Tema 1. Números Enteros y Fracciones

- **1. Números enteros.**
  - *Suma y resta*
  - *Multiplicación y división*
  - *Operaciones combinadas*
- **2. Fracciones**
  - *Simplificar fracciones*
  - *Reducción a común denominador*
  - *Comparación de fracciones*
  - *Problemas con fracciones*
  - *Suma y resta de fracciones*
  - *Multiplicación y división de fracciones*
  - *Operaciones combinadas*

Números Enteros ($\mathbb{Z}$)

- Se representan con la letra $\mathbb{Z}$. Añaden los negativos a los números naturales.
- Surgen ante la necesidad de expresar cantidades negativas (deudas, temperaturas, pérdidas,...).
- Los números negativos se escriben precedidos del signo menos ($-$).
- Si un número no lleva signo, entendemos que es positivo.
- En las operaciones, los números negativos se escriben entre paréntesis para evitar que aparezcan dos signos seguidos.
- Orden en el conjunto $\mathbb{Z}$. Representación en la recta real.

Ordenación y comparación de números enteros:

- Cualquier número positivo es mayor que el cero, y mayor que cualquier número negativo.
- El cero es mayor que cualquier número negativo.
- Dos números negativos se ordenan de forma que el mayor es el más cercano al cero en la recta real.

$-1 > -2$ $\qquad$ $-10 < -6$ $\qquad$ $-5 > -7$

Ejercicio: Ordena los siguientes números de menor a mayor:
9 , -4 , 5 , -20 , 0 , 6 , -1 , -2 , -7 , 3

Primero, los negativos, y dentro de ellos, los menores serán los que más alejados estén del cero:

-20 < -7 < -4 < -3 < -2 < -1

Después, el cero (que es mayor que todos los negativos):

-20 < -7 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0

Finalmente, los positivos, ordenados del modo habitual:

-20 < -7 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 3 < 5 < 6 < 9

Valor absoluto

Valor absoluto: es el mismo número con signo positivo (*por ejemplo, una distancia siempre se expresa en valor absoluto, pues nunca puede ser negativa*). Se expresa con el número entre barras $|\cdot|$.

$|-3| = 3$

$|-8| = 8$

$|5| = 5$

$|-22| = 22$

$|-1| = 1$

$|11| = 11$

Ejercicio: Calcula el valor absoluto:

$|-5| = 5$

$|23| = 23$

$|17| = 17$

$|-12| = 12$

$|0| = 0$

$|-1000| = 1000$

$|-322| = 322$

$-|-8| = -8$

Resta de números enteros

1. Signos diferentes

Cuando se tiene una resta de dos números **con signos diferentes** el resultado se obtiene calculando la diferencia de los números y poniendo el signo del más grande.

$7-4=+3$ $\quad$ $4-10=-6$ $\quad$ $-11+2=-9$

$7-8=-1$ $\quad$ $14-9=5$ $\quad$ $-13+3=-10$

$5-9+2=-2$ $\quad$ $-8+6+7=5$

Resta de números enteros

2. Ambos con signo negativo

Cuando se tiene una resta de dos números **con signo menos ambos** el resultado se obtiene sumando los números y poniendo al resultado signo menos.

$-1-2=-3$ $\quad$ $-4-3=-7$ $\quad$ $-10-10=-20$

$-5-4=-9$ $\quad$ $-11-15=-26$ $\quad$ $-21-11=-32$

$-8-3-4=-15$ $\quad$ $-11-12-13=-36$

Ejercicio 1: Ordena de menor a mayor los siguientes grupos de números.

(a) 4,-1,6,-3,-8,0,2

(b) 1,3,0,-11,12,-13,-2

Ejercicio 2: Calcula el resultado de las siguientes operaciones.

(a) $5-7$ (b) $-12+17$ (c) $-11+15$ (d) $-22+10$

(e) $-12-13$ (f) $-9-7$ (g) $15-13-4$ (h) $-3-16$

(i) $-3+10-1$ (j) $-18+3+6$ (k) $-7-3-4$

(l) $-20+12+5$

Regla de los signos: Se aplica cuando tenemos dos signos seguidos (*sin un número por el medio*) o separados por un paréntesis o corchete.

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ +(+5)=5 \\[2ex] 2.\ -(-5)=5 \end{array}\right\}\ \textbf{Signos iguales}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3.\ +(-5)=-5 \\[2ex] 4.\ -(+5)=-5 \end{array}\right\}\ \textbf{Signos diferentes}$$

Regla de los signos:

1. $(4-7)-(5-6+3) = -3-(+2) =$

   $-3-2=-5$

2. $8+(7-11-4) = 8+(-8) =$

   $8-8=0$

3. $-(10-2-15) = -(-7) =$

   7

4. $(2-4)+(-3+4+2) = -2+(+3) =$

   $-2+3=1$

Multiplicación de números enteros:

1. Se multiplican los signos (regla de los signos de la multiplicación).
2. Se **multiplican** las cantidades.

División de números enteros:

1. Se multiplican los signos (regla de los signos de la división).
2. Se **dividen** las cantidades.

Recordatorio importante!

