

EXERCICIOS DE SELECTIVIDADE

CUESTIÓNS

Razoa as respostas ás seguintes cuestións:

1.- A enerxía mecánica dun oscilador harmónico simple é función de: a) a velocidade; b) a aceleración; c) é constante. (Xuño 08).

Solución:

A expresión da enerxía mecánica, E_m , dun oscilador harmónico é: $E_m = \frac{1}{2} k A^2$, sendo k a constante elástica do oscilador e A a elongación máxima (amplitude). Vemos que E_m é constante, non sendo función da velocidade nin da aceleración. (Ítem c).

2.- Explica, brevemente, as diferenzas no procedemento para calcular a constante elástica dun resorte, k_e , polo método estático e polo método dinámico. (Xuño 08).

Solución:

A determinación da constante elástica dun resorte, k_e , polo método estático consiste en relacionar a forza $\vec{F}$ aplicada ó resorte elástico e a deformación que nel se causa, $\Delta \vec{l}$: $\vec{F} = k_e \cdot \Delta \vec{l}$. Con este fin cólganse, no resorte a estudar, masas m_i coñecidas e mídense as variacións de lonxitude Δl_i que o peso das masas causan no resorte, construíndo a táboa correspondente. O valor de k_e é a media das k_i obtidas mediante a relación: $(m_i g)/\Delta l_i$. Tamén se obtén coa inversa da pendente do axuste lineal que resulta de representar Δl_i fronte a $m_i g$.

No método dinámico relaciónase a masa vibrante, m_{vibrante} , co seu período de oscilación, T , segundo a expresión: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{m_{\text{vibrante}}}{k_e}}$. Con este fin cólganse, no resorte a estudar, masas m_i coñecidas; desprázanse, da posición de equilibrio, verticalmente cara abaixo e sóltanse. A continuación mídense o tempo dun número de oscilacións relativamente grande (10 como mínimo) e calcúlase o correspondente período de oscilación, construíndo unha táboa de valores. O valor de k_e é a media das k_i obtidas mediante a relación: $(4 \pi^2 m_{\text{vibrante}})/T^2$. Tamén se obtén multiplicando $4\pi^2$ pola inversa da pendente do axuste lineal que resulta de representar T_i^2 fronte a m_i .

3.- Un obxecto realiza un m.h.s.; cales das seguintes magnitudes son proporcionais entre si?: a) a elongación e a velocidade; b) a forza recuperadora e a velocidade; c) a aceleración e a elongación. (Set. 06).

Solución:

A velocidade dunha partícula, v , en función da posición, y , que se move con m.h.s., vén dada pola expresión: $v = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$, sendo ω a frecuencia angular e A a amplitude do movemento. Polo tanto, a velocidade depende da posición, pero ambas magnitudes non son proporcionais.

A forza recuperadora $\vec{F}$ que causa o m.h.s. vén dada pola expresión: $\vec{F} = k \cdot \vec{y}$. Como xa

vimos anteriormente, a elongación y non é proporcional á velocidade v e, en consecuencia, a forza non é proporcional á velocidade.

A aceleración do m.h.s., $\bar{a}$, en función da elongación, $\bar{y}$, vén dada pola expresión: $\bar{a} = -\omega^2 \cdot \bar{y}$. Nesta expresión vemos que **a aceleración e a elongación son proporcionais** (directamente proporcionais).

4.- Na medida da constante elástica polo método dinámico: a) Inflúe a lonxitude do resorte?; b) aféctalle o número de oscilacións e a amplitude das mesmas?; c) varía a frecuencia de oscilación ó colgarlle diferentes masas? (Set. 06).

Solución:

a) No cálculo da constante elástica k dun resorte polo método dinámico a expresión a

utilizar é: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, sendo T o período de vibración da masa m . Como a relación T^2/m é constante: a medida que aumenta m tamén aumenta T , sendo a representación gráfica de T^2 fronte a m unha liña recta cuxa pendente vale $4 \cdot \pi^2/k$, a constante k non depende do estado de estiramento que posúa o resorte.

Na expresión $k = \frac{4 \pi^2 m}{T^2}$ vemos que o

valor de k non depende da lonxitude do

resorte. Así, consideremos un resorte calquera de masa m_r , lonxitude l e constante elástica k , ó que lle colgamos o portapesas de masa m_p e, ademais, sucesivamente, as masas $m_1, m_2, m_3, \dots$, adquirindo, no momento de alcanzar a posición de equilibrio, respectivamente, as lonxitudes $l_1, l_2, l_3, \dots$. Ó facer o estudo dinámico de forma analítica da k_i correspondente ós distintos casos teríamos:

$$k_1 = \frac{4 \pi^2 (m_1 + m_p + 1/3 m_r)}{T_1^2}, \text{ para a lonxitude } l_1 \text{ do resorte na súa posición de equilibrio;}$$

$$k_2 = \frac{4 \pi^2 (m_2 + m_p + 1/3 m_r)}{T_2^2}, \text{ para a lonxitude } l_2 \text{ do resorte na súa posición de equilibrio;}$$

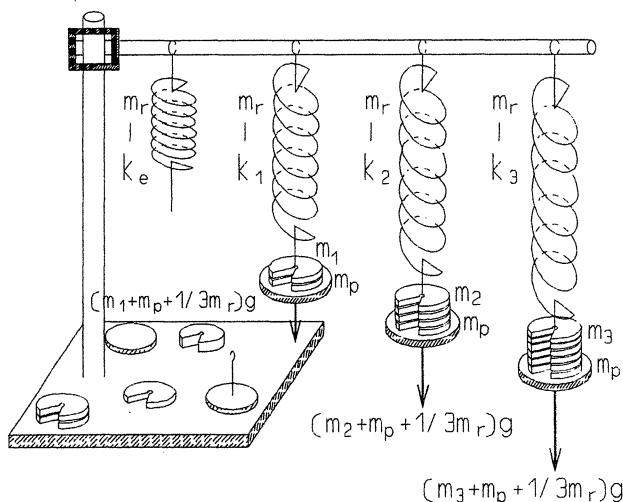
$$k_3 = \frac{4 \pi^2 (m_3 + m_p + 1/3 m_r)}{T_3^2}, \text{ para a lonxitude } l_3 \text{ do resorte na súa posición de equilibrio; } \therefore$$

