V.Aleatoria Discreta.Binomial

Una variable aleatoria consiste en establecer una función entre el espacio muestral y los números reales

Por ejemplo,lanzamos dos monedas.Consideramos la V.A. que asocia a cada suceso elemental el número de caras

X(cc)=2 X(cx)=X(cx)=1 X(xx)=0

La función de probabilidad es una función f de la v.a. X que asigna a cada valor x_i de X una probabilidad
Por ejemplo
P(X=2)=1/4 p(X=1)=2/4 p(X=0)=1/4
Por ser una probabilidad :$P(X=x_1)+p(X=x_2)+\ldots+p(X=x_n)=1$

La media o Esperanza matemática de una V.A. discreta es

$$\boxed{\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p(x_i)} = x_1 \cdot p(x_1) + x_2 \cdot p(x_2) + \ldots + x_n \cdot p(x_n)$$

La varianza de una variable aleatoria X es:

$$\boxed{\sigma^2 = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p(x_i)\right] - \mu^2} = \left[x_1^2 \cdot p(x_1) + x_2^2 \cdot p(x_2) + \ldots + x_n^2 \cdot p(x_n)\right] - \mu^2$$

La desviación típica, s, es la raíz cuadrada positiva la varianza: $\boxed{\sigma = \sqrt{\sigma^2}}$

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p(x_i)\right] - \mu^2}}$$

Función de distribución de una variable aleatoria discreta X.- Esta función puede definirse como la función de masa de probabilidad acumulada hasta el valor correspondiente, incluido éste. La representaremos mediante F.
Si X es una variable aleatoria discreta con valores en el conjunto E_X la función de distribución en términos de la función masa de probabilidad

$$\boxed{F_X(x) = P(X \le x) = \sum_{\substack{x' \in E_X \\ x' \le x}} P(X = x'), \ \forall x \in \mathbb{R}.}$$

Calcular la media, varianza, desviación típica y función de distribución del ejemplo anterior

1.-

) Dada la variable aleatoria X y la función de masa de probabilidad

x	- 2	- 1	0	2	4
f(x)	1 / 8	1 / 6	3 / 8	1 / 4	1 / 12

a) Calcular la esperanza, varianza y desviación típica de X
b) La función de distribución.

2.- En una bolsa hay bolas numeradas : nueve bolas con un 1, cinco bolas con un 2 y seis bolas con un 3. Se extrae una bola al azar y consideramos la variable aleatoria X= número extraído. Representar las funciones de probabilidad y distribución. Calcula la esperanza y la desviación típica

3.- **.-** La distribución de probabilidad de una variable aleatorio discreta viene dada por :

x_i	1	2	3	4
p_i	0,3	0,35	k	0,2

a) Halla k para que se trate de una función de probabilidad.

b) Representa gráficamente la función de probabilidad.

c) Halla $P(x \leq 4)$ y $P(2 \leq x \leq 4)$.

d) Calcula y representa función de distribución

4.-

Un vendedor de coches estima las siguientes probabilidades para el número de coches que vende en una semana:

Nº coches	0	1	2	3	4
Probabilidad	0.22	0.35	0.25	0.1	0.08

a. Calcula el número esperado de coches que venderá en una semana.
b. Si el vendedor recibe un salario semanal de 150€, más 150€ adicionales por cada coche vendido, ¿cuál es la probabilidad de que una semana su salario sea inferior 600 €?

Una variable aleatoria discreta X tiene la siguiente función de distribución de probabilidad:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 1 \\ 1/4 & \text{si} \quad 1 \leq x < 3 \\ 5/6 & \text{si} \quad 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{si} \quad x \geq 4 \end{cases}$$

Se pide:

a. La probabilidad de que X valga 3.
b. La función de masa de probabilidad.
c. La esperanza de X.

La distribución binomial o de Bernoulli

Esta distribución ocurre en cualquier experimento aleatorio en el que sólo puedan darse dos posibilidades: que ocurra un determinado suceso A, que llamaremos éxito, o que no ocurra dicho suceso, o sea que ocurra su complementario, $\bar{A}$ que llamaremos fracaso .
Es decir en experimentos donde:

- Realizamos n veces cierto experimento en el que consideramos sólo la posibilidad de éxito o fracaso en cada intento.
- La obtención de éxito o fracaso en cada ocasión es independiente de la obtención de éxito o fracaso en las demás ocasiones.
- La probabilidad de obtener éxito o fracaso siempre es la misma en cada ocasión.

Podemos considerar en estos experimentos la siguiente variable

X: "nº de veces que ocurre el suceso A (nº éxitos) en n realizaciones independientes del experimento"

X tomará los valores 0, 1, 2....n .En efecto, 0 exitos, 1 éxitos, 2 éxitos ..etc

Definición distribución binomial:

Si realizamos n veces un experimento en el que podemos obtener éxito A, con probabilidad p o fracaso $\bar{A}$ con probabilidad $1\text{-}p\text{=}q$ diremos que estamos en una distribución **binomial de parámetros n y p,** lo representaremos por **B(n,p)**.

En este caso la probabilidad de obtener k éxitos viene dada por

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Media y desviación típica en una distribución binomial

Aunque no se demostrará, en una distribución binomial B(n;p), el número esperado de éxitos o media, viene dado por $\bar{x}$=n·p. (Recordemos que la media es una medida de centralización).

La desviación típica, σ , que es una medida de dispersión y mide lo alejados que están los datos de la media, viene dada por $\sigma = \sqrt{npq}$

Ejercicios:

1.- *Tiramos un dado 7 veces y contamos el número de cincos que obtenemos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres cincos?.*

2.- Supongamos que la probabilidad de que una pareja tenga un hijo o una hija es igual. Calcular la probabilidad de que una familia con 6 descendientes tenga 2 hijos.

3.- La probabilidad de que un alumno de 2º de Bachillerato apruebe las Matemáticas es de 0'7. Si consideramos un grupo de 8 alumnos, a)¿cuál es la probabilidad de que cinco de ellos aprueben las Matemáticas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que aprueben como mucho 2 alumnos?.

c) Cuál es la probabilidad de que aprueben más de 2 alumnos?

33. La probabilidad de que un banco reciba un cheque sin fondos es 0.01

a) Si en una hora reciben 20 cheques, ¿cuál es la probabilidad de que tenga algún cheque sin fondos?

b) El banco dispone de 12 sucursales en la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos cuatro sucursales reciban algún cheque sin fondos?

c) La media del valor de los cheques sin fondos es de 600 euros. Sabiendo que el banco trabaja 6 horas diarias, ¿qué cantidad no se espera pagar?

47. Por prescripción médica, un enfermo debe hacer una toma de tres píldoras de un determinado medicamento. De las doce píldoras que contiene el envase hay cuatro en malas condiciones. Se pide:

a) Probabilidad de que tome sólo una buena.

b) Probabilidad de que de las tres píldoras de la toma al menos una esté en malas condiciones.

c) ¿Cuál es el número de píldoras que se espera tome el enfermo en buenas condiciones en cada toma?

d) Si existe otro envase que contenga cuarenta píldoras, de las que diez se encuentran en malas condiciones. ¿Qué envase sería más beneficiosos para el enfermo?