{1 \ell}{10 \text{ dl}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \ell} = 102,3 \text{ dm}^3$

b) $32,5 \text{ cl} \cdot \frac{1 \ell}{100 \text{ cl}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \ell} = 0,325 \text{ dm}^3$

d) $0,3 \text{ dal} \cdot \frac{10 \ell}{1 \text{ dal}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \ell} = 3 \text{ dm}^3$

10. Página 238

$$d_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3 \rightarrow 1 \text{ kg} = 1 \text{ dm}^3$$

a) $320 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{10^3 \text{ cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = 0,32 \text{ kg}$

c) $7501 \text{ dal} \cdot \frac{10 \ell}{1 \text{ dal}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \ell} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = 75010 \text{ kg}$

b) $9,52 \text{ cl} \cdot \frac{1 \ell}{100 \text{ cl}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \ell} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = 0,0952 \text{ kg}$

d) $1200 \text{ mm}^3 \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{10^6 \text{ mm}^3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = 0,0012 \text{ kg}$

11. Página 238

$$90 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \ell}{1 \text{ dm}^3} \cdot \frac{100 \text{ cl}}{1 \ell} = 9 \text{ cl}$$

12. Página 238

$$\left. \begin{array}{l} 1,5 \ell \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \ell} = 1,5 \text{ dm}^3 \\ 200 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{10^3 \text{ cm}^3} = 0,2 \text{ dm}^3 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1,5 \text{ dm}^3}{0,2 \text{ dm}^3} = 7,5 \text{ vasos}$$

13. Página 238

El 70 % del depósito son: $3,5 \text{ kl } 6 \text{ hl } 80 \text{ dal} = 350 \text{ dal} + 60 \text{ dal} + 80 \text{ dal} = 490 \text{ dal} = 4,9 \text{ kl} = 4,9 \text{ m}^3$

La capacidad total del depósito es: $4,9 \cdot \frac{100}{70} = 7 \text{ m}^3 = 7\,000 \text{ dm}^3 = 7\,000 \ell$

14. Página 239

a) $1 \text{ h } 20 \text{ min} = \frac{4}{3} \text{ h}$ $6 \text{ dal/h} \cdot \frac{4}{3} \text{ h} = 8 \text{ dal}$

b) Vemos cuánto pesa el total de su capacidad, es decir los 8 dal.

$$8 \text{ dal} = 80 \ell = 80 \text{ dm}^3 = 80 \text{ kg}$$

El barril lleno pesa $23 + 80 = 103 \text{ kg}$.

15. Página 239

$$2,5 \text{ h} = 150 \text{ min}$$

$$75 \ell/\text{min} \cdot 150 \text{ min} = 11\,250 \ell = 112,50 \text{ hl}$$

16. Página 239

$$2,5 \text{ h} = 150 \text{ min}$$

$$28 \text{ m}^3/\text{min} \cdot 150 \text{ min} = 4\,200 \text{ m}^3 = 4\,200\,000 \text{ dm}^3 = 4\,200\,000 \ell$$

17. Página 239

Vemos la capacidad de la piscina: $18 \text{ m}^3 = 18\,000 \text{ dm}^3 = 18\,000 \ell$

Tarda en vaciarse: $18\,000 \ell : 90 \ell/\text{min} = 200 \text{ min} = 3 \text{ h } 20 \text{ min}$

18. Página 239

a) Por día pierde: $875\,000 \ell = 875\,000 \text{ dm}^3 = 875 \text{ m}^3$

En 60 días pierde: $60 \cdot 875 = 52\,500 \text{ m}^3$

b) Vemos cuánto pierde en 20 días: $20 \cdot 875 = 17\,500 \text{ m}^3$

$$3\,542\,000\,000 - 17\,500 = 3\,541\,982\,500 \text{ m}^3$$

$1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg} = 1\,000 \ell = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3$. Por tanto, quedan 3 541 982 500 toneladas de agua.

c) Se han perdido $3\,542\,000\,000 - 3\,454\,500\,000 = 87\,500\,000 \text{ m}^3 = 87\,500\,000\,000 \text{ dm}^3 = 87\,500\,000\,000 \ell$

Han pasado $87\,500\,000\,000 \ell : 875\,000 \ell/\text{día} = 100\,000 \text{ días}$

19. Página 239

$$7,5 \cdot 8 = 60 \text{ ℓ/día}$$

$$60 \text{ ℓ/día} \cdot 30 \text{ días} = 1800 \text{ ℓ} = 1800 \text{ dm}^3 = 1,8 \text{ m}^3$$

20. Página 240

$$\text{a) } V = 40 \cdot 40 \cdot 60 = 96\,000 \text{ cm}^3$$

$$\text{c) } V = 2 \cdot 4 \cdot 7 = 56 \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } V = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105 \text{ mm}^3$$

$$\text{d) } V = 10^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$$

21. Página 240

$$V = 15 \cdot 10 \cdot 3 = 450 \text{ m}^3 = 450\,000 \text{ dm}^3 = 450\,000 \text{ ℓ}$$

22. Página 240

Un cubo tiene 12 aristas, por lo que cada arista medirá $60 : 12 = 5 \text{ cm}$.

$$V = 5^3 \text{ cm}^3 = 125 \text{ cm}^3 = 0,125 \text{ dm}^3 = 0,125 \text{ ℓ}$$

23. Página 240

El volumen de un ortoedro se calcula multiplicando el valor de sus tres aristas, dos de esas aristas son de la base del ortoedro. Por ser un ortoedro la base es un rectángulo, es decir, el área de la base es la base por la altura, que es lo mismo que el producto de las dos aristas. De modo que sí, tiene razón María.

La cara en la que esté apoyado no influye, porque lo único que haría sería cambiar el orden de los factores, pero por la propiedad conmutativa obtendríamos el mismo resultado.

24. Página 241

$$\text{a) } V = A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} \cdot 10 = 936 \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } V = A_{\text{Base}} \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 11 = 552,64 \text{ cm}^2$$

El prisma tiene mayor volumen que el cilindro.

25. Página 241

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{7 \cdot 7 \cdot 6,06}{2} \cdot 9 = 1\,336,23 \text{ cm}^3$$

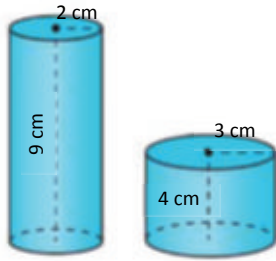
26. Página 241

Calculamos primero el volumen del prisma, para eso nos hace falta saber la apotema de la base que calculamos usando el teorema de Pitágoras: $10^2 = 5^2 + ap^2 \rightarrow ap = 8,66 \text{ cm}$

$$V_{\text{Prisma}} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} \cdot 10 = 2\,598 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Cilindro}} = 2\,598 = \pi \cdot 10^2 \cdot h \rightarrow h = 8,27 \text{ cm}$$

27. Página 241



28. Página 242

$$a) V = \frac{1}{3} \cdot 7^2 \cdot 13 = 212,33 \text{ cm}^3$$

$$b) V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9^2 \cdot 6 = 508,68 \text{ cm}^3$$

29. Página 242

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 30^2 \cdot 30 = 9000\pi \text{ cm}^3 = 28260 \text{ cm}^3$$

30. Página 242

Nos hace falta saber la apotema de la base que calculamos usando el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = 5^2 + ap^2 \rightarrow ap = 8,66 \text{ cm.}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} \cdot 20 = 1732 \text{ cm}^3$$

31. Página 242

$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot h \rightarrow h = 12 \cdot 3 = 36 \text{ cm}$$

32. Página 242

$$V_{\text{Pirámide}_1} = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot h$$

$$V_{\text{Pirámide}_2} = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot 2h = 2V_{\text{Pirámide}_1}$$

Al duplicar la altura se duplica el volumen. Lo mismo pasa en el caso de un cono.

33. Página 243

$$a) V = \frac{4}{3} \pi \cdot 15^3 = 14130 \text{ cm}^3 = 14,13 \text{ dm}^3$$

$$b) V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,75^3 = 1,77 \text{ mm}^3 = 1,77 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$c) V = \frac{4}{3} \pi \cdot 0,23^3 = 0,05 \text{ m}^3 = 50 \text{ dm}^3$$

$$d) V = \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{0,1}{2}\right)^3 = 0,00052 \text{ dam}^3 = 520 \text{ dm}^3$$

34. Página 243

$$a) V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = 267,95 \text{ cm}^3 \text{ y } V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 401,92 \text{ cm}^3$$

$$b) \frac{V_{\text{Cilindro}}}{V_{\text{Esfera}}} = \frac{401,92 \text{ cm}^3}{267,95 \text{ cm}^3} = 1,5$$

35. Página 243

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 9^3 = 1526,04 \text{ cm}^3$$

36. Página 243

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 2,5^3 = 65,42 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Cubo}} = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Esfera}} = 125 - 65,42 = 59,58 \text{ cm}^3$$

37. Página 243

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 = 904,32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 12 = 1356,48 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Esfera}} = 1356,48 - 904,32 = 452,16 \text{ cm}^3$$

38. Página 244

$$a) V = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot (3 \cdot 12 - 4) = 535,89 \text{ cm}^3$$

$$b) V = \frac{1}{6} \pi \cdot 6 \cdot (6^2 + 3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 3^2) = 800,7 \text{ cm}^3$$

$$c) V = \frac{4}{3} \pi \cdot 20^3 \cdot \frac{30}{360} = 2791,11 \text{ cm}^3$$

39. Página 244

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot (3 \cdot 10 - 2) = 117,23 \text{ cm}^3$$

a) La altura total es el diámetro de la esfera, de modo que la altura del otro casquete es $20 - 2 = 18 \text{ cm}$.

b) Calculamos el volumen de la esfera y le restamos el volumen del casquete que hemos calculado, esto nos dará el volumen del casquete buscado:

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 10^3 = 4186,67 \text{ cm}^3$$

De modo que el volumen del segundo casquete es: $4186,67 - 117,23 = 4069,44 \text{ cm}^3$

Como conocemos su altura, también podríamos calcularlo aplicando la fórmula para el volumen de un casquete: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 18^2 \cdot (3 \cdot 10 - 18) = 4069,44 \text{ cm}^3$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 18^2 \cdot (3 \cdot 10 - 18) = 4069,44 \text{ cm}^3$$

40. Página 244

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \frac{180}{360} = \frac{4}{6} \pi \cdot r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot r^3$$

41. Página 245

Figura verde:

Su volumen es la suma del volumen de un prisma de base cuadrada y una pirámide de base cuadrada.

Necesitamos calcular la altura de la pirámide, para eso primero calculamos la altura de uno de los triángulos que forman los laterales con el teorema de Pitágoras: $10^2 = 4^2 + ap^2 \rightarrow ap = 9,17$ cm.

La apotema de la pirámide, forma un triángulo rectángulo con la altura de la pirámide y la apotema de la base: $9,17^2 = 4^2 + h^2 \rightarrow h = 8,25$ cm

$$V = V_{\text{Prisma}} + V_{\text{Pirámide}} = 8^2 \cdot 16 + \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 8,25 = 1\,200 \text{ cm}^3$$

Figura morada y azul:

Su volumen es el de un cubo menos el de dos conos.

$$V = V_{\text{Cubo}} - 2 \cdot V_{\text{Cono}} = 12^3 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 1\,275,84 \text{ cm}^3$$

42. Página 245

Figura naranja:

Su volumen es la suma del volumen de un cono más una zona esférica.

Calculamos la altura del cono, para ello usamos el teorema de Pitágoras: $15^2 = 9^2 + h^2 \rightarrow h = 12$ cm

$$V = V_{\text{Cono}} + V_{\text{Zona esférica}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 9^2 \cdot 12 + \frac{1}{6} \pi \cdot 7 \cdot (7^2 + 3 \cdot 12^2 + 3 \cdot 9^2) = 3\,669,61 \text{ cm}^3$$

Figura amarilla:

Su volumen es el de un ortoedro más el de un prisma de base triangular, la base es un triángulo rectángulo de altura 8 cm y base $20 - 12 = 8$ cm.

$$V = V_{\text{Ortoedro}} + V_{\text{Prisma triangular}} = 8 \cdot 5 \cdot 12 + \frac{8 \cdot 8}{2} \cdot 5 = 640 \text{ cm}^3$$

ACTIVIDADES FINALES

43. Página 246

a) $4,52 \text{ cm}^3 = 4,52 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 0,00000452 \text{ m}^3$

c) $0,25 \text{ hm}^3 = 0,25 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 250\,000 \text{ m}^3$

b) $600\,000 \text{ mm}^3 = 600\,000 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 = 0,0006 \text{ m}^3$

d) $0,009 \text{ km}^3 = 0,009 \cdot 10^9 \text{ m}^3 = 9\,000\,000 \text{ m}^3$

44. Página 246

a) $580\,000\,000 \text{ cm}^3 + 5\,000\,000 \text{ cm}^3 + 680\,000 \text{ cm}^3 = 585\,680\,000 \text{ cm}^3$

b) $2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^3 + 4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^3 + 2 \cdot 10^9 \text{ cm}^3 = 2\,004\,002\,000\,000\,000 \text{ cm}^3$

c) $34\,000\,000\,000 \text{ cm}^3 + 6\,000\,000 \text{ cm}^3 + 400 \text{ cm}^3 = 34\,006\,000\,400 \text{ cm}^3$

d) $87\,000\,000 \text{ cm}^3 + 80\,000 \text{ cm}^3 + 0,4 \text{ cm}^3 = 87\,080\,000,4 \text{ cm}^3$