...

sendo $k_1 = k_2 = k_3 = \dots = k$, independentemente da lonxitude $l_1, l_2, l_3, \dots$, que o resorte ten en cada momento. Polo tanto **a constante elástica dun resorte, k , non depende da súa lonxitude.**

Caso diferente é cando un resorte de lonxitude l e constante elástica k se corta, por exemplo, á metade. O número de espiras do novo resorte é a metade do de partida e a súa constante elástica, k' , ten un valor que garda con k a seguinte relación:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k'} + \frac{1}{k'} \rightarrow k' = 2k$$



b) O número de oscilacións pode depender:

• Para unha mesma masa vibrante m , do tempo que se estea facendo a observación. Neste caso, o tempo de vibración medido, t , é directamente proporcional o número de oscilacións n é o tempo de unha oscilación, chamado período T , obtense co cociente: $T = t/n$. Polo tanto, o período non depende do número de oscilacións e k é independente do número de oscilacións: $k = \frac{4 \pi^2 m}{T^2}$

• Para distintas masas vibrantes, $m_1, m_2, \dots$, do valor destas masas. Neste caso, o período de vibración T é proporcional á masa vibrante m : $T^2 \propto m$ e k calcúlase coa expresión: $k = \frac{4 \pi^2 m}{T^2}$. A relación m/T^2 é constante: a medida que aumenta m tamén aumenta T , sendo a representación gráfica de T^2 fronte a m unha liña recta cuxa pendente vale $4 \cdot \pi^2 / k$, e a constante k non depende do número de oscilacións aínda que convén que o número sexa relativamente grande (dez ou máis) para diminuír os erros accidentais.

Na expresión $k = \frac{4 \pi^2 m}{T^2}$ vemos que k non depende da amplitude das oscilacións (e unha característica do propio resorte).

c) A frecuencia, ν , de oscilación pode relacionarse coa masa m que oscila coa expresión: $k = m \cdot \omega^2 = m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \rightarrow \nu^2 = \frac{\text{cte}}{m} \rightarrow k \propto \frac{1}{m}$. En consecuencia, a medida que aumenta m diminúe ν e viceversa.

5.- Na práctica para a medida da constante elástica dun resorte polo método dinámico, a) que precaucións debes tomar con respecto ó número e amplitude das oscilacións; b) como varía a frecuencia de oscilación se se duplica a masa oscilante? (Xuño 06).

Solución:

a) Ver a resposta do apartado b) da cuestión anterior.

b) A frecuencia, ν , de oscilación pode relacionarse coa masa m que oscila mediante a expresión: $k = m \cdot \omega^2 = m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \rightarrow \nu^2 = \frac{\text{cte}}{m}$. En consecuencia, a medida que aumenta m diminúe

ν e ó duplicar a masa resulta: $\nu = \frac{1}{\sqrt{m}} \xrightarrow{\text{se } m \rightarrow 2m} \nu' = \frac{1}{\sqrt{2m}} \rightarrow \nu' = \frac{\nu}{\sqrt{2}}$.

6.- Describe brevemente o procedemento seguido para medir a gravidade no laboratorio por medio dun péndulo simple. (Xuño 06).

Solución:

O material que se necesita na experiencia do péndulo simple para a determinación da aceleración da gravidade, g , é:

- Soporte, dobre noz e variña con gancho ou mordaza.
- Bóla dun material de alta densidade (chumbo, aceiro, etc.).
- Fío inextensible e de masa desprezable.
- Cronómetro.
- Flexómetro.

O **procedemento** a seguir consiste en:

• Colgar do extremo dun fío inextensible e de masa desprezable, que está enganchado polo outro extremo dun soporte, unha bóla de gran masa e pequeno volume (aceiro, chumbo, etc.).

• Separar o péndulo da súa posición de equilibrio, cunha pequena amplitude para que o seu movemento se poida considerar harmónico simple. Ademais procurarase que oscile nun único plano, evitando que teña un movemento elíptico (péndulo cónico). Nestas condicións, o péndulo describe un

movemento harmónico simple e o seu período de oscilación vén dado pola expresión: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

• Medir o tempo t que inviste en dar un número n relativamente grande de oscilacións e calcular o período, T : $T = t/n$.

• Medir a lonxitude, l , do péndulo.

• Repetir os pasos anteriores para distintos valores de l .

• Tabular as medidas feitas e proceder ó cálculo de g , que se pode facer de dúas formas:

a) Analiticamente: Substituíndo na fórmula do período: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, obténdose os valores

de g_i para cada lonxitude l_i do péndulo, tomando como valor de g o da media aritmética: $g = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} g_i}{n}$.

b) Graficamente: Represéntase T^2 fronte a l ; trázase a recta que "mellor se axusta" os datos experimentais; calcúlase a pendente desta recta e, coa expresión $g = \frac{4\pi^2}{\text{pte}}$, obtense o valor de g .

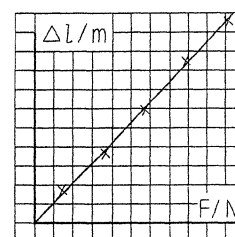
Nº	l/m	t/s	n	$T/\text{s} ?$ $T=t/n$	$T^2/\text{s}^2 ?$	$g/\text{m s}^{-2} ?$	
						$g=4\pi^2 l/T^2 =$	Pte. $=T^2/l=4\pi^2/g=$
1							
2							
3							
4							
5							
						$g_{\text{media}} =$	$g=4\pi^2/\text{pte.} =$

7.- A constante elástica dun resorte medida polo método estático: a) depende do tipo de material?; b) varía co período de oscilación? c) depende da masa e lonxitude do resorte? (Set. 05).

