Tema 2: Proporcionalidad. Porcentajes. Interés

¿Cómo reconocer si el problema es directo o inverso?

- **Regla de tres directa**
  - Velocidad y Espacio recorrido
  - Tiempo trabajado y Dinero Ganado
  - Tamaño y Precio...
- **Regla de tres inversa**
  - Velocidad y Tiempo
  - Nº grifos y Tiempo
  - Generalmente relacionados con el tiempo...

Proporcionalidad directa

Problema: Cinco metros y medio de cable eléctrico han costado 17'05 euros. ¿Cuánto costarán 8'5 metros del mismo cable?

Método 1: Reducción a la unidad.

Calculamos cuanto vale una unidad (un metro) de cable.

Si 5'5 metros valen 17'05 euros, 1 metro valdrá 17'05:5'5 = 3'10 euros

Si 1 metro vale 3'10 euros, 8'5 metros valen $3'10 \times 8'5 = 26'35$ euros

Solución: Costarán 26'35 euros

Proporcionalidad directa

Problema: Cinco metros y medio de cable eléctrico han costado 17'05 euros. ¿Cuánto costarán 8'5 metros del mismo cable?

Método 2: Regla de tres.

Longitud		**Precio**
5'5 m	$\longrightarrow$	17'05 euros
8'5 m	$\longrightarrow$	x euros

Los productos cruzados han de ser iguales:

$$5'5 \cdot x = 8'5 \cdot 17'05 \Longleftrightarrow x = \frac{8'5 \cdot 17'05}{5'5} = 26'35 \text{ euros}$$

Solución: Costarán 26'35 euros

Proporcionalidad directa

Problema 1: *Una botella de aceite de tres cuartos de litro cuesta 3'60 euros. ¿A cómo sale el litro?*

Problema 2: *Un cicloturista ha recorrido 4 km en 12 minutos. ¿Qué distancia recorrerá en media hora?*

Proporcionalidad directa

Problema 3: *En el comedor del colegio se han consumido 132 barras de pan durante tres días. ¿Cuántas barras serán necesarias para una semana? Si cada barra de pan cuesta 0'35 euros, ¿cuánto cuesta el pan de una semana?*

Problema 4: *Un coche consume 6'4 litros de combustible cada 100 km. ¿Cuánto gasta en 375 km?*

Problema 5: *Un campesino ha obtenido una cosecha de 40 000 kg de trigo de un campo que mide 2'5 hectáreas. ¿Qué cosecha puede esperar de un campo de hectárea y media?*

Proporcionalidad inversa

Problema 1: *Dos máquinas cortacesped siegan un prado en media hora. ¿Cuánto tardarían tres máquinas?*

Método 1: Reducción a la unidad.

Si dos máquinas necesitan media hora...

...Una máquina necesita el doble ($\times 2$) de tiempo: media hora $\times$ 2 = Una hora

Tres máquinas necesitan la tercera parte (: 3) que una sola: Una hora: 3 = Veinte minutos

Solución: Tardarán veinte minutos

Proporcionalidad inversa

Problema 1: *Dos máquinas cortacesped siegan un prado en media hora. ¿Cuánto tardarían tres máquinas?*

Método 2: Regla de tres inversa.

Máquinas		**Tiempo**
2	$\longrightarrow$	30 min
3	$\longrightarrow$	x min

Los productos **horizontales** han de ser iguales:

$$2 \cdot 30 = 3 \cdot x \iff x = \frac{2 \cdot 30}{3} = 20 \text{ minutos}$$

Solución: Tardarán veinte minutos

Proporcionalidad inversa

Problema 2: *Un camión a 60 km/h tarda en ir de A a B 40 minutos. ¿Cuánto tardará un coche a 80 km/h?*

Velocidad y Tiempo son **inversamente proporcionales** porque cuanto **más** rápido voy, **menos** tiempo necesito

Velocidad		**Tiempo**
60 km/h	$\longrightarrow$	40 min
80 km/h	$\longrightarrow$	x min

Los productos **horizontales** han de ser iguales:

$$60 \cdot 40 = 80 \cdot x \Longleftrightarrow x = \frac{60 \cdot 40}{80} = 30 \text{ minutos}$$

$\boxed{\textbf{Solución: Tardará treinta minutos}}$

Proporcionalidad inversa

Problema 3: *Si cada día gasto 3'60 euros mis ahorros durarán 15 días. ¿Cuánto durarían si gastase 4'50 euros diarios?*

Gasto y Tiempo que duran los ahorros son **inversamente proporcionales** porque cuanto **más** gasto, **menos** tiempo me duran los ahorros

Gasto		**Tiempo**
3'60 euros	$\longrightarrow$	15 días
4'50	$\longrightarrow$	x días

Los productos **horizontales** han de ser iguales:

$$3'60 \cdot 15 = 4'50 \cdot x \Longleftrightarrow x = \frac{3'60 \cdot 15}{4'50} = 12 \text{ días}$$

Solución: Los ahorros durarán 12 días si gastamos 4'50 cada día

Problema 4: *Un ganadero tiene reservas de pasto para alimentar a 35 vacas durante 60 días. ¿Cuánto le durarán sus reservas si vende 15 vacas?*

Nº de vacas y Tiempo que dura el pasto son **inversamente proporcionales** porque cuantas **más** vacas, **menos** tiempo dura el pasto

Vacas		**Tiempo**
35 vacas	$\longrightarrow$	60 días
20 vacas	$\longrightarrow$	x días

Los productos **horizontales** han de ser iguales:

$$35 \cdot 60 = 20 \cdot x \Longleftrightarrow x = \frac{35 \cdot 60}{20} = 105 \text{ días}$$

Solución: Con 15 vacas menos (20 vacas) las reservas durarán 105 días

Proporcionalidad inversa

Problema 5: *Trabajando 8 horas al día he tardado 5 días en poner el suelo de una vivienda. ¿Cuántos días habría tardado trabajando hora y media diaria?*

Problema 6: *Un grifo con un caudal de 45 litros/hora llena un depósito en 8 horas. ¿Cuál debería ser el caudal para llenar el depósito en 6 horas?*

Tema 2: Proporcionalidad. Porcentajes. Interés

1. **Proporcionalidad simple**
   - *Regla de tres directa*
   - *Regla de tres inversa*
2. **Proporcionalidad compuesta**

Motivación

- En los problemas de **magnitudes directa o inversamente proporcionales (Reglas de tres)** tenemos dos variables con una relación directa o inversa:

  Quince obreros tardan 6 días en terminar una obra ¿Cuántos días tardarían diez obreros?

