

## Tema 2. Decimales. Aproximaciones. Notación Científica.

### • 1. Números decimales.

- *Suma y resta*
- *Multiplicación*
- *División. Casos*
- *Convertir fracciones en decimales y viceversa*
- *Problemas con números decimales*

### • 2. Aproximaciones y errores

- *Redondeo y truncamiento*
- *Error absoluto y relativo*

### • 3. Notación científica

- *Potencias de base 10*
- *Expresar en notación científica*
- *Sumas y restas en notación científica*

Los **números decimales** se utilizan para expresar cantidades que representan partes de la unidad. Se componen de:

**1 2 7 ' 3 8 9 5**

- **Parte entera:** Son las cifras situadas a la izquierda de la coma (*unidades, decenas,...*)

**1 2 7**

- **Parte decimal:** Son las cifras situadas a la derecha de la coma: décimas, centésimas, milésimas, diezmilésimas,...

**' 3 8 9 5**

3 décimas

8 centésimas

9 milésimas

5 diezmilésimas

## Leer un número decimal

- Primero se lee la parte entera, como un número normal.
- Después se lee la parte decimal, seguida del orden de unidades que ocupa la última cifra decimal.

**7'6 → Siete unidades y seis décimas**

**2'38 → Dos unidades y treinta y ocho centésimas**

**0'071 → Setenta y un milésimas**

**3'1067 → Tres unidades y mil sesenta y siete diezmilésimas**

## Suma y resta de números decimales

- 1 Se colocan los números en columna, de modo que estén alineados (*coincidan las comas*)
- 2 Se añaden ceros para que todos los números tengan la misma cantidad de cifras decimales.
- 3 Se suma o resta como los números naturales.

**Ejemplo 1:** En una agencia de viajes, el viaje en avión cuesta 326'57 euros y el hotel, 485'95 euros. ¿Cuánto cuesta en total? Si en otra agencia me ofrecen un precio de 787'50, ¿cuánto ahorro?

Sumamos para obtener el precio total:

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 6 \quad ' \quad 5 \quad 7 \\ 4 \quad 8 \quad 5 \quad ' \quad 9 \quad 5 \\ \hline 8 \quad 1 \quad 2 \quad ' \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

**El precio total sería 812'52 euros**

Para ver cuanto ahorro, resto los dos precios:

$$\begin{array}{r} 8 \quad 1 \quad 2 \quad ' \quad 5 \quad 2 \\ 7 \quad 8 \quad 7 \quad ' \quad 5 \quad 0 \\ \hline 0 \quad 2 \quad 5 \quad ' \quad 0 \quad 2 \end{array}$$

**Con la segunda agencia ahorro 25 euros y 2 céntimos**

*Ejemplo 2: Sonia, Pedro y Jaime han ido al parque de atracciones llevando 8'56 euros, 7'28 euros y 9'37 euros, respectivamente. Al salir del parque, comprueban que entre los tres tienen 12'16 euros. ¿Cuánto dinero se han gastado?*

Sumamos las tres cantidades para ver cuánto llevaban inicialmente:

$$\begin{array}{r} 8 \text{ ' } 56 \\ 7 \text{ ' } 28 \\ 9 \text{ ' } 37 \\ \hline 25 \text{ ' } 21 \end{array}$$

Llevaban 25 euros y 21 céntimos.

Restamos para ver cuánto gastaron:

$$\begin{array}{r} 25 \text{ ' } 21 \\ 12 \text{ ' } 16 \\ \hline 13 \text{ ' } 05 \end{array}$$

**Gastaron 13 euros y 5 céntimos**

**Ejercicio 1:** Escribe como se leen los siguientes números:

(a) 4'33

(b) 0'07

(c) 43'325

(d) 2'0809

(e) 11'301

(f) 0'0004

**Ejercicio 2:** Realiza las siguientes operaciones con decimales:

(a)  $35'72 + 5'89$

(b)  $7'82 - 4'9$

(c)  $125'379 + 45'62 + 1'3$

(d)  $92'015 - 7'32$

**Problema 1:** El equipo de natación  $4 \times 100$  estilos ha batido el record del mundo. Los tiempos de cada nadador han sido: 53'71 seg, 59'61 seg, 50'39 seg, 47'83 seg. ¿Cuál es el record del mundo?

## Multiplicación con números decimales

- 1 Se multiplican como si fuesen números enteros (*es decir, como si no tuviesen la coma decimal*).
- 2 Se pone al resultado tantos decimales como tengan en total los dos factores.

**Importante!!** A diferencia de en la suma/resta, los números no deben estar alineados uno con otro, sino que ambos se deben alinear a la derecha.