Solución:

c) O estudo estático dun resorte elástico basease en que a deformación causada no resorte, Δl , é directamente proporcional á forza, $\vec{F}$, que se lle aplica: $\vec{F} = k \Delta \vec{l}$. Con este fin cólganse do resorte distintas masas coñecidas e mídense as deformacións que se lle causan, tabulando estes valores. Para o cálculo de k polo método gráfico faise a representación das deformacións causadas (magnitude dependente) fronte ás forzas deformadoras (magnitude independente), obtendo unha liña recta. O valor de k obtense coa inversa da pendente da recta trazada.

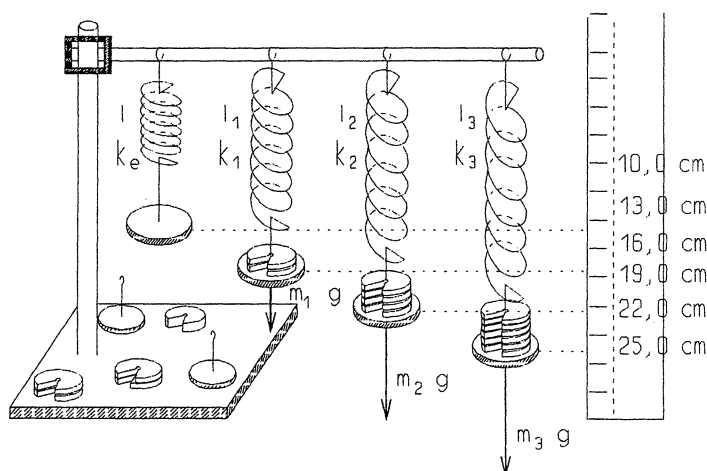
$$\left. \begin{array}{l} \text{Pte} = \frac{\Delta l}{F} \\ F = k \Delta l \rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} \end{array} \right\} \rightarrow k = \frac{1}{\text{pte}}$$



Vemos que a pendente da recta e, en consecuencia, k é independente da masa do propio resorte e do estirado que este estea.

No método analítico, o valor de k obtense substituíndo na lei de Hooke:

$k = \frac{F}{\Delta l}$. Independentemente do estirado que estea o resorte, se Δl é pequeno fronte a F resulta que k é grande; e viceversa. Así, consideremos un resorte de lonxitude l ó que lle colgamos, sucesivamente, as masas $m_1, m_2, m_3, \dots$, e adquire, respectivamente, as lonxitudes $l_1, l_2, l_3, \dots$. Ó facer o estudo da k_i correspondente ós distintos casos teriamos:



$$k_1 = \frac{l_1 - l}{m_1 \cdot g}, \text{ para a lonxitude inicial } l \text{ do resorte;}$$

$$k_2 = \frac{l_2 - l_1}{(m_2 - m_1) \cdot g}, \text{ para a lonxitude inicial } l_1 \text{ do resorte;}$$

$$k_3 = \frac{l_3 - l_2}{(m_3 - m_2) \cdot g}, \text{ para a lonxitude inicial } l_2 \text{ do resorte;}$$

...
sendo $k_1 = k_2 = k_3 = \dots = k$, independentemente da masa e da lonxitude que o resorte ten en cada momento.

Caso diferente é cando un resorte de lonxitude l e constante elástica k se corta, por exemplo, á metade. O número de espiras do *novo resorte* é a metade do de partida e a súa constante elástica, k' , ten un valor que garda con k a relación: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k'} + \frac{1}{k'} \rightarrow k' = 2k$.

a) A **deformación** que nun resorte elástico causa unha forza F si depende do tipo de material e das características da súa fabricación e, polo tanto, a **constante elástica** si depende do tipo de material.

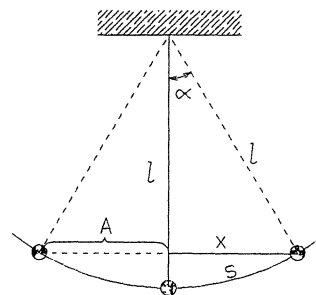
b) No método estático, o resorte non se fai oscilar polo que **non se estuda a relación entre k e o período de oscilación, T** . Esta relación corresponde ó método dinámico, sendo k independente de T : $k = \frac{4 \pi^2 m}{T^2}$. A representación gráfica de T^2 fronte a m é unha liña recta, o que nos indica que $T^2 \propto m$, sendo $4 \cdot \pi^2 / k$ a constante de proporcionalidade.

8.- Cando no laboratorio mides g co péndulo simple: a) cantas oscilacións convén medir?; b) que precaucións se deben tomar coa amplitude das oscilacións? c) inflúe a masa do péndulo na medida de g ? (Xuño 05).

Solución:

a) O período de oscilación T dunha masa puntual m , que oscila no extremo dun fío de lonxitude l (inextensible e de masa desprezable), cando a amplitude das oscilacións é pequena, vén dado pola expresión: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. A representación gráfica de T^2 fronte a l é unha liña recta, o que nos indica que $T^2 \propto l$, sendo $4 \cdot \pi^2 / g$ a constante de proporcionalidade. O resultado é que o valor de g non depende do número de oscilacións, pero convén que o seu número non sexa demasiado pequeno para poder minimizar os erros accidentais da medida do período. Un número axeitado de oscilacións pode estar entre 10 e 20. Se este número é excesivamente grande hai máis probabilidade de equivocarnos ó contar as oscilacións.

b) A expresión que utilizamos no estudo do período de oscilación, T , dun péndulo simple obtense considerando que o movemento que describe a masa puntual m que colga do fío de lonxitude l é harmónico simple. Isto obriga a considerar que a traxectoria da masa m é rectilínea, situación que soamente se dá para pequenas amplitudes de oscilación, xa que só neste caso se pode confundir o arco de circunferencia que describe, s , coa corda correspondente, x . Isto ocorre cando $\sin \alpha \approx \alpha$:



$$\left. \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{x}{l} \\ \alpha = \frac{s}{l} \end{array} \right\} : \text{ se } \sin \alpha \approx \alpha \rightarrow x \approx s$$

Un valor de ángulo aceptable pode chegar ata 15° :

$$\left. \begin{array}{l} \sin 15^\circ = 0,259 \\ 15^\circ = 0,262 \text{ rad} \end{array} \right\} \rightarrow \sin \alpha \approx \alpha$$

Para oscilacións de ángulos grandes, a expresión do período $T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ non se cumpre.

