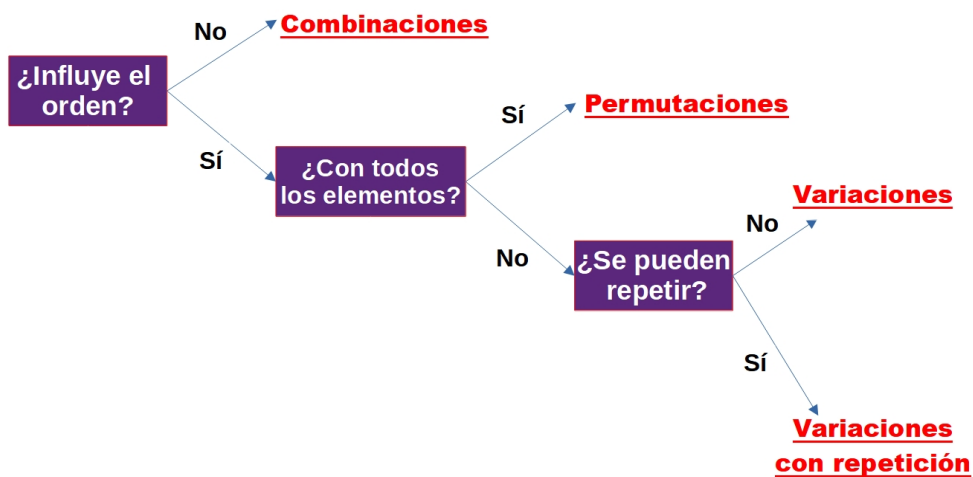


Ficha Única Tema 6 - Matemáticas B 4º ESO



Variaciones, Permutaciones y Combinaciones

1. En un restaurante, el menú del día tiene 3 primeros platos, 3 segundos, y 4 postres para elegir. ¿Cuántos menús diferentes podemos confeccionar? Utiliza el método del producto y represéntalos con un diagrama de árbol.
2. Determina las distintas posibilidades que se podrían dar si extraemos dos bolas de una urna con 5 bolas amarillas, 4 bolas azules y 2 bolas negras.
3. Se quiere plantar en un jardín dos tipos de árboles, sauces y álamos. Si hay espacio para poner tres árboles, ¿qué posibilidades se pueden dar?
4. Se lanza un dado cúbico para formar un número de dos cifras. ¿Qué números podríamos formar? ¿Cuál es el número más grande? ¿Cuántos números comienzan por tres?
5. Tenemos dos bolsas de caramelos: la primera, con 3 caramelos rojos y 2 amarillos; la segunda con 4 caramelos naranjas y 1 verde. Lanzamos un dado, si sale un número menor o igual que dos, extraemos un caramelo de la primera bolsa; si sale un número mayor que dos, extraemos un caramelo de la segunda bolsa. ¿Qué posibilidades se pueden dar?
6. Calcula los siguientes números combinatorios:
(a) $\binom{17}{14}$ (b) $\binom{8}{4}$ (c) $\binom{13}{11}$ (d) $\binom{14}{10}$ (e) $\binom{9}{3}$ (f) $\binom{22}{20}$
7. Opera y simplifica, ayudándote de la calculadora cuando sea necesario:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \binom{17}{16} - \binom{8}{1} - \binom{9}{1} + \binom{15}{0} & \text{(b)} \binom{15}{1} - \binom{7}{3} + \binom{5}{2} - \binom{11}{10} & \text{(c)} \binom{7}{5} - 5 \cdot \binom{8}{0} + 2 \cdot \binom{5}{2} \\
 \text{(d)} \binom{4}{3} - \binom{12}{2} + \binom{12}{10} & \text{(e)} 2 \cdot \binom{6}{5} - 4 \cdot \binom{7}{5} + \binom{7}{1} + 2 \cdot \binom{6}{4} & \text{(f)} \binom{8}{3} - \binom{7}{4} - 2 \cdot \binom{8}{5}
 \end{array}$$

8. Halla estas variaciones:

- (a) De 6 elementos, tomados de 3 en 3
- (b) De 10 elementos, tomados de 2 en 2
- (c) De 19 elementos, tomados de 4 en 4
- (d) Con repetición, de 4 elementos tomados de 3 en 3
- (e) Con repetición, de 20 elementos tomados de 5 en 5
- (f) Con repetición, de 17 elementos tomados de 4 en 4