*Ejemplo 1: En un supermercado nos hemos llevado 2 kg y medio de plátanos a 0'85 euros cada kilo, y tres cuartos de kilo de carne a 5'15 euros cada kilo. ¿Cuánto tenemos que pagar?*

Por 2'5 kg de platanos pagaremos:

$$2'5 \text{ kg} \cdot 0'85 \text{ euros/kg} = 2'125 \text{ euros}$$

Por  $\frac{3}{4}$  de kg = 0'75 kg de carne pagaremos:

$$0'75 \text{ kg} \cdot 5'15 \text{ euros/kg} = 3'8625$$

Para el total a pagar, sumamos:

$$2'125 \text{ euros} + 3'8625 \text{ euros} = 5'9875 \text{ euros}$$

**Pagaremos 5'99 euros**

*Ejemplo 2: Un productor quiere comprar 1210'25 litros de vino a 0'65 euros cada litro. ¿Cuánto debe pagar?*

Multiplicamos para conocer el precio de 1210'25 litros:

$$1210'25 \text{ litros} \cdot 0'65 \text{ euros/litro} = 786'6625 \text{ euros}$$

$$\begin{array}{r} 1210'25 \\ \times 0'65 \\ \hline 605125 \\ 726150 \\ \hline 7866625 \end{array}$$

**Debe pagar 786'6625 euros**

*Ejemplo 3: En una tienda el precio del metro de cuerda es 7'03 euros. Si me quiero llevar 11'3 metros, ¿cuánto debo pagar?*

Si por 1 metro pagamos 7'03 euros, por 11'3 metros pagaremos:

$$11'3 \times 7'03 = 79'439$$

**Pagaremos 79'44 euros**

## División con números decimales

**Caso 1:**  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Decimales en el dividendo} \\ \text{Sin decimales en el divisor} \end{array} \right.$

### Pasos

- 1 Al bajar las décimas en el dividendo se pone una coma en el cociente.
- 2 Si no hay suficientes decimales en el dividendo, se completa con ceros a la derecha para continuar la división.

*ejemplo 1:* 56'24:3

*ejemplo 2:* 24'15:23

*ejemplo 3:* 19:7

*ejemplo 4:* 50:11

## División con números decimales

**Caso 2:**  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Sin decimales en el dividendo} \\ \text{Decimales en el divisor} \end{array} \right.$

### Pasos

- 1 Se multiplican dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el divisor.
- 2 Se divide normalmente.

*ejemplo 1:*  $33:1'6$

*ejemplo 2:*  $2800:0'16$

## División con números decimales

Caso 3: { Decimales en el dividendo  
Decimales en el divisor

### Pasos

- 1 Se multiplican dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el divisor.
- 2 Se divide normalmente (*si el dividendo no tiene decimales*) o como en el Caso 1 (*si quedan decimales en el dividendo*).

*ejemplo 1:*  $9'604:0'4$

*ejemplo 2:*  $3'81381:1'27$

**Ejercicio 1:** Realiza **sin calculadora** las siguientes operaciones:

(a)  $23'657 \cdot 4'92 =$

(b)  $38'16:4 =$

(c)  $540:0'75 =$

(d)  $3'275:1'25 =$

**Problema 1:** Hemos echado en un camión de gasoil  $67'23$  litros. Si el litro cuesta  $0'87$  euros, ¿cuánto pagaremos?

**Problema 2:** Al comprar pintura, Elena se ha gastado  $134'78$  euros. Cada tubo de pintura cuesta  $5'86$  euros. ¿Cuántos tubos de pintura ha comprado?

**Ejercicio 1:** Realiza **sin calculadora** las siguientes operaciones:

(a)  $23'657 \cdot 4'92 = 116'39244$

(b)  $38'16:4 = 9'54$

(c)  $540:0'75 = 720$

(d)  $3'275:1'25 = 2'62$



**Problema 1:** Hemos echado en un camión de gasoil 67'23 litros. Si el litro cuesta 0'87 euros, ¿cuánto pagaremos?

Si un litro cuesta 0'87 euros, entonces 67'23 litros cuestan:

$$67'23 \cdot 0'87 = 58'4901$$

**Pagaremos 58'49 euros por la gasolina**

**Problema 2:** Al comprar pintura, Elena se ha gastado 134'78 euros. Cada tubo de pintura cuesta 5'86 euros. ¿Cuántos tubos de pintura ha comprado?

Hay que **repartir** el precio entre los tubos.

Es decir, hay que repartir los 134'78 euros entre tubos de 5'86 euros

**Repartir** en matemáticas es **dividir**

$$134'78 : 5'86 = 23$$

**Ha comprado 23 tubos de pintura**

**Ejercicio 1:** ¿Quién sale a hacerlas?

(a)  $3'472:8 =$

(b)  $2'625:15 =$

(c)  $2'472:0'6 =$

(d)  $21'5292:9'32 =$

**Ejercicio 2:** Realiza **sin calculadora** las siguientes operaciones:

(a)  $23^{\circ}75'0''35 =$

(b)  $14^{\circ}76':3 =$

(c)  $0^{\circ}275:8 =$

(d)  $47^{\circ}278:11 =$

(e)  $24^{\circ}35:0'4 =$

(f)  $6^{\circ}278:0'31 =$

## Tipos de números decimales

- ❶ **Exactos:** Son aquellos que tienen un número finito (que se puede contar) de cifras decimales distintas de cero.

0'15      6'2      37'1324      4'00052

- ❷ **Periódicos:** Tienen infinitas cifras decimales de las cuales algunas (o todas) se repiten periódicamente. El período (cifras que se repiten) se indica con un sombrero encima de aquellos decimales que se repiten.

$$4:3 = 1'33333\dots = 1'\widehat{3}$$

$$7:44 = 0'15909090\dots = 0'159\widehat{0}$$

$$13:11 = 1'181818\dots = 1'\widehat{18}$$

- ❸ **Ni exactos ni periódicos:** Tienen infinitas cifras decimales que no se repiten.

$$\pi = 3'141592\dots$$

$$\sqrt{2} = 1'414213\dots$$

$$1'7154\dots$$

## Fracciones y números decimales:

En general, se puede decir que fracciones y decimales son *dos caras de una misma moneda* pues son dos formas diferentes de escribir un mismo número. A cada fracción le corresponde un número decimal, y a cada decimal (*no a todos!*) le corresponde una fracción. Estudiaremos como realizar estos pasos.