45. Página 246

a) $56 \text{ dm}^3 895 \text{ cm}^3$

c) $689 \text{ m}^3 550 \text{ dm}^3$

e) $90 \text{ dam}^3 73 \text{ m}^3 553 \text{ dm}^3$

b) $67 \text{ hm}^3 99 \text{ m}^3$

d) $880 \text{ cm}^3 42 \text{ mm}^3$

f) $6 \text{ m}^3 667 \text{ dm}^3 229 \text{ cm}^3 503 \text{ mm}^3$

46. Página 246

a) $5,34 \cdot 10^6 \text{ cm}^3 = 5\,340\,000 \text{ cm}^3$

d) $9\,800 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3 = 0,0098 \text{ dm}^3$

b) $0,08 \cdot 10^3 \text{ m}^3 = 80 \text{ m}^3$

e) $900 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3 = 0,0009 \text{ dm}^3$

c) $6,5 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 = 6\,500 \text{ cm}^3$

f) $900 \cdot 10^{-3} \text{ hm}^3 = 0,9 \text{ hm}^3$

47. Página 246

a) $450 \text{ ml} = 0,45 \text{ ℓ} = 0,45 \text{ dm}^3$

Agua destilada: $0,45 \text{ dm}^3 = 0,45 \text{ kg} = 4\,500 \text{ g}$

b) $33 \text{ cl} = 0,33 \text{ ℓ} = 0,33 \text{ dm}^3$

Agua destilada: $0,33 \text{ dm}^3 = 0,33 \text{ kg} = 3\,300 \text{ g}$

c) $500 \text{ dl} = 50 \text{ ℓ} = 50 \text{ dm}^3$

Agua destilada: $50 \text{ dm}^3 = 50 \text{ kg} = 50\,000 \text{ g}$

d) $0,5 \text{ hl} = 50 \text{ ℓ} = 50 \text{ dm}^3$

Agua destilada: $50 \text{ dm}^3 = 50 \text{ kg} = 50\,000 \text{ g}$

e) $6 \text{ dal} = 60 \text{ ℓ} = 60 \text{ dm}^3$

Agua destilada: $60 \text{ dm}^3 = 60 \text{ kg} = 60\,000 \text{ g}$

f) $0,3 \text{ kl} = 300 \text{ ℓ} = 300 \text{ dm}^3$

Agua destilada: $300 \text{ dm}^3 = 300 \text{ kg} = 300\,000 \text{ g}$

48. Página 246

a) $0,05 \text{ dam}^3 = 0,05 \cdot 10^6 \text{ dm}^3 = 50\,000 \text{ ℓ}$

Agua destilada: $50\,000 \text{ ℓ} = 50\,000 \text{ kg}$

b) $80 \text{ dm}^3 = 80 \text{ ℓ}$

Agua destilada: $80 \text{ ℓ} = 80 \text{ kg}$

c) $500 \text{ cm}^3 = 0,5 \text{ dm}^3 = 0,5 \text{ ℓ}$

Agua destilada: $0,5 \text{ ℓ} = 0,5 \text{ kg}$

d) $5\,000 \text{ mm}^3 = 0,005 \text{ dm}^3 = 0,005 \text{ ℓ}$

Agua destilada: $0,005 \text{ ℓ} = 0,005 \text{ kg}$

e) $0,006 \text{ hm}^3 = 6\,000\,000 \text{ dm}^3 = 6\,000\,000 \text{ ℓ}$

Agua destilada: $6\,000\,000 \text{ ℓ} = 6\,000\,000 \text{ kg}$

f) $0,03 \text{ m}^3 = 30 \text{ dm}^3 = 30 \text{ ℓ}$

Agua destilada: $30 \text{ ℓ} = 30 \text{ kg}$

49. Página 246

- a) $978 \text{ kg} = 978 \text{ dm}^3 = 0,978 \text{ m}^3$
- b) $5\,300 \text{ kg} = 5\,300 \text{ dm}^3 = 5,3 \text{ m}^3$
- c) $80\,000 \text{ g} = 80 \text{ kg} = 80 \text{ dm}^3 = 0,08 \text{ m}^3$
- d) $6,7 \text{ t} = 6,7 \text{ m}^3 = 6\,700 \text{ dm}^3$
- e) $0,03 \text{ t} = 0,03 \text{ m}^3 = 30 \text{ dm}^3$
- f) $1,008 \text{ t} = 1,008 \text{ m}^3 = 1\,008 \text{ dm}^3$

50. Página 246

Expresamos todas en la misma unidad de masa:

$$0,3 \text{ m}^3 = 0,3 \text{ t} \quad 50\,000 \text{ ℓ} = 50\,000 \text{ dm}^3 = 50 \text{ m}^3 = 50 \text{ t} \quad 420\,000 \text{ dm}^3 = 420 \text{ m}^3 = 420 \text{ t}$$

$$510\,000\,000 \text{ cm}^3 = 510 \text{ m}^3 = 510 \text{ t} \quad 520\,000 \text{ cl} = 5\,200 \text{ ℓ} = 5\,200 \text{ dm}^3 = 5,2 \text{ m}^3 = 5,2 \text{ t}$$

Ordenadas quedan como sigue: $0,3 \text{ m}^3 < 520\,000 \text{ cl} < 50\,000 \text{ ℓ} < 420\,000 \text{ dm}^3 < 510\,000\,000 \text{ cm}^3$

52. Página 246

La relación de la densidad es $d = \frac{m}{V}$ y habitualmente se expresa en kg/dm^3 , de modo que pasamos a esas unidades los datos:

$$270,92 \text{ dag} = 2,7092 \text{ kg} \quad 200 \text{ cm}^3 = 0,2 \text{ dm}^3$$

$$\text{Así } d = \frac{2,7092}{0,2} = 13,546 \text{ kg}/\text{dm}^3$$

53. Página 246

La relación de la densidad es $d = \frac{m}{V}$ y habitualmente se expresa en kg/dm^3 , de modo que pasamos a esas unidades los datos:

$$482,5 \text{ g} = 0,4825 \text{ kg}$$

$$\text{Así } d = \frac{0,4825}{0,025} = 19,3 \text{ kg}/\text{dm}^3$$

54. Página 246

a) Hacemos las transformaciones de unidades apropiadas: $\frac{1820 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ dm}^3} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \text{ ℓ}} = 1,820 \text{ kg}/\text{ℓ}$. Es decir, un litro de magnesio pesa 1,82 kg.

b) Hacemos las transformaciones de unidades apropiadas: $\frac{1820 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1000000 \text{ cm}^3} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 1,820 \text{ g}/\text{cm}^3$. Es decir, un centímetro cúbico de magnesio pesa 1,82 g.

55. Página 246

$$m = d \cdot V \rightarrow 0,88 \text{ g}/\text{cm}^3 \cdot 1\,500 \text{ cm}^3 = 1\,320 \text{ g}$$

56. Página 246

Expresamos con las mismas unidades de capacidad las cantidades dadas, para ello $1,2 \text{ dm}^3 = 1\,200 \text{ cm}^3$.

$$m = d \cdot V \rightarrow 0,8 \text{ g/cm}^3 \cdot 1\,200 \text{ cm}^3 = 960 \text{ g}$$

57. Página 246

$$V = \frac{m}{d} = \frac{240 \text{ g}}{0,862 \text{ g/cm}^3} = 278,42 \text{ cm}^3$$

58. Página 246

Primero tenemos que tener las dos cantidades expresadas con las mismas unidades de masa, para ello $6 \text{ kg} = 6\,000 \text{ g}$.

$$V = \frac{m}{d} = \frac{6\,000 \text{ g}}{10,5 \text{ g/cm}^3} = 571,43 \text{ cm}^3$$

59. Página 246

$$V_{\text{Ortoedro}} = 3 \cdot 4 \cdot 18 = 216 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Cubo}} = a^3 = 216 \rightarrow a = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ cm}$$

60. Página 246

A lo largo caben 4 (y sobra 1 cm). A lo ancho caben 2 y a lo alto solo 1.

$$4 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \rightarrow \text{Cablen 8 cubos en el ortoedro y queda un ortoedro de dimensiones } 1 \times 2 \times 4 \text{ cm.}$$

61. Página 247

$$\text{a) } V = 3^3 = 27 \text{ cm}^3 = 27 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{b) } 27 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 27 \cdot 10^{-6} \text{ t} = 27 \text{ g}$$

62. Página 247

$$V = 343 = a^3 \rightarrow a = 7 \text{ cm}$$

Conociendo la arista calculamos la diagonal de la base: $d^2 = 7^2 + 7^2 \rightarrow d = 9,90 \text{ cm}$.

Calculamos ahora la diagonal del cubo: $D^2 = 9,9^2 + 7^2 \rightarrow D = 12,12 \text{ cm}$.

64. Página 247

a) Conocemos la diagonal, aplicando dos veces el teorema de Pitágoras, podemos calcular la arista:

$$D^2 = d^2 + a^2 \text{ y } d^2 = a^2 + a^2, \text{ de modo que } D^2 = 3a^2$$

Por tanto, el cubo de diagonal 10 cm, tiene una arista que mide: $10^2 = 3a^2 \rightarrow 5,77 \text{ cm}$

Su volumen es $V = 5,77^3 = 192,1 \text{ cm}^3$.

b) Siguiendo el mismo razonamiento que en el apartado anterior llegamos a que $20^2 = 3a'^2 \rightarrow a' = 11,55$.

Su volumen es $V = 11,55^3 = 1\,540,80 \text{ cm}^3$.

Al duplicar la diagonal aumenta 2^3 , no se duplica.

65. Página 247

Si la diagonal de una de las caras mide 8, podemos calcular su arista: $d^2 = 8^2 = 2a^2 \rightarrow a = 5,66 \text{ cm}$

$$V = 5,66^3 = 181,32 \text{ cm}^3$$

$$D^2 = a^2 + d^2 \rightarrow D = 9,80 \text{ cm}$$

66. Página 247

a) $V = 2,5^3 = 15,625 \text{ cm}^3$

c) $a_p = \sqrt{9^2 - 5,5^2} = \sqrt{81 - 30,25} = \sqrt{50,75} = 7,12 \text{ cm}$

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{11 \cdot 7,12}{2} \cdot 12 = 469,92 \text{ cm}^3$$

b) $a_p = \sqrt{3^2 - 1,5^2} = \sqrt{9 - 2,25} = \sqrt{6,75} = 2,60 \text{ cm}$

d) $V = 3 \cdot 4 \cdot 8 = 96 \text{ cm}^3$

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{6 \cdot 3 \cdot 2,6}{2} \cdot 6 = 140,4 \text{ cm}^3$$

67. Página 247

Calculamos la apotema de la base: $5^2 = 2,5^2 + ap^2 \rightarrow ap = 4,33 \text{ cm}$

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4,33}{2} \cdot 8 = 519,6 \text{ cm}^3$$

68. Página 247

$$V = \frac{1}{3} \cdot 15^2 \cdot 20 = 1500 \text{ cm}^3$$

69. Página 247

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = l^2 \cdot 12 = 146 \text{ cm}^3 \rightarrow l = 3,49 \text{ cm}$$

70. Página 247

a) Tenemos que restar al volumen del cubo, el volumen de una pirámide que tiene su misma base pero la mitad de altura.

$$V_{\text{Total}} = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Pirámide}} = 6^3 - \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3 = 180 \text{ cm}^3$$

b) En este caso tenemos el volumen de un cubo menos el volumen de una pirámide de base un triángulo equilátero.

Calculamos el lado de la base de la pirámide: $l^2 = 4^2 + 4^2 \rightarrow l = 5,66 \text{ cm}$. Calculamos la altura del triángulo de la base: $5,66^2 = 2,83^2 + h^2 \rightarrow h = 4,90 \text{ cm}$

Calculamos ahora la altura de la pirámide, que forma un triángulo rectángulo con el lado de uno de los triángulos laterales y dos tercios de la altura del triángulo de la base: $4^2 = H^2 + 3,27^2 \rightarrow H = 2,30 \text{ cm}$

$$V_{\text{Total}} = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Pirámide}} = 8^3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{5,66 \cdot 4,9}{2} \cdot 2,3 = 501,17 \text{ cm}^3$$

71. Página 247

El volumen de cada pirámide es la sexta parte del volumen del cubo.

$$V_{\text{Pirámide}} = V_{\text{Cubo}} : 6 = 16^3 : 6 = 682,67 \text{ cm}^3$$

72. Página 247

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 141,3 \text{ cm}^3$$

73. Página 247

La diagonal del cilindro forma un triángulo rectángulo con la altura del cilindro y el diámetro de la base.

El diámetro de la base es el doble que el radio, el radio es el doble que la altura, de modo que $\text{diámetro} = 4h$.

$$d^2 = h^2 + (4h)^2 \rightarrow 12^2 = 17h^2 \rightarrow h = 2,91 \text{ cm}$$

Por lo que $r = 2 \cdot 2,91 = 5,82 \text{ cm}$.

$$V = \pi \cdot 5,82^2 \cdot 2,91 = 309,51 \text{ cm}^3$$

74. Página 247

Sabemos que $r = h$, entonces $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 = 4\pi r^2 = 251,2 \text{ cm}^2 \rightarrow r = 4,47 \text{ cm}$

$$V = \pi \cdot 4,47^2 \cdot 4,47 = 280,45 \text{ cm}^3$$

75. Página 247

Calculamos la altura del cilindro: $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 37,68 \text{ cm}^3$$

76. Página 247

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^3 = 300 \rightarrow r = 4,57 \text{ cm}$$

El diámetro mide $4,57 \cdot 2 = 9,14 \text{ cm}$.

77. Página 247

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 8}{3} = 133,97 \text{ cm}^3$$

78. Página 247

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 12}{3} = 168 \text{ cm}^3 \rightarrow r = \sqrt{\frac{3 \cdot 168}{\pi \cdot 12}} = 3,66 \text{ cm}$$

79. Página 247

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 8 = 122 \text{ cm}^3 \rightarrow r = 2,20 \text{ cm}$$

80. Página 247

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 35,5 = 2 \ell = 2 \text{ dm}^3 = 2000 \text{ cm}^3 \rightarrow r = 4,24 \text{ cm.}$$

El diámetro mide 8,48 cm.

81. Página 247

Calculamos la apotema del prisma: $4,5^2 = ap^2 + 2,25^2 \rightarrow ap = 3,9 \text{ cm.}$

El radio de la base del cilindro coincide con la apotema del prisma.

$$V = V_{\text{Prisma}} - V_{\text{Cilindro}} = \frac{6 \cdot 4,5 \cdot 3,9}{2} \cdot 9 - \pi \cdot 3,9^2 \cdot 9 = 44,02 \text{ cm}^3$$

82. Página 248

$$\text{a) } V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} + V_{\text{Cono}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 + \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 401,92 \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} + V_{\text{Ortoedro}} = \pi \cdot 60^2 \cdot 12 + 80 \cdot 40 \cdot 60 = 327\,648 \text{ cm}^3$$

83. Página 248

$$\text{a) } V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Cono}} = \pi \cdot 8^2 \cdot 16 + \frac{1}{3} \pi \cdot 8^2 \cdot 8 = 3\,751,25 \text{ cm}^3$$

b) Tenemos que calcular el radio de la circunferencia de la base, sabemos que la longitud de media circunferencia es 3, es decir $2\pi r/2 = 3 \rightarrow r = 0,96 \text{ cm}$

$$V_{\text{Total}} = \frac{1}{2} V_{\text{Cilindro}} + \frac{1}{2} V_{\text{Cono}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0,96^2 \cdot 3 + \frac{1}{6} \pi \cdot 0,96^2 \cdot 3 = 5,79 \text{ cm}^3$$

84. Página 248

$$\text{a) } V = \frac{4\pi \cdot 5^3}{3} = 523,33 \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } V = \frac{4\pi \cdot 10^3}{3} = 4\,186,67 \text{ cm}^3$$

85. Página 248

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 904,32}{4\pi}} = 6 \text{ cm}$$

$$d = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

86. Página 248

$$A = 4\pi r^2 = 615,44 \text{ cm}^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{615,44}{4\pi}} = 7 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 7^3}{3} = 1\,436,03 \text{ cm}^3$$

87. Página 248

$$V = \frac{1}{4} \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{\pi r^3}{3} = \frac{\pi \cdot 4^3}{3} = 66,99 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = 33,49 \text{ cm}^3$$

No, no son iguales. En un caso tenemos $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ multiplicado por $\frac{\pi}{3}$ y en el otro $4 \cdot 2^3 = 2^2 \cdot 2^3 = 2^5$ multiplicado por $\frac{\pi}{3}$.