- ¿Cómo resolvemos un problema en el que tengamos no dos, sino tres variables involucradas, cuya relación puede ser también directa o inversa?

  Quince obreros tardan 6 días en terminar una obra trabajando 8 horas diarias ¿Cuántos días tardarían diez obreros trabajando 6 horas diarias?

Relaciones entre variables

Proporcionalidad compuesta: A diferencia de la proporcionalidad simple (**dos variables**) ahora tenemos **tres variables** involucradas.

- **Directa - Directa:** Con respecto a la variable que queremos conocer, las otras dos variables son directamente proporcionales con ella.
- **Directa - Inversa:** Con respecto a la variable que queremos conocer, una de las otras variables es directamente proporcional con ella y la otra es inversamente proporcional.
- **Inversa - Inversa:** Con respecto a la variable que queremos conocer, las otras dos variables son inversamente proporcionales con ella.

Proporcionalidad compuesta: A diferencia de la proporcionalidad simple (**dos variables**) ahora tenemos **tres variables** involucradas.

Directa - Directa: Con respecto a la variable que queremos conocer, las otras dos variables son directamente proporcionales con ella.

Problema 1: *El ayuntamiento estima que 100 farolas, encendidas durante 8 horas diarias, ocasionan un gasto mensual de 3200 euros ¿Cuál sería el gasto para 250 farolas encendidas durante 7 horas al día?*

Problema 2: *Por el alquiler de dos bicicletas durante 3 horas, pagamos ayer 24 euros ¿Cuánto nos costará hoy alquilar tres bicicletas durante 5 horas?*

Problema 3: *Una cuadrilla de 5 obreros ha cobrado 1050 euros por un trabajo que ha durado tres días ¿Cuántos obreros forman otra cuadrilla que ha presentado una factura de 1680 euros por un trabajo de 6 días?*

Proporcionalidad compuesta: A diferencia de la proporcionalidad simple (**dos variables**) ahora tenemos **tres variables** involucradas.

Directa - Inversa: Con respecto a la variable que queremos conocer, una de las otras variables es directamente proporcional con ella y la otra es inversamente proporcional.

Problema 4: *Para transportar 40 toneladas de mercancías en ocho días se necesitan 24 camiones. ¿Cuántos camiones harán falta para transportar el doble de mercancías en seis días?*

Problema 5: *Una barra de metal de 10 m de largo y 2 cm^2 de sección pesa 8'45 kg. Calcula el largo de una barra cuya sección es de 3 cm^2 y pesa 10'5 kg.*

Proporcionalidad compuesta: A diferencia de la proporcionalidad simple (**dos variables**) ahora tenemos **tres variables** involucradas.

Inversa - Inversa: Con respecto a la variable que queremos conocer, las otras dos variables son inversamente proporcionales con ella.

Problema 6: *En un comedor reparten comida durante 12 días a 480 personas dándoles una ración diaria de 630 gramos. Si durante 15 días tuvieran que repartir la misma comida entre 540 personas, ¿qué cantidad tendría la ración?*

Problema 7: *Diez obreros finalizan una obra en seis días trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántas horas diarias deberían trabajar quince obreros para terminar en 10 días?*

Proporcionalidad compuesta

Problema 8: Un jardinero cobra 120 euros por dar seis cortes de cesped a una parcela de 250 m^2

(a) ¿Cuánto cobrará por dar ocho cortes a una parcela de 400 m^2?

(b) ¿Cuántos cortes ha contratado para una parcela de 300 m^2 con un coste de 72 euros?

Problema 9: Una cadena de cines, con cinco locales, vende 15 000 entradas en tres semanas. ¿Cuántas entradas vendería a la semana si tuviese siete locales?

Tema 2: Proporcionalidad. Porcentajes. Interés

1. **Proporcionalidad simple**
    - *Regla de tres directa*
    - *Regla de tres inversa*
2. **Proporcionalidad compuesta**
3. **Problemas de mezclas y móviles**

***Problema Mezclas 1*:** Si mezclamos 12 kg de café de 12'40 euros/kg con 8 kg de café de 7'40 euros/kg, ¿cuál será el precio de la mezcla?

***Problema Mezclas 2*:** Si mezclamos un lingote de 3500 g con un 80 % de oro con otro lingote de 1500 g con un 95 % de oro, ¿qué proporción de oro habrá en el lingote que resulte?

***Problema Mezclas 3*:** Un barril contiene 1 hl de vino de alta graduación, cotizado a 3'60 euros/litro. Para rebajar el grado alcohólico se le añaden 20 l de agua (*se entiende que es gratis*). ¿Cuál es ahora el precio del vino?

Problema Mezclas 1: *Si mezclamos 12 kg de café de 12’40 euros/kg con 8 kg de café de 7’40 euros/kg, ¿cuál será el precio de la mezcla?*

Ponemos los datos en una tabla de la siguiente manera:

Café 1	Café 2	Mezcla
12 kg	8 kg	20 kg
12’40 euros/kg	7’40 euros/kg	X

Problema Mezclas 1: *Si mezclamos 12 kg de café de 12'40 euros/kg con 8 kg de café de 7'40 euros/kg, ¿cuál será el precio de la mezcla?*

Calculamos precios totales de cada tipo de café y también de la mezcla:

Café 1	Café 2	Mezcla
12 kg	8 kg	20 kg
12'40 euros/kg	7'40 euros/kg	$X = \dfrac{208}{20} = \boxed{10'40 \text{ euros/kg}}$
148'8 euros	59'2 euros	208 euros

Problema Mezclas 2: Si mezclamos un lingote de 3500 g con un 80 % de oro con otro lingote de 1500 g con un 95 % de oro, ¿qué proporción de oro habrá en el lingote que resulte?

Problema Mezclas 2: *Si mezclamos un lingote de 3500 g con un 80 % de oro con otro lingote de 1500 g con un 95 % de oro, ¿qué proporción de oro habrá en el lingote que resulte?*

Ponemos los datos en una tabla de la siguiente manera:

Lingote 1	**Lingote 2**	**Mezcla**
3500 g	1500 g	5000 g
0'8	0'95	X

Problema Mezclas 2: Si mezclamos un lingote de 3500 g con un 80 % de oro con otro lingote de 1500 g con un 95 % de oro, ¿qué proporción de oro habrá en el lingote que resulte?