- **A. Paso de fracción a decimal.** (*Muy fácil*)
- **B. Paso de decimal a fracción.**
  - B.1. Paso de decimal exacto a fracción. (*Fácil*)
  - B.2. Paso de decimal periódico puro a fracción.
  - B.3. Paso de decimal periódico mixto a fracción.
  - Los decimales ni exactos ni periódicos no pueden convertirse en fracción.

**A. Paso de fracción a decimal.** Se realiza la división del numerador (*dividendo*) entre el denominador (*divisor*).

$$\frac{7}{5} = 1'4 \longrightarrow \text{Decimal exacto}$$

$$\frac{2}{3} = 0'\widehat{6} \longrightarrow \text{Decimal periódico puro}$$

$$\frac{5}{22} = 0'2\widehat{27} \longrightarrow \text{Decimal periódico mixto}$$

$$\frac{6}{7} = 0'\widehat{857142} \longrightarrow \text{Decimal periódico puro}$$

$$\frac{6}{25} = 0'24 \longrightarrow \text{Decimal exacto}$$

$$\frac{82}{45} = 1'8\widehat{2} \longrightarrow \text{Decimal periódico mixto}$$

## A. Paso de fracción a decimal.

Dependiendo del número por el que se divide (denominador) se obtiene un decimal exacto o periódico:

- **Denominador: 2, 5 o múltiplos de estos (4, 8, 10, ...)**

El resultado es un decimal exacto

- **Denominador: 3, 7, 11 o múltiplos de estos (6, 9, 12, ...)**  
siempre y cuando el numerador no lo sea también

El resultado es un decimal periódico



**Ejercicio 1:** Indica de qué tipo son los siguientes números decimales:

(a)  $9'090909\dots$

(b)  $45'7$

(d)  $5'24678678\dots$

(e)  $2'3333\dots$

**Ejercicio 2:** Expresa las siguientes fracciones como números decimales: (*calcula al menos tres cifras decimales*)

(a)  $\frac{3}{8} =$

(b)  $\frac{7}{9} =$

(c)  $\frac{11}{5} =$

(d)  $\frac{7}{22} =$

**Ejercicio 3:** Realiza las siguientes operaciones con decimales:

(a)  $43'8 \cdot 1'7 =$

(b)  $3'6288 : 0'21 =$

## B.1. Paso de decimal exacto a fracción.

ejemplo 1: 2'048

- ① *Numerador*: se pone el número sin coma decimal.

2048

- ② *Denominador*: se pone la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el número.

2048  
1000

- ③ Se obtiene la fracción irreducible.

$$\frac{2048}{1000} = \frac{1024}{500} = \frac{512}{250} = \frac{256}{125}$$

## B.1. Paso de decimal exacto a fracción.

ejemplo 2: 0'95

- ① *Numerador*: se pone el número sin coma decimal.

$$\underline{95}$$

- ② *Denominador*: se pone la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el número.

$$\frac{95}{100}$$

- ③ Se obtiene la fracción irreducible.

$$\frac{95}{100} = \frac{19}{20}$$

## B.1. Paso de decimal exacto a fracción.

ejemplo 3: 1'148

- ① *Numerador*: se pone el número sin coma decimal.

1148

- ② *Denominador*: se pone la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el número.

1148  
1000

- ③ Se obtiene la fracción irreducible.

$$\frac{1148}{1000} = \frac{574}{500} = \boxed{\frac{287}{250}}$$

## B.2. Paso de decimal periódico puro a fracción.

$0.\widehat{4}$

### Ejemplo 1

- 1 Llamamos  $N$  al número en cuestión.  $N = 0.\widehat{4}$
- 2 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el período.  $10 \cdot N = 4.\widehat{4}$

- 3 Restamos a la cantidad obtenida en el paso 2, la cantidad inicial.

$$\begin{array}{r} 10 \cdot N = 4.\widehat{4} \\ N = 0.\widehat{4} \\ \hline 9 \cdot N = 4 \end{array}$$

- 4 Despejamos  $N$  y ya tenemos la cantidad inicial escrita como fracción.

$$N = \frac{4}{9}$$

## B.2. Paso de decimal periódico puro a fracción.

$4'\widehat{18}$

*Ejemplo 2*

- 1 Llamamos  $N$  al número en cuestión.  $N = 4'\widehat{18}$
- 2 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el período.  $100 \cdot N = 418'\widehat{18}$
- 3 Restamos a la cantidad obtenida en el paso 2, la cantidad inicial.  
$$\begin{array}{r} 100 \cdot N = 418'\widehat{18} \\ N = 4'\widehat{18} \\ \hline 99 \cdot N = 414 \end{array}$$
- 4 Despejamos  $N$  y ya tenemos la cantidad inicial escrita como fracción.