Regla de los signos (multiplicación):

$$\left.\begin{array}{l} 1.(+)\cdot(+)=+ \\ 2.(-)\cdot(-)=+ \end{array}\right\} \textbf{Signos iguales}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3.(+)\cdot(-)=- \\ 4.(-)\cdot(+)=- \end{array}\right\} \textbf{Signos diferentes}$$

Recordatorio importante!

Regla de los signos (. . . y lo mismo para la división):

$$\left.\begin{array}{l} 1.(+):(+)=+ \\ \\ 2.(-):(-)=+ \end{array}\right\}\textbf{Signos iguales}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3.(+):(-)=- \\ \\ 4.(-):(+)=- \end{array}\right\}\textbf{Signos diferentes}$$

Multiplicaciones y divisiones se deben realizar de izquierda a derecha:

- $(+8)\cdot(-4)\cdot(-10):(-16)=(-32)\cdot(-10):(-16)=$ $(+320):(-16)=\boxed{-20}$
- $(-54):(+6)\cdot(-20):(+9)=(-9)\cdot(-20):(+9)=$ $(+180):(+9)=\boxed{20}$
- $(+280):(-7):(+5):(-2)=(-40):(+5):(-2)=$ $(-8):(-2)=\boxed{4}$

Orden de las operaciones combinadas:

1. Calcular potencias y raíces (si las hay).
2. Realizamos las operaciones entre paréntesis y corchetes.
3. Eliminar paréntesis mediante la regla de los signos.
4. Realizar multiplicaciones y divisiones en el orden que aparecen (de izquierda a derecha).
5. Realizar sumas y restas.

Ejemplos (Operaciones Combinadas)

Ejemplo 1 $-[9 \cdot 7 - 6 \cdot 5 + 3^2] : \sqrt{4} - [11 - (4 - 16)]$

$= -[63 - 30 + 9] : 2 - [11 - (-12)]$

$= -42 : 2 - [23]$

$= -21 - 23 = -44$

Ejemplo 2 $5 + (-3) - (-2) + (4 - 6) - [3 - (6 - 4)]$

$= 5 - 3 + 2 - 2 - [3 - 2]$

$= 5 - 3 + 2 - 2 - 1 = 1$

Ejemplos (Operaciones Combinadas)

Ejemplo 3 $(-7) \cdot [4 \cdot (3 - 8) - 5 \cdot (8 - 5)]$

$= (-7) \cdot [4 \cdot (-5) - 5 \cdot 3]$

$= (-7) \cdot [-20 - 15]$

$= 245$

Ejercicio 1: Resuelve:

(a) $5-(-3)+7+(-9)-14=$

(b) $51:(3-10-10)\cdot|3\cdot 2-8|=$

(c) $7-6\cdot 3-(-24):(-2)+13=$

(d) $7-6\cdot[3-(-24):(-2)+13]=$

(e) $7-6\cdot[3-(-24):(-2)]+13=$

Ejercicio 1: Resuelve:

(a) $5-(-3)+7+(-9)-14=$

$5+3+7-9-14=$

$15-23=$

$\boxed{-8}$

Ejercicio 1: Resuelve:

(b) $51 : (3 - 10 - 10) \cdot |3 \cdot 2 - 8| =$

$51 : (-7 - 10) \cdot |6 - 8|$

$51 : (-17) \cdot |-2|$

$51 : (-17) \cdot 2$

$-3 \cdot 2$

$\boxed{-6}$

Ejercicio 1: Resuelve:

(c) $7 - 6 \cdot 3 - (-24) : (-2) + 13 =$

$7 - 18 - (+12) + 13$

$7 - 18 - 12 + 13$

$20 - 30$

$\boxed{-10}$

Ejercicio 1: Resuelve:

(d) $7 - 6 \cdot [3 - (-24) : (-2) + 13] =$

$7 - 6 \cdot [3 - (+12) + 13]$

$7 - 6\,[3 - 12 + 13]$

$7 - 6\,[4]$

$7 - 24$

$\boxed{-17}$

Ejercicio 1: Resuelve:

(e) $7 - 6 \cdot [3 - (-24) : (-2)] + 13 =$

$7 - 6 \cdot [3 - 12] + 13$

$7 - 6 \cdot [-9] + 13$

$7 + 54 + 13$

$\boxed{74}$

Ejercicio 2: Resuelve las siguientes operaciones combinadas:

(a) $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)] =$

(b) $12 + (-5) \cdot [8 + (-9)] =$

(c) $12 - [(8 + 5) - (-7)] : (-5) =$

(d) $10 - (+20) : [(4 + 3) + (5 - 8)] =$

(e) $(-2) \cdot [(5 - 7) \cdot (-3)] - (6 - 8) =$

Ejercicio 2:

(a) $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)] =$

$19 + 3 \cdot [5 - 8] =$

$19 + 3 \cdot [-3] =$

$19 - 9 =$

$\boxed{10}$

Ejercicio 2:

