IES Fernando Wirtz

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

2º Bach Matemáticas Aplicadas II

Final 1ª Evaluación – ÁLGEBRA I

Lunes 17 noviembre 2025

Nombre:……

- El examen se puntúa sobre 5. Consta de 2 preguntas de carácter obligatorio, de 2.5 puntos cada una y está pensado para 40 minutos.
- Prohibido: calculadoras programables, dispositivos con conexión wifi o bluethoot, auriculares etc
- Si a un alumno se le ve en situación sospechosa de estar copiando, se le retirará el examen y se le pondrá un cero.
- Deberán figurar **todas las operaciones y cálculos necesarios** para la resolución de cada ejercicio. **Todas las respuestas estarán debidamente justificadas**, en caso contrario se le pondrá **una puntuación de cero puntos**.

PREGUNTA 1

Una tienda deportiva desea liquidar 2 000 camisetas y 1 000 chándales de la temporada anterior. Para ello lanza dos ofertas, 1 y 2.

La oferta 1 consiste en un lote de una camiseta y un chándal, que se vende a 30 €; la oferta 2 consiste en un lote de tres camisetas y un chándal, que se vende a 50 €.

No se desea ofrecer menos de 200 lotes de la oferta 1 ni menos de 100 de la oferta 2.

a) Plantea el problema que permite determinar cuántos lotes de cada tipo debe vender para maximizar los ingresos. (0,9 puntos)
b) Representa la región factible. (1 punto)
c) ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar los ingresos? ¿A cuánto ascienden dichos ingresos? (0,6 puntos)

PREGUNTA 2

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz $X=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que cumple $A\cdot B\cdot X = C+I$ donde $C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e I es la matriz identidad de orden 2. (1,5 puntos)
b) Sin hacer operaciones ¿es X una matriz invertible? Justifique la respuesta. Calcule el rango de X (0,5 puntos)
c) Utilizando resultados anteriores y propiedades de las matrices calcule fácilmente la inversa de la matriz traspuesta de AB (0,5 puntos)

Soluciones y rúbrica del final de álgebra

PREGUNTA 1

Basado en 2019 Ordinaria opción B

a) Condiciones y función a optimizar:

Llamo x al nº de lotes de tipo I, e y al nº de lotes de tipo II

$condición\ 1(camisetas): \quad x + 3y \leq 2000; \quad o\ también\ y \leq \frac{1}{3}(2000 - x)$

$condición\ 2(chándals): \quad x + y \leq 1000; \quad o\ también\ y \leq 1000 - x$

$condición\ 3(mínimo\ de\ lotes\ tipo\ I): \quad x \geq 200$

$condición\ 4: (mínimo\ de\ lotes\ tipo\ II): \quad y \geq 100$

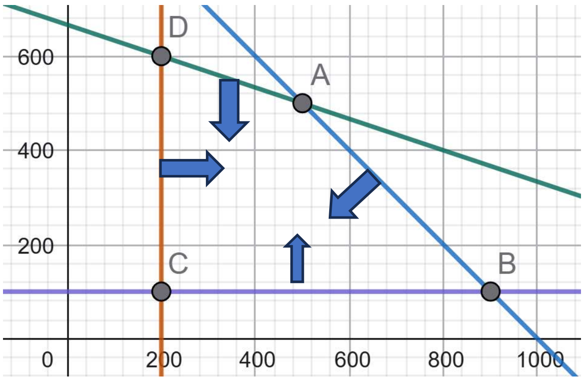
$función\ a\ optimizar: f(x, y) = 30x + 50y$ ingresos derivados de las ventas

Además de positivos (restricción al primer cuadrante), x e y deben ser números enteros.

Por todo eso 0,9 puntos

b) Dibujar la región factible (0,4 puntos) y calcular los vértices (0,6 puntos)

La RF viene determinada por el polígono irregular de vértices A, B, C y D que se muestra



x	**1/3(2000-x)**	**1000-x**
200	600	800
500	500	500

Calculamos vértices

A: $\left.\begin{array}{r} x + y = 1000 \\ x + 3y = 2000 \end{array}\right\} A(500, 500)$

B: $\left.\begin{array}{r} x + y = 1000 \\ y = 100 \end{array}\right\} B(900, 100)$

C: $\left.\begin{array}{r} x = 200 \\ y = 100 \end{array}\right\} C(200, 100)$

D: $\left.\begin{array}{r} x + 3y = 2000 \\ x = 200 \end{array}\right\} D(200, 600)$

c) Evaluamos la función objetivo en los vértices para calcular la solución óptima

f(A) =f(500, 500)=30x500+50x500= 40.000 $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(B) =32.000

f(C) = 11.000

f(D) =36.000

Para maximizar los ingresos debe vender 500 lotes de cada tipo (0,2 puntos)

Los ingresos máximos ascienden a 40.000€ (0,2 puntos)

PREGUNTA 2

Basada en 2023 Ordinaria

a) (total 1,5 puntos)

Calculamos AB

$$\mathbf{A\cdot B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+2+3 & -1+3 \\ 2-1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$$

Calculamos su determinante $\text{Det}(A\cdot B)=-5$

que es distinto de cero y por tanto la matriz AB tiene inversa, (0,25 ptos.)

entonces en la ecuación matricial podemos despejar X:

$A\cdot B\cdot X=C+I \Longrightarrow X=(A\cdot B)^{-1}\cdot(C+I)$ (0,5 ptos)

Calculamos la inversa de AB (0,5 ptos.)

$$(A\cdot B)^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{Adj}(A\cdot B)^t = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad (A\cdot B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 1/5 & -3/5 \end{pmatrix}$$

Calculamos C+I y luego X (0,25 puntos)

$$(C+I) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 1/5 & -3/5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2/5} & \mathbf{-2/5} \\ \mathbf{2/5} & \mathbf{-2/5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c} & \boldsymbol{d} \end{pmatrix}$$

b) X no puede tener inversa por tener fila 1 = fila 2 y por tanto su determinante es cero (propiedades de los determinantes) (0,25 puntos)

X es de orden 2, su determinante nulo, y por tanto su rango no puede ser 2, dado que tiene elementos no nulos su rango es 1 (0,25 puntos)

c) Utilizando la propiedad de las matrices $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ (0,25 puntos) sólo tenemos que hacer la traspuesta de la inversa que ya estaba calculada

$$\begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 1/5 & -3/5 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1/5 & 1/5 \\ 2/5 & -3/5 \end{pmatrix}$$