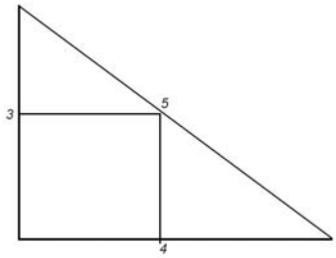
IES E. BLANCO AMOR

BOLETÍN 0 **Olimpiada matemática**	**Departamento de Matemáticas** Fecha: 11/12/2017

1) Inscribimos un cuadrado en un triángulo rectángulo de lados 3, 4, 5 como se muestra en la figura. ¿Qué fracción del triángulo ocupa el cuadrado? (México, 2004)



Solución: *24/49.*

2) Sea ΔABC un triángulo, D y E los pies de las alturas desde A y B respectivamente. Sean M en la prolongación de BE tal que EM = AD y N la intersección de la prolongación BC con la perpendicular a BM por M. Demuestra que el triángulo ΔNCA es isósceles. (México, 2005)

3) a) Prueba que, para todo entero positivo *n*, el número $3^n - 2n^2 - 1$ es divisible por 8.
b) Prueba también que si *n* no es múltiplo de 3, el número $3^n - 2n^2 - 1$ es divisible por 24. (Austria, 1971)

4) Prueba que $\sqrt[3]{45+29\sqrt{2}} + \sqrt[3]{45-29\sqrt{2}}$ es un número natural. (Moscú, 1931)

5) Un tabernero dispone de150 litros de vino de 12 ptas./l, 200 litros de vino de 9 ptas./l y 250 litros de 7 ptas./l. Quiere obtener una mezcla a 10 ptas./l. ¿Cuántos litros de mezcla podrá obtener? (España, 1960)
Solución: *383,33… litros.*

6) Encuentra los números de la forma *aa* y *bbcc* tales que $aa = \sqrt{bbcc}$. (Grecia, 1961)
Solución: *88 y 7744.*

7) ¿Cuántos ceros hay al final de: $\left(10^2 + 10^3 + ... + 10^{10}\right)^{1995}$. (México, 1996)
Solución: *3990.*