(b) $12 + (-5) \cdot [8 + (-9)] =$

$12 - 5 \cdot [8 - 9] =$

$12 - 5 \cdot [-1] =$

$12 + 5 =$

$\boxed{17}$

Ejercicio 2:

(c) $12 - [(8+5) - (-7)] : (-5) =$

$12 - [13 + 7] : (-5) =$

$12 - 20 : (-5) =$

$12 + 4 =$

$\boxed{16}$

Ejercicio 2:

(d) $10 - (+20) : [(4+3) + (5-8)] =$

$10 - 20 : [7 + (-3)] =$

$10 - 20 : [7 - 3] =$

$10 - 20 : 4 =$

$10 - 5 =$

$\boxed{2}$

Ejercicio 2:

(e) $(-2) \cdot [(5-7) \cdot (-3)] - (6-8) =$

$(-2) \cdot [(-2) \cdot (-3)] - (-2) =$

$(-2) \cdot (+6) - (-2) =$

$-12 + 2 =$

$\boxed{-10}$

Ejercicio 3: Resuelve las siguientes operaciones combinadas:

(a) $(-24) : (-6) : (-2) \cdot (+10) =$

(b) $4 - (-12) : [(-5) - (-2)] + -1 =$

(c) $[7 + (-9)] - (-8 - 2) : 5 =$

(d) $(-11 - 24) : 7 + 12 \cdot (-4) =$

(e) $[-10 - (+25)] \cdot [37 - 20 - 10] : (-35) =$

[**Problema 1:** Pedro y Luisa tienen una libreta de ahorros donde les ingresan las nóminas de su trabajo y tienen domiciliados los recibos. Algunas de las anotaciones están indicadas abajo. Complétalas.

Movimiento	**Saldo**	**Concepto**
-120	200	Recibo luz
1500		Nómina Pedro
	1400	Recibo gas
-1470		Hipoteca
	730	Nómina Luisa

Problema 2: Euclides, famoso geómetra, murió en el 265 antes de Cristo y vivió 60 años.

(a) ¿En qué año nació?

Si murió en el -265, hay que retroceder (restar) 60 años:

$-265 - 60 = -325$

$\boxed{\text{Nació en el 325 antes de Cristo}}$

(b) ¿Cuántos años de diferencia hay entre tú y Euclides?

Los años de diferencia se calculan restando los años de nacimiento.

Euclides nació en el -325.

Tú (uno de vosotros) nació en 2005.

$2005 - (-325) = 2005 + 325 = 2330$

$\boxed{\text{Hay 2330 años de diferencia entre tú y Euclides}}$

Problema 2: Euclides, famoso geómetra, murió en el 265 antes de Cristo y vivió 60 años.

(c) ¿En qué año nació una persona dos años mayor que Euclides?

Euclides nació en el -325.

Una persona dos años mayor nació dos años antes.

$-325 - 2 = -327$

$\boxed{\text{Una persona dos años mayor nació en el 327 antes de Cristo}}$

Problema 3: Pilar ingresa mensualmente en una cuenta 125 euros. En esa cuenta también tiene domiciliados dos recibos mensuales de 60 y 32 euros cada uno, uno trimestral de 50 euros y el pago del IBI, que cuesta 232 euros al año. Si abrió la cuenta con 20 euros, ¿cuánto dinero tiene al finalizar un año?

Primero calculamos los ingresos **anuales**:

125 euros $\times$ 12 meses $=$ 1500 euros

20 euros (que puso al abrir la cuenta)

Total Ingresos: 1500 $+$ 20 $=$ 1520 euros

Problema 3: Pilar ingresa mensualmente en una cuenta 125 euros. En esa cuenta también tiene domiciliados dos recibos mensuales de 60 y 32 euros cada uno, uno trimestral de 50 euros y el pago del IBI, que cuesta 232 euros al año. Si abrió la cuenta con 20 euros, ¿cuánto dinero tiene al finalizar un año?

Después calculamos los gastos **anuales**:

60 euros $\times$ 12 meses $=$ 720 euros

32 euros $\times$ 12 meses $=$ 384 euros

50 euros $\times$ 4 trimestres $=$ 200 euros

IBI $=$ 232 euros (anuales)

Total Gastos: $720 + 384 + 200 + 232 = 1536$ euros

Problema 3: Pilar ingresa mensualmente en una cuenta 125 euros. En esa cuenta también tiene domiciliados dos recibos mensuales de 60 y 32 euros cada uno, uno trimestral de 50 euros y el pago del IBI, que cuesta 232 euros al año. Si abrió la cuenta con 20 euros, ¿cuánto dinero tiene al finalizar un año?

La cantidad de dinero a final de año será Ingresos - Gastos:

Dinero final año: 1520 - 1536 = $\boxed{\textbf{-16 euros (Deuda)}}$

Fracciones

Una **fracción** es la expresión de una división que consta de un numerador (*dividendo*) y un denominador (*divisor*).