9. Calcula las siguientes variaciones:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} V_{4,2} & \text{(b)} V_{8,3} & \text{(c)} VR_{7,2} \\
 \text{(d)} VR_{6,4} & \text{(e)} V_{10,5} & \text{(f)} V_{11,9}
 \end{array}$$

10. Determina el valor de m para que las siguientes igualdades sean correctas:

$$\text{(a)} V_{m,2} = 12 \qquad \text{(b)} V_{m,4} = 360 \qquad \text{(c)} VR_{3,m} = 81 \qquad \text{(d)} VR_{m,5} = 32$$

11. Las matrículas de los vehículos en España constan de 4 números y 3 letras sacadas de un alfabeto de 21 letras (*pues se excluyen la ñ y las vocales*). Calcula cuántas matrículas diferentes se pueden hacer.

12. En la quiniela se deben seleccionar los valores 1, X o 2 para rellenar cada fila. Si una quiniela consta de 14 filas, calcula cuántas posibilidades distintas existen para rellenar una quiniela.

13. En la antigua Lotería Primitiva se elegían 6 números de 50 totales. ¿Cuántas posibles elecciones se pueden hacer?

14. La fila de un cine consta de 19 butacas. ¿De cuántas formas se pueden sentar 15 espectadores?

15. En un examen de Matemáticas que consta de 5 preguntas, un alumno debe contestar a 4. ¿Cuántos exámenes diferentes puede hacer el alumno?

16. Los centros de enseñanza intentan separar a hermanos gemelos y mellizos de forma que no coincidan en una misma clase. Si en un centro hay 4 clases de 4^º ESO, ¿de cuántas formas se pueden asignar en diferentes aulas a dos hermanos gemelos?

17. Un estudiante tiene que realizar deberes de 3 asignaturas durante una tarde. ¿De cuántas maneras puede organizarse la tarea?

- 18.** (a) Cristina tiene 10 camisetas diferentes. ¿De cuántas formas puede ponérselas para no repetir camiseta ningún día de la semana? (b) Si además tiene 3 pantalones, ¿cuántos conjuntos diferentes de ropa puede formar?
- 19.** Una empresa utiliza 5 tipos de aceituna para hacer aceite. Si nunca mezcla más de dos tipos para hacer aceite, ¿cuántos tipos diferentes de aceite puede hacer?
- 20.** Con las letras de la palabra AMIGO se van a construir palabras, con o sin sentido, de cuatro letras. ¿Cuántas palabras se podrían formar, suponiendo que una misma letra puede repetirse? ¿Y sin repetirse?
- 21.** Para crear una bandera se van a elegir cuatro colores entre siete disponibles. ¿Cuántas banderas se podrían dar si las cuatro rayas van a ser verticales?
- 22.** Para jugar a juego de azar hay que seleccionar par o impar. ¿Cuántas combinaciones pueden darse en 4 rondas del juego?
- 23.** En el famoso juego de piedra, papel o tijera se puede ganar, perder o empatar (*cuando los dos escogen lo mismo*). Si se han jugado 4 rondas, indica las posibilidades, en lo referente a ganar, perder o empatar. ¿Cuántas posibilidades totales hay? ¿En cuántas se gana exactamente dos veces?
- 24.** ¿Cuántas palabras de 4 letras se pueden formar con las letras de la palabra DECIMAL?
- 25.** En una clase hay 25 alumnos y se forman grupos de 5 alumnos para realizar un trabajo de Matemáticas. ¿Cuántos grupos diferentes se pueden hacer?
- 26.** En el cumpleaños de mi hermano pequeño tenemos juguetes diferentes para repartir entre sus amigos. Determina de cuántas formas diferentes se pueden repartir:
(a) Si hay 5 juguetes y 5 niños.
(b) Si hay 3 juguetes para 7 niños.
- 27.** ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con los dígitos 0, 2, 3, 4, 5, 8 y 9? ¿Y cuántos números de 5 cifras?
- 28.** En un parque de bomberos trabajan 20 bomberos. Para hacer las guardias nocturnas se reparten en grupos de 4. ¿Cuántas cuadrillas pueden hacerse?
- 29.** ¿Cuántas tripulaciones de 6 remeros se pueden hacer con 12 remeros?
- 30.** A una reunión acuden 10 directivos. ¿Cuántos apretones de manos habrá si todos saludan a todos?