$$N = \frac{414}{99} = \frac{138}{33} = \frac{46}{11}$$

## B.2. Paso de decimal periódico puro a fracción.

$0.\overline{45}$

*Ejemplo 3*

- 1 Llamamos  $N$  al número en cuestión.  $N = 0.\overline{45}$
- 2 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el período.  $100 \cdot N = 45.\overline{45}$
- 3 Restamos a la cantidad obtenida en el paso 2, la cantidad inicial.  
$$\begin{array}{r} 100 \cdot N = 45.\overline{45} \\ N = 0.\overline{45} \\ \hline 99 \cdot N = 45 \end{array}$$
- 4 Despejamos  $N$  y ya tenemos la cantidad inicial escrita como fracción.

$$N = \frac{45}{99} = \frac{15}{33} = \frac{5}{11}$$

## B.2. Paso de decimal periódico puro a fracción.

$7'\overline{290}$

*Ejemplo 4*

1 Llamamos  $N$  al número en cuestión.  $N = 7'\overline{290}$

2 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el período.  $1000 \cdot N = 7290'\overline{290}$

3 Restamos a la cantidad obtenida en el paso 2, la cantidad inicial.

$$\begin{array}{r} 1000 \cdot N = 7290'\overline{290} \\ N = 7'\overline{290} \\ \hline 999 \cdot N = 7283 \end{array}$$

4 Despejamos  $N$  y ya tenemos la cantidad inicial escrita como fracción.

$$N = \frac{7283}{999}$$



### B.3. Paso de decimal periódico mixto a fracción.

- 1 Llamamos  $N$  al número en cuestión.  $N = 5'12\hat{2}$
- 2 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el período más la parte mixta.  $100 \cdot N = 512'\hat{2}$
- 3 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga la parte mixta.  $10 \cdot N = 51'\hat{2}$
- 4 Restamos a la cantidad obtenida en el paso 2, la cantidad obtenida en el paso 3.  
$$\begin{array}{r} 100 \cdot N \quad 512'\hat{2} \\ 10 \cdot N \quad 51'\hat{2} \\ \hline 90 \cdot N \quad 461 \end{array}$$
- 5 Despejamos  $N$  y ya tenemos la cantidad inicial escrita como fracción.

$$N = \frac{461}{90}$$

### B.3. Paso de decimal periódico mixto a fracción.

- 1 Llamamos  $N$  al número en cuestión.  $N = 0'4\widehat{36}$
- 2 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el período más la parte mixta.  $1000 \cdot N = 436'\widehat{36}$
- 3 Multiplicamos  $N$  por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga la parte mixta.  $10 \cdot N = 4'\widehat{36}$
- 4 Restamos a la cantidad obtenida en el paso 2, la cantidad obtenida en el paso 3.
- 5 Despejamos  $N$  y ya tenemos la cantidad inicial escrita como fracción.

$$\begin{array}{r} 1000 \cdot N \quad 436'\widehat{36} \\ 10 \cdot N \quad 4'\widehat{36} \\ \hline 990 \cdot N \quad 432 \end{array}$$

$$N = \frac{432}{990} = \frac{48}{110} = \frac{24}{55}$$

**Ejercicio 1:** Convierte en fracciones los siguientes decimales, obteniendo la fracción irreducible.

(a)  $5\overline{1}$

(b)  $0\overline{23}$

**Ejercicio 2:** Convierte en fracciones los siguientes decimales, obteniendo la fracción irreducible.

(a)  $0\text{'}75 =$

(b)  $4\text{'}88 =$  (c)  $0\text{'}085 =$

**Ejercicio 3:** Convierte las siguientes fracciones en decimales *sin calculadora*, indicando el tipo de decimal obtenido.

(a)  $\frac{11}{4} =$

(b)  $\frac{4}{11} =$

(c)  $\frac{5}{44} =$

**Problema 1:** Se han comprado botes de Coca-Cola por valor de  $20\text{'}72$  euros. Si cada bote vale  $0\text{'}56$  euros, ¿cuántos botes se han comprado?

**Ejercicio 4:** Convierte en fracciones los siguientes decimales, obteniendo la fracción irreducible.

(a)  $0,\widehat{6}$

(b)  $1,\widehat{35}$

**Ejercicio 5:** Convierte en fracciones los siguientes decimales, obteniendo la fracción irreducible.

(a)  $4,2 =$

(b)  $3,\widehat{35} =$

**Problema 2:** (*Sin calculadora*) Las gallinas de una granja han puesto este mes 3480 huevos. Si cada **docena** se vende a  $1,\widehat{45}$  euros, ¿qué cantidad de dinero se ha ganado?

**Problema 2:** (*Sin calculadora*) Las gallinas de una granja han puesto este mes 3480 huevos. Si cada **docena** se vende a 1'45 euros, ¿qué cantidad de dinero se ha ganado?

Primero tenemos que calcular cuántas docenas hay:

$$3480:12 = 290 \text{ docenas de huevos}$$

Si por una docena ganamos 1'45 euros, por 290 docenas ganaremos:

$$290 \times 1'45 = 420'50 \text{ euros}$$

**Se han ganado 420'50 euros**

## Tema 2. Decimales. Aproximaciones. Notación Científica.

- **1. Números decimales.**

- *Suma y resta*
- *Multiplicación*
- *División. Casos*
- *Convertir fracciones en decimales y viceversa*
- *Problemas con números decimales*

- **2. Aproximaciones y errores**

- *Redondeo y truncamiento*
- *Error absoluto y relativo*

## Aproximación de números reales

- En muchos ámbitos de la vida, trabajamos con aproximaciones de números por comodidad o facilidad.