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son **equivalentes** cuando expresan el mismo número. Para reconocer si dos fracciones son equivalentes, los productos de numerador de una fracción por denominador de la otra han de ser iguales:

$$\frac{2}{3} \text{ y } \frac{4}{5} \text{ equivalentes} \Longleftrightarrow 2 \cdot 5 \neq 3 \cdot 4 \ (\textit{No son equivalentes})$$

$$\frac{2}{14} \text{ y } \frac{3}{21} \text{ equivalentes} \Longleftrightarrow 2 \cdot 21 = 3 \cdot 14 \ (\textit{Sí son equivalentes})$$

¿Cómo obtener fracciones equivalentes?

Si se multiplican los dos miembros de una fracción por el mismo número, se obtiene una fracción equivalente.

$\boxed{\frac{1}{2}}$ y $\frac{1 \cdot 9}{2 \cdot 9} = \boxed{\frac{9}{18}}$ son equivalentes

$\boxed{\frac{7}{3}}$ y $\frac{7 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \boxed{\frac{35}{15}}$ son equivalentes

$\boxed{\frac{5}{14}}$ y $\frac{5 \cdot 3}{14 \cdot 3} = \boxed{\frac{15}{42}}$ son equivalentes

Simplificación de fracciones

Si se dividen los dos términos de una fracción por el mismo número, se obtiene una fracción equivalente. A esto se le llama **simplificación de fracciones**

$\boxed{\dfrac{6}{14}}$ y $\dfrac{6:2}{14:2} = \boxed{\dfrac{3}{7}}$ son equivalentes

$\boxed{\dfrac{15}{45}}$ y $\dfrac{15:3}{45:3} = \boxed{\dfrac{5}{15}}$ son equivalentes

$\boxed{\dfrac{40}{125}}$ y $\dfrac{40:5}{125:5} = \boxed{\dfrac{8}{25}}$ son equivalentes

Para poder simplificar, numerador y denominador de la fracción han de ser divisibles por un mismo número.

Fracción irreducible

- Una fracción que no se puede simplificar se llama **fracción irreducible**.

  $\frac{3}{7}$ $\quad$ $\frac{5}{2}$ $\quad$ $\frac{20}{21}$ $\quad$ $\frac{16}{3}$

- Para obtener la **fracción irreducible** de una fracción, se simplifica ésta todo lo que se pueda, obteniendo al final la **fracción irreducible**

  $$\frac{22}{66} = \frac{11}{33} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

  $$\frac{90}{120} = \frac{9}{12} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

- Todo conjunto de fracciones equivalentes **tienen una única fracción irreducible**.

  $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$ y $\frac{20}{30}$ son fracciones equivalentes cuya fracción irreducible es $\frac{2}{3}$

Ejercicio 1: ¿Son equivalentes?

(a) $\dfrac{12}{5}$ y $\dfrac{23}{9}$ (b) $\dfrac{7}{4}$ y $\dfrac{28}{16}$ (c) $\dfrac{6}{4}$ y $\dfrac{9}{6}$

Ejercicio 2: Para cada fracción, halla dos fracciones equivalentes

(a) $\dfrac{10}{3}$ (b) $\dfrac{9}{5}$ (c) $\dfrac{20}{25}$

Ejercicio 3: Halla la fracción irreducible

(a) $\dfrac{90}{72}$ (b) $\dfrac{36}{30}$ (c) $\dfrac{105}{70}$ (d) $\dfrac{512}{128}$

Ejercicio 1: ¿Son equivalentes?

(a) $\dfrac{12}{5}$ y $\dfrac{23}{9}$

No, ya que $12 \cdot 9 = 108 \neq 5 \cdot 23 = 115$

(b) $\dfrac{7}{4}$ y $\dfrac{28}{16}$

Sí, ya que $7 \cdot 16 = 112 \neq 4 \cdot 28 = 112$

(c) $\dfrac{6}{4}$ y $\dfrac{9}{6}$

Sí, ya que $6 \cdot 6 = 36 \neq 4 \cdot 9 = 36$

Ejercicio 2: Para cada fracción, halla dos fracciones equivalentes

(a) $\frac{10}{3} \longrightarrow \quad \frac{20}{6}, \frac{30}{9}, \ldots$

(b) $\frac{9}{5} \longrightarrow \quad \frac{45}{25}, \frac{18}{10}, \ldots$

(c) $\frac{20}{25} \longrightarrow \quad \frac{4}{5}, \frac{40}{50}, \ldots$

Reducción de fracciones a común denominador:

- ¿Cómo comparamos fracciones con distinto denominador?

$$\frac{5}{11} \text{ y } \frac{2}{5} \qquad\qquad \frac{7}{6} \text{ y } \frac{9}{8}$$

- ¿Cómo sumamos y restamos fracciones con distinto denominador?

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \qquad\qquad \frac{11}{5} - \frac{1}{2}$$

- Para realizar cualquiera de estas operaciones es necesario **reducir a común denominador**, es decir, convertir las fracciones a otras equivalentes (iguales) que tengan el mismo denominador.

