

Calculo de los divisores de un número

Vamos a desarrollar un método para calcular los divisores de un número, por ejemplo el 72.

Primeramente se descompone el número 72 en factores primos.

$$\begin{array}{r|l}
 72 & 2 \\
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 72 = 2^3 \cdot 3^2$$

Para conocer el número de divisores de 72, se multiplican los **exponentes** de los factores primos de su descomposición factorial, **aumentados en una unidad**:

$$(3+1) \cdot (2+1) = 4 \cdot 3 = 12. \quad \text{El número 72 tendrá } \mathbf{12} \text{ divisores.}$$

A continuación se verá cuales son esos divisores.

Construimos una tabla. En la fila superior colocaremos las potencias de 2, desde 2^0 hasta 2^3 , y en la columna de la izquierda colocamos las potencias de 3, desde 3^0 hasta 3^2 .

	2^0	2^1	2^2	2^3
3^0	1	2	4	8
3^1	3			
3^2	9			

Ahora se multiplica el número **3** por los números de la primera fila, es decir, por **2**; **4** y **8**. Los resultados los colocamos en las casillas de la 2ª fila, como se muestra a continuación:

	2^0	2^1	2^2	2^3
3^0	1	2	4	8
3^1	3	6	12	24
3^2	9			

Multiplicamos el número **9** por los números de la primera fila : **2**; **4** y **8**. Los resultados los colocamos en la 3ª fila.

	2^0	2^1	2^2	2^3
3^0	1	2	4	8
3^1	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

Los divisores de 72 son todos los números de la tabla: $\text{Div}(72) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72\}$

Calcularemos, a continuación, los divisores de 360.

Se descompone 360 en factores primos:

$$\begin{array}{r|l}
 360 & 2 \\
 180 & 2 \\
 90 & 2 \\
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

El número de divisores de 360, se obtiene multiplicando los exponentes de los factores primos, aumentados en una unidad, teniendo en cuenta que $5 = 5^1$.

$$(3+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24. \quad \text{El número 360 tiene 24 divisores.}$$

Nos fijamos en 2^3 y en 3^2 y construimos una tabla siguiendo los mismos pasos descritos en la página anterior:

	2^0	2^1	2^2	2^3
3^0	1	2	4	8
3^1	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

Construimos una nueva tabla colocando en la primera fila los números de la tabla anterior, preferiblemente ordenados en forma creciente.

En la columna de la izquierda colocamos las potencias de 5, desde 5^0 hasta 5^1 , como se muestra a continuación:

5^0	→ 1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
5^1	→ 5											

Multiplicamos 5 por los números de la primera fila, colocando los resultados en la 2ª fila:

5^0	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
5^1	5	10	15	20	30	40	45	60	90	120	180	360

Los divisores de 360 son:

$$\text{Div}(360) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 72; 90; 120; 180; 360\}$$