- 31.** Se han presentado a una entrevista de trabajo 200 aspirantes. Si se cubren 9 vacantes, ¿cuántas posibilidades hay?
- 32.** ¿Cuántos productos (*multiplicaciones*) se pueden hacer con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 7 de forma que cada producto tenga exactamente tres factores?
- 33.** En una comarca hay 9 pueblos. Se construyen vías que los conectan dos a dos de forma independiente al resto. ¿Cuántas vías se construyen?
- 34.** Calcula cuantos códigos se pueden construir con las letras de la palabra SUMATE, en los siguientes casos:
- (a) Tienen 4 letras y no se pueden repetir letras.
 - (b) Tienen 4 letras y se pueden repetir letras.
 - (c) Tienen 6 letras.
- 35.** Para gobernar un ayuntamiento, un partido presenta 7 candidatos.
- (a) ¿De cuántas maneras se puede organizar la lista?
 - (b) Sabiendo que han obtenido 3 concejales, ¿cuántas posibilidades diferentes hay de cubrir los puestos?
- 36.** Para generar una contraseña para el ordenador se utilizan ocho caracteres: uno de ellos es una letra mayúscula, dos son cifras numéricas diferentes, y los otros cinco se escogen entre las letras minúsculas. ¿Cuántas contraseñas se pueden dar?
- (a) Si las letras minúsculas se pueden repetir.
 - (b) Si las letras minúsculas no se pueden repetir.
- 37.** Las notas de un boletín tienen las siguientes calificaciones: A+, A, B, C y D. Si un alumno tiene 7 materias, ¿cuántos boletines distintos podría haber?
- 38.** Una plataforma tiene 50 canales de TV. Una persona ve cada noche de la semana un canal diferente. ¿Cuántas combinaciones de 7 canales podemos ver a lo largo de una semana?
- 39.** En una clase de 30 alumnos hay que escoger delegado y subdelegado. ¿Cuántas combinaciones de esos cargos puede haber?
- 40.** En la primera división de fútbol hay 20 equipos. ¿Cuántos partidos se juegan teniendo en cuenta que hay ida y vuelta?
- 41.** Cinco amigos viajan a la playa en un coche. Si sólo dos de ellos tienen carné de conducir, ¿de cuántas formas pueden sentarse?
- 42.** En una carrera solidaria escolar participan 15 corredores en la categoría senior. Los tres primeros clasificados recibirán una medalla de oro, una de plata y una de bronce, respectivamente. ¿De cuántas formas

distintas puede quedar el podio de la carrera?

43. En una clase de 25 alumnos, se quiere elegir a un grupo de 4 estudiantes para formar el "Comité de Sostenibilidad" que se encargará de gestionar el reciclaje del centro. Todos los miembros del comité tienen la misma responsabilidad. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?

44. Un nuevo modelo de smartphone permite configurar un código de desbloqueo de 6 dígitos. Si decidimos que el código debe usar los dígitos del 1 al 6 sin repetir ninguno (es decir, usando todos los números una sola vez), ¿cuántas combinaciones de seguridad diferentes podríamos crear?

45. Un restaurante ofrece un menú de degustación donde el cliente debe elegir 3 tapas distintas de una lista de 10 disponibles. ¿Cuántas elecciones diferentes de menús de tapas puede hacer un cliente?

46. El equipo del periódico escolar tiene 8 redactores. Deben asignar a una persona para cubrir la sección de "Deportes", a otra para "Culturaz" a otra para "Sucesos Locales". Ningún redactor puede cubrir más de una sección. ¿De cuántas maneras se pueden asignar estos tres roles?

Probabilidad y Estadística

Experimentos aleatorios. Sucesos

47. Clasifica los siguientes experimentos en deterministas o aleatorios.

- (a) Medir el tiempo empleado por un atleta en una carrera.
- (b) Coger un puñado de caramelos de una bolsa y contar cuántos son.
- (c) Elegir un número menor que 12.
- (d) Número de pasajeros de un autobús a una hora determinada.
- (e) Calificación obtenida en un test.
- (f) Distancia recorrida por un vehículo que circula a 80 km/h
- (g) Cantidad de caracteres escritos en un mensaje de Twitter
- (h) Nº de monedas de 1 euro que te dan a cambio de 4 billetes de 5 euros.