Calculamos precios totales de cada tipo de café y también de la mezcla:

Lingote 1	**Lingote 2**	**Mezcla**
3500 g	1500 g	5000 g
0'8	0'95	$X = \dfrac{4225}{5000} = \boxed{0'845 \text{ (pureza)}}$
2800 g	1425 gramos	4225 g

Problema Mezclas 3: Un barril contiene 1 hl de vino de alta graduación, cotizado a 3'60 euros/litro. Para rebajar el grado alcohólico se le añaden 20 l de agua (*se entiende que es gratis*). ¿Cuál es ahora el precio del vino?

Problema Mezclas 3: Un barril contiene 1 hl de vino de alta graduación, cotizado a 3'60 euros/litro. Para rebajar el grado alcohólico se le añaden 20 l de agua (*se entiende que es gratis*). ¿Cuál es ahora el precio del vino?

Ponemos los datos en una tabla de la siguiente manera:

Vino	**Agua**	**Mezcla**
100 litros	20 litros	120 litros
3'60 euros/litro	0 euros/litro	X

Problema Mezclas 3: Un barril contiene 1 hl de vino de alta graduación, cotizado a 3'60 euros/litro. Para rebajar el grado alcohólico se le añaden 20 l de agua (*se entiende que es gratis*). ¿Cuál es ahora el precio del vino?

Calculamos precios totales de cada líquido y también de la mezcla:

Vino	**Agua**	**Mezcla**
100 litros	20 litros	120 litros
3'60 euros/litro	0 euros/litro	$X = \frac{360}{120} = \boxed{3 \text{ euros/litro}}$
360 euros	0 euros	360 euros

Problema Mezclas 4: Se mezclan 10 litros de vino que se vende a 7'40 euros el litro, con treinta litros de otro vino que se vende a 5'20 euros el litro. ¿A cuánto se venderá el litro del vino resultante?

Problema Mezclas 5: Un litro de agua pesa 999'2 gramos y un litro de alcohol 794'7 gramos ¿Cuál es el peso de un litro de la disolución obtenida al mezclar 3 litros de agua con 7 de alcohol?

Problema Mezclas 6: Un joyero quiere fundir un lingote de 2 kg de oro de ley 0'85 con otro lingote de 1'5 kg de oro y cuya ley es 0'9. ¿Cuál es la ley del lingote resultante?

Problema Mezclas 7: ¿Qué cantidad de café superior, a 15 euros/kg, hay que mezclar con 100 kg de otro café, de peor calidad, a 9'50 euros/kg, para que la mezcla resulte a 12'50 euros/kg?

Problema Mezclas 8: Un fabricante de churros usa una mezcla de aceite que contiene dos partes de aceite de oliva por cada parte de aceite de girasol. Sabiendo que compra el de oliva a 3'40 euros/litro y el de girasol a 1'60 euros/litro, ¿a cómo le sale el litro de mezcla?

Problema Mezclas 7: ¿Qué cantidad de café superior, a 15 euros/kg, hay que mezclar con 100 kg de otro café, de peor calidad, a 9'50 euros/kg, para que la mezcla resulte a 12'50 euros/kg?

Ponemos los datos en una tabla de la siguiente manera:

Café Sup	Café Inf	Mezcla
X kg	100 kg	100 + X kg
15 euros/kg	9'50 euros/kg	12'50 euros/kg

Problema Mezclas 7: ¿Qué cantidad de café superior, a 15 euros/kg, hay que mezclar con 100 kg de otro café, de peor calidad, a 9'50 euros/kg, para que la mezcla resulte a 12'50 euros/kg?

Calculamos precios totales de cada tipo de café y también de la mezcla:

Café Sup	Café Inf	Mezcla
X kg	100 kg	100 + X kg
15 euros/kg	9'50 euros/kg	12'50 euros/kg
15X euros	950 euros	15X + 950 euros

Por tanto, $\dfrac{15X + 950}{100 + X} = 12'50$

Resolvemos la ecuación y llegamos a que $\boxed{\mathbf{X} = 120kg \textbf{ del café superior}}$

Problemas de móviles - Ideas clave

- Si dos móviles marchan en **sentidos opuestos** por la misma ruta, la velocidad a la que se acercan es la **suma de las velocidades**.
- Si dos móviles marchan en el **mismo sentido** por la misma ruta, la velocidad a la que se acercan es la **diferencia de sus velocidades**.

***Problema Móviles 1*: Un coche va a 120 km/h y un camión a 90 km/h.**

(a) Si el coche sigue al camión a 75 km de distancia, ¿cuánto tardará en alcanzarlo?

(b) Si están a 504 km y se dirigen uno hacia el otro, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

***Problema Móviles 2*:** Unos delincuentes roban un coche y creyéndose a salvo, se alejan tranquilamente por la autopista a 120 km/h.

Sin embargo, un testigo avisa a la policía, que sale en su persecución 5 minutos después y tarda otros 12 minutos en darle alcance.

¿A qué velocidad iba la policía?

***Problema Móviles 3*:** Julián y Cristina viven a una distancia de 3'2 km. Julián telefonea a Cristina y acuerdan salir de inmediato uno al encuentro del otro.

Julián lo hace a pie, al ritmo de 70 metros por minuto. Cristina sale en bici y el encuentro se produce en 10 minutos. ¿A qué velocidad avanzaba Cristina?

***Problema Móviles 1*:** Un coche va a 120 km/h y un camión a 90 km/h.

(a) Si el coche sigue al camión a 75 km de distancia, ¿cuánto tardará en alcanzarlo?

(b) Si están a 504 km y se dirigen uno hacia el otro, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

***Problema Móviles 1*:** Un coche va a 120 km/h y un camión a 90 km/h.

(a) Si el coche sigue al camión a 75 km de distancia, ¿cuánto tardará en alcanzarlo?

Si lo sigue, la velocidad a la que se acerca es la resta de las velocidades:

$$\mathbf{120 - 90 = 30\ km/h}$$

Aplicamos entonces una regla de tres:

Distancia		**Tiempo**
30 km	$\longrightarrow$	1 hora $=$ 60 minutos
75 km	$\longrightarrow$	x minutos

Resolvemos y queda $x = \dfrac{75 \cdot 60}{30} = \boxed{\textbf{150 minutos}}$

Problema Móviles 1**:** Un coche va a 120 km/h y un camión a 90 km/h.