88. Página 248

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 30^3}{3} = 113040 \text{ cm}^3 = 113,04 \text{ dm}^3 = 113,04 \text{ l}$$

Si es agua destilada, pesaría 113,04 kg.

89. Página 248

$$V = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Esfera}} = \pi \cdot 8^2 \cdot 16 - \frac{4}{3} \pi \cdot 8^3 = 1071,79 \text{ cm}^3$$

90. Página 248

$$\text{a) } V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 12^2 (3 \cdot 20 - 12) = 7234,56 \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 10 (10^2 + 3 \cdot 30^2 + 3 \cdot 20^2) = 20933,33 \text{ cm}^3$$

$$\text{c) } V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 20^3 \frac{100}{360} = 9303,70 \text{ cm}^3$$

91. Página 248

No basta restar al volumen de la esfera el volumen del casquete y de la cuña, porque se restaría dos veces el espacio de intersección del casquete y la cuña. Si restamos una cuña de 90° , es como restar una cuarta parte del total, de modo que habrá que restar el casquete y la cuña, y luego añadir una cuarta parte del volumen del casquete, pues lo hemos restado dos veces.

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = 4,19 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Casquete}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,3^2 (3 \cdot 1 - 0,3) = 0,25 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Cuña}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 \frac{90}{360} = 1,05 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Final}} = 4,19 - 0,25 - 1,05 + \frac{1}{4} \cdot 0,25 = 2,95 \text{ m}^3$$

92. Página 248

$$V = V_{\text{Esfera}} - V_{\text{Zona}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 - \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 0,30 (0,30^2 + 3 \cdot 0,75^2 + 3 \cdot 0,60^2) = 3,74 \text{ cm}^3$$

93. Página 248

$$V = 330 = \pi \cdot 3^2 \cdot h \rightarrow h = 11,68 \text{ cm}$$

94. Página 248

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 12^3 = 7\,234,56 \text{ m}^3$$

La capacidad de gas que podemos meter es $7\,234,56 \cdot 33 = 238\,740,48 \text{ m}^3$.

95. Página 248

$$V = 50\,000 \text{ ℓ} = 50\,000 \text{ dm}^3 = 50 \text{ m}^3 = 5^2 \cdot h \rightarrow h = 2 \text{ m}$$

96. Página 248

$$V_{\text{Depósito}} = \pi r^2 h + \frac{4\pi r^3}{3} = \pi \cdot 1^2 \cdot 6 + \frac{4\pi \cdot 1^3}{3} = 18,84 + 4,19 = 23,03 \text{ m}^3$$

La capacidad del depósito es de $23,03 \text{ m}^3 = 23\,030 \text{ dm}^3 = 23\,030 \text{ ℓ}$.

97. Página 248

$$V = 6 \cdot 4 \cdot 2 = 48 \text{ m}^3 = 48\,000 \text{ dm}^3 = 48\,000 \text{ ℓ}$$

Cada minuto se arrojan a la piscina $85 \cdot 2 = 170 \text{ ℓ}$, de modo que tardará en llenarse $48\,000 \text{ ℓ} : 170 \text{ ℓ/min} = 282,35 \text{ min} = 4 \text{ h } 42 \text{ min } 21 \text{ s}$.

98. Página 248

Calculamos la apotema de la base: $10^2 = 5^2 + ap^2 \rightarrow ap = 8,66 \text{ m}$

$$V = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} \cdot 20 = 5\,196 \text{ m}^3 = 5\,196\,000 \text{ dm}^3 = 5\,196\,000 \text{ ℓ}$$

El depósito tarda en llenarse $5\,196\,000 \text{ ℓ} : 130 \text{ ℓ/min} = 39\,969,23 \text{ min} = 666 \text{ h } 9 \text{ min } 13 \text{ s}$
 $= 27 \text{ días } 18 \text{ h } 9 \text{ min } 13 \text{ s}$.

99. Página 248

$$V_{\text{cono}} = 94,2 \text{ cl} = 0,942 \text{ ℓ} = 0,942 \text{ dm}^3 = 942 \text{ cm}^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot 10 \rightarrow r = 9,49 \text{ cm}$$

El diámetro del cono es 18,98 cm.

100. Página 249

$$V_1 = 25^2 \cdot 20 = 12\,500 \text{ cm}^3 \quad V_2 = 30 \cdot 40 \cdot 12 = 14\,400 \text{ cm}^3$$

Cabe más zumo en el segundo envase, el de la base rectangular.

101. Página 249

$$V = 31,4^3 = 30\,959,144 \text{ cm}^3$$

$$m = d \cdot V = 0,917 \text{ g/cm}^3 \cdot 30\,959,144 \text{ cm}^3 = 28\,389,54 \text{ g}$$

102. Página 249

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 15^3 = 14\,130 \text{ cm}^3$$

$$m = d \cdot V = 11,4 \text{ g/cm}^3 \cdot 14\,130 \text{ cm}^3 = 161\,082 \text{ g} = 161,082 \text{ kg}$$

103. Página 249

Suponemos que el bote se ajusta a las pelotas de tenis, por lo que su base tendrá un radio de 4 cm y su altura será la de las tres pelotas de tenis ($8 \cdot 3 = 24$ cm).

$$V = V_{\text{Cilindro}} - 3V_{\text{Esfera}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 24 - 3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = 401,92 \text{ cm}^3$$

104. Página 249

$$V_{\text{Habitación}} = 3 \cdot 2 \cdot 2,5 = 15 \text{ m}^3$$

$$\frac{15 \text{ m}^3}{4 \cdot 15 \text{ m}^3/\text{día}} = 0,25 \text{ días} = 6 \text{ horas}$$

105. Página 249

$$V = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot h = \pi (12^2 - 8^2) \cdot 30 = 7\,536 \text{ cm}^3$$

$$m = d \cdot V = 7,87 \cdot 7\,536 = 59\,308,32 \text{ g} = 59,31 \text{ kg}$$

106. Página 249

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 9 = 48 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Cubo}} = 0,7^3 = 0,343 \text{ m}^3$$

$$48 : 0,343 = 139,94$$

Necesitará 140 bloques.

DEBES SABER HACER**1. Página 249**

$$2\,503,24 \text{ dm}^3 = 2\,503 \text{ dm}^3 \, 240 \text{ cm}^3 = 2 \text{ m}^3 \, 503 \text{ dm}^3 \, 240 \text{ cm}^3$$

2. Página 249

a) $12\,000,056 \text{ m}^3$

b) $7\,000\,125\,000,00003 \text{ dm}^3$

3. Página 249

$$1\,705,12 \text{ dam}^3 \cdot \frac{10^6 \text{ dm}^3}{1 \text{ dam}^3} = 1\,705\,120\,000 \text{ dm}^3$$

4. Página 249

$$a) 1,5 \text{ hl} \cdot \frac{1 \text{ kl}}{10 \text{ hl}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1 \text{ kl}} \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 150 \text{ kg}$$

$$b) 860 \text{ dg} \cdot \frac{1 \text{ g}}{10 \text{ dg}} \cdot \frac{1 \text{ cm}^3}{1 \text{ g}} = 86 \text{ cm}^3$$

$$c) 33 \text{ cl} \cdot \frac{10 \text{ ml}}{1 \text{ cl}} \cdot \frac{1 \text{ cm}^3}{1 \text{ ml}} = 330 \text{ cm}^3$$

$$d) 8,25 \text{ dl} \cdot \frac{1 \text{ l}}{10 \text{ dl}} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \text{ l}} = 0,825 \text{ dm}^3$$

5. Página 249

a) Primero calculamos la apotema de la base: $ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 6,93 \text{ cm}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,93}{2} \cdot 15 = 831,6 \text{ cm}^3$$

$$b) V = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 11 = 103,62 \text{ cm}^3$$

6. Página 249

$$V = 8^2 \cdot 12 = 768 \text{ cm}^3$$

7. Página 249

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 7 = 197,82 \text{ cm}^3$$

8. Página 249

$$a) V_{\text{Helado}} = V_{\text{Cono}} + \frac{1}{2} V_{\text{Esfera}} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 7}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot 3^3}{3} = 122,46 \text{ cm}^3$$

$$b) V_{\text{Caja}} = 20 \cdot 40 \cdot 60 = 48\,000 \text{ cm}^3$$

9. Página 249

$$250 \text{ ml} = 0,25 \text{ l} = 0,25 \text{ dm}^3 = 250 \text{ cm}^3$$

En el frasco caben $250 : 10 = 25$ jeringuillas.

10. Página 249

$$1,2 \text{ hl} \cdot \frac{100\,000 \text{ ml}}{1 \text{ hl}} \cdot \frac{1 \text{ cm}^3}{1 \text{ ml}} = 120\,000 \text{ cm}^3$$

$$120\,000 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ min}}{250 \text{ cm}^3} = 480 \text{ min} = 8 \text{ horas}$$

11. Página 249

$$V_{\text{Total}} = V_{\text{Cilindro}} + V_{\text{Cono}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 2,5 + \frac{1}{3} \pi \cdot 3,5^2 \cdot 2 = 96,29 \text{ m}^3$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

107. Página 250

a) Necesita una olla que tenga una capacidad de un litro o mayor.

$$V_{\text{Roja}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 9 = 1\,017,36 \text{ cm}^3 = 1,01736 \text{ dm}^3 \cong 1 \ell$$

$$V_{\text{Azul}} = \pi \cdot 10^2 \cdot 14 = 4\,396 \text{ cm}^3 = 4,396 \text{ dm}^3 > 1 \ell$$

$$V_{\text{Blanca}} = \pi \cdot 14^2 \cdot 20 = 12\,308,8 \text{ cm}^3 = 12,3088 \text{ dm}^3 > 1 \ell$$

En principio parece que le vale cualquier olla, pero con la roja no sería práctico cocinar, ya que tendría que tenerla llena hasta el borde.

$$\text{b) } V_{\text{Albóndiga}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 113,04 \text{ cm}^3 = 0,113 \text{ dm}^3$$

Prepara en total $4 \cdot 5 = 20$ albóndigas, que ocuparán un volumen de $20 \cdot 0,113 \text{ dm}^3 = 2,26 \text{ dm}^3$.

Como además se añade $1,5 \ell$, se necesita una capacidad de al menos $3,76 \text{ dm}^3$, de modo que podría prepararlas en la olla azul o la blanca.

$$\text{c) } V = \frac{1}{3} \pi \cdot 7^2 \cdot 23 = 1\,179,59 \text{ cm}^3$$

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

108. Página 250

Sea largo = l y ancho = a

Consideramos el cilindro 1 como aquel en que unimos el largo, así el perímetro de la base es el largo, de modo que $2\pi r_1 = l \rightarrow r_1 = \frac{l}{2\pi}$. Así el volumen es $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 \cdot a = \frac{l^2 a}{4\pi}$.

Consideramos el cilindro 2 como aquel en que unimos el ancho, así el perímetro de la base es el ancho, de modo que $2\pi r_2 = a \rightarrow r_2 = \frac{a}{2\pi}$. Así el volumen es $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 \cdot l = \frac{a^2 l}{4\pi}$.

Si multiplicamos los dos volúmenes por 4π y los dividimos por $a \cdot l$, nos queda $\frac{4\pi}{al} V_1 = l$ y $\frac{4\pi}{al} V_2 = a$

Como $l > a$, es mayor el volumen del cilindro 1.

109. Página 250

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot 3 \rightarrow r^2 = 4 \cdot 3^2 = 36 \rightarrow r = 6 \text{ m}$$

110. Página 250

$$V = A_b \cdot h = \frac{1}{3} A_b \cdot H \rightarrow 3h = H$$

La altura del cono es tres veces la del cilindro.

111. Página 250

La altura del cilindro es el diámetro de la esfera, de modo que:

$$V = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Esfera}} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r - \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 = \frac{2}{3} \pi r^3$$

112. Página 250

En un minuto el aire que moviliza es $12 \cdot 500 \text{ ml} = 6000 \text{ ml} = 6 \ell = 6 \text{ dm}^3$.

PRUEBAS PISA

113. Página 251

Desde P1 se ven 4 caras.

Desde P2 se ven 3 caras.

Desde P3 se ve 1 cara.

Desde P4 se ven 2 caras.

Desde P5 se ven 2 caras.

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 252

a) $2x + 6$

b) $3x - 2x$

c) $\left(\frac{x}{4}\right)^2$

2. Página 252

a) El cuádruple de un número menos dos unidades.

b) El cubo de un número menos una unidad.

c) El triple de un número menos su mitad.

d) El cuadrado del doble de un número menos uno.

3. Página 252

a) Directamente proporcionales.

b) Inversamente proporcionales.

c) Inversamente proporcionales.

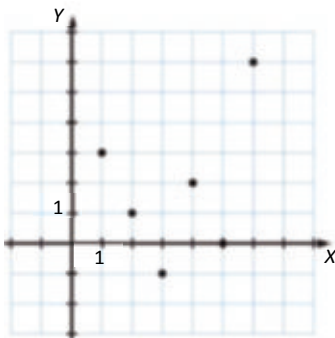
VIDA COTIDIANA

EL FONÓGRAFO. Página 253

La amplitud y el período.

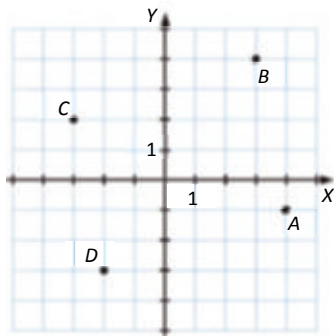
RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 258



ACTIVIDADES

1. Página 254



$A \rightarrow 4.^\circ$ cuadrante

$B \rightarrow 1.^\text{er}$ cuadrante

$C \rightarrow 2.^\circ$ cuadrante

$D \rightarrow 3.^\text{er}$ cuadrante.

2. Página 254

El punto B está en el $1.^\text{er}$ cuadrante y el punto C está en el $2.^\circ$ cuadrante.

El resto de puntos están en los ejes.

3. Página 254

Si $x > 0$, el punto podría estar en el $1.^\text{er}$ o en el $4.^\circ$ cuadrante.

4. Página 255

Sí, representa una función porque a cada valor de la variable x (tiempo), le corresponde un único valor de la variable y (temperatura).

5. Página 255

Sí, representa una función porque a cada valor de la variable x le corresponde un único valor de la variable y .