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \longrightarrow \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\frac{5}{11} \text{ y } \frac{2}{5} \longrightarrow \frac{25}{55} > \frac{22}{55}$$

$\boxed{\textbf{Reducción de fracciones a común denominador:}}$ Se aplica en caso de comparación, suma o resta de fracciones con distinto denominador.

$$\textit{Queremos ordenar } \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5} \textit{ y } \frac{5}{8}$$

1. Se calcula el mcm de los denominadores, que será el nuevo denominador.

$$\text{mcm}(3,4,5,8) = 120$$

2. *En cada fracción* se divide el mcm entre el denominador, y el resultado obtenido se multiplica por el numerador. Se obtienen así fracciones equivalentes (iguales) a las iniciales.

$$\frac{80}{120}, \frac{90}{120}, \frac{72}{120} \text{ y } \frac{75}{120}$$

$$\frac{72}{120} < \frac{75}{120} < \frac{80}{120} < \frac{90}{120}$$

$$\frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

Ejercicio: Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor, reduciendo a común denominador:

$\frac{7}{5}, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{11}{6}$

Paso 1: $\text{mcm}(5,2,4,6) = 60$

Paso 2: $\frac{}{60}, \frac{}{60}, \frac{}{60}, \frac{}{60}$

$\frac{84}{60}, \frac{90}{60}, \frac{135}{60}, \frac{110}{60}$

$\frac{84}{60} < \frac{90}{60} < \frac{110}{60} < \frac{135}{60}$

$\frac{7}{5} < \frac{3}{2} < \frac{11}{6} < \frac{9}{4}$

Ejercicio 1: Ordena de menor a mayor los siguientes grupos de fracciones, reduciendo primero a común denominador.

(a) $\dfrac{2}{3}$ y $\dfrac{5}{9}$ (b) $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{5}{6}$ y $\dfrac{11}{18}$

Ejercicio 2: Realiza las siguientes operaciones combinadas:

(a) $7^2 - [3 \cdot 5 - 6 \cdot 2 - (-7 + 16)] : (5^2 - 6^2 + 9) =$

(b) $[11 - 5 - 3 \cdot (-4)] : (-2) + (-15 - 9) : (-3) \cdot (8 - 3) =$

Ejercicio 3: Simplifica hasta obtener la fracción irreducible:

(a) $\dfrac{35}{245}$ (b) $\dfrac{24}{108}$

Ejercicio Repaso 1: Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor, reduciendo a común denominador:

$\frac{3}{2}$, $\frac{36}{25}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{8}{5}$

Paso 1: mcm(2,25,4,5) $= 100$

Paso 2: $\frac{3 \cdot 50}{100}$, $\frac{36 \cdot 4}{100}$, $\frac{7 \cdot 25}{100}$, $\frac{8 \cdot 20}{100}$

$\frac{150}{100}$, $\frac{144}{100}$, $\frac{175}{100}$, $\frac{160}{100}$

$$\frac{144}{100} < \frac{150}{100} < \frac{160}{100} < \frac{175}{100}$$

$$\boxed{\frac{36}{25} < \frac{3}{2} < \frac{8}{5} < \frac{7}{4}}$$

Ejercicio Repaso 2: Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor, reduciendo a común denominador:

$\frac{8}{9}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{7}{8}, \frac{4}{5}$

Paso 1: mcm(9,4,3,8,5) $= 360$

Paso 2: $\frac{8 \cdot 40}{360} \qquad , \frac{3 \cdot 90}{360} \qquad , \frac{1 \cdot 120}{360} \qquad , \frac{7 \cdot 45}{360} \qquad , \frac{4 \cdot 72}{360}$

$\frac{320}{360}, \frac{270}{360}, \frac{120}{360}, \frac{315}{360}, \frac{288}{360}$

$\frac{120}{360} < \frac{270}{360} < \frac{288}{360} < \frac{315}{360} < \frac{320}{360}$

$\boxed{\frac{1}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{7}{8} < \frac{8}{9}}$

$\boxed{\textbf{Problemas con fracciones:}}$

- **1. Calcular una parte, conocido el total (Fracción de un número).**
- **2. Calcular el total, conocida una parte.**
- **3. Castillos de fracciones.**

1. Calcular una parte, conocido el total (Fracción de un número)

Para calcular la fracción de un número, multiplicamos el número por el numerador, y dividimos el resultado por el denominador.

$$\frac{5}{6} \text{ de } 42 = \frac{5 \cdot 42}{6} = \frac{210}{6} = \boxed{35}$$

$$\frac{3}{5} \text{ de } 185 = \frac{3 \cdot 185}{5} = \frac{555}{5} = \boxed{111}$$

$$\frac{11}{9} \text{ de } 108 = \frac{11 \cdot 108}{9} = \frac{1188}{9} = \boxed{136}$$

1. Calcular una parte, conocido el total (Fracción de un número)

Ejemplo 1: En una clase de 32 alumnos, 3/4 *han ido a una excursión. ¿Cuántos han ido de excursión?*