(b) Si están a 504 km y se dirigen uno hacia el otro, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

Si van uno hacia otro, la velocidad a la que se acercan es la suma de las velocidades:

$$\mathbf{120 + 90 = 210\ km/h}$$

Aplicamos entonces una regla de tres:

Distancia		**Tiempo**
210 km	$\longrightarrow$	1 hora $=$ 60 minutos
504 km	$\longrightarrow$	x minutos

Resolvemos y queda $x = \dfrac{504 \cdot 60}{210} = \boxed{\mathbf{144\ minutos}}$

Problema Móviles 2**:** Unos delincuentes roban un coche y creyéndose a salvo, se alejan tranquilamente por la autopista a 120 km/h.

Sin embargo, un testigo avisa a la policía, que sale en su persecución 5 minutos después y tarda otros 12 minutos en darle alcance.

¿A qué velocidad iba la policía?

***Problema Móviles 2*:** Unos delincuentes roban un coche y creyéndose a salvo, se alejan tranquilamente por la autopista a 120 km/h.

Sin embargo, un testigo avisa a la policía, que sale en su persecución 5 minutos después y tarda otros 12 minutos en darle alcance.

¿A qué velocidad iba la policía?

Primero averiguamos a qué distancia estaban cuando arrancó la policia.

Aplicamos una regla de tres:

Distancia		**Tiempo**
120 km	$\longrightarrow$	1 hora = 60 minutos
x km	$\longrightarrow$	5 minutos

Resolvemos y queda

$x = \dfrac{120 \cdot 5}{60} =$ **10 kilómetros**

Problema Móviles 2**:** Unos delincuentes roban un coche y creyéndose a salvo, se alejan tranquilamente por la autopista a 120 km/h.

Sin embargo, un testigo avisa a la policía, que sale en su persecución 5 minutos después y tarda otros 12 minutos en darle alcance.

¿A qué velocidad iba la policía?

La distancia es de 10 km. Le llamamos y a la velocidad de la policía.

Si van en el mismo sentido, la velocidad de acercamiento es la **resta** de las velocidades:

$$y \text{ - } 120 \text{ km/h}$$

Aplicamos entonces una regla de tres:

Distancia		**Tiempo**
y - 120 km	$\longrightarrow$	1 hora $=$ 60 minutos
10 km	$\longrightarrow$	12 minutos

Resolvemos y queda $y - 120 = \dfrac{10 \cdot 60}{12} = 50$. Por tanto, y es $\boxed{\textbf{170 km/h}}$

***Problema Móviles 3*:** Julián y Cristina viven a una distancia de 3'2 km. Julián telefonea a Cristina y acuerdan salir de inmediato uno al encuentro del otro.

Julián lo hace a pie, al ritmo de 70 metros por minuto. Cristina sale en bici y el encuentro se produce en 10 minutos. ¿A qué velocidad avanzaba Cristina?

***Problema Móviles 3*:** Julián y Cristina viven a una distancia de 3'2 km. Julián telefonea a Cristina y acuerdan salir de inmediato uno al encuentro del otro.

Julián lo hace a pie, al ritmo de 70 metros por minuto. Cristina sale en bici y el encuentro se produce en 10 minutos. ¿A qué velocidad avanzaba Cristina?

La distancia son 3200 metros. Le llamamos x a la velocidad de Cristina (en metros/min).

Si van uno hacia el otro, la velocidad de acercamiento es la **suma** de las velocidades:

$$x + 70 \text{ metros/min}$$

Aplicamos entonces una regla de tres:

Distancia		**Tiempo**
$x + 70$ metros	$\longrightarrow$	1 minuto
3200 metros	$\longrightarrow$	10 minutos

Resolvemos y queda $x + 70 = \dfrac{3200 \cdot 1}{10} = 320$. Por tanto, x es $\boxed{\textbf{250 metros/min}}$

***Problema Mezclas 9*:** En una joyería tienen dos lingotes de plata, uno con un 91 % de pureza y otro con un 75 %. ¿Qué cantidad de cada uno se deberá fundir si se pretende conseguir un lingote de 4 Kg con un 85 % de pureza?

***Problema Móviles 4*:** Sabemos que dos ciudades A y B distan 315 Km entre sí. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 105 Km/h a las 10 de la mañana. A la misma hora sale de B hacia A un camión. Suponiendo que ambos circulan a velocidad constante y sabiendo que se cruzan a las doce menos cuarto, ¿sabrías decir a qué velocidad circulaba el camión?

Problema Mezclas 9**:** En una joyería tienen dos lingotes de plata, uno con un 91 % de pureza y otro con un 75 %. ¿Qué cantidad de cada uno se deberá fundir si se pretende conseguir un lingote de 4 Kg con un 85 % de pureza?

Ponemos los datos en una tabla de la siguiente manera:

Lingote 1	Lingote 2	Mezcla
X kg	4 - X kg	4 kg
0’91	0’75	0’85

Problema Mezclas 9**:** En una joyería tienen dos lingotes de plata, uno con un 91 % de pureza y otro con un 75 %. ¿Qué cantidad de cada uno se deberá fundir si se pretende conseguir un lingote de 4 Kg con un 85 % de pureza?

Calculamos la cantidad de plata en cada lingote y en la mezcla:

Lingote 1	Lingote 2	Mezcla
X kg	4 - X kg	4 kg
0'91	0'75	0'85
0'91X kg plata	0'75·(4 - X) kg plata	3'4 kg plata

Por tanto, nos queda la siguiente ecuación:

$$0'91x + 0'75 \cdot (4 - x) = 3'4$$

Resolvemos y queda X $= 2'5kg$

$\boxed{\textbf{El lingote 1 debe pesar 2'5 kg, y el lingote 2, 1'5 kg}}$

***Problema Mezclas 10*:** Se mezclan 6 kg de chocolate blanco a 5 euros/kg con 4 kg de chocolate negro. Si la mezcla tiene un precio de 5'80 euros/kg, ¿cuál es el precio del kg de chocolate negro?

***Problema Móviles 5*:** Un ciclista parte de un punto A a una velocidad de 20 Km/h. Otro ciclista sale del mismo punto 15 minutos más tarde. ¿Cuál deberá ser la velocidad de este segundo ciclista si pretende alcanzar al primero en una hora y cuarto?

***Problema Mezclas 11*:** Una empresa de cervezas va a comercializar un producto consistente en una mezcla de 70 partes de cerveza con 30 partes de gaseosa. Si la gaseosa tiene un precio de 0'40 euros el litro y la mezcla obtenida cuesta 1'38 euros/litro, ¿cuál es el precio del litro de cerveza?

