1. MÚLTIPLOS Y DIVISORES

* Dos números a y b están emparentados por la relación de divisibilidad cuando su cociente es exacto.

* Si la división $a:b$ es exacta, entonces se dice que el número a es **múltiplo** del número b y también que el número b es **divisor** del número a.

Ejemplos:

a) 30 : 5 = 6 → DIVISIÓN EXACTA, entonces tenemos que

$$\begin{cases} \textbf{30 es múltiplo de 5} \\ \textbf{5 es divisor de 30} \end{cases}$$

Observa que como 30 : 6 = 5 → DIVISIÓN EXACTA, entonces también tenemos que

$$\begin{cases} \textbf{30 es múltiplo de 6} \\ \textbf{6 es divisor de 30} \end{cases}$$

Es decir, cuando la división es exacta los divisores se obtienen por parejas.

b) 30 : 7 → DIVISIÓN NO EXACTA, entonces no podemos hablar de múltiplos ni de divisores.

* Un número tiene infinitos múltiplos y se obtienen multiplicándolo por cualquier otro número natural.

* Todo número es múltiplo de sí mismo y de la unidad.

* La suma de dos múltiplos de un número a es otro múltiplo de a.

Ejemplos:

Los múltiplos de 12 son : 12, 24, 36, 48 … (los resultados de su tabla de multiplicar que es infinita)

Observa que efectivamente 24 + 36 = 60 que también es múltiplo de 12 (12·5 = 60)

* Un número a tiene una cantidad finita de divisores. Para obtenerlos debes saber que al menos tiene dos divisores: él mismo y la unidad. El resto de divisores de a se obtienen dividiendo el número a por números menores que él para ver si la división es exacta.

* Si $\begin{array}{l|l} a & b \\ \cline{2-2} 0 & c \end{array}$, entonces b y c son divisores de a. Se dice que los divisores de a van emparejados.

* Para conocer los divisores de un número "a" puedes utilizar el WIRIS. Escribe DIVISORES(a).

Ejemplos:

a) Para obtener todos los divisores de 12 hacemos lo siguiente.

12 : 1 = 12 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 1 y el 12

12 : 2 = 6 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 2 y el 6

12 : 3 = 4 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 3 y el 4

Ahora dividiríamos entre 4 pero ya lo tenemos como divisor y esto nos indica que ya los tenemos todos:

Los divisores del 12 son 1, 2, 3, 4, 6 y 12

b) Ahora vamos a obtener todos los divisores de 36.

36 : 1 = 36 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 1 y el 36

36 : 2 = 18 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 2 y el 18

36 : 3 = 12 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 3 y el 12

36 : 4 = 9 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 4 y el 9

36 : 5 → DIVISIÓN NO EXACTA

36 : 6 = 6 → DIVISIÓN EXACTA→ tenemos el 6 repetido y esto nos indica que ya los tenemos todos:

Los divisores del 36 son 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36.

2. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

* Los **criterios de divisibilidad** son una serie de reglas, muy simples, que permiten descubrir con rapidez si un número es múltiplo de 2, 3, 5, ...

* Un número es múltiplo de 2 cuando termina en 0, 2, 4, 6 u 8.

* Un número es múltiplo de 5 si termina en 0 o en 5.

* Un número es múltiplo de 10 si termina en 0.

* Un número es múltiplo de 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

* Un número es múltiplo de 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

* Un número es divisible por 11, si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares y la de los impares es 0 ó múltiplo de 11.

* Hay más criterios de divisibilidad: para el 7, el 8, etc. Búscalos por internet.

Ejemplos:

- 270 es múltiplo de 2, 5 y 10 ya que termina en 0 pero también lo es de 3 y 9 ya que la suma de sus cifras es múltiplo de 3 y de 9 (2 + 7 +0 =9)
- 924 es múltiplo de 2, ya que termina en 4, también lo es de 3 ya que la suma de sus cifras es múltiplo de 3 (9 + 2 +4 =15) y también lo es de 11 ya que la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares y la de los impares es múltiplo de 11 (suma de cifras que ocupan lugar impar = 9 + 4 =13, suma de cifras que ocupan lugar par = 2, diferencia de resultados = 13 – 2 = 11)
- 28237 es múltiplo 11 ya que la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares y la de los impares es 0 (suma de cifras que ocupan lugar impar = 2 + 2 + 7 =11, suma de cifras que ocupan lugar par = 8 + 3 = 11, diferencia de resultados = 11 – 11 = 0)

ERV: 1, 2, del 7 al 17

3. NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

* Un número es **primo** si tiene exactamente dos divisores: el 1 y él mismo. Un número primo no se puede descomponer en factores. Hay infinitos números primos.

* Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores. Un número compuesto se puede descomponer en factores.

* El número 1 no se considera ni primo ni compuesto. Observa que solo tiene un divisor, el propio 1.

* Los números primos menores que 100 son:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

* Para saber si un número "a" es primo puedes utilizar el WIRIS. Escribe DIVISORES(a).

Ejemplos:

- Los divisores de 30 son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30 → 30 es un número COMPUESTO y sus posibles descomposiciones en factores son 30 = 2·15 = 5·6 =2·3·5 =…
- Sin embargo, los divisores de 11 son : 1 y 11 → 11 es PRIMO

ERV: 3, del 18 al 21

4. FACTORIZACIÓN O DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS

* La **factorización** de un número consiste en expresarlo como producto de números primos.

* Si el número es pequeño, el procedimiento para descomponer es sencillo y se hace mentalmente.

* Si el número es grande, el procedimiento para descomponer es el siguiente:
a) Se escribe el número y, a su derecha, se pone una raya vertical.
b) Si el número termina en ceros, se puede dividir por 10 = 2 • 5. A la derecha de la raya vertical, se pone 2 • 5 elevado, cada uno de ellos, al número de ceros finales que tenga el número.
c) Se sigue dividiendo cada cociente obtenido por el menor número primo, 2, 3, 5, que sea divisor, tantas veces como se pueda.
d) Se termina cuando de cociente se obtenga 1.

* Cada uno de los múltiplos de un número contiene, al menos, todos los factores primos de dicho número.

* Los divisores de un número están formados por algunos de los factores primos de dicho número.

* Para factorizar un número "a" con WIRIS escribe FACTORIZAR(a)

Ejemplos:

a) Para números pequeños como 6 ó 12 lo haremos de cabeza:

$6 = 2 \cdot 3$

$12 = 2^2 \cdot 3$

b) Para números grandes como 924, seguimos el procedimiento:

		924	2
$924 : 2 = 462$	⟶	462	2
$462 : 2 = 231$	⟶	231	3
$231 : 3 = 77$	⟶	77	7
$77 : 7 = 11$	⟶	11	11
$11 : 11 = 1$	⟶	1	

$924 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

ERV: 4, del 22 al 25

5. MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS O MÁS NÚMEROS

* El **máximo común divisor de varios números, a, b, c, ...** es el mayor de sus divisores comunes, y se escribe así: MCD(a,b,c, ...)

* Si los números son pequeños, el procedimiento para hallar el MCD es sencillo y se hace mentalmente buscando el mayor divisor común de ellos.

* Si los números son grandes, el procedimiento para hallar el MCD es el siguiente:

a) Se descomponen los números a, b, c ... factorialmente.

b) El MCD(a,b,c,...) es el resultado de multiplicar los factores primos comunes en todas las descomposiciones factoriales anteriores, elevado cada uno al menor exponente con el que aparece.

* Dos números a y b se dice que son **primos entre sí** no tiene divisores comunes y por tanto si $MCD\,(a,b)=1$

* Para hallar MCD(a,b,c, ...) con WIRIS escribe MCD(a,b,c, ...)

Ejemplos:

a) Para números pequeños como 4 y 6 lo haremos de cabeza:

$MCD\,(\mathbf{4{,}6})=\mathbf{2}$, porque 2 es el mayor divisor de 4 y de 6 a la vez

b) Para números grandes como 100 y 120, seguimos el procedimiento:

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{100=2^2\cdot5^2}\\ \mathbf{120=2^3\cdot3\cdot5}\end{array}\right\}\rightarrow MCD(\mathbf{100{,}120})=\mathbf{2^2\cdot5=20}$$

6. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS O MÁS NÚMEROS

* El **mínimo común múltiplo de varios números, a, b, c, ...** es el menor de sus múltiplos comunes, y se escribe así: mín.c.m. {a, b, c, ...)

* Si los números son pequeños, el procedimiento para hallar el MCM es sencillo y se hace mentalmente buscando el menor múltiplo común de ellos.

* Si los números son grandes, el procedimiento para hallar el MCM es el siguiente:

a) Se descomponen los números a, b, c ... factorialmente.

b) El MCM(a,b,c,...) es el resultado de multiplicar los factores primos comunes en las descomposiciones factoriales anteriores, elevado cada uno al mayor exponente con el que aparece y los factores primos no comunes.

* Se verifica siempre que $MCD\,(a,b)\cdot MCM\,(a,b)=a\cdot b$ y por tanto, si dos números a y b son primos entre sí entonces $MCM\,(a,b)=a\cdot b$ y $MCD\,(a,b)=1$

* Para hallar MCM(a,b,c, ...) con WIRIS escribe MCM(a,b,c, ...)