6. Página 255

a) Es una función, a cada número natural le corresponderá un único número mediante la relación que se define.

b) No es una función.

7. Página 255

Respuesta abierta. Por ejemplo:

La función del ejercicio anterior: a cada número (variable independiente) le asocia su triple menos tres (variable dependiente).

x	1	2	3	10
$3x - 3$	0	3	6	27

8. Página 256

- a) Variable independiente → Kilos de manzanas Variable dependiente → Dinero que cuestan
 b) Variable independiente → Tiempo Variable dependiente → Litros de agua que salen
 c) Variable independiente → Velocidad Variable dependiente → Tiempo.

9. Página 256

Un lápiz cuesta 40 céntimos, dos lápices cuestan 80 céntimos... La tabla refleja el precio que hay que pagar por una cantidad de lápices determinada. Cada lápiz vale 40 céntimos.

10. Página 256

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Con dos naranjas se obtienen 250 ml de zumo, la función que relaciona los mililitros de zumo, y , con las naranjas exprimidas, x : $y = 125x$.

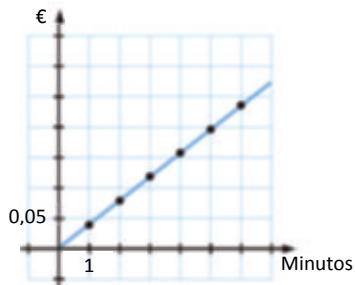
x	0	1	2	4
y	0	125	250	500

11. Página 257

a) La variable independiente es el tiempo y la variable dependiente el precio.

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24

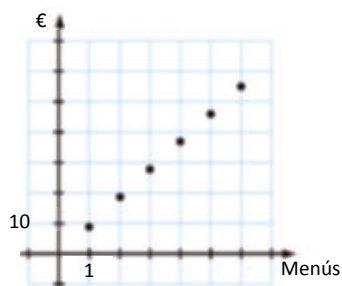
c)



12. Página 257

N.º de menús	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	9,50	19	28,5	38	47,5	57

b)



13. Página 257

a) Caja verde:

Peso (kg)	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	0,75	1,50	2,25	3	3,75	4,50

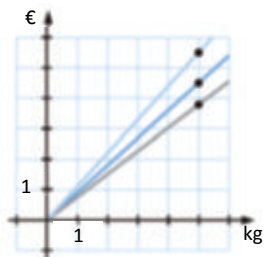
Caja roja:

Peso (kg)	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40

Caja azul:

Peso (kg)	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	1,10	2,20	3,30	4,40	5,50	6,60

b)



14. Página 258

$$y = \frac{x}{2} + 3$$

15. Página 258

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	2	0	-2	-4	-6	-8

16. Página 258

$$f(x) = x^2 - 2$$

Para los puntos indicados tenemos:

$$f(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$f(0) = 0^2 - 2 = 0 - 2 = -2$$

$$f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

17. Página 258

Sea x el número de motos e y el número de ruedas, entonces $y = 2x$.

18. Página 258

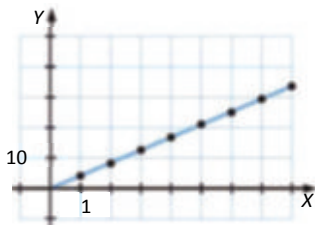
Por cada pipa que se come Paz, Enrique se come tres. ¿Cómo relacionas las pipas que se come Enrique en función de las que se come Paz?

19. Página 259

a) $y = 4,25x$

b)

x: peso (kg)	1	2	3	4	5	6	7	8
y: precio (€)	4,25	8,50	12,75	17	21,25	25,50	29,75	34

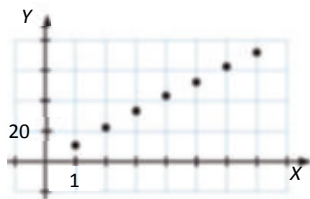


20. Página 259

a) $y = 3,50 + 9,50x$

b)

x: libros	1	2	3	4	5	6	7
y: precio pedido	13	22,50	32	41,50	51	60,50	70

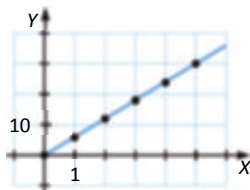


21. Página 259

a) $y = 6x$

b)

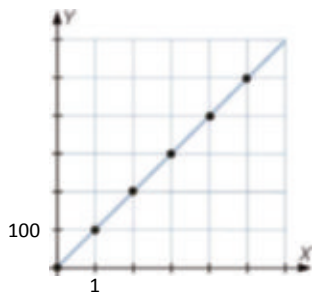
x: n.º rollos	1	2	3	4	5
y: longitud (m)	6	12	18	24	30



22. Página 259

a) $y = 100x$

x: tiempo (h)	1	2	3	4	5
y: espacio (km)	100	200	300	400	500



b) $y = 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ km}$

23. Página 260

Es continua, ya que se puede trazar sin levantar el lápiz del papel.

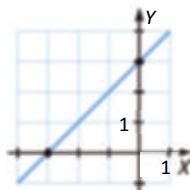
24. Página 260

Los puntos son: $(-2, 0)$, $(0, 0)$ y $(3, 0)$

25. Página 260

Respuesta abierta. Por ejemplo:

La representación de la recta $y = x + 3$ corta al eje Y en $(0, 3)$ y al eje X en $(-3, 0)$.



26. Página 261

La función es creciente para los valores de x que pertenecen a los intervalos $(0, 1)$ y $(1,5; 2)$.

La función es decreciente para los valores de x que pertenecen al intervalo $(3; 3,5)$.

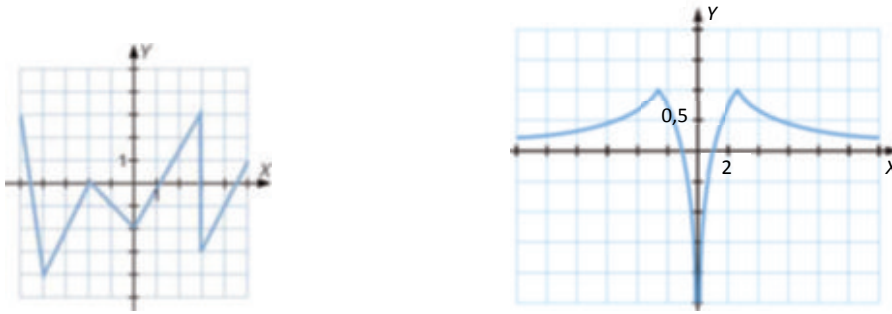
27. Página 261

Respuesta abierta. Por ejemplo:



28. Página 261

Respuesta abierta. Por ejemplo:



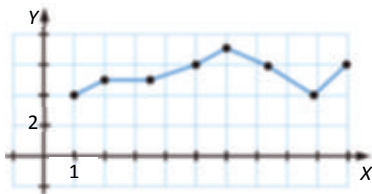
Si es continua no podemos dibujar una función con dos máximos y ningún mínimo, ya que para pasar de un máximo a otro hay que pasar por un mínimo.

Siendo discontinua la función sí se puede dibujar, por ejemplo la función de la derecha.

29. Página 262

a) La temperatura crece desde la 1 de la mañana a las 3 de la mañana, luego decrece hasta las 6 de la mañana. De 6 a 7 vuelve a crecer, para finalmente decrecer de 7 a 9.

b) Los máximos son $(3; 39,5)$ y $(7,38)$ y el mínimo es $(6; 37,5)$.

30. Página 262

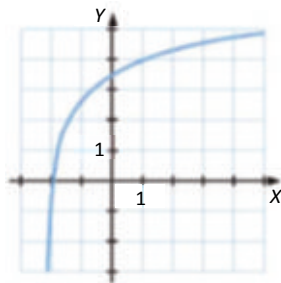
a) La velocidad máxima es 7 m/s y la mínima 4 m/s.

b) La velocidad es constante del kilómetro 2 al kilómetro 3,5.

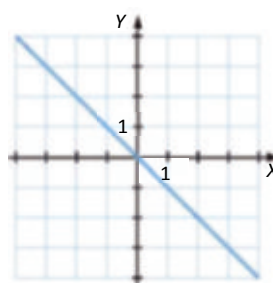
31. Página 262

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Siempre creciente:



Siempre decreciente:



32. Página 263

- a) No es una función de proporcionalidad directa. c) No es una función de proporcionalidad directa.
 b) Es una función de proporcionalidad directa. d) No es una función de proporcionalidad directa.

33. Página 263

a)

x: tiempo (h)	1	2	3	4	5
y: n.º de cajas	105	210	315	420	525

b) Sí, la constante de proporcionalidad es 105.

34. Página 263

La que tiene una pendiente con un valor absoluto mayor.

- a) $m = 5$ b) $m = -4$

35. Página 264

Sea x el tiempo que pasa en horas y sea y el porcentaje de batería que queda: $y = 76 - 4x$

Cuando la batería se agota, $y = 0$, de modo que $76 - 4x = 0 \rightarrow x = 19$.

De modo que pasan 19 horas hasta que la batería se agota.

36. Página 264

x	1	2	3	4
y	3	3	3	3

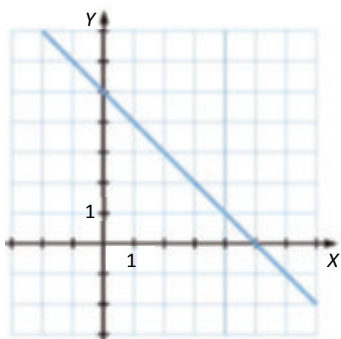
37. Página 264

Sea x los kilómetros que recorre y sea y los litros que le quedan en el depósito. Entonces $y = 50 - 0,1x$.

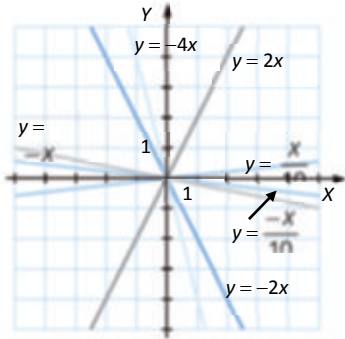
38. Página 264

$$y = -x + 5$$

x	-2	-1	0	1	2
y	7	6	5	4	3

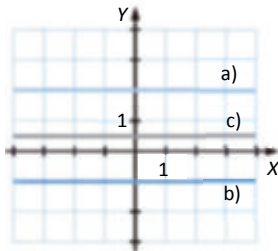


39. Página 265



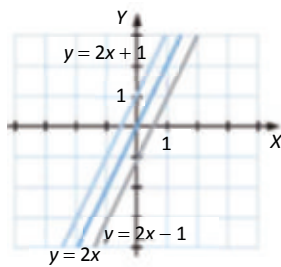
En los dos apartados, son funciones de proporcionalidad directa, todas pasan por el origen pero cada una tiene una pendiente diferente. Si la pendiente es positiva son crecientes y si es negativa, son decrecientes.

40. Página 265

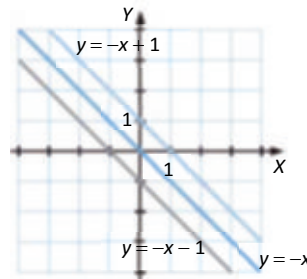


41. Página 265

a)



b)

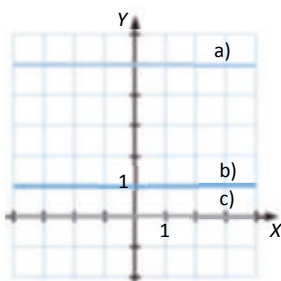


42. Página 265

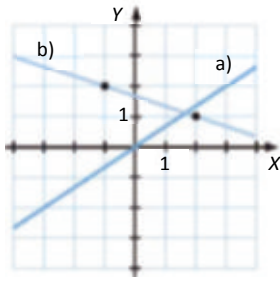
a) $y = 5$

b) $y = 1$

c) $y = 0$

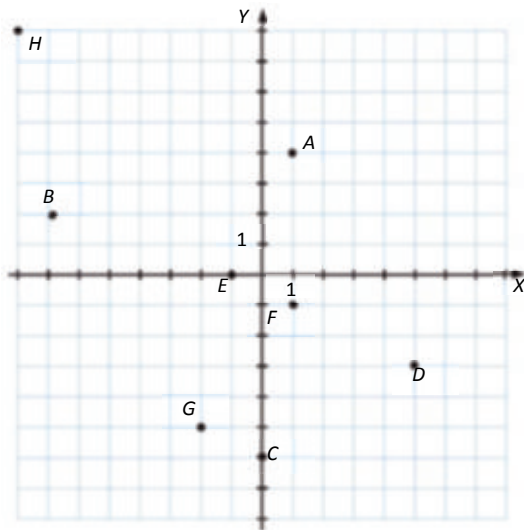


43. Página 265

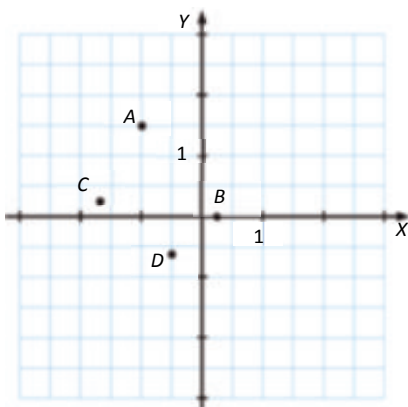


ACTIVIDADES FINALES

44. Página 266



45. Página 266



46. Página 266

$A(3, 0) \rightarrow$ en el eje

$B(2, 4) \rightarrow$ 1.^{er} cuadrante

$C(-3, 3) \rightarrow$ 2.^o cuadrante

$D(-5, -2) \rightarrow$ 3.^{er} cuadrante

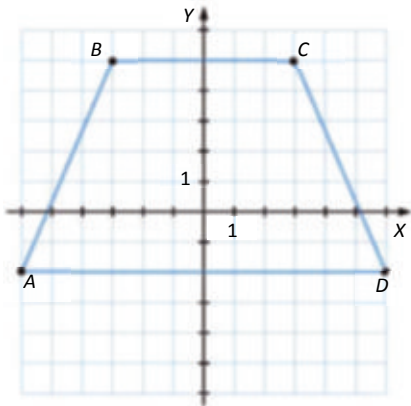
$E(2, -4) \rightarrow$ 4.^o cuadrante

47. Página 266

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $A(-2, -9)$ y $B(-5, -6)$
- b) $A(3, 0)$ y $B(7, 0)$
- c) $A(5, 10)$ y $B(-4, -8)$

48. Página 266



- a) Representa un trapecio.
- b) A está en el 3.º cuadrante, B en el 2.º, C en el 1.º y D en el 4.º cuadrante.

49. Página 266

El vértice opuesto al dado está en el punto $(2, 1)$. Los otros dos están en los puntos $(2, -3)$ y $(-2, 1)$.