Para desprazamentos angulares grandes, aínda que o movemento do péndulo é periódico, o período é función da amplitude. A forza que acelera a masa m cara ó equilibrio é: $m \cdot g \cdot \sin \alpha$, sendo un valor menor que $m \cdot g \cdot \alpha$ (que causa un m.h.s. cun período independente da amplitude), resultando un

período lixeiramente maior, que podemos calcular con axuda da expresión:

$$T = T_0 \left[1 + \frac{1}{2^2} \sin^2 \left[\frac{1}{2} \alpha_0 \right] + \frac{1}{2^2} \left[\frac{3}{4} \right]^2 \sin^4 \left[\frac{1}{2} \alpha_0 \right] + \dots \right]$$

onde α_0 é o desprazamento angular máximo e $T_0 = 2 \pi \sqrt{l/g}$ é o período correspondente ó límite dos ángulos pequenos.

c) Da expresión do período vemos que a masa, m , non inflúe no período de oscilación: $T \neq T(m)$ e, en consecuencia, g é independente da masa que oscila. Isto pódese comprobar no laboratorio colgando distintas masas dun fío de lonxitude l e medindo os correspondentes períodos de oscilación.

9.- Se un oscilador harmónico se encontra nun instante dado nunha posición x que é igual á metade da súa amplitude ($x = A/2$), a relación entre a enerxía cinética e potencial é: a) $E_k = E_p$; b) $E_k = 2E_p$; c) $E_k = 3E_p$ (Set. 04).

Solución:

A expresión da enerxía mecánica, E_m , dun oscilador harmónico é: $E_m = \frac{1}{2} k A^2$, sendo k a constante elástica do oscilador e A a elongación máxima (amplitude). Vemos que E_m é constante para calquera valor da elongación, como corresponde a unha forza conservativa.

As expresións da enerxía potencial, E_p , e da enerxía cinética, E_k , no instante en que a elongación vale x , respectivamente, son: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$ e $E_m = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$.

Para o caso de $x = A/2$, a expresión da enerxía potencial en función de A , é:

$$\left. \begin{array}{l} E_p = \frac{1}{2} k x^2 \\ x = \frac{A}{2} \end{array} \right\} \rightarrow E_p = \frac{1}{2} k \left[\frac{A}{2} \right]^2 \rightarrow E_p = \frac{1}{2} k \frac{A^2}{4}$$

E a expresión da enerxía cinética en función de A , para o caso de $x = A/2$, vale:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) \\ x = \frac{A}{2} \end{array} \right\} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} k \left[A^2 - \left[\frac{A}{2} \right]^2 \right] \rightarrow E_k = \frac{1}{2} k \frac{3 A^2}{4}$$

Comparando estas expresións da enerxía cinética e potencial temos:

$$\left. \begin{array}{l} E_p = \frac{1}{2} k \frac{A^2}{4} \\ E_k = \frac{1}{2} k \frac{3 A^2}{4} \end{array} \right\} \rightarrow E_k = 3 E_p$$

10.- No estudo estático dun resorte represéntanse variacións de lonxitude (Δl_i) fronte ás forzas aplicadas (F_i) obtendo unha liña recta. No estudo dinámico do mesmo resorte represéntanse as masas (m_i) fronte ó cadrado dos períodos (T_i^2), obténdose tamén unha recta. Teñen as dúas a mesma pendente? Razoa a resposta. (Set. 04).

Solución:

Ver a resposta da cuestión 25 (exercicio dos propostos, que non pertence os de selectividade).

11.- Que influencia teñen na medida experimental de g cun péndulo simple as seguintes variables: a masa; o número de oscilacións e a amplitude das oscilacións. (Set. 04).

Solución:

Ver a resposta da oitava destas cuestións.

12.- Na práctica da medida de g cun péndulo, como conseguirás (sen variar o valor de g) que o péndulo duplique o número de oscilacións por segundo. (Xuño 04).

Solución:

O período de oscilación, T , dun péndulo simple de lonxitude l , nun punto da Terra onde o valor da aceleración da gravidade é g , vén dado pola expresión: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Se queremos que o péndulo duplique o número de oscilacións (duplique a frecuencia, ν), ou, o que é o mesmo, diminúa á metade o período, T , temos que modificar o valor da lonxitude:

$$\left. \begin{array}{l} T = \frac{1}{\nu} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}} \\ T' = \frac{T}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{T}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}} \rightarrow \frac{T}{2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}} \rightarrow 2 = \sqrt{\frac{l}{l'}} \rightarrow l' = \frac{l}{4}$$

Para que o péndulo duplique a súa frecuencia hai que diminuír a súa lonxitude á cuarta parte.

13.- Unha vez realizada a experiencia do resorte para determinar a constante elástica, como pescudarías o valor dunha masa descoñecida (método estático e dinámico)? (Set. 03).