Ejemplos:

a) Para números pequeños como 4 y 6 lo haremos de cabeza:

$MCM\,(\mathbf{4{,}6})=\mathbf{24}$, porque 24 es el menor múltiplo de 4 y 6 a la vez

b) Para números grandes como 45 y 60, seguimos el procedimiento:

45	3
15	3
5	5
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{45=3^2\cdot5}\\ \mathbf{60=2^2\cdot3\cdot5}\end{array}\right\}\rightarrow MCM(\mathbf{45{,}60})=\mathbf{2^2\cdot3^2\cdot5=180}$$

ERV: 5, 6 del 26 al 84

EJERCICIOS RESUELTOS EN VÍDEO

EJERCICIOS TEÓRICOS BÁSICOS SOBRE DIVISIBILIDAD (del 1 al 6)

1. **(1º ESO) La relación de divisibilidad.**
   a) Explica la relación de divisibilidad entre números naturales.
   b) Explica con claridad porqué 518 es múltiplo de 37.
   c) Explica con claridad porqué 23 es divisor de 345.
   d) Encuentra, al menos, cuatro parejas de números emparejados por la relación de divisibilidad entre los números: 420, 12, 70, 90, 11, 9, 18, 156, 6, 21.
   e) Busca entre estos números: 5, 10, 15, 20, 30, 35, 45, 60, 75, 90.
   e1) Todos los que sean divisores de 90.
   e2) Todos los que sean múltiplos de 3.

2. **(1º ESO) Criterios de divisibilidad.**
   a) ¿Qué son los criterios de divisibilidad?
   b) Explica los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 6, 9, 10 y 11
   c) Entre los números 77, 108, 120, 162, 215, 247, 315, 328, 370, 416, 455, 495 busca los números:
   c1) múltiplos de 2 c2) múltiplos de 3 c3) múltiplos de 5 c4) múltiplos de 9 c5) múltiplos de 11

3. **(1º ESO) Números primos y números compuestos.**
   a) ¿Cuándo un número es primo?, ¿cuándo un número es compuesto?
   b) Clasifica en primos o compuestos los números: 5, 8, 11, 15, 21, 28, 31, 33, 45, 49.
   c) Busca información fiable en internet y averigua para qué se utilizan hoy en día los números primos.
   d) Descompón el número 100:
   d1) en dos factores d2) en 3 factores d3) en el número máximo de factores que sea posible.

4. **(1º ESO) Descomposición de un número en sus factores primos.**
   a) ¿Qué significa descomponer (factorizar) un número en factores primos?. Explica el procedimiento.
   b) Descompón factorialmente el número 792.
   c) Descompón mentalmente en factores primos los números: 4, 6, 8, 9, 10, 18, 24, 30, 45
   d) ¿Qué número tiene la siguiente descomposición $2\cdot 5^2\cdot 7$?
   e) Escribe todos los divisores de 360 descomponiendo factorialmente antes ese número.

5. **(1º ESO) Máximo común divisor**
   a) ¿Que significa que un número es el máximo común divisor de varios números?
   b) Halla todos los números que sean divisores de 12 y 18 a la vez. ¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 18?, ¿por qué?
   c) Explica el algoritmo que te permite hallar el máximo común divisor de varios números. Utilízalo para hallar el mcd de 60 y 40.
   d) Calcula el máximo común divisor de 420, 180 y 264
   e) Calcula mentalmente:
   e1) mcd(4,8) e2) mcd (4,5) e3) mcd (6,9) e4) mcd (2,6,8) e5) mcd (3,10,15,20)
   f) ¿Cuándo dos números son primos entre sí?. Escribe varias parejas de números primos entre sí.
   g) ¿Dos números primos entre sí son necesariamente primos?. ¿Dos números primos distintos son necesariamente primos entre sí?. Razona las respuestas

6. **(1º ESO) Mínimo común múltiplo.**
   a) ¿Que significa que un número es el mínimo común múltiplo de varios números?
   b) Halla 5 números que sean múltiplos de 4 y 6 a la vez. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 4 y 6?, ¿por qué?
   c) Explica el algoritmo que te permite hallar el mínimo común múltiplo de varios números. Utilízalo para

hallar el mcm de 75 y 90.
d) Calcula el mínimo común múltiplo de 18, 24 y 30
e) Calcula mentalmente:
e1) mcm(4,8) e2) mcm(4,5) e3) mcm(6,9) e4) mcm(2,6,8) e5) mcm(3,10,15,20)
f) Si dos números son primos entre sí, ¿cuánto vale el mínimo común múltiplo de ellos?