*En geometría, tenemos que aproximar el número  $\pi$*

*Cuando compramos algo, solemos aproximar el precio a una cantidad 'redonda'*

*Al decir cuánto medimos, aproximamos el valor a los centímetros*

*Cuando en las noticias hablan de un robo, aproximan la cantidad robada a los miles o los cientos de euros*

- Las aproximaciones más comunes son el **redondeo** y el **truncamiento**.
- Siempre que se aproxima un número, se está cometiendo un error.

## Aproximación de números reales

### Truncamiento

El **truncamiento** de un número consiste en convertir en ceros todas las cifras a la derecha de la indicada:

*Truncamiento a las centésimas:*  $\pi = 3'141592... \longrightarrow 3'1400... = 3'14$

*Truncamiento a las décimas:*  $4'5632 \longrightarrow 4'5000 = 4'5$

*Truncamiento a las milésimas:*  $0'9896 \longrightarrow 0'9900 = 0'99$

*Truncamiento a las centésimas:*  $2'7144 \longrightarrow 2'7100 = 2'71$



# Aproximación de números reales

## Redondeo

El **redondeo** de un número consiste en:

- 1 Convertir en ceros todas las cifras a la derecha de la indicada.
- 2 Para el orden de cifra indicado, **sumar 1** si la cifra a la derecha es mayor o igual que 5, o **dejarla igual** si es menor que 5.

*Redondeo a las centésimas:*  $\pi = 3'141592... \rightarrow 3'1400... = 3'14$

*Redondeo a las décimas:*  $4'5632 \rightarrow 4'6000 = 4'6$

*Redondeo a las milésimas:*  $0'9896 \rightarrow 0'9900 = 0'99$

*Redondeo a las centésimas:*  $2'7144 \rightarrow 2'7100 = 2'71$

# Errores de aproximación

**Error absoluto:** diferencia entre el valor real y el valor aproximado (en valor absoluto).

$$E_a = |V_{real} - V_{aprox}|$$

ejemplo: 36'95 euros  $\rightarrow$  37 euros

$$E_a = |36'95 - 37| = |-0'05| = 0'05 \text{ euros} = 5 \text{ céntimos}$$

## Error absoluto vs Error relativo

El problema del error absoluto es que no tiene en cuenta las magnitudes con las que trabajamos (*no es lo mismo un error de 1 km hablando de la distancia desde aquí al Puerto que hablando de la distancia desde aquí a la Luna.*)

Es por eso que nace el concepto de **error relativo**.

# Errores de aproximación

**Error relativo:** diferencia entre el valor real y el valor aproximado, dividido por el valor real (en valor absoluto). Si se multiplica por 100 nos da el **porcentaje (%) de error**.

$$E_r = \frac{|V_{real} - V_{aprox}|}{V_{real}}$$

ejemplo: 36'95 euros  $\longrightarrow$  37 euros

$$E_r = \frac{|36'95 - 37|}{36'95} = 0'00135$$

$$\% \text{ de error} = 0'00135 \cdot 100 = 0'135 \%$$

# Errores de aproximación

Supongamos que una persona **aproxima** del siguiente modo la distancia que hay del IES Faro das Lúas al Puerto y a Oporto:

$$V_{aprox} = 1'5\text{km (Puerto)}$$

$$V_{aprox} = 196\text{km (Oporto)}$$

siendo los valores reales:

$$V_{real} = 0'5\text{km (Puerto)}$$

$$V_{real} = 195\text{km (Oporto)}$$

El error absoluto es, en ambos casos:

$$E_a = |0'5 - 1'5| = 1\text{km (Puerto)}$$

$$E_a = |195 - 196| = 1\text{km (Oporto)}$$

Con esto podría pensarse que ambos errores son iguales, y efectivamente lo son en términos absolutos, pero en términos relativos no es lo mismo cometer un error de 1 km en una distancia larga que en una distancia muy corta. Veámoslo:

# Errores de aproximación

$$E_a = |0'5 - 1'5| = 1\text{km (Puerto)}$$

$$E_a = |195 - 196| = 1\text{km (Oporto)}$$

Con esto podría pensarse que ambos errores son iguales, y efectivamente lo son en términos absolutos, pero en términos relativos no es lo mismo cometer un error de 1 km en una distancia larga que en una distancia muy corta. Veámoslo:

$$E_r = \frac{|0'5 - 1'5|}{0'5} = 2 \text{ (Puerto)}$$

$$\% \text{ de error} = 2 \cdot 100 = 200 \% \text{ (Puerto)}$$

$$E_r = \frac{|195 - 196|}{195} = 0'0051 \text{ (Oporto)}$$

$$\% \text{ de error} = 0'0051 \cdot 100 = 0'51 \% \text{ (Oporto)}$$

**Ejercicio 1:** Redondea y trunca los siguientes números a las décimas:

(a)  $3'141$

(b)  $4'29$

**Ejercicio 2:** Redondea y trunca los siguientes números a las centésimas:

(a)  $5'318$

(b)  $0'599$

**Ejercicio 3:** Una canasta de baloncesto mide  $3'05$  metros. Redondea el valor a las unidades, calcula el error absoluto y el error relativo.

