

1 Halla los siguientes límites de funciones

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x + 2x^2 - x^3)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (10 - 2x - 2x^2)$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{2-x}$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x+2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^4-16}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-2}{2x-3}$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3+x}{1-3x^3}$

h) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

2ª Representa aproximadamente las siguientes funciones definidas a trozos y estudia su continuidad analíticamente (por límites) en sus puntos conflictivos. En caso de ser discontinua clasifica el tipo de discontinuidad

Halla las asíntotas horizontales

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -1 \\ -x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 4 & \text{si } 1 < x \end{cases}$

Hallar los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 2}$

b) $f(x) := \frac{x-6}{x^3+2x^2-x-2}$

3ª Representa aproximadamente las siguientes funciones definidas a trozos
Halla su dominio y su recorrido

a) $f(x) = \begin{cases} 1/x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < -1 \\ -x^2+1 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -1 & \text{si } 1 < x \end{cases}$

EJERCICIO 6 : Calcular las siguientes derivadas:

1) $y = 5$

2) $y = x$

3) $y = 3x$

4) $y = x^5$

5) $y = 3 \cdot x^6$

6) $y = \frac{3}{5} \cdot x^{10}$

7) $y = \frac{3x^2}{4}$

8) $y = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 7$

9) $y = \frac{1}{x^4}$

10) $y = 5 \cdot \left(\frac{1}{x^3} + x^{-2} \right)$

11) $y = 6x^3 + 5x^2 - 1$

12) $y = \frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 - 8x$

13) $y = \frac{1}{x^2} + x^{-3} + 2 \cdot x^{-1}$

14) $y = 2 \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right)$

15) $y = \frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^3}$

16) $y = \frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x}$

17) $y = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 3x)$

18) $y = (x^2 - 1) / (x^3 + 3x)$

19) $y = \frac{x^2 - 1}{x + 4}$

52) $y = \frac{4 - 6x}{(2x^4 - 3)^6}$

53) $y = e^{\sqrt{x}}$

Recta tangente

EJERCICIO 8 - Escribe la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 2x$ en el punto de abscisa $x = 2$.

EJERCICIO 9 - Halla la ecuación de la recta de pendiente 7 que es tangente a la curva $y = 3x^2 + x - 1$.

EJERCICIO 10 - Halla los puntos de tangente horizontal de la siguiente función y, con ayuda de las ramas infinitas, decide si son máximos o mínimos: $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$

EJERCICIO 11 - Averigua los puntos de tangente horizontal de la función: $f(x) = \frac{3-x^2}{x+2}$

EJERCICIO 12 - Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = 2x^2 + 3x - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$

EJERCICIO 13 - Escribe la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x - 4x^2$ que sea paralela a la recta $y = -7x + 3$

EJERCICIO 14 - Halla la ecuación de la recta de pendiente -4 que sea tangente a la curva $y = x^4 + 2$.

EJERCICIO 15 - Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva $y = 2x^3 + x$ en el punto de abscisa $x = -1$

Crecimiento y extremos relativos

EJERCICIO 16 - Estudia la monotonía y calcula los extremos de la siguiente función: $f(x) = x^4 - 2x^2$

Representar funciones que cumplan unas condiciones

EJERCICIO 17 : Dibuja la gráfica de la función $f(x)$, sabiendo que:

- Su derivada se anula en $(0, 0)$
- Solo corta a los ejes en $(0, 0)$
- Sus asíntotas son $x = -2$, $x = 2$ e $y = 0$
- La posición de la curva respecto a las asíntotas es: $\begin{cases} \text{Si } x \rightarrow -\infty, y < 0 \\ \text{Si } x \rightarrow +\infty, y < 0 \end{cases}$
- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$

EJERCICIO 18 : Haz la gráfica de una función $f(x)$, sabiendo que :

- Es continua.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- Su derivada se anula en $(-3, -2)$, en $(0, 2)$ y en $(2, -3)$.
- Corta a los ejes en los puntos $(-4, 0)$, $(-2, 0)$, $(1, 0)$, $(3, 0)$ y $(0, 2)$.

EJERCICIO 25 : Consideramos la función: $f(x) = 5x^2 - 3x$

a) ¿Crecer o decrecer en $x = -1$? ¿Y en $x = 1$?

b) Halla los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

EJERCICIO 26 : Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de las funciones:

a) $f(x) = 8x - x^2$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{4}$

EJERCICIO 27 : Dada la siguiente función: $f(x) = 14x - 7x^2$

a) ¿Es creciente o decreciente en $x = 0$? ¿Y en $x = 4$?

b) Halla los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

EJERCICIO 28 : Halla y representa gráficamente los puntos de tangente horizontal de la función:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$$