Múltiplos y divisores

7. Copia y completa con múltiplo o divisor:
   a) 8 es ___________ de 4 b) 7 es _________ de 49
   c) 5 es ___________ de 35 d) 72 es ____________ de 9

8. Encuentra cuatro parejas múltiplo-divisor entre los siguientes números:
   143, 12, 124, 364, 180, 31, 52, 13

9. Responde justificando tu respuesta.
   a) ¿Es 132 múltiplo de 11?
   b) ¿Es 11 divisor de 132?
   c) ¿Es 574 múltiplo de 14?
   d) ¿Es 27 divisor de 1542?

10. (1º ESO) a) Escribe los ocho primeros múltiplos de 5.
    b) Escribe los tres primeros múltiplos de 27.
    c) Escribe los divisores de 24.
    d) Escribe los divisores de 63.
    e) ¿Es 25 divisor de 5?
    f) Encuentra todos los múltiplos de 24, comprendidos entre 240 y 384.
    e) Rodea con un circulo los números que sean múltiplos de 4:
    1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40.

11. Calcula.
    a) Los cinco primeros múltiplos de 10.
    b) Los cinco primeros múltiplos de 13.
    c) Los cinco primeros múltiplos de 31.

12. Calcula.
    a) Todos los divisores de 18.
    b) Todos los divisores de 23.
    c) Todos los divisores de 32.

13. Copia estos números y selecciona:
    66, 71, 90, 103, 105, 156, 220, 315, 421, 708
    a) Los múltiplos de 2.
    b) Los múltiplos de 3.
    c) Los múltiplos de 5.

14. Copia estos números, rodea con un círculo los múltiplos de 3 y tacha los múltiplos de 9:
    33, 41, 54, 87, 108, 112, 231, 341, 685

15. (1º ESO) De los números siguientes: 320, 63, 75, 420, 35, 33, 840 señala los que son divisibles:
    a) Por 2 y por 3
    b) Por 2 y por 5
    c) Por 3 y por 5

16. (1º ESO) a) Dados los números 1524, 2535, 32440, averigua si son divisibles por 2, por 3, por 5, por 9 o por 10
    b) Dados los números 2390, 24555, 1329, averigua si son divisibles por 2, por 3, por 5, por 9 o por 10
    c) Dados los números 489, 12367, 940, averigua si son divisibles por 2, por 3, por 5, por 9 o por 10

17. (1º ESO) a) Completa el número 9761_ para que sea divisible por 11
    b) Completa el número 456_ para que sea divisible por 2 y por 5 a la vez

Números primos y compuestos

18. Escribe.
    a) Los diez primeros números primos.
    b) Los números primos comprendidos entre 50 y 60.
    c) Los números primos comprendidos entre 80 y 100.
    d) Los tres primeros primos mayores que 100.

19. Mentalmente, sin lápiz ni papel, separa los números primos de los compuestos:
    4, 7, 10, 15, 17, 24, 31, 41, 51, 67

20. (1º ESO) Señala los números primos y compuestos de la siguiente lista: 7, 12, 13, 25, 31, 43

21. (1º ESO) Busca todos los divisores de 11. Busca todos los divisores de 14 y comprueba si todos los divisores de 11 lo son también de 14

22. Descompón, mentalmente, en el máximo número de factores las siguientes cantidades:
    6, 8, 10, 14, 15, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 42

23. Descompón en factores primos.
    a) 48 b) 54 c) 90 d) 105 e) 120 f) 135 g) 180 h) 200

24. Descompón en el máximo número de factores:
    a) 378 b) 1 144 c) 1 872

25. (1º ESO) a) Encuentra un número que sea múltiplo de 2, 3 y 5.
    b) Encuentra un número que sea múltiplo de 2, 6 y 5.
    c) Descompón el número 88 en factores primos.
    d) Descompón el número 812 en factores primos.
    e) ¿Es posible que la descomposición factorial de un número sea $4 \cdot 3 \cdot 5$?

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

26. Calcula.
    a) Los diez primeros múltiplos de 10.
    b) Los diez primeros múltiplos de 15.
    c) Los primeros múltiplos comunes de 10 y 15.
    d) El mínimo común múltiplo de 10 y 15.

27. Calcula mentalmente.
    a) mín.c.m. (2, 3) b) mín.c.m. (6, 9) c) mín.c.m. (4, 10) d) mín.c.m. (6, 10)
    e) mín.c.m. (6, 12) f) mín.c.m. (12, 18)

28. Calcula,
    a) mín.c.m. (12, 15) b) mín.c.m. (24, 60) c) mín.c.m. (48, 54) d)mín.c.m. (90, 150)
    e) mín.c.m. (6, 10, 15) f) mín.c.m. (8, 12, 18)

29. Escribe.
    a) Todos los divisores de 18.
    b) Todos los divisores de 24.
    c) Los divisores comunes de 18 y 24.
    d) El máximo común divisor de 18 y 24.