Solución:

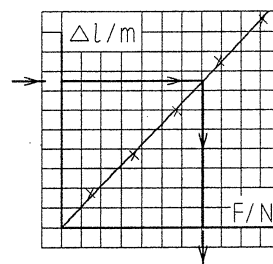
Unha vez realizada a experiencia do resorte elástico para determinar a súa constante elástica

k , consideramos coñecido o seu valor. Agora para chegar a coñecer o valor dunha masa m descoñecida podemos proceder de distinta maneira:

- Método estático: Mídese a deformación Δl que no resorte causa o peso G da masa descoñecida m . Con este fin mídese a lonxitude inicial do resorte, l_0 , e a súa lonxitude, l , cando se colga nel a masa descoñecida. Agora podemos determinar k de dúas formas:

- Método analítico: Aplícase a lei de Hooke: $\vec{F} = k \Delta \vec{l} \rightarrow m g = k (l - l') \rightarrow m = k (l - l') / g$

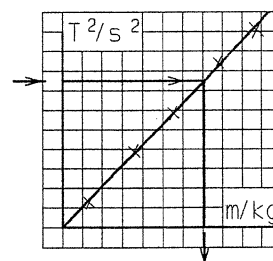
- Método gráfico: Na representación gráfica da deformación do resorte fronte á forza deformadora utilizada para o cálculo de k , entramos polo eixe de ordenadas polo valor correspondente á Δl que a masa descoñecida causa no resorte, a continuación imos horizontalmente ata a recta representada e logo baixamos verticalmente ata o eixe de abscisas, onde lemos o valor da forza deformadora G correspondente: $G = m g \rightarrow m = G/g$.



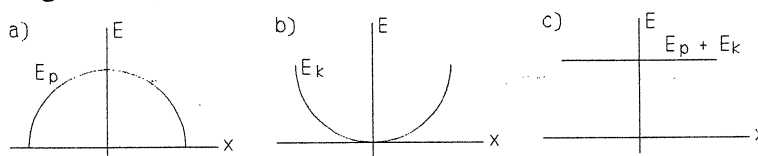
- Método dinámico: Cólgame do resorte a masa descoñecida e tirando dela cara abaixo déixase libre de modo que vibre verticalmente. Mídese o tempo t de n oscilacións e calcúlase o período correspondente, T : $T = t/n$. Agora podemos determinar k de dúas formas:

- Método analítico: Faise uso da expresión: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow m = \frac{k T^2}{4 \pi^2}$

- Método gráfico: Na representación gráfica do período ó cadrado fronte á masa vibrante utilizada para o cálculo de k , entramos polo eixe de ordenadas polo valor correspondente a T^2 , a continuación imos horizontalmente ata a recta representada e logo baixamos verticalmente ata o eixe de abscisas, onde lemos o valor da masa vibrante correspondente.



14. Nun péndulo simple, indica cal das seguintes gráficas se axusta correctamente á relación enerxía/elongación: (Set. 03).



Solución:

Un péndulo simple pode asimilarse a un oscilador harmónico e a expresión da enerxía mecánica, E_m , dun oscilador harmónico é: $E_m = \frac{1}{2} k A^2$, sendo k a constante elástica do oscilador e A a elongación máxima (amplitude). Vemos que E_m é constante para calquera valor da elongación, como corresponde a unha forza conservativa.

As expresións da enerxía potencial, E_p , e da enerxía cinética, E_k , en función da elongación x , respectivamente, son: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$ e $E_m = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$.

Analizando as gráficas diríamos:

Caso a): Non é correcto. Basta recordar que a enerxía potencial ten o valor máximo nos extremos da traxectoria, $x = \pm A$, e o valor mínimo (nulo) no centro da traxectoria, $x = 0$. E, segundo a gráfica, nestas posicións a enerxía potencial é, respectivamente, mínima e máxima.

Caso b): Non é correcto. Basta recordar que a enerxía cinética ten o valor máximo no centro de oscilación, $x = 0$, e o valor mínimo (nulo) nos extremos da traxectoria, $x = \pm A$. E, segundo a gráfica, nestas posicións a enerxía cinética é, respectivamente, mínima e máxima.

Caso c): É correcto. A enerxía mecánica dun oscilador harmónico é constante, independentemente do valor da elongación. Esta é a situación que aparece na gráfica do ítem c).

15.- Medíronse no laboratorio os seguintes valores de masas e períodos de oscilación dun resorte; obtén a partir deles o valor da constante elástica. (Xuño 03).

<i>T/s:</i>	3,52	3,91	4,12	4,24	4,35
<i>m/kg:</i>	0,62	0,75	0,85	0,90	0,95

Solución:

O cálculo da constante elástica do resorte, k , pode facerse:

a) Polo método analítico: Relaciónase a masa vibrante m co período T correspondente segundo a ecuación: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$. Cos datos da táboa calculamos a k_i correspondente ás distintas medidas realizadas e a k do resorte obtémola coa media aritmética.

$$k_1 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,62}{3,52^2} \rightarrow k_1 = 1,98 \text{ N m}^{-1}$$

$$k_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,75}{3,91^2} \rightarrow k_2 = 1,94 \text{ N m}^{-1}$$

$$k_3 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,85}{4,12^2} \rightarrow k_3 = 1,98 \text{ N m}^{-1}$$

$$k_4 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,90}{4,24^2} \rightarrow k_4 = 1,98 \text{ N m}^{-1}$$

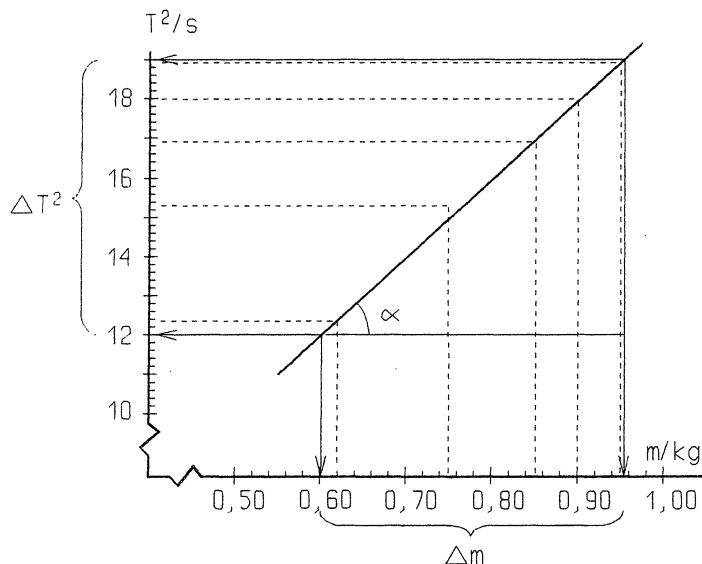
$$k_5 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,95}{4,35^2} \rightarrow k_5 = 1,98 \text{ N m}^{-1}$$

$$k = k_{\text{media}} = \frac{1,98 + 1,94 + 1,98 + 1,98 + 1,98}{5} \rightarrow k = k_{\text{media}} = 1,97 \text{ N m}^{-1}$$

b) Polo método gráfico: Represéntanse o cadrado do período de vibración fronte á masa vibrante.