50. Página 266

- A : durante la primera hora ha habido 20 llamadas.
- B : durante la segunda hora ha habido 60 llamadas.
- C : durante la tercera hora ha habido 10 llamadas.
- D : durante la cuarta hora ha habido 30 llamadas.

51. Página 266

- a) No es una función. A cada valor de la altura le pueden corresponder varios valores de la edad, y viceversa. Por ejemplo, una persona puede medir 160 cm con 13 y 14 años.
- b) Sí es una función. Sea l el lado del triángulo equilátero, el valor del área viene dado por $\frac{\sqrt{3}l^2}{4}$.
- c) Sí es una función. Se traza el recorrido del atleta en una carrera, en cada punto (distancia) solo hay una posibilidad de tiempo transcurrido desde que empezó. Por tanto, es una función.
- d) No es una función. Por ejemplo, a 2 le corresponde $\{2, 4, 6, \dots\}$, es decir, más de un punto.

52. Página 266

a) Es una función, porque para cada cantidad de aceite determinada, le corresponde un solo precio.

b)

Litros	5	10	15	20	25
Precio	22,50	45	67,50	90	112,50

c) Variable independiente: número de litros de aceite Variable dependiente: precio (€)

d) $y = \frac{22,5x}{5}$

e) $90 \text{ €} : 22,50 \text{ €/garrafa} = 4 \text{ garrafas}$

53. Página 266

a) No representa una función, porque hay valores de la variable x a los que les corresponde más de un valor de la variable y , por ejemplo $x = 0$.

b) Sí representa una función, a cada valor de la variable x le corresponde un único valor para la variable y .

c) No representa una función, porque hay valores de la variable x a los que les corresponde más de un valor de la variable y , por ejemplo $x = 5$.

d) Como no están las indicaciones de punto abierto y cerrado, no sabemos qué ocurre en $x = 3$ y $x = -3$. En caso de ser los dos un punto cerrado para la misma x , no sería función, en cualquiera de los otros casos sí.

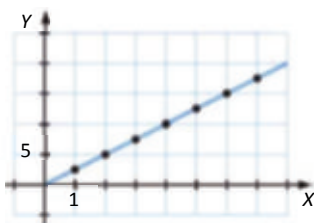
54. Página 266

a) No representa una función, porque para un mismo valor de x aparecen varios posibles valores de y .

b) Sí representa una función, porque a cada valor de x le corresponde un único valor de y .

55. Página 267

Tiempo (días)	1	2	3	4	5	6	7
Litros	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5



56. Página 267

a) $y = -x + 6$

d) $y = (2x)^3$

b) $y = \frac{x}{2} - 5$

e) $y = 2x + \frac{x}{2}$

c) $y = \left(\frac{x}{4}\right)^2$

58. Página 267

$A(1, 1) \rightarrow 1 = 3 \cdot 1 - 2 \rightarrow 1 = 1$, sí pertenece a la función.

$B(2, 2) \rightarrow 2 = 3 \cdot 2 - 2 \rightarrow 2 \neq 4$, no pertenece a la función.

$C(0, 2) \rightarrow 2 = 3 \cdot 0 - 2 \rightarrow 2 \neq -2$, no pertenece a la función.

$D(-1, -5) \rightarrow -5 = 3 \cdot (-1) - 2 \rightarrow -5 = -5$, sí pertenece a la función.

$E(-2, -8) \rightarrow -8 = 3 \cdot (-2) - 2 \rightarrow -8 = -8$, sí pertenece a la función.

$F(3, 7) \rightarrow 7 = 3 \cdot 3 - 2 \rightarrow 7 = 7$, sí pertenece a la función.

59. Página 267

a) $y = 2 + (-2)^2 = 6 \neq 2 \rightarrow A \notin f(x)$

c) $y = 3 \cdot (-2) + 4 = -2 \neq 2 \rightarrow A \notin f(x)$

b) $y = 2^2 - 2 = 2 \rightarrow A \in f(x)$

d) $y = 2 \cdot (-2) + 6 = 2 \rightarrow A \in f(x)$

60. Página 267

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	2	5	8

b) $y = 3x + 2$

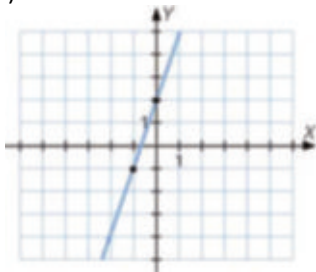
c) $3 \cdot 0 + 2 = 2 \neq -2$. No pertenece a la función.

d) $f(-1) = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$

$f(1) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$

$f(4) = 3 \cdot 4 + 2 = 14$

e)



61. Página 267

a)

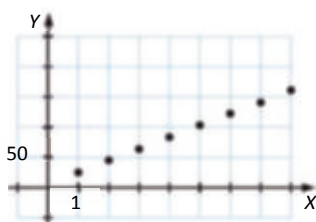
Entradas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210

b) $y = 21x$

c) Variable independiente: número de entradas

Variable dependiente: precio

d)



62. Página 267

a)

Tiempo (h)	1	2	3
Espacio (km)	80	160	240

b) Al cabo de 2 horas ha recorrido 160 km y al cabo de dos horas y media 200 km.

c) El espacio es la variable dependiente y el tiempo la variable independiente.

d) $y = 80x \rightarrow 400 = 80x \rightarrow x = 5$ h

63. Página 267

a) Discontinua, no se puede representar sin levantar el lápiz del papel.

b) Discontinua, no se puede representar sin levantar el lápiz del papel.

c) Continua, se puede representar sin levantar el lápiz del papel.

d) Discontinua, no se puede representar sin levantar el lápiz del papel.

64. Página 267

Máximos: (1, 3), (5; 2,5), (7, 3)

Mínimos: (3, 1), (6; 1,67)

65. Página 268

a) Es una función continua, pues podemos trazarla sin levantar el lápiz del papel.

b) La función crece en los siguientes intervalos de x : $(-7, -5)$, $(-2, 2)$, $(3, 4)$ y $(6, 7)$

La función decrece en los siguientes intervalos de x : $(-5, -2)$, $(2, 3)$ y $(4, 6)$

c) Máximos: $(-5, 2)$, $(2, 4)$, $(4, 5)$. El máximo absoluto es $(4, 5)$.

Mínimos: $(-2, -4)$, $(3, 3)$, $(6, -4,5)$. El mínimo absoluto es $(6, -4,5)$.

d) Puntos de corte con los ejes: $(-6, 0)$; $(-4, 0)$; $(0, 0)$ y $(5, 0)$

66. Página 268

a) Cierto, a partir del tercer día comienza a decrecer y llega hasta el quinto decreciendo.

b) Falso, no hay máximos absolutos.

c) Falso, es constante durante 2 días.

d) Cierto, no hay mínimos en la función.

e) Falso, es continua.

f) Falso, se corta con los ejes en los puntos $(0, 2)$ y $(5, 0)$.

67. Página 268

Puntos de corte: $(-3, 0)$, $(0, -3)$ y $(4, 0)$

Decrece para los valores de x del intervalo $(-7, 2)$. Es constante si x pertenece a $(2, 3)$ y crece para los valores de x del intervalo $(3, 5)$. No tiene máximos ni mínimos.

69. Página 268

a) Si $x = 0 \rightarrow y = 2 \cdot 0 + 1 = 1$. Si $y = 0 \rightarrow 0 = 2x + 1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

Los puntos de corte son $(0, 1)$ y $(-\frac{1}{2}, 0)$.

b) Si $x = 0 \rightarrow y = 3 \cdot 0 - 2 = -2$. Si $y = 0 \rightarrow 0 = 3x - 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

Los puntos de corte son $(0, -2)$ y $(\frac{2}{3}, 0)$.

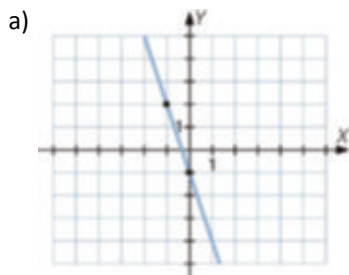
c) Si $x = 0 \rightarrow y = -4 \cdot 0 + 2 = 2$. Si $y = 0 \rightarrow 0 = -4x + 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Los puntos de corte son $(0, 2)$ y $(\frac{1}{2}, 0)$.

70. Página 268

- a) Falsa, entre el segundo y tercer día es constante.
- b) Cierta.
- c) Cierta.
- d) Falsa, se vendieron 250 entradas.
- e) Falsa, se recaudaron $250 \cdot 45 = 11\,250$ €.
- f) Falsa, asistieron $200 + 250 = 450$ personas.
- g) Falsa, sumando las entradas vendidas en dos días cualquiera, siempre da más de 150.

71. Página 269



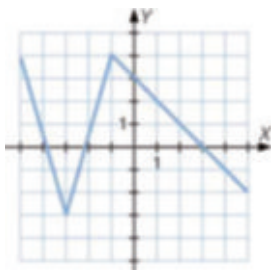
b) Puntos de corte: $(0, -1)$ y $(-\frac{1}{3}, 0)$

c) No tienen máximos y mínimos.

d) La función es decreciente.

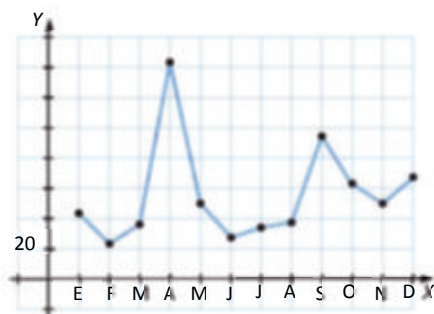
72. Página 269

Respuesta abierta. Por ejemplo:



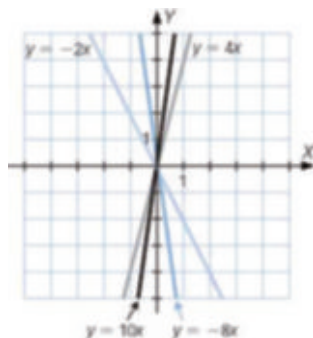
73. Página 269

a)



- b) Máximos: (abril; 145,8), (septiembre; 94,2)
Mínimos: (febrero; 22,8), (junio; 27,8) y (noviembre; 53,1)
- c) El mes más lluvioso fue abril y el más seco fue febrero.
- d) Febrero, marzo, junio, julio y agosto.
- e) $64,8 + 53,1 + 72,4 = 190,3 \text{ l/m}^2$

74. Página 269



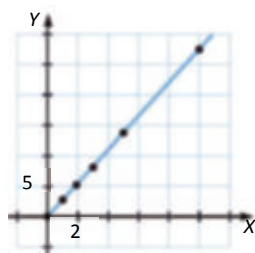
a) y d) son funciones decrecientes, mientras que b) y c) son funciones crecientes. Todas pasan por el origen de coordenadas.

75. Página 269

a)

Peso (kg)	1	2	3	5	10
Precio (€)	2,80	5,60	8,40	14	28

b)



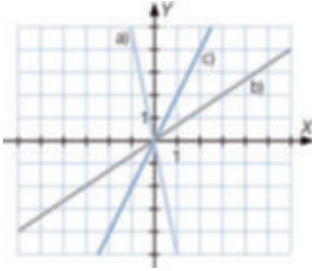
- c) Sí, son magnitudes directamente proporcionales.
- d) $y = 2,80x$
- e) 15 kg costarían: $y = 2,80 \cdot 15 = 42 \text{ €}$
20 kg costarían: $y = 2,80 \cdot 20 = 56 \text{ €}$
Aplicando el descuento cada 25 kg: $y = 2,80 \cdot 75 - 3 \cdot 0,5 = 208,5 \text{ €}$

77. Página 269

$$a) y = mx \rightarrow -5 = m \cdot 1 \rightarrow m = -5 \quad y = -5x$$

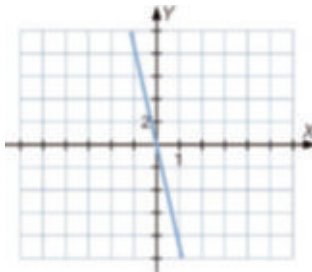
$$b) y = mx \rightarrow 1 = m \cdot 2 \rightarrow m = \frac{1}{2} \quad y = \frac{x}{2}$$

$$c) y = mx \rightarrow \frac{1}{2} = m \cdot \frac{3}{4} \rightarrow m = \frac{2}{3} \quad y = \frac{2x}{3}$$



78. Página 269

$$y = mx \rightarrow 9 = m \cdot (-1) \rightarrow m = -9 \quad y = -9x$$



a) La pendiente es negativa.

b) Esta recta de pendiente negativa es decreciente, y aunque esto es cierto en general, para poder afirmarlo necesitaríamos más de un ejemplo.

80. Página 270

$$a \rightarrow y = -\frac{x}{2}$$

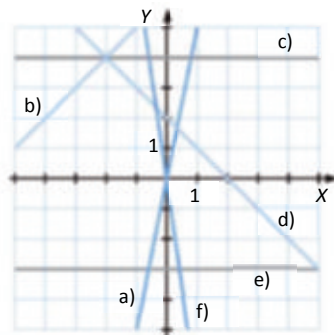
$$b \rightarrow y = -x$$

$$c \rightarrow y = 5x$$

$$d \rightarrow y = \frac{9x}{4}$$

$$e \rightarrow y = -\frac{x}{5}$$

81. Página 270



Las funciones en azul oscuro son de proporcionalidad directa, las grises son constantes y las azules claro son lineales sin más.

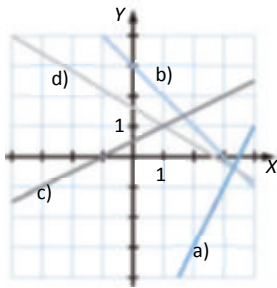
82. Página 270

a) $y = 2x - 7$

b) $y = -x + 3$

c) $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

d) $y = -\frac{3x}{5} + \frac{8}{5}$



83. Página 270

a) $y = -2$

b) $y = 4$

84. Página 270

a) $y = 2x + 3$

b) $y = -x - 1$

86. Página 270

a) Verifica: $3 = 2m + n$ y $6 = 5m + n \rightarrow m = 1$ y $n = 1$. La expresión algebraica es: $y = x + 1$.

b) Verifica: $5 = m + n$ y $3 = 3m + n \rightarrow m = -1$ y $n = 6$. La expresión algebraica es: $y = -x + 6$.

c) Verifica: $-4 = 3m + n$ y $1 = m + n \rightarrow m = -\frac{5}{2}$ y $n = \frac{7}{2}$. La expresión algebraica es: $y = -\frac{5x}{2} + \frac{7}{2}$.

d) Verifica: $5 = -2m + n$ y $-3 = -m + n \rightarrow m = -8$ y $n = -11$. La expresión algebraica es: $y = -8x - 11$.

e) Verifica: $1 = \frac{m}{4} + n$ y $3 = 2m + n \rightarrow m = \frac{8}{7}$ y $n = \frac{5}{7}$. La expresión algebraica es: $y = \frac{8x + 5}{7}$.

f) Verifica: $-1 = 0m + n$ y $0 = 4m + n \rightarrow m = \frac{1}{4}$ y $n = -1$. La expresión algebraica es: $y = \frac{x}{4} - 1$.