30. Calcula mentalmente.
    a) máx.c.d. (4, 8) b) máx.c.d. (6, 9) c) máx.c.d. (10, 15) d) máx.c.d. (12, 16)
    e) máx.c.d. (16, 24) f) máx.c.d. (18, 24)

31. Calcula.
    a) máxc.d. (36, 45) b) máx.c.d. (105, 120) c) máx.c.d. (8, 12, 16)
    d) máxc.d. (48, 72) e) máx.c.d. (135, 180) f) máx.c.d. (45,60,105)

32. (1º ESO) Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de:
    a) 8, 12 y 20 b) 32, 54 y 90 c) 60, 80 y 120 d) 98, 392 y 441

33. (1º ESO) Calcula el MCD y el MCM de los números 25, 170 y 540.

34. ¿Cuáles de los siguientes parejas de números son primos entre sí?
    a) 4 y 7 b) 6 y 9 c) 8 y 10 d) 13 y 14

35. (1º ESO) Indica si los siguientes números son primos entre sí:
    3 y 7, 11 y 22, 45 y 34.

36. Dados los números 600 y 840, comprueba que el producto de su M.C.D. por su m.c.m. es igual al producto de ambos números.

37. El M.C.D. de dos números es 36, y su producto, 45360. Halla el m.c.m. de ambos números.

38. Se sabe que el M.C.D.(96, x) = 16 y que el m.c.m.(96, x) = 672. Halla el valor de x

Problemas

39. (1º ESO) Pedro acude al médico cada 6 días para ponerse una inyección y Elena va cada 15 días a hacer recuperación en el mismo hospital. Si hoy se han visto, calcula cuándo volverán a coincidir.

40. (1º ESO) En una bolsa hay entre 30 y 40 caramelos. Podemos hacer grupos de 4 caramelos sin que sobre ninguno. Si hacemos grupos de 6 caramelos tampoco sobra ninguno. ¿Cuántos caramelos hay en la bolsa?

41. (1º ESO) Un semáforo se pone rojo cada 2 minutos y otro cada 3. Si a las tres de la tarde se ponen rojos al mismo tiempo, ¿a qué hora volverán a ponerse rojos los dos a la vez? ¿Cuántas veces se pondrán rojos a la vez en una hora?

42. (1º ESO) En una clase hay 48 alumnos y quieren hacer grupos iguales. ¿De cuántas maneras diferentes podrán hacerlo?

43. (1º ESO) Rosa quiere repartir 24 rotuladores rojos y 32 verdes en varios botes, de forma que haya el mismo número de rotuladores de cada color en cada bote. ¿Cómo lo debe hacer para que el número de botes sea el máximo posible? ¿Cuántos rotuladores tendrá cada bote?

44. (1º ESO) Tenemos 8 litros de naranjada y 12 litros de cola para hacer una fiesta, y queremos llevarlos sin mezclar en recipientes que tengan el mismo número de litros y que sean lo más grandes posible. ¿De cuántos litros tienen que ser los recipientes? ¿Es posible llevarlos en recipientes de 1 litro? ¿Y de 2 litros? ¿Es posible llevarlos en recipientes de 3 litros? ¿Y de 4 litros?

45. (1º ESO) En una granja tienen 264 gallinas y 450 pollos. Se han de transportar en jaulas, sin mezclarlos, lo más grande posibles de modo que en todas haya el mismo número de animales. ¿Cuántos animales irán en cada jaula?

46. (1º ESO) Óscar y Sonia están montando en los karts de un parque de atracciones. Sonia tarda 4 minutos en dar una vuelta a la pista, y Óscar, 6 minutos. Si parten los dos juntos de la línea de salida, ¿cuántos minutos tardarán en volver a coincidir en la meta?

47. (1º ESO) En un taller tienen que hacer piezas de metal con forma de rectángulo de 12 cm^2 de superficie. El largo y el ancho deben ser unidades enteras. ¿Cuántas piezas distintas se pueden hacer?

48. (1º ESO) El equipo de balonmano del centro escolar entrena una de cada 3 tardes y el de fútbol lo hace una de cada 2. Coinciden en el centro un martes. ¿Cuándo volverán a coincidir si no contamos sábados y domingos?