**Ejercicio 4:** Convierte los siguientes decimales en fracciones:

(a)  $8\widehat{5}$

(b)  $3\widehat{21}$

## Aproximación y errores

7'68

- **Truncar** → Cortar el número (*por donde me digan*)

7'6

- **Redondear** → Cortar el número, **aumentando en 1 la última cifra si la siguiente es mayor o igual que 5.**

7'7

- **Error absoluto** → 
$$Error_{abs} = |V_{real} - V_{aprox}|$$

$$Err_{abs} = |7'7 - 7'68| = 0'02$$

- **Error relativo** → 
$$Error_{rel} = \frac{|V_{real} - V_{aprox}|}{V_{real}}$$

$$Err_{rel} = \frac{|7'7 - 7'68|}{7'68} = 0'0026$$

**Problema 1:** Redondea el número 4'96 a las décimas. Calcula el error absoluto y relativo.

$$4'96 \longrightarrow 5'00 = 5$$

$$Err_{abs} = |5 - 4'96| = 0'04$$

$$Err_{rel} = \frac{|5 - 4'96|}{4'96} = 0'0081$$



**Ejercicio 1:** (a) Calcula el error absoluto y relativo que se comete al aproximar  $2'506 + 13'007$  por  $15'5$ .

(b) ¿Y si se aproxima por  $16$ ?

**Ejercicio 2:** Redondea el número  $\pi = 3'1415\dots$  a las milésimas. Calcula error absoluto y error relativo.

**Ejercicio 3:** Realiza las siguientes divisiones:

(a)  $7'65:12$

(b)  $2'04:0'17$

**Ejercicio 4:** ¿Cuánto debemos pagar por cinco botes de mermelada a  $1'35$  euros cada uno y tres bolsas de patatas a  $3'49$  la bolsa? ¿Cuánto nos devolverán si pago con 20 euros?

## Tema 2. Decimales. Aproximaciones. Notación Científica.

### • 1. Números decimales.

- *Suma y resta*
- *Multipliación*
- *División. Casos*
- *Convertir fracciones en decimales y viceversa*
- *Problemas con números decimales*

### • 2. Aproximaciones y errores

- *Redondeo y truncamiento*
- *Error absoluto y relativo*

### • 3. Notación científica

- *Potencias de base 10*
- *Expresar en notación científica*
- *Sumas y restas en notación científica*

## Notación científica

Es una forma de expresar números muy grandes y muy pequeños con objeto de facilitar su escritura, su expresión y los cálculos que se realicen con el.

### • Números muy grandes:

- ① Distancia Tierra-Plutón  $5\,769\,000\,000\text{ km} = 5'769 \cdot 10^6\text{ km}$
- ② Deuda Pública España  $1\,138\,899\,000\,000\text{ euros} \approx 1'1389 \cdot 10^{12}\text{ euros}$
- ③ Masa de la Luna  $74\,000\,000\,000\,000\,000\,000\text{ toneladas} = 7'4 \cdot 10^{19}\text{ toneladas}$   
 $= 7'4 \cdot 10^{22}\text{ kg}$

### • Números muy pequeños

- ① Un nanogramo  $0'000\,000\,001\text{ gramos} = 1 \cdot 10^{-9}\text{ gramos} = 1 \cdot 10^{-12}\text{ kg}$
- ②  $0'000\,0015\text{ cm} = 1'5 \cdot 10^{-6}\text{ cm} = 1'5 \cdot 10^{-8}\text{ m}$

## Notación científica

(Potencias de base 10)

Una **potencia de base 10 y exponente positivo** es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indique el exponente:

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

$$10^4 = 10\ 000$$

$$10^5 = 100\ 000$$

$$10^6 = 1\ 000\ 000$$

$$10^7 = 10\ 000\ 000$$

$$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000 \text{ (Mil millones)}$$

$$10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000 \text{ (Un billón)}$$

$$10^{18} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 \text{ (Un trillón)}$$

## Notación científica

(Potencias de base 10)

Una **potencia de base 10 y exponente negativo** es igual a la unidad dividida entre dicha potencia con exponente positivo:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0'1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0'01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0'001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10000} = 0'0001$$

$$10^{-5} = \frac{1}{100000} = 0'00001$$

$$10^{-6} = \frac{1}{1000000} = 0'000001$$

$$10^{-9} = \frac{1}{1000000000} = 0'000000001$$

$$10^{12} = \frac{1}{1000000000000} = 0'000000000001$$

## Notación científica (Normas):

Un número en **notación científica** consta de dos factores: un número decimal y una potencia de base 10.

- El número decimal es mayor o igual que 1 y menor que 10.
- La potencia de base 10 tiene exponente entero.

*Ejemplos:*

①  $222\,000\,000 \text{ euros} = 2'22 \cdot 10^8 \text{ euros}$

②  $0'000\,000\,000\,040\,9 = 4'09 \cdot 10^{-11}$

③  $0'000\,000\,987 = 9'87 \cdot 10^{-7}$

## Cómo convertir a notación científica (números grandes):

56 000 000

*Ejemplo 1*

- ❶ **(Parte entera)** Colocamos la coma decimal a la derecha de la primera cifra distinta de cero.

5'6

- ❷ **(Potencia de 10)** La potencia de 10 estará elevada al número de cifras que hay desde el nuevo lugar de la coma hasta el final del número.

5'6 · 10<sup>7</sup>

## Cómo convertir a notación científica (números grandes):

2 040 000 000 000

*Ejemplo 2*

- ❶ **(Parte entera)** Colocamos la coma decimal a la derecha de la primera cifra distinta de cero.