87. Página 270

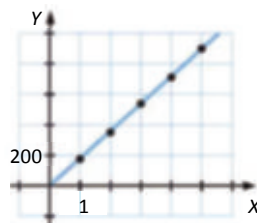
Sí, es una función, el número de parejas será la mitad que el número de personas, $y = \frac{x}{2}$, donde x es el número de personas e y el número de parejas.

88. Página 270

a) x representa el tiempo en horas e y el espacio recorrido.

b)

x: tiempo (h)	1	2	3
y: espacio (km)	180	360	540



c) $30 \text{ km} = v \cdot 0,25 \text{ h} \rightarrow v = 120 \text{ km/h}$

89. Página 271

a) No parten del mismo punto, el ciclista 1 parte del punto 10 (supongamos que se mide en km), el ciclista 2 estaría a 10 km del punto de partida del ciclista 1.

No parten a la misma hora, supongamos que las unidades del eje X son horas, el ciclista 2 sale una hora más tarde.

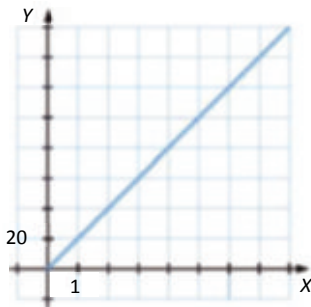
b) No recorren la misma distancia. El ciclista 1 recorre 20 km y el ciclista 2, 30 km. El ciclista 1 hace un recorrido de 5 horas (aunque la última hora está parado) y el ciclista 2 de 4 horas.

c) El ciclista 1 se para en dos ocasiones, pasada 1 hora del inicio de su recorrido y está parado durante una hora, y luego pasadas 4 horas desde que salió está parado otra hora.

90. Página 271

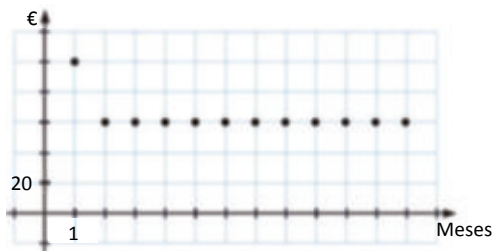
Sí, son directamente proporcionales, si hay el doble de repartidores, habrá el doble de entregas.

La constante de proporcionalidad es 20 y la representación gráfica es:

**91. Página 271**

No tiene sentido unir los puntos porque no hace pagos entre medias de los meses.

En enero paga 50 euros y el resto de los meses 30 €.

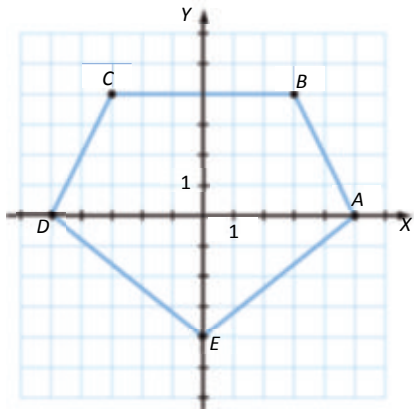
**92. Página 271**

Sea x el número de días que tiene el coche e y el precio.

$$y = 20 + 15x$$

DEBES SABER HACER

1. Página 271



Se obtiene un pentágono.

2. Página 271

$A(-2, 0) \rightarrow$ en el eje X

$B(2, 3) \rightarrow$ en el 1.^{er} cuadrante

$C(0, -4) \rightarrow$ en el eje Y

3. Página 271

a) Sí es una función.

b) No es una función.

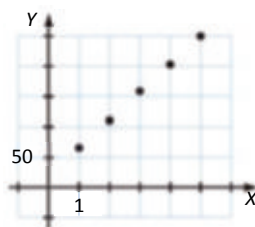
4. Página 271

a)

x : tiempo (h)	1	2	3	4	5
y : precio (€)	65	110	155	200	245

b) $y = 20 + 45x$

c)



5. Página 271

a) Es una función continua porque podemos dibujar la gráfica de un solo trazo.

b) Los puntos de corte con los ejes son: $(-2, 0)$, $(0, -4)$ y $(2, 0)$

c) La función crece entre $x = -5$ y $x = -3$, luego decrece entre $x = -3$ y $x = 0$, de nuevo crece entre $x = 0$ y $x = 3$ y decrece entre $x = 3$ y $x = 5$.

d) $f(0) - f(-2) = -4 - 0 = -4$

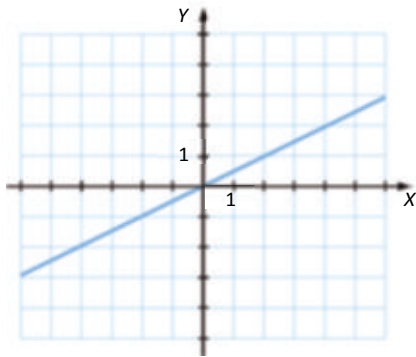
6. Página 271

X	0,02	0,1	0,2	0,5	1	2
Y	600	120	60	24	12	6

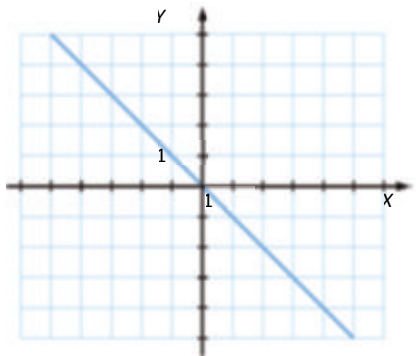
Es una función de proporcionalidad inversa.

7. Página 271

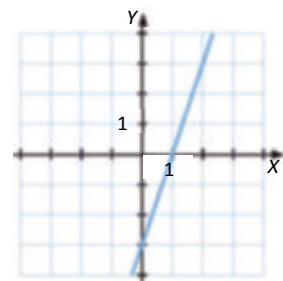
a) $y = \frac{x}{2}$



b) $y = -x$



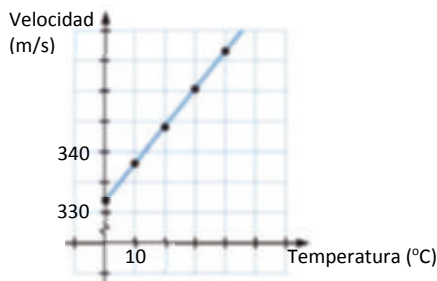
c) $y = 3x - 3$



COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

93. Página 272

a)



- b) Aunque al aumentar una aumenta la otra y están representadas por una recta, no son una aplicación de proporcionalidad directa ya que no pasa por (0, 0).
- c) Observando la gráfica, vemos que cada 10 °C aumenta la velocidad 6 m/s. Así, a 15 °C la velocidad del sonido sería 341 m/s. A -10 °C, la velocidad sería 326 m/s.

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

94. Página 272

- a) Los puntos (1, -3) y (2, -6) pertenecen a la recta, $m = \frac{-6 - (-3)}{2 - 1} = -3$.
- b) Los puntos (1, 4) y (2, 8) pertenecen a la recta, $m = \frac{8 - 4}{2 - 1} = 4$.
- c) Los puntos (0, 6) y (-6, 0) pertenecen a la recta, $m = \frac{-6 - 0}{0 - 6} = 1$.
- d) Los puntos (2, -5) y (4, -5) pertenecen a la recta, $m = \frac{-5 - (-5)}{4 - 2} = 0$.

95. Página 272

- a) Función periódica, $P = 4$.
- b) Función no periódica. No solo se desplaza a lo largo del eje X, también se desplaza verticalmente.
- c) Función no periódica.
- d) Función periódica, $P = 2$.

PRUEBAS PISA

96. Página 273

- a) $170,6 - 2,3 = 168,3$ cm
- b) Por el cambio de pendiente de la gráfica, la pendiente pasa a ser menor, sigue habiendo crecimiento, pero menos pronunciado.
- c) Entre los 11 y los 13 años.

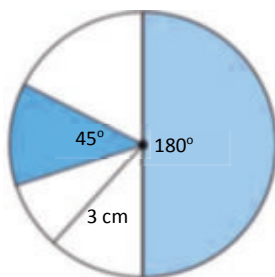
97. Página 273

El b), primero el crecimiento del agua es muy rápido en la parte cónica, ya que tiene menos que llenar y en la parte cilíndrica la altura sigue creciendo, pero más lentamente.

Estadística y probabilidad

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 274



2. Página 274

- a) $r = 1,5$ cm y ángulo de 40°
 b) $r = 2$ cm y ángulo de 125°

3. Página 274

$$\text{a) } 70\% \text{ de } 2400 = \frac{70 \cdot 2400}{100} = 1680$$

$$\text{c) } 5\% \text{ de } 200 = \frac{5 \cdot 200}{100} = 10$$

$$\text{b) } 18\% \text{ de } 540 = \frac{18 \cdot 540}{100} = 97,2$$

$$\text{d) } 90\% \text{ de } 4500 = \frac{90 \cdot 4500}{100} = 4050$$

VIDA COTIDIANA

EL TELÉGRAFO. Página 275

Si solo utilizase puntos, las letras y números se diferenciarían solo por el número de puntos, así tendríamos, por ejemplo $A = \cdot$, $B = \cdot\cdot$, $C = \cdot\cdot\cdot$, $D = \cdot\cdot\cdot\cdot$, etcétera. Como tenemos 28 letras y 10 símbolos para los números, el último número se representaría por 38 puntos. De modo que el total de puntos sería:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 38 = 39 \cdot 19 = 741 \text{ puntos.}$$

Si se pudiese incluir como máximo una raya podríamos tener: con cero puntos $A = -$, con un punto $B = \cdot$, $C = \cdot\cdot$, $D = \cdot\cdot\cdot$; con dos puntos $E = \cdot\cdot$, $F = \cdot\cdot-$, $G = \cdot\cdot\cdot$, $H = \cdot\cdot\cdot-$; con tres puntos $I = \cdot\cdot\cdot$, tendríamos por un lado el punto y por otro la raya, luego las combinaciones de dos elementos de punto y raya, luego dos puntos, luego las combinaciones de tres elementos de dos puntos y una raya, luego tres puntos, luego las combinaciones de 4 elementos de 3 puntos y una raya, luego 4 puntos... Podríamos ir haciendo así hasta obtener 38 elementos diferentes.

Se ve que utilizando n puntos obtenemos $n + 2$ símbolos diferentes si n es mayor que 1.

Se tiene que $1 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 34$. Por lo que se necesitarán los símbolos de menos de 6 puntos y cuatro con siete puntos. El número total de puntos será:

$$0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 8 + 4 \cdot 7 = 161 \text{ puntos.}$$

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 282

La suma de los tres números es $A = 15 \cdot 3 = 45$, la suma de los dos números es $B = 9 \cdot 2 = 18$.

La media de los 5 números es $\frac{45 + 18}{5} = 12,6$.

ACTIVIDADES

1. Página 276

- La población son los habitantes de la ciudad, la muestra las 250 personas que se han escogido.
- La edad es una variable cuantitativa discreta, mientras que el deporte favorito es cualitativa.

2. Página 276

Población: empleados de la empresa.

Muestra:

- Si la empresa no es muy grande, lo ideal sería considerar todos los empleados para obtener un resultado más preciso.
- Si la empresa es muy grande se seleccionaría un número de empleados determinado, bien de manera aleatoria, bien escogiendo proporcionalmente según los grupos en los que se quiera hacer el estudio.

Variables estadísticas: Hombre/mujer; salarios inferiores a una cantidad/superiores a una cantidad/entre esas dos cantidades, antigüedad en la empresa,...

3. Página 276

- La población. Depende del número de alumnos y alumnas del instituto, pero en principio la cantidad de personas de un instituto debería ser un tamaño adecuado para estudiar sin necesidad de recurrir a una muestra.
- La población, ya que es una población pequeña y así obtendremos resultados precisos sobre el equipo.
- La población, ya que es una población pequeña y así obtendremos resultados precisos sobre la clase.
- Una muestra, ya que el número de habitantes de una ciudad es una cantidad grande.
- La población, ya que es una población pequeña y así obtendremos resultados precisos sobre las canciones del disco.

4. Página 277

x_j	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
37	1	0,07
38	1	0,07
39	5	0,33
40	5	0,33
41	2	0,13
42	1	0,07

5. Página 277

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
1	17	17	0,17	0,17
2	16	33	0,16	0,33
3	14	47	0,14	0,47
4	18	65	0,18	0,65
5	15	80	0,15	0,8
6	20	100	0,2	1

6. Página 277

a)

Resultado	f_i	F_i	h_i	H_i
3	4	4	0,14	0,14
4	3	7	0,11	0,25
5	3	10	0,11	0,36
6	5	15	0,18	0,54
7	6	21	0,21	0,75
8	4	25	0,14	0,89
9	2	27	0,07	0,96
10	1	28	0,04	1

b) La frecuencia relativa acumulada de los que han sacado menos de 5 es el porcentaje de suspensos, es un 25%.

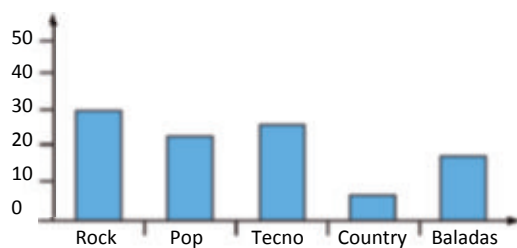
7. Página 278

x_i	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada
20	4	4	0,135	0,135
22	6	10	0,2	0,335
24	8	18	0,27	0,605
26	7	25	0,23	0,835
28	4	29	0,135	0,97
30	1	30	0,03	1

8. Página 278

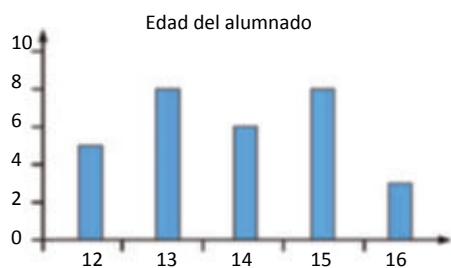
Resultados	f_i	h_i	%
Ganados	23	0,46	46
Perdidos	12	0,24	24
Empatados	15	0,30	30
Total	50	1	100

9. Página 279



10. Página 279

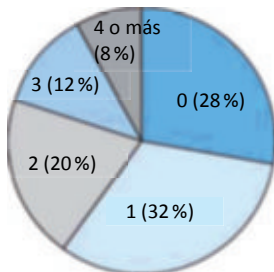
Resultado	f_i	F_i	h_i	H_i
12	5	5	0,16	0,16
13	8	13	0,27	0,43
14	6	19	0,20	0,63
15	8	27	0,27	0,9
16	3	30	0,10	1



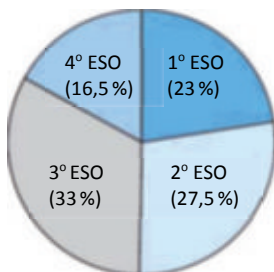
11. Página 279

Sí, podemos trazar el polígono de frecuencias, ya que si tenemos las frecuencias acumuladas se trata de una variable cuantitativa y, mediante restas, se pueden calcular las frecuencias absolutas.