49. (1º ESO) El dueño de una zapatería realiza encargos a tres fabricantes distintos. De cada proveedor recibe el pedido cada 20, 15 y 24 días respectivamente. Los días que recibe género de los tres proveedores, su hermano tiene que ir a echarle una mano. A lo largo del año, ¿cuántos días necesita la ayuda de su hermano?
Sol: 3 días

50. (1º ESO) María tiene menos de 500 sellos. Si los guarda en un álbum, en páginas de 18, 20 o 24 sellos, no le sobra ninguno. ¿Cuántos sellos tiene?
Sol: 360 sellos

51. (1º ESO) Tres amigos corren en una pista de atletismo. Juan hace el recorrido en 12 minutos, Pedro en 9 y Miguel en 18. Si entrenan durante 2 horas, ¿cuántas veces coinciden?, ¿en qué minutos?
Sol: coinciden 3 veces. En el minuto 36, en el 72 y en el 108.

52. (1º ESO) Existen tres compañías aéreas que realizan el trayecto Madrid-Pekín. Una lo realiza cada 3 días; otra cada 6 y otra cada 9. El 10 de noviembre ha habido vuelo de las tres compañías. Juan ha comprado un billete para el día 28, pero no ha podido tomar el vuelo por overbooking. La compañía le ha asegurado que ese mismo día podrá salir, pero en otra compañía. ¿Es cierto?
Sol: Sí, es cierto.

53. (1º ESO) Una sala de exposiciones mide 40 m de largo por 15 de ancho. Se quiere forrar con planchas cuadradas que tengan el mayor tamaño posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada plancha para que no sea necesario partir ninguna?
Sol: 5m

54. (1º ESO) Almudena y Carlos desean construir una torre con las piezas cúbicas del juego de construcciones de su hermano pequeño. Quieren que la torre mida 48 cm. de alto, 30 de largo y 18 de ancho. ¿Cuánto debe medir la arista de los cubos para que sean de la mayor dimensión posible? ¿Cuántas piezas emplearán a lo largo, ancho y alto?
Sol: La arista debe medir 6 cm. Largo 5 piezas; Ancho 3 y Alto 8 piezas

55. (1º ESO) En un mercado tienen 60 kg de manzanas y 80 kg de naranjas. Se quieren envasar por separado en cajas que pesen lo mismo y que contengan el mayor número posible de kilos, pero sin que sobre ninguno. ¿Cuántos kilos de fruta contendrá cada caja?
Sol: 20 kg

56. (1º ESO) Tenemos una caja con 100 chocolatinas y otra con 75 caramelos. Si queremos empaquetarlos en bolsas con igual contenido en cada una de ellas y hacer el mayor número de paquetes posible, ¿cuántas bolsas necesitamos?
Sol: 7 bolsas

57. (1º ESO) Un pescadero ha comprado en la lonja 96 kg de langostinos y 72 de gambas. Para transportarlos hasta la pescadería, los langostinos los distribuye en 4 cajas y las gambas en tres. Al llegar a la pescadería tiene que

distribuirlos en el mostrador pero no quiere que las cajas sean tan grandes. ¿De cuántas maneras diferentes puede hacerlo para que en cada caja haya el mismo número de kgs, pero que este número sea mayor que 6?¿Cuántas cajas necesitará?.
Sol: Cajas de 8 kg: 12 de langostinos y 9 de gambas. Cajas de 12 kg: 8 de langostinos y 6 de gambas

58. (1º ESO) Se han construido dos torres, una apilando cubos de 30 cm y otra apilando cubos de 40 cm de arista. Ambas son de igual altura y superan los dos metros, pero sin alcanzar los tres. ¿Cuántos cubos se han utilizado de cada una?
Sol 8 de 30 y 6 de 40

59. (1º ESO) Roberto quiere cambiar algunas de sus canicas por algunos de los pins de Amaya. Si una canica cuesta 18 céntimos de euro y un pin 20 céntimos, ¿cuántas canicas como mínimo entregará Roberto y cuántos pins Amaya si el importe es el mismo?
Sol: 10 canicas y 9 pins

60. (1º ESO) Tenemos dos cintas de 160 y 180 cm respectivamente y queremos partirlas en trozos iguales, lo más largos posible, sin desperdiciar ningún trozo. ¿Cuánto debe medir cada trozo?
Sol: 20 cm

61. En mi colegio hay dos clases de 2.° ESO: 2.° A, con 24 estudiantes, y 2.° B, con 30.
Tenemos que hacer equipos con el mismo número de miembros, pero sin mezclar de las dos clases.
Describe todas las formas posibles de hacer los equipos.

62. En un acuartelamiento hay 3007 soldados. ¿Se pueden colocar en formación, con un número exacto de filas y columnas? Justifica la respuesta.