***Problema Mezclas 12*:** Una empresa de supermercados crea un nuevo yogur mezclando dos yogures diferentes. Del primer yogur se toman 100 kg a 0'65 euros el kg y del segundo yogur se añaden 80 kg. Si la mezcla obtenida tiene un precio de 0'49 euros el kg, ¿cuál es el precio del segundo yogur?

Tema 2: Proporcionalidad. Porcentajes. Interés

1. **Proporcionalidad simple**
   - *Regla de tres directa*
   - *Regla de tres inversa*
2. **Proporcionalidad compuesta**
3. **Problemas de mezclas y móviles**
4. **Porcentajes**
   - *Aumentos y disminuciones porcentuales*
   - *Porcentajes encadenados*

Porcentaje de una cantidad

El porcentaje de una cantidad o número se calcula multiplicando el porcentaje por la cantidad y dividiendo entre 100.

$$15\,\% \text{ de } 25 = \frac{15 \cdot 25}{100} = 3\text{'}75$$

$$70\,\% \text{ de } 420 = \frac{70 \cdot 420}{100} = 294$$

Formas de expresar un porcentaje

Un porcentaje se puede expresar con el símbolo %, como proporción o con un número decimal.

$$25\,\% = \frac{25}{100} = 0\text{'}25$$

$$9\text{'}1\,\% = \frac{9'1}{100} = 0\text{'}091$$

Aumentos porcentuales

Ejemplo 1: Un instituto que tenía el curso pasado 216 alumnos ha aumentado su número este año un 12'5 %. ¿Cuántos alumnos tiene este año?

Modo 1: Regla de tres

216 alumnos $\longrightarrow$ 100 %

x alumnos $\longrightarrow$ 112'5 %

Resolución: $x = \dfrac{216 \cdot 112'5}{100}$

$x = 243$ alumnos

Modo 2: Índice de variación

Índice variación $= 100\,\% + 12'5\,\% = 112'5\,\% = 1'125$

Número final = Número inicial · Índice variación

Número final $= 216 \cdot 1'125 = 243$ lumnos

Aumentos porcentuales

Ejemplo 2: En las semifinales de una Copa de Fútbol, el número de asistentes fue de 2500 personas. En la final, la asistencia aumentó un 72 %. ¿Cuántas personas asistieron a la final?

Modo 1: Regla de tres

2500 personas $\longrightarrow$ 100 %

x personas $\longrightarrow$ 172 %

Resolución: $x = \dfrac{2500 \cdot 172}{100}$

$x = 3800$ personas

Modo 2: Índice de variación

Índice variación $= 100\,\% + 72\,\% = 172\,\% = 1'72$

Número final = Número inicial · Índice variación

Número final $= 2500 \cdot 1'72 = 3800$ personas

Disminuciones porcentuales

Ejemplo 1: Una camisa cuesta 25 euros. En el período de rebajas, su precio cae un 15 %. ¿Cuánto cuesta ahora?

Modo 1: Regla de tres

25 euros $\longrightarrow$ 100 %

x euros $\longrightarrow$ 85 %

Resolución: $x = \dfrac{25 \cdot 85}{100}$

x = 21'25 euros

Modo 2: Índice de variación

Índice variación = 100 % - 15 % = 85 % = 0'85

Precio final = Precio inicial · Índice variación

Precio final = 25· 0'85 = 21'25 euros

Disminuciones porcentuales

Ejemplo 2: Los beneficios de una tienda de informática en agosto de 2018 fueron de 1430 euros. En septiembre han disminuido un 0'6 %. ¿De cuánto han sido los beneficios en septiembre?

Modo 1: Regla de tres

1430 euros $\longrightarrow$ 100 %

x euros $\longrightarrow$ 99'4 %

Resolución: $x = \dfrac{1430 \cdot 99'4}{100}$

$x = 1421'42$ euros

Modo 2: Índice de variación

Índice variación = 100 % - 0'6 % = 99'4 % = 0'994

Beneficio final = Beneficio inicial · Índice variación

Beneficio final = 1430· 0'994 = 1421'42 euros

Porcentajes encadenados

- En ocasiones, sobre un precio o una cantidad hay varios aumentos o disminuciones porcentuales:
  - *Al sueldo bruto de un trabajador le aumentan un 5 % y le quitan un 18 % de IRPF*
  - *Al precio de la gasolina se le aumenta un 52 % de impuestos y un 1 % de impuesto sanitario*
- El concepto de **índice de variación (IV)** es fundamental para trabajar estos casos:
  - *Aumento de un 35 %* $\longrightarrow \mathrm{IV} = 1'35$
  - *Disminución de un 4 %* $\longrightarrow \mathrm{IV} = 0'96$
  - *Aumento de un 90 %* $\longrightarrow \mathrm{IV} = 1'9$
- Cuando tenemos porcentajes encadenados, la fórmula a utilizar es:

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial}\cdot \mathrm{IV}_1 \cdot \mathrm{IV}_2 \cdot \ldots}$$

Ejemplo 1: *Producir un jersey cuesta 18 euros. A esto hay que añadirle un 5 % de beneficios para el transportista y un 20 % de beneficios para el que vende en la tienda. ¿Cuál es el precio final?*

Método 1 (Dos pasos)

Primero calculamos el aumento por el 5 % de beneficios

$18 \longrightarrow 100\,\%$

$x \longrightarrow 105\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{x = 18'90\ euros}}$

Después añadimos el 20 % de beneficios del vendedor:

$18'90 \longrightarrow 100\,\%$

$y \longrightarrow 120\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{y = 22'68\ euros}}$

Ejemplo 2: *Los precios en una tienda de informática están sin IVA. Al comprar en la web, se aplica una rebaja del 20 %, pero hay que añadir un 21 % de IVA. Si pagamos por una impresora 352'25 euros (con IVA), ¿qué precio aparecía en la web?*

Método 2 (Índices de variación)

Descuento 20 % $\longrightarrow$ 100 % - 20 % = 80 % = 0'80 = IV_1

IVA 21 % $\longrightarrow$ 100 % + 21 % = 121 % = 1'21 = IV_2

Aplicamos la fórmula:

$$\boxed{\text{Precio final} = \text{Precio inicial} \times IV_1 \times IV_2}$$

352'25 = Precio inicial× 0'80 × 1'21

$$\text{Precio inicial} = \frac{352'25}{0'80 \cdot 1'21} = \boxed{363'89 \text{ euros}}$$

Problema 1: Raúl compró un coche que costaba 18000 euros y le hicieron un descuento del 20 %. A este precio se le sumó el 21 % de IVA. ¿Qué precio pagó Raúl finalmente por el coche?