Tenemos que calcular los $\frac{3}{4}$ de 32 (*Fracción de un número*)

$$\frac{3}{4} \text{ de } 32 = \frac{3 \cdot 32}{4} = 24 \text{ alumnos}$$

Han ido de excursión 24 alumnos

1. Calcular una parte, conocido el total (Fracción de un número)

Ejemplo 2: En unas fiestas patronales, un bar ha vendido $7/12$ *de las 600 botellas que tenía. ¿Cuántas le quedan?*

Tenemos que calcular los $\frac{7}{12}$ de 600 (*Fracción de un número*)

$$\frac{7}{12} \text{ de } 600 = \frac{7 \cdot 600}{12} = 350 \text{ botellas}$$

Ha vendido 350 botellas

Le quedan 600 - 350 = 250 botellas

2. Calcular el total, conocida una parte.

Ejemplo 1: Hemos hecho tres cuartas partes de nuestro viaje y nos quedan 120 km para llegar a destino. ¿De cuántos km es el viaje?

Método 1 (Regla de tres)

Sabemos que 120 km son 1/4 del viaje. Aplicamos una regla de tres:

$$\frac{1}{4} = 0'25 \longrightarrow 120 \text{ km}$$

$$\frac{4}{4} = 1 \longrightarrow x \text{ km (Total viaje)}$$

Resolvemos la regla de tres:

$$x = \frac{1 \cdot 120}{0'25} = \boxed{480 \text{ km}}$$

2. Calcular el total, conocida una parte.

Ejemplo 1: Hemos hecho tres cuartas partes de nuestro viaje y nos quedan 120 km para llegar a destino. ¿De cuántos km es el viaje?

Método 2 (Reducción)

Sabemos que 120 km son $\frac{1}{4}$ del viaje. El viaje total serían $\frac{4}{4}$

Si 120 km son $\frac{1}{4}$, los $\frac{4}{4}$ serán $120 \cdot 4 = 480$ km

El viaje total son 480 km

2. Calcular el total, conocida una parte.

Ejemplo 2: Una piscina está llena hasta los 7/9 de su capacidad. Aun se necesitan 880 litros para que se llene. ¿Qué capacidad tiene la piscina?

Método 1 (Regla de tres)

Sabemos que 880 litros son 2/9 de la capacidad. Aplicamos una regla de tres:

$$\frac{2}{9} = 0'\widehat{2} \longrightarrow 880 \text{ litros}$$

$$\frac{9}{9} = 1 \longrightarrow \text{x litros (Capacidad piscina)}$$

Resolvemos la regla de tres:

$$x = \frac{1 \cdot 880}{0'\widehat{2}} = \boxed{3960 \text{ litros}}$$

2. Calcular el total, conocida una parte.

Ejemplo 2: Una piscina está llena hasta los 7/9 de su capacidad. Aun se necesitan 880 litros para que se llene. ¿Qué capacidad tiene la piscina?

Método 2 (Reducción)

Faltan $\frac{2}{9}$ para llenarla, que nos dicen que son 880 litros.

Si $\frac{2}{9}$ son 880 litros, entonces $\frac{1}{9}$ son $880{:}2 = 440$ litros

Por lo tanto $\frac{9}{9}$, el total de la piscina, serán $440 \cdot 9 = 3960$ litros

La piscina tiene una capacidad de 3960 litros

2. Calcular el total, conocida una parte.

Ejemplo 3: Me he comido tres de los ocho trozos de una pizza familiar, con lo que he tomado 217'5 gramos de pizza. ¿Cuánto pesaba la pizza entera?

Método 1 (Regla de tres)

Sabemos que 217'5 gramos son 3/8 de la pizza. Aplicamos una regla de tres:

$$\frac{3}{8} = 0'375 \longrightarrow 217'5 \text{ gramos}$$

$$\frac{8}{8} = 1 \longrightarrow x \text{ gramos (Peso pizza entera)}$$

Resolvemos la regla de tres:

$$x = \frac{1 \cdot 217'5}{0'375} = \boxed{580 \text{ gramos}}$$

2. Calcular el total, conocida una parte.

Ejemplo 3: Me he comido tres de los ocho trozos de una pizza familiar, con lo que he tomado 217'5 gramos de pizza. ¿Cuánto pesaba la pizza entera?

Método 2 (Reducción)

Si $\dfrac{3}{8}$ son 217'5 gramos, entonces $\dfrac{1}{8}$ son 217'5:3 = 72'5 gramos

Por lo tanto, el total, $\dfrac{8}{8}$, serán 72'5·8 = 580 gramos

La pizza pesaba 580 gramos

3. Castillos de fracciones

Un **castillo de fracciones** es una expresión en la que nos aparece una fracción en el numerador y otra fracción en el denominador.