63. Un grupo de 20 personas se pueden organizar en un número exacto de filas y columnas. Por ejemplo, cuatro filas y cinco columnas. Sin embargo, no se puede hacer lo mismo con un grupo de 13 personas, que solo se pueden poner en una única fila. Busca todos los números comprendidos entre 150 y 170 que solo se puedan organizar en una fila única.

64. ¿De cuántas formas distintas se pueden envasar 80 botes de mermelada en cajas iguales?
Indica, en cada caso, el número de cajas necesarias y el número de botes por caja.

65. Marta ha comprado varios balones por 69 €.
El precio de un balón era un número exacto de euros, sin decimales.
¿Cuántos balones ha comprado y cuánto costaba cada balón?

66. Un almacenista tiene que colocar 2480 botes en filas, columnas y capas, formando un bloque lo más compacto posible. ¿Cómo lo harías tú?

67. En una fábrica de productos deportivos se empaquetan las pelotas de tenis de la siguiente forma:
* Tres pelotas en cada bote.
* Seis botes en cada caja.
* Una cantidad fija de cajas en cada palé.
a) ¿Cuál o cuáles de estas cantidades pueden ser el número de pelotas de un palé?
2000, 2400, 3600, 4000, 9000, 10000
b) Sabiendo, además, que las cajas de un palé se distribuyen en capas de ocho filas, ¿cuál es definitivamente el número de pelotas de un palé?

68. Un rollo de cable mide más de 150 m y menos de 200 m. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 m y también en trozos de 18 m?

69. De cierta parada de autobús parten dos líneas, A y B, que inician su actividad a las 7 h de la mañana. La línea A presta un servicio cada 24 minutos, y la línea B, cada 36 minutos. ¿A qué hora vuelven a coincidir en la parada los autobuses de ambas líneas?

70. Se desea dividir dos cuerdas de 20 m y 30 m en trozos iguales, lo más grandes que sea posible, y sin desperdiciar nada. ¿Cuánto medirá cada trozo?

71. Una liebre corre dando saltos de 2,5 metros, perseguida por un galgo que da saltos de 3 metros. ¿Cada cuántos metros caen las huellas del galgo sobre las de la liebre?

72. Para pavimentar el suelo de una nave de 12,3 m de largo por 9 m de ancho, se han empleado baldosas cuadradas, que han venido justas, sin necesidad de cortar ninguna. ¿Qué medida tendrá el lado de cada baldosa, sabiendo que se han empleado las mayores que era posible?

73. Si apilo cajas con un grosor de 0,18 m, y al lado apilo otras cajas con un grosor de 0,2 m, ¿a qué altura coinciden ambas torres?

74. Julia ha formado el cuadrado más pequeño posible uniendo piezas rectangulares de cartulina, de 12 cm por 18 cm.
a) ¿Cuánto mide el lado del cuadrado? b) ¿Cuántas piezas ha empleado?

75. En un horno de bollería se han fabricado 2400 magdalenas y 2640 mantecados, que se desean comercializar en bolsas con el mismo número de unidades y sin mezclar ambos productos. ¿Cuántas magdalenas o cuántos mantecados se pueden poner en cada bolsa, teniendo en cuenta que el número debe ser superior a 15 e inferior a 30?

76. Se desea envasar 125 botes de conserva de tomate y 175 botes de conserva de pimiento en cajas del mismo número de botes, y sin mezclar ambos productos en la misma caja.
a) ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias?
b) ¿Cuántos botes irán en cada caja?

77. Calcula el número mínimo de páginas que debe tener un libro para que se pueda leer a razón de 15 páginas cada día, o bien 24 páginas cada día.

78. Antonio quiere poner el suelo de la cocina de losetas cuadradas del mayor tamaño posible sin tener que cortar losetas. Si la cocina mide 4,4 m de largo por 3,2 m de ancho, ¿cuántos centímetros debe medir el lado de la loseta? ¿Cuántas losetas utilizará?

79. ¿De cuántas formas se pueden plantar 36 pinos en un parque rectangular formando filas y columnas?

80. Pedro y Sonia son primos. Pedro visita a sus abuelos cada 28 días, y Sonia, cada 35 días. Si un determinado domingo coinciden, ¿cuánto tiempo tardarán en volver a coincidir?

81. Los alumnos de 2° B trabajan de dos en dos en clase de Matemáticas, hacen los trabajos de Lengua en grupos de 4, y los trabajos de Tecnología, en grupos de 5. Si la clase tiene menos de 40 alumnos, ¿cuántos alumnos son en total?