Problema 2: Después de aumentar una cantidad un 12 %, se disminuye un 80 % y se obtiene 112. Calcula la cantidad inicial.

Problema 1: Raúl compró un coche que costaba 18000 euros y le hicieron un descuento del 20 %. A este precio se le sumó el 21 % de IVA. ¿Qué precio pagó Raúl finalmente por el coche?

Método 1 (Dos pasos)

Primero calculamos el descuento del 20 %

$18\ 000 \longrightarrow 100\,\%$

$x \quad \longrightarrow 80\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{x = 14\ 400\ euros}}$

Después añadimos el IVA (21 %):

$14\ 400 \longrightarrow 100\,\%$

$y \quad \longrightarrow 121\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{y = 17\ 424\ euros}}$

Problema 1: Raúl compró un coche que costaba 18000 euros y le hicieron un descuento del 20 %. A este precio se le sumó el 21 % de IVA. ¿Qué precio pagó Raúl finalmente por el coche?

Método 2 (Índices de variación)

Descuento 20 % $\longrightarrow$ 100 % - 20 % = 80 % = 0'80 = IV_1

IVA 21 % $\longrightarrow$ 100 % + 21 % = 121 % = 1'21 = IV_2

Aplicamos la fórmula:

$$\boxed{\text{Precio final} = \text{Precio inicial} \times IV_1 \times IV_2}$$

Precio final = 18 000 $\times$ 0'80 $\times$ 1'21

$$\boxed{\text{Precio final} = 17\,424 \text{ euros}}$$

Problema 2: Después de aumentar una cantidad un 12 %, se disminuye un 80 % y se obtiene 112. Calcula la cantidad inicial.

Método 1 (Dos pasos)

Aquí tenemos que trabajar hacia atrás...

Primero calculamos la cantidad antes de disminuir un 80 %

$x \longrightarrow 100\,\%$

$112 \quad \longrightarrow 20\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{x = 560}}$

Calculamos la cantidad inicial (antes del aumento del 12 %):

$y \longrightarrow 100\,\%$

$560 \quad \longrightarrow 112\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{y = 500}}$

Problema 2: Después de aumentar una cantidad un 12 %, se disminuye un 80 % y se obtiene 112. Calcula la cantidad inicial.

Método 2 (Índices de variación)

Disminución 80 % $\longrightarrow$ 100 % - 80 % = 20 % = 0'20 = IV_1

Aumento 12 % $\longrightarrow$ 100 % + 12 % = 112 % = 1'12 = IV_2

Aplicamos la fórmula:

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial } \times \mathrm{IV}_1 \times \mathrm{IV}_2}$$

112 = Cantidad inicial$\times$ 0'20 $\times$ 1'12

$$\boxed{\text{Cantidad inicial} = 500}$$

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times \text{Índice de variación}}$$

Problema 3: *En una tienda de informática han subido todos los productos un 7 %. Un ordenador valía 840 euros, y una impresora multifunción, 80 euros. ¿Cuánto valen ahora?*

Índice de variación $\longrightarrow 100\,\% + 7\,\% = 107\,\% = 1'07$

Aplicamos la fórmula (ordenador)

Cantidad final $= 840 \cdot 1'07 = \boxed{898`80 \text{ euros}}$

Aplicamos la fórmula (impresora)

Cantidad final $= 80 \cdot 1'07 = \boxed{85'60 \text{ euros}}$

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times \text{Índice de variación}}$$

Problema 4: Un inversor compra acciones por valor de 15 000 euros. Una semana después se ve obligado a venderlas a pesar de que han bajado un 4 %. ¿Cuánto dinero obtiene de la venta?

Índice de variación $\longrightarrow$ 100 % - 4 % $=$ 96 % $=$ 0'96

La cantidad inicial es 15 000 euros. Aplicamos la fórmula:

Cantidad final $= 15000 \cdot 0'96 =$ 14 400 euros

$\boxed{\text{Obtiene 14 400 euros}}$

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times \text{Índice de variación}}$$

Problema 5: ¿Cuánto costaba un vestido que, rebajado un 25 %, sale por 84 euros?

Índice de variación $\longrightarrow$ 100 % - 25 % = 75 % = 0'75

Aquí nos indican la **cantidad final** (84 euros) y nos piden calcular la **cantidad inicial**.

Aplicamos la fórmula y tenemos:

$84 = \text{Cantidad inicial} \cdot 0'75$

Despejamos y queda: Cantidad inicial $= \dfrac{84}{0'75} = 112$ euros

$\boxed{\textbf{El precio inicial era 112 euros}}$

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times \text{Índice de variación}}$$

Problema 6: Un conductor concierta con su seguro una cuota anual de 520 euros el primer año que bajará a 442 euros el segundo año en caso de no haber accidentes. ¿En qué porcentaje se rebaja la cuota?

Conocemos la Cantidad Inicial = 520 euros.

Conocemos la Cantidad Final = 442 euros.

Nos falta conocer el Índice de variación. Aplicamos la fórmula:

$442 = 520 \cdot$ Índice de variación

Despejamos: Índice de variación $= \dfrac{442}{520} 0'85 = 85\,\% = (100 - 15)\,\%$

$\boxed{\textbf{Se ha producido una rebaja del 15\,\% en la cuota.}}$

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times IV_1 \cdot IV_2 \ldots}$$

Problema 7: *Un concesionario compra un coche por 20 000 euros. Le aplica su margen de beneficio (un 25 %) y la subida del IVA (un 21 %). ¿Cuál es el precio final del coche?*

Tenemos que Precio inicial = 20 000 euros

El 1º aumento es de un 25 % $\longrightarrow IV_1 = 100 + 25 = 125\,\% = 1'25$

El 2º aumento es de un 21 % $\longrightarrow IV_2 = 100 + 21 = 121\,\% = 1'21$

Aplicamos la fórmula y tenemos:

Cantidad final $= 20000 \cdot 1'25 \cdot 1'21 = 30\,250$ euros

$\boxed{\text{El precio final es 30 250 euros}}$

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times IV_1 \cdot IV_2 \ldots}$$