48. Julio lanza dos dados y realiza el producto de las puntuaciones obtenidas. Escribe el espacio muestral de este experimento.

49. Considera el experimento que consiste en extraer al azar una bola de una bolsa que contiene bolas grandes, medianas y pequeñas, tanto blancas como negras en todos los tamaños. Describe el espacio muestral cuando:

- (a) Nos fijamos sólo en tamaño
- (b) Nos fijamos sólo en color
- (c) Nos fijamos en tamaño y color

50. Extraemos al azar una carta de la baraja española y consideramos los sucesos: A = Sacar as, B = Sacar bastos, C = Sacar caballo, D = No sacar figura, F = Sacar oros.

- (a) Halla la intersección dos a dos de todos los posibles pares de sucesos.
 (b) ¿Son compatibles dos a dos estos sucesos?

51. Escogemos al azar un número del 1 al 9 y consideramos los sucesos $A = \text{Salir par}$, $A = \text{Salir par}$, $A = \text{Salir par}$, $A = \text{Salir par}$, $A = \text{Salir par}$, $A = \text{Salir par}$, $A = \text{Salir par}$. Calcula:

- (a) Los contrarios de todos los sucesos.
 (b) La intersección 2 a 2 de los sucesos A, B, D, F y G
 (c) $A \cup B \cup C$ (d) $F \cap B \cap D$
 (e) $(A \cup B \cup C) \cap G$ (f) $(G \cup C) \cap (A \cup D)$
 (g) $\overline{F} \cap (A \cup G)$ (h) $\overline{H \cup C} \cap F$

52. Una caja contiene cinco tornillos de los cuales dos son defectuosos. Escribe el espacio muestral asociado al experimento que consiste en escoger al azar un tornillo hasta encontrar uno defectuoso.

- (a) Si no se devuelven los tornillos a la caja
 (b) Si se devuelven los tornillos a la caja

Cálculo de probabilidades

53. En un bombo hay 10 bolas numeradas del 0 al 9. Se repite 100 veces el experimento que consiste en extraer una bola, anotar su número y devolverla. Los resultados son:

Bola	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frecuencia	7	13	11	12	8	10	12	6	10	11

Si consideramos los sucesos $A = \text{Múltiplo de 3}$, $B = \text{Número impar}$, $C = \text{Divisor de 6}$, calcula:

- (a) La frecuencia relativa de A, B y C
 (b) La frecuencia relativa de $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$
 (c) La probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores. ¿Se parece a la frecuencia?

54. (a) El 15% de los estudiantes de un instituto tiene los ojos azules, el 45% los tiene marrones, el 30% verde, y el resto, grises. Elegido un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que sus ojos sean:

- (a.1) Verdes (a.2) Marrones o grises (a.3) No azules

(b) Si un espacio muestral tiene 4 sucesos elementales, razona si esta afirmación puede ser cierta: *la probabilidad de los sucesos elementales es, respectivamente, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{20}$*

55. En un dado truco se tiene que $P(1) = P(2) = P(3) = 0'14$, y $P(4) = P(5) = P(6) = x$. Calcula el valor de x.

56. Sean A y B dos sucesos tales que la probabilidad de su unión es 0'9, y la de su intersección es 0'1. ¿Son A y B contrarios uno de otro?

- 57.** En una peña, la probabilidad de que, elegida una persona al azar, sea un chico, es 0'48.
 (a) Calcula la probabilidad de elegir a una chica.
 (b) ¿Cuántos miembros tiene la peña si hay 13 chicas?
- 58.** En un dado trucado, la probabilidad de las caras es: $P(1) = P(2) = P(3) = P(6) = 0'1$. Si $P(4) = 2 \cdot P(5)$, ¿cuánto valen las probabilidades de 4 y 5?, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?
- 59.** Se lanzan al aire cuatro monedas iguales. Calcula la probabilidad de obtener:
- (a) Cuatro caras (b) Al menos dos caras
 (c) Exactamente una cara (d) Ninguna cara
 (e) Al menos una cara (f) Como máximo dos caras
- 60.** Suponiendo que la probabilidad de nacer niño y la de nacer niña es la misma, calcula la probabilidad de que una pareja que piensa tener 3 hijos tenga:
- (a) Tres niños (b) Dos niños y una niña (c) Al menos uno de cada
- 61.** En un test, cada pregunta tiene 4 posibles respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Si se contesta al azar y el test tiene 4 preguntas, calcula:
- (a) La probabilidad de acertar exactamente una
 (b) La probabilidad de acertar exactamente cuatro
 (c) La probabilidad de acertar al menos dos
- 62.** En una carnicería se venden, entre otras, carnes de los tipos A, B y C. Los clientes compran de esas carnes con las siguientes probabilidades:
 $P(A) = 0.1$ $P(B) = 0.25$ $P(C) = 0.3$
 $P(AB) = 0.06$ $P(AC) = 0.15$ $P(BC) = 0.04$ $P(ABC) = 0.003$
 Halla la probabilidad de estos sucesos:
 (a) Comprar la carne tipo A o la carne tipo B
 (b) Comprar alguno de los tres tipos de carne
 (c) No comprar ninguno de los tres tipos de carne