12. Página 280



13. Página 280



14. Página 280

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Ventajas: es muy claro para entender las proporciones de cada dato respecto a los demás.

Inconvenientes: es más complicado de dibujar que un diagrama de barras a la hora de precisar los ángulos.

15. Página 281

Día	Lu.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
Espectadores	120	150	130	210	190	230	250

Dinero recaudado: $(120 + 150 + 130 + 190) \cdot 6,5 + 210 \cdot 5 + (230 + 250) \cdot 7,5 = 8485 \text{ €}$

16. Página 281

a) El violeta.

b) $210^\circ \rightarrow 58,33\% \rightarrow 420$

$60^\circ \rightarrow 16,67\% \rightarrow 120$

$50^\circ \rightarrow 13,89\% \rightarrow 100$

$40^\circ \rightarrow 11,11\% \rightarrow 80$

17. Página 282

Media: $\frac{74 + 68 + 72 + 71 + 76 + 69 + 65 + 80 + 75 + 75}{10} = 72,5$

Mediana. La datos ordenados son: 65 68 69 71 72 74 75 75 76 80. La mediana es 73.

Moda: 75

Rango: $80 - 65 = 15$

18. Página 282

Longitud de la palma de la mano:

Media: $\frac{19 + 21 + 22 + 22 + 25}{5} = 21,8$

Mediana: 22

Moda: 22

Rango: $25 - 19 = 6$

Color de ojos:

Por ser un dato cuantitativo solo podemos calcular la moda que en este caso es verde.

19. Página 282

Como sabemos que son 200 familias y tenemos los porcentajes, podemos calcular cuántas familias hay para cada número de hijos:

Ningún hijo: 30 Un hijo: 26 Dos hijos: 24 Tres hijos: 60 Cuatro hijos: 60

Media: $\frac{30 \cdot 0 + 26 \cdot 1 + 24 \cdot 2 + 60 \cdot 3 + 60 \cdot 4}{200} = 2,47$

Mediana: sería la media de los datos entre el dato 100 y el 101, como $30 + 26 + 24 = 80 < 100$, y $30 + 26 + 24 + 60 = 140$. Por tanto, del dato 100 que es 3 hijos y del 101 que es también tres hijos, da como resultado que la mediana es 3 hijos.

Moda: Es bimodal, los datos más frecuentes con 3 y 4 hijos con la misma frecuencia.

Rango: $4 - 0 = 4$

20. Página 283

$$\text{Media: } \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 3}{24} = 1,125$$

Mediana: 2

Moda: 2

Rango: $4 - 0 = 4$

21. Página 283

$$\text{Media: } \frac{154 \cdot 2 + 158 \cdot 5 + 162 \cdot 8 + 166 \cdot 6 + 170 \cdot 3}{24} = 162,5$$

Mediana: 162

Moda: 162

Rango: $170 - 154 = 16$

22. Página 283

$$\text{Media: } \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3}{35} = 2,49$$

Mediana: 2

Moda: 3

Rango: $6 - 0 = 6$

23. Página 284

- a) Aleatorio
- b) Determinista
- c) Aleatorio
- d) Determinista

24. Página 284

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Aleatorios: sacar un calcetín del cajón y saber de qué color será, adivinar el nombre de la siguiente persona con la que nos crucemos en el instituto.

Deterministas: saber en qué día de la semana caerá nuestro cumpleaños el próximo año, mezclar en el laboratorio dos compuestos químicos conocidos y saber qué reacción tendrá lugar.

25. Página 284

Tiene razón María, el saber el resultado o no es lo que determina que sea determinista o aleatorio y no se puede a la vez saber y no saber el resultado.

26. Página 285

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Sucesos elementales: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}$

Ejemplo de suceso compuesto: sacar una bola par = $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Sucesos elementales: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}$

Ejemplo de suceso compuesto: salir cara con número par = $\{2, 4, 6, 8\}$

c) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

Sucesos elementales: $\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{11\}, \{12\}$

Ejemplo de suceso compuesto: obtener una suma mayor que 10 = $\{11, 12\}$

d) $E = \{0 \text{ cruces}, 1 \text{ cruz}, 2 \text{ cruces}, 3 \text{ cruces}\}$

Sucesos elementales: $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}$

Ejemplo de suceso compuesto: obtener alguna cruz = $\{1, 2, 3\}$

27. Página 285

- a) Compuesto.
- b) Elemental.
- c) Compuesto.

28. Página 285

Hay 10 cartas de oros, cuatro reyes y 12 figuras, de modo que tiene más posibilidades de salir una figura.

29. Página 286

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Suceso seguro: que la suma sea mayor que 1.

Suceso imposible: que el resultado de la suma sea 27.

30. Página 286

Imposible, pues solo hay dos monedas y habla de tres resultados. La probabilidad sería 0.

31. Página 286

a) $1 - 0,37 = 0,63$

b) La moneda está trucada, pues una moneda debería tener las dos caras equiprobables.

32. Página 287

a) $E = \{\text{azul}, \text{verde}, \text{blanco}, \text{negro}\}$

b) $P(\text{azul}) = \frac{1}{4} = P(\text{verde}) = P(\text{blanco}) = P(\text{negro})$

33. Página 287

a) $P(5) = \frac{1}{5} = 0,2$

b) $P(\text{impar}) = \frac{3}{5} = 0,6$

c) $P(\text{múltiplo de 2}) = \frac{2}{5} = 0,4$

34. Página 287

a) $P(\text{vocal}) = \frac{5}{12} = 0,42$

b) $P(\text{consonante}) = \frac{7}{12} = 0,58$ y $P(B) = \frac{2}{12} = 0,17$

35. Página 287

a) $P(\text{blanca}) = \frac{2}{4} = 0,5$

b) $P(\text{blanca}) = \frac{1}{3} = 0,33$

c) $P(\text{blanca}) = \frac{2}{6} = 0,33$

36. Página 287

a) $P(\text{par}) = \frac{5}{10} = 0,5$

b) $P(x > 5) = \frac{5}{10} = 0,5$

c) $P(7) = \frac{1}{10} = 0,1$

d) $P(1 \text{ o } 10) = \frac{2}{10} = 0,2$

e) $P(\text{divisor de 9}) = \frac{3}{10} = 0,3$

$P(\text{par}) > P(x > 5) > P(\text{divisor de 9}) > P(1 \text{ o } 10) > P(7)$

ACTIVIDADES FINALES

37. Página 288

Para hacer un estudio sobre las personas que viven en cada vivienda de un edificio, recorrería el edificio y preguntaría en cada vivienda cuántas personas viven.

La población y la muestra coinciden, ya que es una población pequeña y se puede estudiar completa. Su tamaño es el de las viviendas que haya en el edificio y algunos posibles valores de la variables son 0, si la vivienda no está habitada; 1, si vive una persona; 2, si viven dos personas;...

38. Página 288

a) Cuantitativa discreta

b) Cuantitativa continua

c) Cualitativa

d) Cualitativa

e) Cuantitativa continua

f) Cualitativa

g) Cualitativa

h) Cuantitativa discreta

i) Cuantitativa continua

j) Cuantitativa discreta

k) Cualitativa

l) Cuantitativa continua

39. Página 288

- a) La población son los jóvenes del instituto (330) y el tamaño de la muestra es 80 jóvenes.
- b) Las variables son el género musical preferido, que es una variable cualitativa, y el tiempo que dedican a escuchar música, que es una variable cuantitativa continua.

40. Página 288

En el municipio viven 60% de $13\,510 = 8\,106$ mujeres.

- a) Debería tomarse cantidades proporcionales a los habitantes de la población, por lo que sería 40% de hombres, y 60% de mujeres, esto es, 200 hombres y 300 mujeres.
- b) Habría que aplicar los porcentajes a 850, lo que daría 340 hombres y 510 mujeres.
- c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

Se puede plantear un estudio sobre la situación laboral, por ejemplo, y preguntar por el tipo de contrato que tiene, los ingresos y su género. También podría ser un estudio sobre política y se podría preguntar la edad, si ha votado en las últimas elecciones y su intención de voto para las siguientes.

De las variables planteadas son variables cualitativas: el tipo de contrato, el género, haber votado o no en las últimas elecciones e intención de voto.

Los ingresos es una variedad cuantitativa continua y la edad es una variable cuantitativa discreta.

41. Página 288

Resultado	f_i	h_i	%
0	4	0,13	13
1	4	0,13	13
2	4	0,13	13
3	7	0,23	23
4	3	0,1	10
5	4	0,13	13
6	2	0,07	7
7	1	0,03	3
8	1	0,03	3

42. Página 288

- a) La variable es el deporte favorito y es de tipo cualitativo.

b)

Resultado	f_i	h_i
F	14	0,33
B	8	0,19
At	3	0,07
T	2	0,05
K	3	0,07
V	4	0,095
A	2	0,05
N	4	0,095
O	2	0,05

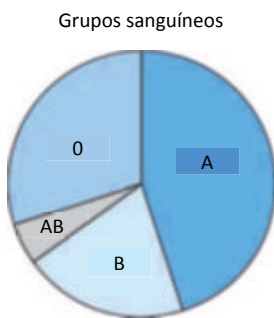
43. Página 288

Notas	f_i	F_i	h_i	H_i	%
2	3	3	0,15	0,15	15
3	2	5	0,1	0,25	10
4	4	9	0,2	0,45	20
5	2	11	0,1	0,55	10
6	2	13	0,1	0,65	10
7	2	15	0,1	0,75	10
8	3	18	0,15	0,9	15
9	2	20	0,1	1	10

44. Página 288



45. Página 288



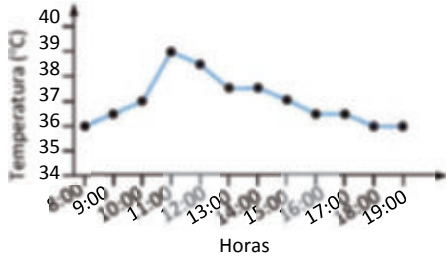
46. Página 289

- Comer: 50 % de 200 = 100 €
- Decoración: 7 % de 200 = 14 €
- Bebida: 15 % de 200 = 30 €
- Alquiler del local: 28 % de 200 = 56 €

47. Página 289

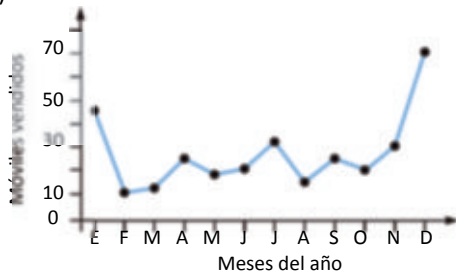
Respuesta abierta.

49. Página 289

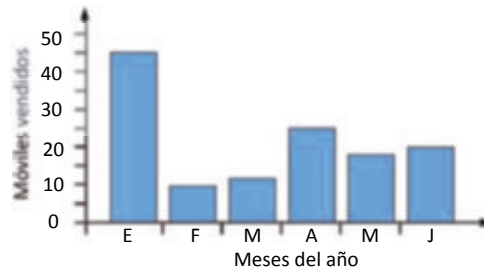


50. Página 289

a)



b)



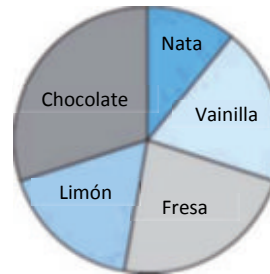
51. Página 289

a) El total de individuos es: $5 + 9 + 11 + 8 + 14 = 47$

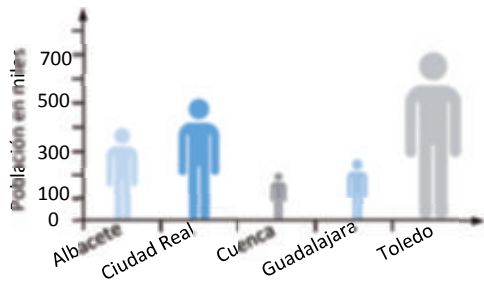
b), c) y d)

Sabor	f_i	h_i	%
Nata	5	0,11	11
Vainilla	9	0,19	19
Fresa	11	0,23	23
Limón	8	0,17	17
Chocolate	14	0,3	30

e)



53. Página 290



54. Página 290

Respuesta abierta.

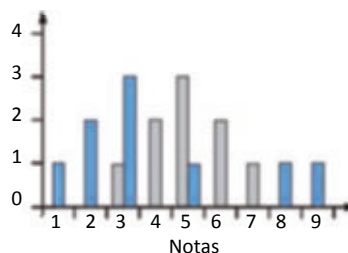
55. Página 290

Mes	f_i	h_i	%
Enero	3	0,21	21
Febrero	2	0,14	14
Marzo	4	0,29	29
Abril	5	0,36	36

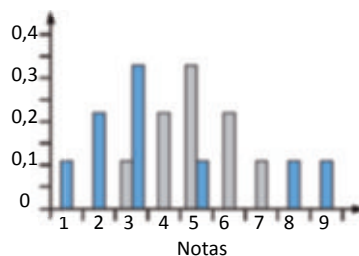
56. Página 290

a) En las representaciones las notas de Roger aparecen en azul y las de María en gris.