• Trázase a recta que mellor se axuste ós datos representados.

- Tómanse dous puntos sobre a recta, que estean cara ós seus extremos, calculando a súa pendente.
- Relacionase o valor obtido da pendente coa k do resorte:



$$\left. \begin{aligned} \text{pte} = \tan \alpha = \frac{\Delta T^2}{\Delta m} &\rightarrow \text{pte} = \frac{(19,00 - 12,00)}{(0,95 - 0,60)} = 20,0 \\ T^2 = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}} &\rightarrow \frac{T^2}{m} = \frac{4 \pi^2}{k} \end{aligned} \right\} \rightarrow k = \frac{4 \pi^2}{\text{pte}} \rightarrow k = \frac{4 \pi^2}{20,0} \rightarrow k = 1,97 \text{ N m}^{-1}$$

16.- Na práctica do péndulo simple: depende o período do ángulo de oscilación? Canto varía o período se se aumenta a lonxitude un 20%?. (Xuño 03).

Solución:

En canto á dependencia do período de oscilación do ángulo véxase o apartado b) da sexta destas cuestións.

O período de oscilación, T , dun péndulo simple de lonxitude l , nun punto da Terra onde o valor da aceleración da gravidade é g , vén dado pola expresión: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Nesta expresión vemos que se variamos a lonxitude do péndulo causamos unha variación no seu período de oscilación. Para o caso de que aumentemos a súa lonxitude nun 20%, o novo período que resulta é:

$$\left. \begin{aligned} T &= 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \\ T' &= 2 \pi \sqrt{\frac{l'}{g}} \\ l' &= l + \frac{20}{100} l = 1,2 l \end{aligned} \right\} \rightarrow T' = 2 \pi \sqrt{\frac{1,2 l}{g}} \rightarrow \frac{T}{T'} = \frac{2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}}{2 \pi \sqrt{1,2 \frac{l}{g}}} \rightarrow T' = \sqrt{1,2} T$$

17. Na práctica do péndulo simple medíronse os seguintes datos de lonxitudes e períodos:

l/m	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
T/s	1,40	1,46	1,53	1,60	1,66

Cal é o valor de g obtido con estes datos? (Set. 02).

Solución:

Realizada a parte experimental da práctica do péndulo simple e tabuladas as medidas obtidas na experiencia, o cálculo de g pode facerse de dúas formas:

a) Analiticamente: Substituíndo na fórmula do período: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$, obtéñense os valores de g_i para cada par de valores: lonxitude, l_i , do péndulo e período de oscilación correspondente, T_i ; tomando como valor de g o da media aritmética.

$$g_1 = 4\pi^2 \frac{0,50}{1,40^2} \rightarrow g_1 = 10,07 \text{ m s}^{-2}$$

$$g_2 = 4\pi^2 \frac{0,55}{1,46^2} \rightarrow g_2 = 10,19 \text{ m s}^{-2}$$

$$g_3 = 4\pi^2 \frac{0,60}{1,53^2} \rightarrow g_3 = 10,12 \text{ m s}^{-2}$$

$$g_4 = 4\pi^2 \frac{0,65}{1,60^2} \rightarrow g_4 = 10,02 \text{ m s}^{-2}$$

$$g_5 = 4\pi^2 \frac{0,70}{1,66^2} \rightarrow g_5 = 10,03 \text{ m s}^{-2}$$

$$g = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n} \rightarrow g = \frac{10,07 + 10,19 + 10,12 + 10,02 + 10,03}{5} \rightarrow g = 10,09 \text{ m s}^{-2}$$

b) Gráficamente, mediante os pasos seguintes:

• Represéntase T^2 (magnitude dependente) fronte a l (magnitude independente).

• Trázase a recta que "mellor se axusta" os datos experimentais.

• Calcúlase a pendente desta recta: $\text{pendente} = \text{tax} \propto \frac{\Delta T^2}{\Delta l}$, que se determina tomando dous puntos sobre a mesma, cara ós seus extremos, lendo os valores correspondentes de ΔT e Δl .

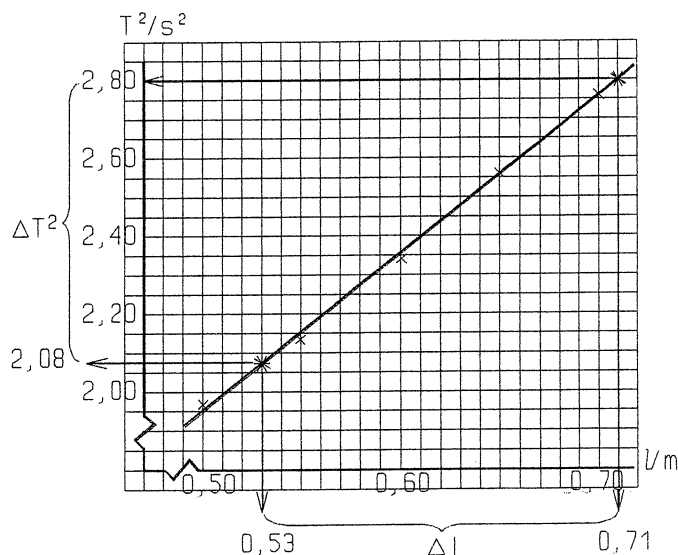
• Coa expresión $g = \frac{4 \pi^2}{\text{pte}}$ obtense o valor de g .

l/m	T/s	T^2/s^2
0,50	1,40	1,96
0,55	1,46	2,13
0,60	1,53	2,34
0,65	1,60	2,56
0,70	1,66	2,76

$$\text{Pendente} = \frac{\Delta T^2}{\Delta l} \rightarrow \text{Pendente} = \frac{2,80 - 2,08}{0,71 - 0,53}$$

$$\text{Pendente} = 4,00 \text{ s}^2 \text{ m}^{-1}$$

$$g = \frac{4 \pi^2}{\text{pte}} \rightarrow g = \frac{4 \pi^2}{4,00} \rightarrow g = 9,87 \text{ m s}^{-2}$$



18.- Na medida de k_e polo método dinámico: a) Como inflúe na medida de k_e a masa do propio resorte; b) poderías avaliar a masa "efectiva" do resorte? (Xuño 02).