Para resolverla, el nuevo numerador será el producto de los *extremos*, y el nuevo denominador será el producto de los *medios*.

$$\frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{9}} = \frac{1 \cdot 9}{5 \cdot 2} = \boxed{\frac{9}{10}}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{8}} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{24}{36} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

3. Castillos de fracciones

Ejemplo 1: $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}$ **Prueba Ciclos 2018**

$$1+\cfrac{1}{\frac{2}{2}+\frac{1}{2}}$$

$$1+\cfrac{1}{\cfrac{3}{2}}$$

$$1+\cfrac{\frac{1}{1}}{\frac{3}{\ldots}}$$

3. Castillos de fracciones

Ejemplo 2: $$\frac{\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{1}{2}}{6-\frac{3}{5}}$$

$$\frac{\frac{4}{6}+\frac{5}{6}-\frac{3}{6}}{\frac{30}{5}-\frac{3}{5}}$$

$$\frac{\frac{6}{6}}{\frac{27}{5}} = \qquad \frac{6\cdot 5}{6\cdot 27}$$

$$30 \quad = \qquad \boxed{5}$$

Problema 1: De los 28 000 asistentes a un partido de fútbol, $11/14$ son hombres. ¿Cuántas mujeres hay en el partido?

Problema 2: $2/3$ de los coches que vendió un concesionario el mes pasado son de gasolina. ¿Cuántos son de gasolina?

Problema 3: En un comedor han sobrado 16 kg de comida, $1/5$ de lo que tenían al principio. ¿Cuánta comida había al principio?

Problema 4: $7/18$ de los alumnos de un instituto son chicas. Si hay 161 chicas, ¿cuántos alumnos hay en total?

Problema 5: En una zona de la costa hay 510 pisos vacíos, que suponen $5/12$ del total. ¿Cuántos pisos hay en total?

Suma y resta de fracciones

Para poder sumar o restar dos o más fracciones deben tener el mismo denominador.

Pasos

1. Se reducen a común denominador las fracciones.
2. Se suman o restan los numeradores, manteniendo el denominador (*y se simplifica el resultado, si es posible*).

Suma y resta de fracciones

Ejemplo 1: $$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$$

mcm(4,6,8) $=$ 24

Convertimos las fracciones en otras equivalentes a ellas con denominador 24:

$$\frac{}{24}+\frac{}{24}-\frac{}{24}=$$

Calculamos los numeradores:

$$\frac{6}{24}+\frac{20}{24}-\frac{9}{24}=$$

$$\boxed{\frac{17}{24}}$$

Suma y resta de fracciones

Ejemplo 2: $$\frac{3}{5}+\frac{11}{10}-\frac{7}{8}-\frac{2}{15}=$$

mcm(5,10,8,15) $=$ 120

Convertimos las fracciones en otras equivalentes a ellas con denominador 120:

$$\frac{}{120}+\frac{}{120}-\frac{}{120}-\frac{}{120}=$$

Calculamos los numeradores:

$$\frac{72}{120}+\frac{132}{120}-\frac{105}{120}-\frac{16}{120}=$$

$$\boxed{\frac{83}{120}}$$

Suma y resta de fracciones

Ejemplo 3: $\dfrac{7}{10}+\dfrac{2}{7}-\dfrac{3}{5}+\dfrac{9}{14}=$

mcm(10,7,5,14) $=70$

Convertimos las fracciones en otras equivalentes a ellas con denominador 120:

$$\frac{}{70}+\frac{}{70}-\frac{}{70}+\frac{}{70}=$$

Calculamos los numeradores:

$$\frac{49}{70}+\frac{20}{70}-\frac{42}{70}+\frac{45}{70}=$$

$$\frac{72}{70}=\boxed{\frac{36}{35}}$$

Multiplicación de fracciones

Para multiplicar fracciones **no es necesario que tengan el mismo denominador.**

Pasos

1. El nuevo numerador es el producto de los numeradores.
2. El nuevo denominador es el producto de los denominadores.
3. Se simplifica el resultado (*si es necesario*).

Multiplicación de fracciones

- $\dfrac{11}{5} \cdot \dfrac{3}{4} = \boxed{\dfrac{33}{20}}$

- $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{4}{5} = \dfrac{24}{60} = \boxed{\dfrac{2}{5}}$

- $\dfrac{2}{11} \cdot \dfrac{7}{4} \cdot \dfrac{3}{14} \cdot \dfrac{2}{9} = \dfrac{2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2}{11 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 9} = \dfrac{84}{5544} = \boxed{\dfrac{1}{66}}$

División de fracciones

Para dividir fracciones **tampoco es necesario que tengan el mismo denominador.**

Pasos

1. El nuevo numerador es el producto del numerador de la 1ª fracción por el denominador de la 2ª.
2. El nuevo denominador es el producto del denominador de la 1ª fracción por el numerador de la 2ª.
3. Se simplifica el resultado (*si es necesario*).

División de fracciones

- $\frac{5}{4} : \frac{2}{5} = \boxed{\frac{25}{8}}$

- $\frac{3}{7} : \frac{6}{21} = \frac{63}{42} = \boxed{\frac{3}{2}}$

- $\frac{10}{3} : \frac{5}{7} : \frac{9}{4} = \frac{70}{15} : \frac{9}{4} = \frac{14}{3} : \frac{9}{4} = \boxed{\frac{56}{27}}$

Operaciones combinadas con fracciones

Siguen las mismas normas que las operaciones combinadas con números enteros.
Debe simplificarse siempre que sea posible.