2'04

- ❷ **(Potencia de 10)** La potencia de 10 estará elevada al número de cifras que hay desde el nuevo lugar de la coma hasta el final del número.

2'04 · 10<sup>12</sup>



## Cómo convertir a notación científica (números grandes):

600 000 000 000 000

*Ejemplo 3*

- ❶ **(Parte entera)** Colocamos la coma decimal a la derecha de la primera cifra distinta de cero.

6

- ❷ **(Potencia de 10)** La potencia de 10 estará elevada al número de cifras que hay desde el nuevo lugar de la coma hasta el final del número.

6 · 10<sup>14</sup>

## Cómo convertir a notación científica (números pequeños):

0'000 000 07

(Ejemplo 1)

- 1 **(Parte entera)** Colocamos la coma decimal a la derecha de la primera cifra distinta de cero.

7

- 2 **(Potencia de 10)** La potencia de 10 estará elevada **en negativo** al número de cifras que se ha desplazado la coma.

$7 \cdot 10^{-8}$

## Cómo convertir a notación científica (números pequeños):

0'001 47

(Ejemplo 2)

- 1 **(Parte entera)** Colocamos la coma decimal a la derecha de la primera cifra distinta de cero.

1'47

- 2 **(Potencia de 10)** La potencia de 10 estará elevada **en negativo** al número de cifras que se ha desplazado la coma.

$1'47 \cdot 10^{-3}$

**Ejercicio 1:** Expresa los siguientes números en notación científica:

(a)  $30\,000\,000 =$

(b)  $150\,000 =$

(c)  $42\,000 =$

(d)  $0'000\,308 =$

(e)  $502\,300\,000\,000 =$

(f)  $0'000\,009 =$

(g)  $400\,500 =$

(h)  $0'000\,000\,065 =$

**Ejercicio 2:** Redondea el número  $13'857$  a las décimas. Calcula el error absoluto y relativo de la aproximación.

**Ejercicio 3:** Una casa tiene planta baja y tres pisos. La planta baja tiene  $3'4$  m de altura y cada piso  $3'14$  m. El tejado añade  $2'45$  metros. ¿Cuál es la altura de la casa?

**Ejercicio 4:** Convierte el número  $14'\widehat{09}$  en fracción.

**Ejercicio 1:** Expresa los siguientes números en notación científica:

(a)  $0'000\ 000\ 003 =$

(b)  $0'000\ 804 =$

(c)  $37\ 400\ 000 =$

(d)  $0'000\ 000\ 000\ 09 =$

(e)  $0'000\ 705 =$

(f)  $6\ 082\ 000\ 000\ 000 =$

**Ejercicio 2:** La semana pasada Julia compró 2 kg de carne a 13'75 euros/kg. Esta semana ha comprado 2'5 kg a 10'95 euros/kg. ¿Qué semana ha gastado más?  
¿Cuánto más?

**Ejercicio 3:** Realiza las divisiones.

(a)  $2'415:0'15$

(b)  $4'2722:4'1$

**Ejercicio 4:** Escribe con cifras:

(a) Tres unidades cinco centésimas

(b) Siete milésimas

(c) Once unidades ciento cuatro milésimas  
diezmilésimas

(d) Cuarenta y cinco

## Suma y Resta en Notación Científica

$$5'3 \cdot 10^5 + 1'9 \cdot 10^5$$

*Ejemplo 1*

- 1 Se saca factor común la potencia base 10.

$$(5'3 + 1'9) \cdot 10^5$$

- 2 Se suman o se restan los números, manteniendo la misma potencia base 10.

$$7'2 \cdot 10^5$$

- 3 Se escribe el número correctamente en notación científica, si es necesario.

## Suma y Resta en Notación Científica

$$1'04 \cdot 10^{-7} + 2'6 \cdot 10^{-7}$$

*Ejemplo 2*

- 1 Se saca factor común la potencia base 10.

$$(1'04 + 2'6) \cdot 10^{-7}$$

- 2 Se suman o se restan los números, manteniendo la misma potencia base 10.

$$3'64 \cdot 10^{-7}$$

- 3 Se escribe el número correctamente en notación científica, si es necesario.

## Suma y Resta en Notación Científica

$$7'6 \cdot 10^9 + 5'1 \cdot 10^9$$

*Ejemplo 3*

- ❶ Se saca factor común la potencia base 10.

$$(7'6 + 5'1) \cdot 10^9$$

- ❷ Se suman o se restan los números, manteniendo la misma potencia base 10.

$$12'7 \cdot 10^9$$

- ❸ Se escribe el número correctamente en notación científica, si es necesario.

$$= 1'27 \cdot 10 \cdot 10^9 =$$

$$1'27 \cdot 10^{10}$$



## Suma y Resta en Notación Científica

$$4'1 \cdot 10^{-5} - 3'3 \cdot 10^{-5}$$

*Ejemplo 4*

- ❶ Se saca factor común la potencia base 10.

$$(4'1 - 3'3) \cdot 10^{-5}$$

- ❷ Se suman o se restan los números, manteniendo la misma potencia base 10.

$$0'8 \cdot 10^{-5}$$

- ❸ Se escribe el número correctamente en notación científica, si es necesario.