82. Se tienen dos cuerdas, una de 28 m y la otra de 32 m. Se quieren cortar en trozos iguales del mayor tamaño posible. Calcula:
a) La longitud de cada trozo. b) El número total de trozos.

83. Tenemos 550 L de aceite de oliva y 445 L de aceite de girasol, y queremos envasarlos en garrafas iguales y del mayor tamaño posible. Calcula:
a) La capacidad de cada garrafa.
b) El número de garrafas que se necesitan para envasar el aceite de oliva.
c) El número de garrafas que se necesitan para envasar el aceite de girasol.

84. Una finca que tiene forma rectangular mide de largo 255 m, y de ancho, 125 m. Se quieren plantar nogales lo más separados posible y a igual distancia. Calcula:
a) A qué distancia se plantarán. b) Cuántos se plantarán.

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS RESUELTOS EN VÍDEO

1. Ver vídeo
2. Ver vídeo
3. Ver vídeo
4. Ver vídeo
5. Ver vídeo
6. Ver vídeo
7. a) múltiplo, b) divisor, c) divisor, d) múltiplo.
8. Ver vídeo
9. a) Porque la división 132:11 es exacta. Resto es fácil.
10. Ver vídeo
11. a) 0,10,20,30,40, b) 0, 13, 26, 39, 52, c) 0, 31, 62, 93, 124.
12. a) 1, 2, 3, 6, 9, 18, b) 1, 23, c) 1, 2, 4, 8, 16, 32.
13. a) 66, 90, 156, 220, 708, b) 66, 90, 105, 156, 315, 708, c) 90, 105, 220, 315.
14. Múltiplos de 3: 33, 54, 87, 108, 231. Múltiplos de 9: 54, 108.
15. Ver vídeo
16. Ver vídeo
17. Ver vídeo
18. Ver vídeo
19. Números primos: 7, 17, 31, 41, 67. Números compuestos: 4, 10, 15, 24, 51.
20. Ver vídeo
21. Ver vídeo
22. $6 = 2 \cdot 3$, $8 = 2^3$, $10 = 2 \cdot 5$, $14 = 2 \cdot 7$, $15 = 3 \cdot 5$, $18 = 3^2 \cdot 2$, $20 = 2^2 \cdot 5$, $24 = 2^3 \cdot 3$, $25 = 5^2$, $27 = 3^3$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
23. $48 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $54 = 2 \cdot 3^3$, $90 = 3^2 \cdot 2 \cdot 5$, $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $135 = 3^3 \cdot 7$, $180 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5$, $200 = 2^3 \cdot 5^2$
24. $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$, $1144 = 2^3 \cdot 11 \cdot 13$, $1872 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 13$
25. Ver vídeo
26. a) 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90
    b) 0, 15, 30, 45, 60, 75. 90, 105, 120, 135
    c) 30, 60, 90 d) 30
27. a) 6, b) 18, c) 20, d) 30, e) 12, f) 36
28. a) 60, b) 120, c) 432, d) 450, e) 30, f) 72
29. a) 1, 2, 3, 6, 9, 18
    b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
    c) 1, 2, 3, 6 d) 5
30. a) 4, b) 3, c) 5, d) 4, e) 8, f) 6
31. a) 9, b) 15, c) 4, d) 24, e) 45, f) 15
32. Ver vídeo
33. Ver vídeo
34. Son primos entre si: a) y d)
35. Ver vídeo
36. Ver vídeo
37. Ver vídeo
38. Ver vídeo
39. Ver vídeo
40. Ver vídeo
41. Ver vídeo
42. Ver vídeo
43. Ver vídeo
44. Ver vídeo
45. Ver vídeo
46. Ver vídeo
47. Ver vídeo
48. Ver vídeo
49. Ver vídeo
50. Ver vídeo
51. Ver vídeo
52. Ver vídeo
53. Ver vídeo
54. Ver vídeo
55. Ver vídeo
56. Ver vídeo
57. Ver vídeo
58. Ver vídeo
59. Ver vídeo
60. Ver vídeo
61. Ver vídeo
62. Ver vídeo
63. Ver vídeo
64. Ver vídeo
65. Ver vídeo
66. Ver vídeo
67. Ver vídeo
68. Ver vídeo
69. 8h 12min
70. 10 m
71. Ver vídeo

72. Ver vídeo
73. Ver vídeo
74. Ver vídeo
75. Ver vídeo
76. a) 12 cajas b) 25 botes
77. 120
78. Ver vídeo
79. Ver vídeo
80. 140 días
81. Ver vídeo
82. a) 4 m, b) 15 trozos
83. a) 5 L, b) 110, c) 89
84. a) 5 m, b) 1275 nogales