Problema 8: *Un producto sufrió una rebaja del 10 % y, posteriormente, se rebajó en un 30 % este nuevo precio. Si el precio final era 51'66 euros, ¿cuál era el precio inicial?*

Tenemos que Precio final = 51'66 euros

La 1ª disminución es del 10 % $\longrightarrow IV_1 = 100 - 10 = 90\,\% = 0'9$

La 2ª disminución es del 30 % $\longrightarrow IV_2 = 100 - 30 = 70\,\% = 0'7$

Aplicamos la fórmula y tenemos:

$51'66 = \text{Cantidad inicial} \cdot 0'9 \cdot 0'7$

Despejamos y se tiene Cantidad inicial $= \dfrac{51'66}{0'9 \cdot 0'7} = 82$ euros

$\boxed{\text{El precio inicial era de 82 euros}}$

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times IV_1 \cdot IV_2 \ldots}$$

Problema 9: *Un equipo de baloncesto vende 1440 entradas en el primer partido de liga. En el segundo las ventas descienden un 5 %. En el tercero vende 1539 entradas. ¿En qué porcentaje aumentaron las ventas del segundo al tercer partido?*

Tenemos que Cantidad Inicial = 1440 entradas

Tenemos que Cantidad Final = 1539 entradas

Del primer al segundo partido de liga hubo una disminución porcentual $\longrightarrow IV_1 = 0'95$

El problema nos pide cuál es la segunda variación porcentual. ¿IV_2?

$1539 = 1440 \cdot 0'95 \cdot IV_2$. Despejamos y queda:

$$IV_2 = \frac{1539}{1440 \cdot 0'95} = 1'125 = 112'5\,\% = 100\,\% + 12'5\,\%$$

$$\boxed{\text{Aumentaron en un } 12'5\,\%}$$

Problema 10: *De una factura de 1340 euros he pagado 1200 euros. ¿Qué descuento han aplicado?*

Aplicamos la fórmula $\boxed{\textbf{Precio final} = \textbf{Precio inicial} \times \textbf{IV}}$

El precio inicial es 1340 euros

El precio final es 1200 euros

$\mathbf{1200 = 1340 \times IV}$. **Despejamos IV y se tiene...**

$$\mathbf{IV} = \frac{1200}{1340} = \mathbf{0'8955 = 89'55\,\% = 100\,\% \text{ - } 10'45\,\%}$$

$\boxed{\textbf{El descuento es de un 10'45\,\%}}$

Problema 11: *Calcula el precio final de un lavavajillas que costaba 520 euros más un 21 % de IVA, al que se le ha aplicado un descuento sobre el coste total del 18 %*

Aplicamos la fórmula $\boxed{\textbf{Precio final} = \textbf{Precio inicial} \times \textbf{IV}_1 \times \textbf{IV}_2}$

El precio inicial es 520 euros

Aumento IVA $\longrightarrow IV_1 = 100\,\% + 21\,\% = 121\,\% = 1'21$

Descuento $\longrightarrow IV_1 = 100\,\% - 18\,\% = 82\,\% = 0'82$

El precio final es:

Precio final = 520 × 1'21 × 0'82 = 515'944 euros

¿Qué aumento o disminución porcentual tiene el producto?

El aumento o disminución total es el producto de todos los índices de variación:

$\textbf{IV}_1 \times \textbf{IV}_2 = \textbf{1'21} \times \textbf{0'82} = \textbf{0'9922} = \textbf{99'22\,\%} = \textbf{100\,\% - 0'78\,\%}$

$\boxed{\textbf{La disminución total es del 0'78\,\%}}$

Problema 12: *Después de aumentar una cantidad un 12 %, se calcula su 20 % y se obtiene 112. Calcula la cantidad.*

Aplicamos la fórmula $\boxed{\textbf{Cantidad final} = \textbf{Cantidad inicial} \times \mathbf{IV}_1 \times \mathbf{IV}_2}$

La cantidad final es 112

Aumento 12 % $\longrightarrow IV_1 = 100\,\% + 12\,\% = 112\,\% = 1'12$

Cálculo 20 % $\longrightarrow IV_2 = 20\,\% = 0'2$

La cantidad inicial es:

$$\textbf{Cantidad inicial} = \frac{112}{1'12 \cdot 0'2} = \mathbf{500}$$

¿Qué aumento o disminución porcentual se ha aplicado?

El aumento o disminución total es el producto de todos los índices de variación:

$\mathbf{IV}_1 \times \mathbf{IV}_2 = \mathbf{1'12} \times \mathbf{0'2} = \mathbf{0'224} = \mathbf{22'4\,\%} = \mathbf{100\,\%}$ **- 77'6 %**

$\boxed{\textbf{La disminución total es del 77'6 \%}}$

Tema 2: Proporcionalidad. Porcentajes. Interés

1. **Proporcionalidad simple**
    - *Regla de tres directa*
    - *Regla de tres inversa*
2. **Proporcionalidad compuesta**
3. **Problemas de mezclas y móviles**
4. **Porcentajes**
    - *Aumentos y disminuciones porcentuales*
    - *Porcentajes encadenados*
5. **Interés simple y compuesto**

¿Por qué estudiar problemas de interés/beneficios (economía)?:

Cuando **invertimos dinero** los beneficios se generan en forma de intereses, dinero que nos dan por haber arriesgado nuestro capital, o por no tenerlo disponible.

Cuando **pedimos dinero prestado**, tenemos que, a la hora de devolverlo, devolver un interés que depende de las condiciones del préstamo.

- **Depósitos a plazo fijo**
- **Bonos del estado**
- **Planes de pensiones**
- **Hipotecas**
- **Préstamos**

Interés simple

Si depositamos una cantidad de dinero en un banco durante un tiempo, el banco nos da una cantidad a mayores. A la diferencia entre la cantidad obtenida y la que depositamos inicialmente se le llama **interés**.

El interés simple (I) es el beneficio que origina una cantidad de dinero llamada capital (C) en un período de años (t) a un rédito determinado (r).

