IES E. BLANCO AMOR

BOLETÍN 1 Olimpiada matemática	Fecha: 04/12/2017

1) Entre los papeles del abuelo se encontró una factura:

72 gallinas ponedoras __67,9__€.

El primer y último dígito del número, que obviamente representaba el precio total de esas aves, se reemplazan aquí por espacios en blanco, porque se han marchitado y ahora son ilegibles. ¿Cuáles son esos dos dígitos ilegibles y cuál era el precio de cada gallina? (Stanford, 1947)

Solución: *Primer dígito 3, segundo dígito 2, precio 5,11€.*

2) Encuentra el resto de la división del polinomio $x + x^9 + x^{25} + x^{49} + x^{81}$ entre el polinomio $x^3 - x$. (Stanford, 1965)

Solución: *5x.*

3) Demuestra que ningún número en la sucesión

11, 111, 1111, 11111, ……

es el cuadrado de un número entero. (Stanford, 1949)

Ayuda: *a) 11 + 100m = 4(25m + 2) + 3.*

4) En un triángulo rectángulo, *c* es la longitud de la hipotenusa, *a* y *b* las longitudes de los otros dos lados, y *d* es el diámetro de la circunferencia inscrita. Demuestra que:

$$a + b = c + d$$ (Stanford, 1963)

5) Demuestra que el número $n^2\left(n^2-1\right)\left(n^2-4\right)$ es divisible por 360 para n = 1, 2, 3, ...

(Stanford, 1963)

6) ¿Qué edad tiene el capitán, cuántos hijos tiene, y qué longitud (en pies) tiene su barco? Sabemos que el producto de esos tres números (enteros) buscados es 32118. La longitud del barco tiene varios pies, el capitán tiene varias hijas y varios hijos, y todavía no ha cumplido los 100 años. (Stanford, 1958)

Solución: *a)53 años, 6 hijos,101 pies.*

7) Demuestra que cada número de la sucesión (Stanford, 1964)

49, 4489, 444889, 44448889, ……..

es un cuadrado perfecto.

Ayuda: *a) Cada número de 2n dígitos de la sucesión es de la forma* $\left(\dfrac{2\cdot 10^n+1}{3}\right)^2$.

8) Si dos números reales *x*, *y* satisfacen $(x+5)^2 + (y-12)^2 = 14^2$, ¿cuál es el mínimo valor de $x^2 + y^2$? (China, 2001)

Solución: *1.*