Probabilidad condicionada

- 63.** Se ha lanzado un dado. ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido un 6 si se sabe que ha salido un número par?
- 64.** Se ha extraído una carta de la baraja española. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una sota sabiendo que ha salido una figura?
- 65.** Rocío lanza dos dados y suma las puntuaciones. Calcula la probabilidad de que una de las puntuaciones sea un 3 si se sabe que la suma ha sido 5.

- (a) Las bolas sean rojas (b) Las bolas sean del mismo color
(c) Las bolas sean de distinto color (d) La primera bola sea azul

73. Se extraen tres bolas de una bolsa en la que hay 5 bolas rojas, 2 bolas azules y 1 amarilla. Calcula la probabilidad de que:

- (a) Las tres bolas sean del mismo color (b) Dos sean rojas y una azul
(c) Dos sean azules y una amarilla

74. En una baraja española se extraen 4 cartas:

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar 4 reyes si cada vez que extraemos una carta la devolvemos al mazo?
(b) ¿Y si no la devolviéramos?

75. Si la probabilidad de que una chincheta caiga con la punta hacia arriba es $0'4$, al lanzar dos chinchetas, ¿cuál es la probabilidad de que una caiga con la punta hacia arriba y la otra lo haga con la punta hacia abajo?

Problemas con probabilidades

76. Jorge y Luisa son arqueros. Jorge hace diana en el 68 % de los casos y Luisa en el 75 % de los casos. Si los dos lanzan sus flechas a la misma diana, ¿cuál es la probabilidad de que alguno haga blanco?

77. En un restaurante en que todos los clientes toman alguno de los platos, el 68 % come carne o pescado y el 8 % come ambos platos. Un 52 % no come carne. Se elige un comensal del restaurante al azar. Halla la probabilidad de que coma:

- (a) Sólo carne (b) Sólo uno de los dos platos
(c) Sólo pescado (d) Ni carne ni pescado

78. Mario sólo ha estudiado 4 de los 7 temas de que consta el examen. El profesor elige tres temas al azar de los 7 y cada estudiante elige uno de esos 3 para examinarse. Calcula la probabilidad de que Mario pueda elegir uno de los que sabe.

79. En una clase el 52 % lleva gafas y el 30 % no lleva gafas ni lentillas. El 40 % son chicas, y el 13 % son chicas que llevan lentillas. El 19 % son chicos que no llevan ni gafas ni lentillas. Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

- (a) Lleve lentillas (b) Sea chica sin gafas ni lentillas
(c) Sea chico con gafas (d) Lleve lentillas sabiendo que es chico

80. En un grupo de hombres y mujeres donde el número de mujeres es el doble que el de hombres, el 45 % de los hombres ha viajado al extranjero y el 58 % de las mujeres no ha viajado al extranjero. Elegida una persona al azar, halla la probabilidad de que:

- (a) No haya viajado al extranjero
- (b) Sea una mujer que ha viajado al extranjero

Premio Extraordinario ESO - Problemas Estadística y Probabilidad

81. Nunha cidade hai 4 cruzamentos con semáforos. Cada semáforo abre ou pecha o tráfico coa mesma probabilidade de 0,5. Determina a probabilidade de que un coche: (*Examen 2020-21*)

- (a) pase o primeiro cruzamento sen deterse
- (b) pase os dous primeiros cruzamentos sen deterse
- (c) pase dous cruzamentos sen deterse e pare en dous semáforos
- (d) pase todos os cruzamentos sen deterse

82. Temos 18 tarxetas marcadas cos números do 1 ao 18. Cal é a probabilidade de seleccionar unha tarxeta que teña a seguinte propiedade? (*Examen 2020-21*)

- (a) Número par
- (b) Número divisible por 3
- (c) Número primo
- (d) Número divisible por 6

83. (a) Unha bolsa contén 14 bolas azuis, 6 vermellas, 12 verdes e 8 púrpuras. Quítanse 25 bolas da bolsa ao azar. Cantas das bolas eliminadas eran vermellas se a probabilidade de sacar unha bola vermella da bolsa agora é $1/3$?