Solución:

a) O período, T , de oscilación dun resorte elástico de constante recuperadora k_e vén dado pola expresión: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k_e}}$, sendo m a masa vibrante. Esta masa m consta da masa do portapesas, $m_{\text{portapesas}}$, da masa das pesas engadidas, m_{pesas} , e da masa vibrante do resorte, $m_{\text{vibrante resorte}}$.

A masa da parte inferior do resorte inflúe no período da súa parte superior e as diferentes partes do mesmo, debido ó seu propio peso, oscilan con períodos lixeiramente diferentes e considérase que contribúe na masa total, m , que aparece na fórmula do período, coa terceira parte do seu valor: $m_{\text{vibrante do resorte}} \approx \frac{1}{3} m_{\text{resorte}}$.

A constante elástica k_e é característica de cada resorte, sendo independente da súa masa, m_{resorte} . Un aumento da masa do resorte, m_{resorte} , fai aumentar o período de oscilación, T ; pero a relación m/T^2 é constante: $\left[k_e = 4 \pi^2 \frac{m}{T^2} = \text{cte.} \right]$.

Se no valor de m non se ten en conta a masa vibrante do resorte, o período medido corresponde a unha masa maior ($m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}} + m_{\text{vibrante resorte}} = m_{\text{vibrante}}$) que a que se utiliza na fórmula ($m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}}$) e o valor que se obtén para a constante elástica do resorte, k_e obtida,

$$\left[k_{e \text{ obtida}} = 4 \pi^2 \frac{(m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}})}{T^2} \right] \text{ é menor que o valor que lle corresponde, } k_{e \text{ resorte}},$$

$$\left[k_{e \text{ resorte}} = 4 \pi^2 \frac{(m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}} + m_{\text{vibrante resorte}})}{T^2} \right].$$

b) A masa "efectiva" do resorte pódese avaliar de dúas formas:

b₁)

- Determinábase o valor da constante elástica do resorte, k_e , polo método estático: mídese a deformación, l_i , que unha masa coñecida, m_i , causa no resorte, calculando o valor de k_e : $k_e = \frac{m_i \cdot g}{\Delta l_i}$.

- Cólégase do resorte un portapesas de masa coñecida, $m_{\text{portapesas}}$, engádeselle unha pesa de masa coñecida, m_{pesas} , e mídese o período de oscilación correspondente, T .

- Substitúese na expresión do período de oscilación do resorte,

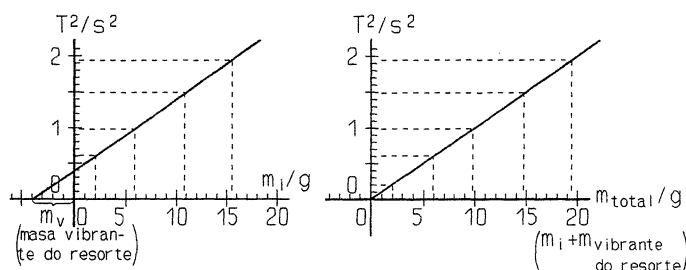
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}} + m_{\text{vibrante resorte}}}{k_e}}$$

, o valor de k_e (obtido polo método estático), o de T , o de $m_{\text{portapesas}}$ e o de m_{pesas} e calcúlase a m_{vibrante} do resorte.

b₂)

- Colgadas do resorte distintas masas coñecidas, m_i , desprazámolas verticalmente da súa posición de equilibrio e medimos, para cada unha delas, o período de oscilación correspondente T_i .

- Facemos a representación gráfica de T^2 (magnitude dependente) fronte á masa, $m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}}$, (magnitude independente) e trazamos a recta que mellor se axusta os datos representados.



- Lemos o valor da abscisa que corresponde ó punto de corte coa recta da gráfica. Este valor é o que corresponde á masa vibrante do resorte. (Na representación de T^2 fronte a $m_{\text{total vibrante}}$ obtense unha liña recta paralela á anterior e que pasa pola orixe). A ordenada na orixe corresponde a un período inicial, T_0 , debido á masa vibrante do resorte, m_{vibrante} do resorte.

19. Na determinación de g cun péndulo simple, describe brevemente o procedemento e o material empregado. (Set. 01).

Solución:

Ver a resposta da sexta destas cuestións.

20. Na determinación de k_e polo método dinámico, valora a influencia que teñen as seguintes magnitudes: a) a masa total do resorte; b) a amplitude das oscilacións; c) o número de medidas feitas; d) a lonxitude do resorte. (Xuño 01).

Solución:

a) Ver a resposta do apartado a) da número dezaioito destas cuestións.

b) Polo método dinámico, o valor da constante elástica, k_e , dun resorte obtense coa expresión: $k_e = \frac{4 \pi^2 m}{T^2}$

sendo m a masa vibrante e T o período de oscilación. Nela vemos que k_e **non depende da amplitude das oscilacións** (e unha característica do propio resorte).

c) Toda media experimental vai acompañada dun erro, que pode ser sistemático ou accidental, ou deberse a unha equivocación. Tanto as equivocacións como os erros sistemáticos poden eliminarse. Sen embargo, os erros accidentais débense ó propio método utilizado e ós nosos sentidos, e non se poden eliminar, pero si minimizar ó aplicarlles as leis da estatística a un gran número de medidas, xa que a probabilidade de cometer un erro por exceso é a mesma que a de cometelo por defecto e os distintos valores que se obteñen oscilarán en torno a un valor medio. Polo demais, **non inflúe no valor de k_e** .