Notas de María	f_i	h_i
1	0	0
2	0	0
3	1	0,11
4	2	0,22
5	3	0,33
6	2	0,22
7	1	0,11
8	0	0
9	0	0



Notas de Roger	f_i	h_i
1	1	0,11
2	2	0,22
3	3	0,33
4	0	0
5	1	0,11
6	0	0
7	0	0
8	1	0,11
9	1	0,11



b) María: $\bar{x} = \frac{5+4+5+7+6+4+5+6+3}{9} = 5$
 Roger: $\bar{x} = \frac{8+5+2+3+3+9+3+2+1}{9} = 4$

Roger:

No, Roger no aprueba el curso.

c) La nota que más se repite en María es 5 y en Roger 3.

d) María: $Me = 5$ Roger: $Me = 3$

57. Página 290

a) $\bar{x} = \frac{15 + 16 \cdot 2 + 17 + 18 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 22 + 23 + 24 + 25 \cdot 5 + 28 \cdot 2 + 29 + 30 + 31 + 32 + 34 + 35 \cdot 2 + 37 + 40 + 42 + 43 + 45}{30} = 27,4$

b) $Me = 25$

$Mo = 25$

c) Hay 30 socios, menores de 30 son 19, esto supone un 63,3%, luego hay un socio de 30 y que superen los 30 son 10 socios, que supone un 33,3%.

d) Rango: $45 - 15 = 30$

58. Página 290

a)

Resultado	%	f_i	h_i
Mala	36	1 800	0,36
Regular	30	1 500	0,3
Buena	19	950	0,19
Muy mala	5	250	0,05
Muy buena	10	500	0,1

b) 250 personas

c) 3 300 personas

d) $950 + 500 = 1 450$ personas

59. Página 291

a) Anna: $\bar{x} = \frac{4+2+7+3+8+3}{6} = 4,5$ $Me = 3,5$ $Mo = 3$

Quim: $\bar{x} = \frac{5+4+6+6+4+3}{6} = 4,67$ $Me = 4,5$ $Mo = 4$ y 6

Clara: $\bar{x} = 4$ $Me = 4$ $Mo = 4$

b) $\bar{x} = \frac{5+3+6+2+4+x}{6} = 4,67 \rightarrow x = 8$ libros

60. Página 291

a) $\bar{x} = \frac{15+20+18+15+12}{5} = 16$ km ; $Me = 15$, $Mo = 15$

b) $20 - 12 = 8$. Tiene un rango de 8 km.

c) $\bar{x} = \frac{15+20+18+15+12+25+35}{7} = 20$ km ; $Me = 18$

61. Página 291

a) $8 + 10 + 13 + 10 + 3 = 44$ familias

b) $10 + 3 = 13$ familias

c) $\bar{x} = \frac{70 \cdot 8 + 75 \cdot 10 + 80 \cdot 13 + 85 \cdot 10 + 90 \cdot 3}{44} = 78,9$ m²

d) $Me = 80$ $Mo = 80$

62. Página 291

a) Envases ligeros: $14,9$ kg/habitante $\cdot 125\ 000 = 1\ 862,5$ t

Vidrio: $35,8$ kg/habitante $\cdot 125\ 000 = 4\ 475$ t

Papel y cartón: $20,1$ kg/habitante $\cdot 125\ 000 = 2\ 512,5$ t

b) $823\ 500$ kg : $45\ 000$ habitantes = $18,3$ kg/hab de envases

La media de la población B es mayor que la de la A, por lo tanto se entiende que están más concienciados en el municipio B.

63. Página 291

- a) Aleatorio
- b) Aleatorio
- c) Determinista
- d) Determinista
- e) Aleatorio
- f) Determinista
- g) Aleatorio

64. Página 291

- a) Compuesto
- b) Elemental
- c) Compuesto
- d) Compuesto
- e) Elemental

65. Página 291

- a) $E = \{V, A, C, I, O, N, E, S\}$
- b) Respuesta abierta. Por ejemplo:
Suceso elemental: $\{V\}$ Suceso compuesto: $\{A, I, O, E\}$

66. Página 291

- a) $E = \{5 \text{ azul claro, } 10 \text{ rojo, } 20 \text{ azul oscuro, } 50 \text{ marrón, } 100 \text{ verde, } 200 \text{ amarillo, } 500 \text{ lila}\}$
- b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 95, 96, 97, 98, 99\}$
- c) $E = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16\}$

67. Página 292

$$10 \text{ veces} \rightarrow h_4 = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$50 \text{ veces} \rightarrow h_4 = \frac{9}{50} = 0,18$$

$$100 \text{ veces} \rightarrow h_4 = \frac{16}{100} = 0,16$$

$$150 \text{ veces} \rightarrow h_4 = \frac{26}{150} = 0,17$$

$$200 \text{ veces} \rightarrow h_4 = \frac{33}{200} = 0,17$$

La probabilidad es de 0,17.

68. Página 292

a) $P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$

c) $P(C) = \frac{1}{6} = 0,167$

b) $P(B) = \frac{2}{6} = 0,3$

d) $P(D) = \frac{5}{6} = 0,83$

69. Página 292

a) $P(\text{verde}) = \frac{5}{20} = 0,25$

b) $P(\text{roja}) = \frac{8}{20} = 0,4$

c) $P(\text{negra}) = \frac{7}{20} = 0,35$

d) $P(\text{verde o roja}) = \frac{13}{20} = 0,65$

e) $P(\text{azul}) = 0$

70. Página 292

a) $P(\text{vocal}) = \frac{11}{22} = 0,5$

b) $P(\text{consonante}) = 1 - P(\text{vocal}) = 0,5$

c) $P(O) = \frac{4}{22} = 0,18$

d) $P(T) = \frac{2}{22} = 0,09$

e) $P(P) = 0$

f) $P(A \text{ o } 2) = \frac{1}{22} = 0,045$

71. Página 292

a) $P(7) = \frac{1}{8} = 0,13$

d) $P(\text{múltiplo de } 2) = \frac{4}{8} = 0,5$

b) $P(\text{par}) = \frac{4}{8} = 0,5$

e) $P(\text{menor que } 4) = \frac{3}{8} = 0,38$

c) $P(\text{primo}) = \frac{4}{8} = 0,5$

f) $P(\text{mayor o igual a } 3) = \frac{6}{8} = 0,75$

72. Página 292

$$P(\text{par}) = 2 \cdot P(\text{impar})$$

$$P(1) = P(3) = P(5) = p \quad P(2) = P(4) = P(6) = 2p$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \rightarrow 3p + 6p = 1 \rightarrow p = \frac{1}{9}$$

$$P(1) = P(3) = P(5) = 0,11 \quad P(2) = P(4) = P(6) = 0,22$$

74. Página 292

$$P(\text{blanca}) = \frac{5}{8} \quad P(\text{negra}) = \frac{3}{8}$$

$$\text{a) } P(\text{blanca, blanca, blanca}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{125}{512} = 0,24$$

$$\text{b) } P(\text{negra, negra, negra}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{27}{512} = 0,05$$

$$\text{c) } P(\text{blanca, blanca, blanca}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{60}{336} = 0,18$$

$$P(\text{negra, negra, negra}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{336} = 0,02$$

75. Página 292

$$P(\text{blanca, blanca, blanca}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{60}{336} = 0,18$$

76. Página 292

$E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, pero no son equiprobables.

$$2 = 1 + 1$$

$$8 = 6 + 2 = 2 + 6 = 5 + 3 = 3 + 5 = 4 + 4$$

$$3 = 2 + 1 = 1 + 2$$

$$9 = 6 + 3 = 3 + 6 = 5 + 4 = 4 + 5$$

$$4 = 3 + 1 = 1 + 3 = 2 + 2$$

$$10 = 6 + 4 = 4 + 6 = 5 + 5$$

$$5 = 4 + 1 = 1 + 4 = 3 + 2 = 2 + 3$$

$$11 = 6 + 5 = 5 + 6$$

$$6 = 5 + 1 = 1 + 5 = 4 + 2 = 2 + 4 = 3 + 3$$

$$12 = 6 + 6$$

$$7 = 6 + 1 = 1 + 6 = 5 + 2 = 2 + 5 = 4 + 3 = 3 + 4$$

Hay 36 posibles sumas.

$$\text{a) } P(\text{par}) = \frac{18}{36} = 0,5$$

$$\text{c) } P(\text{múltiplo de 3}) = \frac{12}{36} = 0,33$$

$$\text{b) } P(\text{número mayor o igual que 6}) = \frac{26}{36} = 0,72$$

$$\text{d) } P(\text{número entre 5 y 9}) = \frac{16}{36} = 0,44$$

77. Página 293

$$\text{a) } P(\text{hombre}) = \frac{20}{50} = 0,4$$

$$\text{c) } P(\text{no sea hombre zurdo}) = \frac{45}{50} = 0,9$$

$$\text{b) } P(\text{mujer zurda}) = \frac{8}{50} = 0,16$$

$$\text{d) } P(\text{zurdo o mujer}) = \frac{13}{50} + \frac{30}{50} - \frac{8}{50} = 0,7$$

78. Página 293

a) Tenemos que el total de chicas más los chicos que estudian piano son 27 y esto supone un 75%. De modo que el 25% de alumnos matriculados será 9 alumnos.

$$\text{b) } P(A) = \frac{15}{36} = 0,42$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = 0,33$$

$$P(C) = \frac{6}{36} = 0,167$$

79. Página 293

$$P(\text{no funciona el motor}) = 1 - 0,89 = 0,11$$

$$P(\text{no funcionan los dos motores}) = 0,11 \cdot 0,11 = 0,0121$$

80. Página 293

a) 40 % de 1 250 = 500 personas han sido diagnosticadas con gripe.

1 250 – 500 = 750 personas han sido diagnosticadas con otras patologías.

b) 2 % de 500 = 10 personas podrían sufrir efectos secundarios.

81. Página 293

$$a) P(\text{chocolate negro}) = \frac{6}{20} = 0,3$$

$$b) P(\text{chocolate blanco}) = \frac{2}{20} = 0,1 \rightarrow P(\text{no es de chocolate blanco}) = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$c) P(\text{dos bombones de chocolate relleno de avellanas}) = \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{12}{380} = 0,03$$

$$P(\text{uno de chocolate blanco y uno de chocolate negro}) = \frac{2}{20} \cdot \frac{6}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{24}{380} = 0,06$$

DEBES SABER HACER**1. Página 293**

a) Cuantitativa continua

d) Cuantitativa discreta

b) Cualitativa

e) Cuantitativa continua

c) Cualitativa

2. Página 293

Datos	Frecuencia absoluta	F_i	Frecuencia relativa	H_i
2	8	8	0,25	0,25
3	7	15	0,219	0,469
7	4	19	0,125	0,594
20	13	32	0,406	1
$N = 32$				

3. Página 293

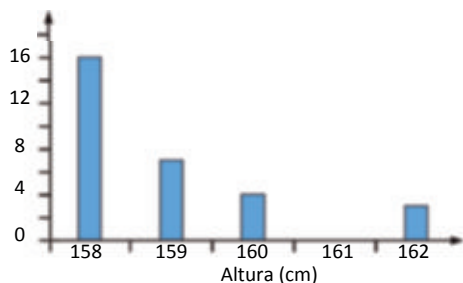
$$a) \text{Excelente: } \frac{144^\circ}{360^\circ} = 0,4 \text{ (40 \%)} \quad \text{Notable: } \frac{108^\circ}{360^\circ} = 0,3 \text{ (30 \%)} \quad \text{Bien: } \frac{18^\circ}{360^\circ} = 0,05 \text{ (5 \%)}$$

$$\text{Aprobado: } \frac{54^\circ}{360^\circ} = 0,15 \text{ (15 \%)} \quad \text{Suspenso: } \frac{36^\circ}{360^\circ} = 0,1 \text{ (10 \%)}$$

b) Si ha suspendido un 10 %, estos son 4 alumnos de los 40. De modo que han aprobado $40 - 4 = 36$ alumnos.

4. Página 293

Altura	f_i	h_i
158	16	0,53
159	7	0,23
160	4	0,13
161	0	0
162	3	0,1



5. Página 293

$$\bar{x} = \frac{16 \cdot 158 + 7 \cdot 159 + 4 \cdot 160 + 3 \cdot 162}{30} = 158,9 \text{ cm}$$

$$Me = 158$$

$$Mo = 158$$

6. Página 293

$$P(\text{ficha doble}) = \frac{7}{28} = 0,25$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

82. Página 294

El inglés. El código más corto, que es una pulsación corta, es para la letra E, la más frecuente en ambos idiomas. Pero el siguiente más corto es la T, que es una pulsación larga, mientras que en inglés la T es la consonante más frecuente, en castellano hay varias letras con una frecuencia mayor.

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

83. Página 294

$$\bar{x} = \frac{170 + 177 + 180 + 170 + x}{5} = 174 \rightarrow \text{La altura de la quinta persona es } 173 \text{ cm.}$$

a) Si entra otro amigo tiene que medir 174 cm para mantener la media.

$$b) \bar{x} = \frac{180 + 173 + 168 + 180 + 177 + 172}{6} = 175 \text{ cm}$$

En el primer grupo, la media dista 6 cm del dato mayor y 4 cm del menor. En el segundo grupo, la media dista 5 cm del dato mayor y 7 cm del menor. La media del segundo grupo dista más de sus extremos que la del primero, por tanto, será más representativa la del primer grupo.

84. Página 294

$$a) P(50, 50) = \frac{75}{500} \cdot \frac{74}{499} = \frac{5550}{249500} = 0,02$$

$$b) P(5, 100) + P(100, 5) = \frac{110}{500} \cdot \frac{45}{499} + \frac{45}{500} \cdot \frac{110}{499} = \frac{9900}{249500} = 0,04$$

$$c) P(\text{no } 500, \text{ no } 500) = \frac{495}{500} \cdot \frac{494}{499} = \frac{244530}{249500} = 0,98$$

$$d) P(\text{valor } 250) = P(50, 200) + P(200, 50) = \frac{75}{500} \cdot \frac{15}{499} + \frac{15}{500} \cdot \frac{75}{499} = \frac{2250}{249500} = 0,009$$

PRUEBAS PISA**85. Página 295**

Si los dos estudiantes son chicos:

- La media de las chicas no cambia porque no hay chicas nuevas.
- La media de los chicos de clase no cambiará si la media de las dos nuevas estaturas es la estatura media del día anterior.

De modo análogo se razona si las dos estudiantes son chicas.

Si los estudiantes son un chico y una chica, el chico debe medir la media de los chicos, 160 cm, y la chica la media de las chicas, 150 cm.

86. Página 295

$$P(\text{par, negra}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{20} = \frac{30}{120} = 0,25$$

Solo tiene una probabilidad de un 25 % de ganar un premio.

Dirección de arte: José Crespo

Proyecto gráfico: Pep Carrió

Interiores: Manuel García

Ilustración: Esther Gili, José Zarzo y Eduardo Leal

Fotografía de cubierta: Leila Méndez

Jefa de proyecto: Rosa Marín

Coordinación de ilustración: Carlos Aguilera

Jefe de desarrollo de proyecto: Javier Tejeda

Desarrollo gráfico: Raúl de Andrés y Jorge Gómez

Dirección técnica: Jorge Mira

Coordinación técnica: Alejandro Retana

Confección y montaje: Luis González y Alfonso García

Corrección: Livia Villaluenga

Corrección matemática: Lidu Gómez Adell, Yaiza Martín Atienza,

Cristina Rodríguez Pastor y Lorena Savedra López

Documentación y selección fotográfica: Nieves Marinas

Fotografías: ARCHIVO SANTILLANA.

© 2016 by Santillana Educación, S. L.

Avda. de los Artesanos, 6

28760 Tres Cantos, Madrid

PRINTED IN SPAIN

EAN: 8431300271159

CP: 784014

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.