(b) Cales destes números non corresponden a unha probabilidade? Xustifica a túa resposta.
(b.1) 0,5 (b.2) $-0,001$ (b.3) 1 (b.4) 0,5 (b.5) 1,1 (*Examen 2019-20*)

84. Lánzanse dous dados de diferentes cores á vez. Calcula a probabilidade de que a suma sexa: (*Examen 2019-20*)

- (a) Igual a un
- (b) Igual a catro
- (c) Menor que trece
- (d) Maior que 5

85. Según los últimos estudios de una agencia local, la probabilidad de que, si un día hace sol, al día siguiente también haga sol, es de $3/5$, y la probabilidad de que llueva es de $1/4$ (suponiendo que solo puede llover si no hace sol). Cuando no hace sol, esas mismas posibilidades pasan a ser de $1/4$ e $3/5$, respectivamente. Suponiendo que hoy, jueves, hace sol, calcula:

- (a) La probabilidad de que mañana, viernes, no haga sol ni llueva.
- (b) La probabilidad de que mañana, viernes, llueva y pasado, sábado, no haga sol.
- (c) La probabilidad de que pasado mañana, sábado, llueva. (*Examen 2018-19*)

86. Se eligen al azar cuatro personas de un grupo formado por 3 hombres, 2 mujeres y 4 niños. Calcule la probabilidad de que exactamente dos de las personas elegidas sean niños. (*Examen 2017-18*)

87. Numeramos unhas tarxetas do 1 ao 20 e eliximos unha ao azar.

- (a) Atope a probabilidade de que o número da tarxeta escollida sexa un múltiplo de 2 ou de 5.
- (b) Realizamos tres extraccións sen replazamento. Se nas dúas primeiras extraccións saíron as tarxetas 10 e 18, calcula a probabilidade de que na terceira extracción saia un número impar. (*Examen 2016-17*)

88. A probabilidade de que tres arqueiros diferentes (A, B e C) acerten no centro da diana, independentemente un do outro, son respectivamente $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$. Todos lanzan unha única frecha.

- (a) Calcula a probabilidade de que só un acerte no centro da diana.
 (b) Cal é a probabilidade de que ningún acerte? (*Examen 2015-16*)

89. (a) Unha bolsa contén 16 bólas, das cales 5 son brancas e o resto negras. Obter a probabilidade de que ao extraer consecutivamente tres bólas, sen devolución, sexan todas negras.

(b) Nunha bolsa con 16 bólas brancas e negras, cantas debe haber de cada cor para que o suceso anteriormente citado presente unha probabilidade de $\frac{3}{20}$? (*Examen 2012-13*)

90. As cualificacións de Matemáticas dos 50 alumnos de cuarto curso de ESO en certo instituto recóllense na táboa adxunta, coas súas frecuencias.

Cualificacións	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de alumnos	1	1	4	5	9	9	8	9	2	2

- (a) Obter a nota media desas cualificacións.
 (b) Escollido un alumno ao chou, calcular a probabilidade de que aprobase se se sabe que a súa nota é inferior á media.
 (c) E se se elixen ao chou tres alumnos, cal é a probabilidade de que dous aprobaran e un suspendera? (*Examen 2013-14*)

91. Nunha clase na que todos practican algún deporte, o 60% dos alumnos xoga ao fútbol ou ao baloncesto, e o 10% practica ambos os deportes. Se ademais hai un 60% que non xoga ao fútbol, cal será a probabilidade de que, escollido ao chou, un alumno da clase:

- (a) Xogue só ao fútbol (F).
 (b) Xogue só ao baloncesto (B).
 (c) Practique un só dos deportes.
 (d) Xogue ao fútbol, dado que sabemos que xoga ao baloncesto. (*Examen 2014-15*)