1. Se realizan las operaciones entre paréntesis y corchetes.
2. Se realizan multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha).
3. Se realizan sumas y restas.
4. Se simplifica el resultado (*si es necesario*).

Operaciones combinadas con fracciones

Ejemplo 1: $-\frac{1}{3}-\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{10}\right):4+\frac{7}{12}$

1. Se realizan las operaciones entre paréntesis y corchetes.

   $-\frac{1}{3}-\left(\frac{4}{10}-\frac{3}{10}\right):4+\frac{7}{12}=-\frac{1}{3}-\frac{1}{10}:4+\frac{7}{12}=$

2. Se realizan multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha).

   $-\frac{1}{3}-\frac{1}{40}+\frac{7}{12}=$

3. Se realizan sumas y restas.

   $-\frac{40}{120}-\frac{3}{120}+\frac{70}{120}=$

4. Se simplifica el resultado (*si es necesario*). $\frac{27}{120}=\boxed{\frac{9}{40}}$

Ejercicio 1: Resuelve las siguientes operaciones con fracciones:

(a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6} =$

(b) $\frac{7}{3} \cdot \left(\frac{9}{2} - \frac{5}{4}\right) + \frac{8}{5} : \frac{1}{4} =$

(c) $\frac{5}{8} + \frac{1}{5} : \frac{2}{3} + 2 \cdot \left(\frac{6}{5} - 1\right) =$

Ejercicio 2: Resuelve la siguiente operación combinada:

$4 \cdot 5 - (-5 - 7 + 4) : (+3) - [12 - (4 - 9)] =$

Problema 1: Alberto hace fotocopias en una oficina. Hoy tiene que realizar 800 fotocopias. Antes del desayuno hizo las $2/5$ partes, y $1/4$ hasta la hora de comer. ¿Cuántas fotocopias le faltan por hacer?

Operaciones combinadas con fracciones

Ejemplo 2: $\frac{2}{7} : \left(-\frac{4}{5} + \frac{8}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{4}\right)$

1. Se realizan las operaciones entre paréntesis y corchetes.

   $\frac{2}{7} : \left(-\frac{12}{15} + \frac{40}{15}\right) \cdot \left(-\frac{6}{4}\right) = \frac{2}{7} : \frac{28}{15} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) =$

2. Se realizan multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha).

   $\frac{30}{196} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{15}{98} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{45}{196}$

3. Se realizan sumas y restas.

4. Se simplifica el resultado (*si es necesario*). $\boxed{-\frac{45}{196}}$

Ejercicio 1: Resuelve:

$$\frac{8}{3} \cdot \left(3 - \frac{12}{15}\right) + \frac{4}{5} : 6 =$$

Ejercicio 2: Resuelve:

$$(+57) : (-5 - 2 + 4) - [7 \cdot 2 - (-5 - 6)] =$$

Problema 1: Una marca de coches dictamina que $3/8$ de los 200 coches fabricados un día deben ser inspeccionados. ¿Cuántos coches inspeccionarán?

Problema 2: En los hospitales españoles hay tan solo 39 matronas que sean hombres, lo que supone $3/127$ del total. ¿Cuántas matronas hay en España?

Ejercicio 1: Resuelve:

$$\frac{8}{3} \cdot \left(3 - \frac{12}{15}\right) + \frac{4}{5} : 6 =$$

$$\frac{8}{3} \cdot \left(3 - \frac{4}{5}\right) + \frac{4}{5} : 6 =$$

$$\frac{8}{3} \cdot \left(\frac{15}{5} - \frac{4}{5}\right) + \frac{4}{5} : 6 =$$

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{11}{5} + \frac{4}{5} : 6 =$$

$$\frac{88}{15} + \frac{4}{30}$$

$$\frac{88}{15} + \frac{2}{15}$$

$$\frac{90}{15}$$

Ejercicio 2: Resuelve:

$(+57) : (-5 - 2 + 4) - [7 \cdot 2 - (-5 - 6)] =$

$(+57) : (-7 + 4) - [14 - (-11)] =$

$(+57) : (-3) - [14 + 11] =$

$-19 - 25 =$

$\boxed{\text{-44}}$

Problema 1: Una marca de coches dictamina que $3/8$ de los 200 coches fabricados un día deben ser inspeccionados. ¿Cuántos coches inspeccionarán?

Problema 2: En los hospitales españoles hay tan solo 39 matronas que sean hombres, lo que supone 3/127 del total. ¿Cuántas matronas hay en España?

Resolvemos mediante una regla de tres:

$$0'02\ldots = \frac{3}{127} \longrightarrow 39 \text{ matronas}$$

$$1 = \frac{127}{127} \longrightarrow \text{x matronas}$$

Resolvemos:

$$x = \frac{39 \cdot 1}{0'02\ldots} = \boxed{1651 \text{ matronas}}$$