$$= \frac{8}{10} \cdot 10^{-5}$$

$$= 8 \cdot \frac{10^{-5}}{10^1}$$

$$8 \cdot 10^{-6}$$

**Ejercicio 1:** Resuelve las siguientes sumas y restas en notación científica:

(a)  $6'5 \cdot 10^7 + 1'7 \cdot 10^7 =$

(b)  $3'86 \cdot 10^{-4} - 2'44 \cdot 10^{-4} =$

(c)  $3'6 \cdot 10^{10} - 2'95 \cdot 10^{10} =$

(d)  $7'81 \cdot 10^{-6} - 2'46 \cdot 10^{-6} - 3'65 \cdot 10^{-6} =$

**Problema 1: Unas zapatillas deportivas de 59'95 euros están rebajadas una quinta parte de su precio. ¿Cuánto cuestan con la rebaja?**

Calculamos la rebaja de las zapatillas:

$$\frac{1}{5} \text{ de } 59'95 \text{ euros} = \frac{1 \cdot 59'95}{5} = 11'99 \text{ euros}$$

Para obtener el nuevo precio, hay que restar la rebaja al antiguo precio:

$$\text{Nuevo precio} = 59'95 - 11'99 = \boxed{47'96 \text{ euros}}$$

**Problema 5: Al aproximar un peso de un gusano de 2'1236 gramos cometemos un error absoluto de 0'024 gramos. Al aproximar el peso de un buey de 824'36 kg cometemos un error absoluto de 4'36 kg. ¿Qué error es mayor en términos relativos?**

**Calculamos el error relativo del peso del gusano:**

$$Err_{rel} = \frac{Err_{abs}}{V_{real}} = \frac{0'024}{2'1236} = \boxed{0'0113}$$

**Calculamos el error relativo del peso del buey:**

$$Err_{rel} = \frac{Err_{abs}}{V_{real}} = \frac{4'36}{824'36} = \boxed{0'0053}$$

**Como  $0'0113 > 0'0053$  el error del gusano es mayor en términos relativos**

**Problema 6: Angel recorre 3'865 km en 12 minutos.**

**(a) ¿Cuántos km recorre en un minuto?**

**(b) ¿Y en una hora?**

**(c) ¿Cuánto tiempo necesita para recorrer 15'46 km?**

**Apartado (a)**

**Repartimos los 3'865 km entre 12 minutos**

$$3'865:12 = \mathbf{0'322 \text{ km por minuto}}$$

**Problema 6: Angel recorre 3'865 km en 12 minutos.**

**(a) ¿Cuántos km recorre en un minuto?**

**(b) ¿Y en una hora?**

**(c) ¿Cuánto tiempo necesita para recorrer 15'46 km?**

**Apartado (b)**

Si en un minuto recorre 0'322 km, una hora tiene 60 minutos:

Recorrerá  $60 \times 0'322 \text{ km} =$  **19'32 km**

**Problema 6: Angel recorre 3'865 km en 12 minutos.**

**(a) ¿Cuántos km recorre en un minuto?**

**(b) ¿Y en una hora?**

**(c) ¿Cuánto tiempo necesita para recorrer 15'46 km?**

**Apartado (c)**

Hacemos una regla de tres directa y resolvemos:

12 minutos  $\longrightarrow$  3'865 km

x minutos  $\longrightarrow$  15'46 km

Resolvemos la regla de tres:

$$x = \frac{12 \cdot 15'46}{3'865} = \mathbf{48 \text{ minutos}}$$

**Problema 7: Se tienen 240 cajas con 25 bolsas de café cada una. Si cada bolsa pesa 0'62 kg, ¿cuál es el peso del café?**



**Problema 8: Eva sigue un régimen y no puede pasar en cada comida de 600 calorías. Ayer almorzó : 125 g de pan, 140 g de espárragos, 45 g de queso y una manzana de 130 g. Si 1 g de pan da 3'3 calorías, 1 g de espárragos 0'32, 1 g de queso 1'2 y 1 g de manzana 0'52. ¿Respetó Eva su régimen?**

Calculamos cuántas calorías tomó con cada producto:

Pan:  $125 \times 3'3 = 412'5$  calorías

Espárragos:  $140 \times 0'32 = 44'8$  calorías

Queso:  $45 \times 1'2 = 54$  calorías

Manzana:  $130 \text{ g} \times 0'52 = 67'6$  calorías

El total de calorías es:  $412'5 + 44'8 + 54 + 67'6 = 578'9$  calorías

**Respetó el régimen** ( $578'9 < 600$ )

**Ejercicio 1:** Expresa en notación científica:

(a) 12 890 000

(b) 0'007

(c) 0'000 006 060

(d) 650 000 000 000 000

**Ejercicio 2:** Realiza la siguiente operación en notación científica:

$$7'48 \cdot 10^{-8} - 6'6 \cdot 10^{-8} + 9'07 \cdot 10^{-8}$$

**Problema 1:** Alfonso se ha gastado 3'45 euros en un regalo, 1'20 euros en transporte y 6'75 euros en merendar. Al llegar a casa dice que se ha gastado 30 euros. Calcula error absoluto y relativo de esta aproximación.

**Problema 2:** Teresa tiene 3 litros de leche.

(a) ¿Cuántos vasos de 0'2 litros llenará?

(b) ¿Y con 10 litros?

(c) Si tuviese 15 vasos llenos, ¿cuántos litros habría utilizado?