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

En problemas de interés, se considera que un año tiene 360 días

Interés simple (I): es el beneficio que origina una cantidad de dinero llamada **Capital** (C), en un período de **tiempo** expresado en años (t) a un **rédito/interés** (r) determinado.

$$\boxed{I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}}$$

Ejemplo 1: Calcula el beneficio que generan estas cantidades depositadas a un rédito del 3 %:

(a) *2000 euros durante 5 años*

(b) *30 euros durante 7 años*

(c) *4500 euros durante 8 meses*

(d) *670 euros durante 30 meses*

Interés simple

Problema 1: *Se depositan 10 000 euros en un banco durante 5 años a un rédito del 1'8 % anual. ¿Qué beneficio se obtiene al final del período?*

Los datos son:

C = 10 000 euros , r = 1'8 % , t = 5 años

Aplicamos la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{10000 \cdot 1'8 \cdot 5}{100} = 900 \text{ euros}$$

Obtendrá un beneficio de 900 euros

Interés simple

Problema 2: *Sara deposita 5 000 euros en un banco con un rédito del 2'4 % anual. ¿Cuánto dinero ganará si lo saca a los 6 meses? ¿Y si lo saca a los 80 días?*

Los datos son: C = 5000 euros , r = 2'4 % , t = 0'5 años (6 meses)

Aplicamos la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5000 \cdot 2'4 \cdot 0'5}{100} = 60 \text{ euros}$$

Ganará 60 euros (a los 6 meses)

Si lo saca a los 80 días, entonces $t = \dfrac{80}{360} = 0'\widehat{2}$ años

Aplicamos la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5000 \cdot 2'4 \cdot 0'\widehat{2}}{100} = 26'67 \text{ euros}$$

Ganará 26'67 euros (a los 80 días)

Interés simple

Problema 3: *Marina pide un prestamo de 18 000 euros y devuelve el dinero en un único pago de 19 800 euros al cabo de 5 años. ¿Cuál es el rédito del prestamo?*

Los datos son:

C = 18 000 euros , t = 5 años

I = 19800 - 18000 = 1800 euros (beneficio)

Aplicamos la fórmula: $\boxed{I = \dfrac{C \cdot r \cdot t}{100}}$

$$1800 = \frac{18000 \cdot r \cdot 5}{100}$$

Despejamos r:

$$\frac{1800 \cdot 100}{18000 \cdot 5} = r$$

$$\boxed{2\,\% = r}$$

Interés simple

Problema 4: Calcula el beneficio que generan estas cantidades depositadas a un rédito del 3 %:

(a) 2 000 euros durante 5 años

(b) 30 euros durante 7 años

(c) 4 500 euros durante 8 meses

Problema 5: Halla el capital inicial que, depositado a un rédito del 3'6 % durante 5 años, ha generado 490 euros de beneficio.

Problema 6: Averigua el rédito en un depósito de 20 000 euros con interés simple durante 3 años que ha generado 2400 euros de beneficio.

Problema 7: Se depositan 10 000 euros en un banco durante 5 años a un rédito del 1'8 % anual. ¿Qué beneficio se obtiene al final del período?

Problema 8: Sara deposita 5000 euros en un banco con un rédito del 2'4 % anual. ¿Qué intereses recibirá si lo saca a los 6 meses? ¿Y si lo hace a los 80 días?

Problema 9: Marina pide un préstamo de 18 000 euros para estudiar un máster, y devuelve 19 800 euros en un único pago al cabo de 5 años, ¿cuál es el rédito del préstamo?

Problema 10: Calcula el beneficio que generan estas cantidades depositadas a un rédito del $3\,\%$:

(a) 2000 euros durante 5 años

(b) 30 euros durante 7 años

(c) 4500 euros durante 8 meses

(d) 670 euros durante 30 meses

Interés compuesto

Diferencia entre interés simple e interés compuesto:

- Con interés simple, sólo el capital inicial genera beneficios.
- Con interés compuesto, el capital inicial genera beneficios, y los diferentes beneficios se reinvierten generando también más beneficios.

El capital final (C_f) que se obtiene al invertir un capital inicial (C_i) a un rédito (r) en un período de años (t) es

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

El interés compuesto o beneficio obtenido (I) es:

$$I = C_f - C_i$$

Interés compuesto

Problema 1: Raquel deposita su dinero en un fondo a interés compuesto a un rédito anual del 3 % durante 3 años. Si tiene 5135'82 euros al finalizar, ¿con qué cantidad abrió la cuenta? ¿qué beneficio obtuvo?

Los datos son:

r = 3 % , t = 3 años , C_f = 5135'82 euros

Aplicamos la fórmula: $\boxed{C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$

$$5135'82 = C_i \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^3 \Longleftrightarrow 5135'82 = C_i \cdot 1'092727$$

Despejamos:

$$C_i = \frac{5135'82}{1'092727} = \boxed{4700 \text{ euros}} \longrightarrow I = 5135'82 - 4700 =$$

$\boxed{\text{435'82 euros (beneficio)}}$

Interés compuesto

Problema 2: Una cantidad de dinero se invierte durante 3 años al 5 % anual con interés compuesto. Si el beneficio obtenido es 1576'25 euros, ¿qué cantidad se invierte?

Los datos son:

t = 3 años , r = 5 % , I = 1576'25 = C_f - C_i

De este modo: $C_f = 1576'25 + C_i$

Aplicamos la fórmula: $\boxed{C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$

$$1576'25 + C_i = C_i \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \Longleftrightarrow 1576'25 + C_i = C_i \cdot 1'157625$$

Despejamos:

$$1576'25 = C_i \cdot 1'157625 - C_i \Longleftrightarrow 1576'25 = 0'157626 \cdot C_i$$

$\boxed{10\ 000 \text{ euros} = C_i}$

Problema 3: Mario coloca 5000 euros a interés compuesto a un rédito del 2 % ¿Qué cantidad recoge al terminar el tercer año? ¿Cuál es el beneficio obtenido?

Problema 4: Calcula el capital final para las siguientes cantidades iniciales depositadas a interés compuesto con un rédito del 3'4 % anual:

(a) 600 euros durante 5 años

(b) 3400 euros durante 2 años

(c) 5400 euros durante 3 años

(d) 40 000 euros durante 2 años

Problema 5: Halla el capital inicial que, depositado a un 3'6 % durante 5 años ha generado 490 euros.

Problema 6: Averigua el rédito en un depósito de 20 000 euros con interés simple durante 3 años que ha generado 2400 euros de beneficio.

Problema 7: Calcula el interés que obtendremos si invertimos un capital de 100 euros a un 3'5 % durante 2 años y medio.

Problema 8: Se piden prestados 10 000 euros y se devuelven 11 760 euros en un pago único con intereses al cabo de 2 años. Halla el rédito de dicho préstamo a interés simple.