TEMA 6: CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN

De forma intuitiva podríamos decir que una función es continua si podemos "dibujarla sin levantar el lápiz". Ahora daremos una definición formal.

CONTINUIDAD EN UN PUNTO

$f(x)$ es continua en un punto $x = a$ si existe el valor de la función en ese punto y coincide con el límite $f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$

> La función SIEMPRE es discontinua en los puntos que NO pertenecen al dominio.

$f(x)$ es continua si lo es en todos los puntos de su DOMINIO

TIPOS DE DISCONTINUIDAD EN UN PUNTO

I. **SALTO INFINITO**. En este caso alguno de los límites laterales es infinito (obviamente el punto NO pertenece al dominio)

II. **SALTO FINITO**. En este caso los límites laterales son finitos pero distintos (a la diferencia entre ambos se le llama magnitud del salto)

III. **FALTA EL PUNTO**. Discontinuidad de tipo "evitable", en este caso existen ambos límites laterales y son finitos pero la función no está definida en ese punto.

IV. **PUNTO DESPLAZADO**. Discontinuidad de tipo "evitable", en este caso existen ambos límites laterales y son finitos pero no coinciden con el valor de la función en ese punto.

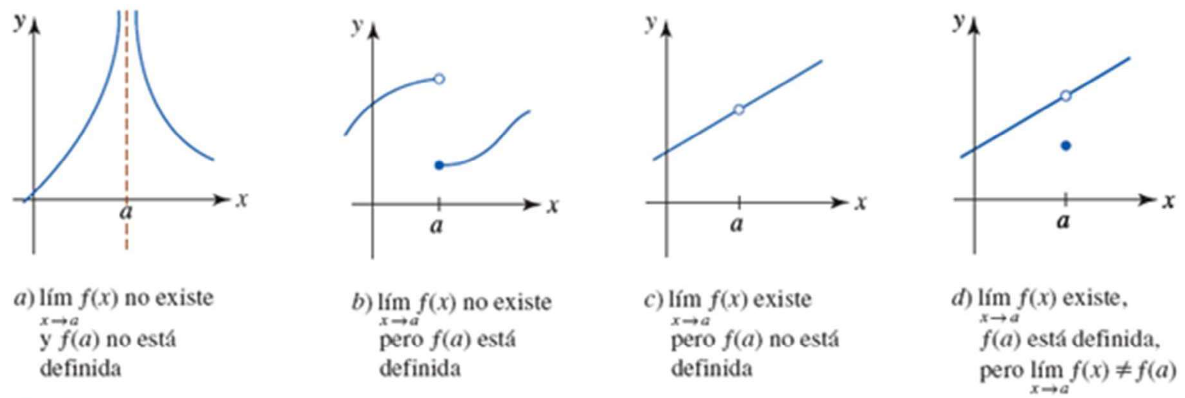

FIGURA 2.3.1 Cuatro ejemplos de f no continua en a

CONTINUIDAD DE LAS FUNCIONES ELEMENTALES

Todas las funciones elementales (ver tema 1) son continuas en su DOMINIO

ESTUDIO DE CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN DEFINIDA A TROZOS

En las funciones definidas a trozos estudiamos por separado la continuidad de cada una de las funciones que la componen, después estudiamos la continuidad de la función en los puntos de unión de esos trozos, calculando los límites laterales en los mismos, teniendo en cuenta que a la derecha e izquierda la función es diferente.

ESTUDIO DE CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN CON VALOR ABSOLUTO

Primero tenemos que definir la función a trozos y luego hacemos lo mismo que en el caso anterior.

FICHA CONTINUIDAD

Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

1) $\dfrac{x-2}{-15x^4+3x^6+18x^2-x^5+5x^3-6x}$

2) $\dfrac{x}{x^2+4}$

3) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si\ x<1 \\ -2x+4 & si\ x\geq 1 \end{cases}$

4) $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & si\ x\leq 0 \\ 2x-1 & si\ 0<x<2 \\ x+5 & si\ x\geq 2 \end{cases}$

5) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{x^2-1} & si\ x<0 \\ 3x+1 & si\ x\geq 0 \end{cases}$

6) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-1}$

7) $f(x)=|x-2|+1$

8) $f(x)=\begin{cases} -3x+2 & si\ x<0 \\ -2 & si\ x=0 \\ \dfrac{x}{x+2} & si\ x>0 \end{cases}$

9) $halla\ el\ valor\ de\ k\ para\ que\ la\ siguiente\ función\ sea\ continua\ en\ todo\ \mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+2 & si\ x\leq -2 \\ kx & si\ x>-2 \end{cases}$$

10) $halla\ el\ valor\ de\ a\ y\ b\ para\ que\ la\ siguiente\ función\ sea\ continua\ en\ todo\ \mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si\ x<-2 \\ ax^2+bx & si -2\leq x\leq 4 \\ x-4 & si\ x>4 \end{cases}$$

11) $halla\ el\ valor\ de\ a\ para\ que\ la\ siguiente\ función\ sea\ continua\ en\ todo\ \mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+a-1 & si\ x\leq 2 \\ \ln(x-1) & si\ x>2 \end{cases}$$