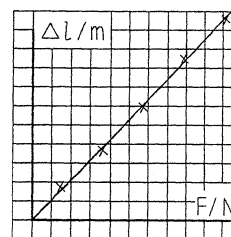
d) Ver a resposta do apartado a) da cuarta destas cuestións.

21.- No estudo estático dun resorte elástico, que magnitudes se miden e que gráficas se usan para avaliar a constante elástica. Inflúe a masa do resorte? Poderías usar o resorte para pesar un obxecto? (Set. 00).

Solución:

O estudo estático dun resorte elástico basease en que a deformación causada, Δl , é directamente proporcional á forza, $\vec{F}$, aplicada: $\vec{F} = k \Delta \vec{l}$. Polo tanto, **as magnitudes a medir son: A forza aplicada ó resorte e a deformación causada nel**. Con este fin, cólganse distintas masas coñecidas e mídense as deformacións que causan, tabulando estes valores. Para o cálculo do valor de k polo método gráfico **faise a representación das deformacións causadas (magnitude dependente) fronte ás forzas deformadoras (magnitude independente)** e obtense o valor de k facendo a inversa da pendente da recta trazada.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pte} = \frac{\Delta l}{F} \\ F = k \Delta l \rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} \end{array} \right\} \rightarrow k = \frac{1}{\text{pte}}$$



Como se pode ver na lei de Hooke, **a masa do resorte non inflúe no valor da súa constante elástica**.

Coñecida a constante elástica, k , do resorte **pódese pesar un corpo de masa descoñecida**. Con este fin mídense a deformación, $\Delta l'$, que **no resorte causa o peso da masa descoñecida, G** , e, coa k obtida anteriormente e a expresión $\vec{F}_{\text{aplicada}} = k \Delta \vec{l}$, calcúlase o peso descoñecido: $G_{\text{descoñecido}} = k \cdot \Delta l'$.

22.- Na determinación da constante elástica dun resorte polo método dinámico, o período de oscilación é independente da amplitude?, depende da lonxitude e da masa do resorte?, que gráfica se constrúe a partir das magnitudes medidas? (Xuño 00).

Solución:

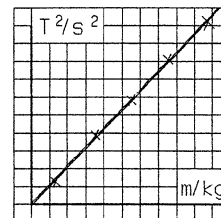
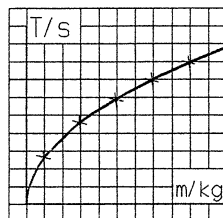
O período, T , de oscilación dun resorte elástico de constante recuperadora k vén dado pola expresión: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, sendo m a masa vibrante, que se obtén sumando a masa vibrante do resorte, a masa do portapesas e a masa das pesas engadidas.

Como k é unha característica de cada resorte, independentemente da masa m vibrante, o período de oscilación é independente da amplitude das oscilacións. Sen embargo si depende da masa do resorte; a masa da parte inferior do resorte inflúe no período da súa parte superior e as diferentes partes do resorte, debido ó seu propio peso, oscilan con períodos lixeiramente diferentes. Pode considerarse que a súa masa contribúe no valor de m que aparece na fórmula do período coa terceira parte da súa masa: $m_{\text{vibrante do resorte}} = \frac{1}{3} \cdot m_{\text{resorte}}$. Canto maior sexa a masa suspendida que oscila menos influencia ten a masa do propio resorte.

O período de oscilación tampouco depende da lonxitude do resorte. Para unha constante elástica k , o período soamente depende da masa vibrante: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T = \text{cte} \cdot \sqrt{m} \rightarrow T \propto \sqrt{m}$.

As magnitudes medidas nesta experiencia son as masas vibrantes e os períodos de oscilación correspondentes. Ó representalas graficamente obtense unha rama de parábola da forma que se indica na figura. Para obter unha representación gráfica en recta representamos o período ó cadrado fronte á masa e coa pendente desta recta determinamos o valor de k :

$$\left. \begin{aligned} \text{pte} &= \frac{\Delta T^2}{\Delta m} \\ \frac{T^2}{m} &= \frac{4\pi^2}{k} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{pte} = \frac{4\pi^2}{k} \rightarrow k = \frac{4\pi^2}{\text{pte}}$$



23.- Un resorte de masa desprezable e de lonxitude 20 cm, alóngase 4 cm cando se lle colga un peso de 1 kg. Se se estira 4 cm máis e se solta, cal será a frecuencia de oscilación? (Set. 99).

Solución:

$$\left. \begin{aligned} F &= k \Delta l \rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} \rightarrow k = \frac{1 \cdot 9,8}{4 \cdot 10^{-2}} = 245 \text{ N m}^{-1} \\ T &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ T &= \frac{1}{\nu} \end{aligned} \right\} \rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{245}{1}} \rightarrow \nu = 2,5 \text{ Hz}$$

24.- Na práctica do péndulo simple, explica como afectaría á medida do período o seguinte: a) duplicar a masa; b) reducir a lonxitude á metade; c) facer oscilacións con ángulos maiores de 45°; d) realizar unha soa medida. (Xuño 99).

Solución:

O período, T , de oscilación dun péndulo simple de lonxitude l , que oscila con pequenas

amplitudes, vén dado pola expresión: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, sendo g a aceleración da gravidade.

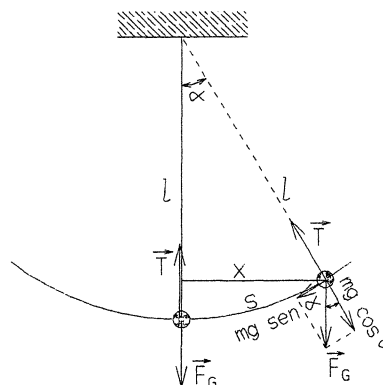
Da anterior igualdade facilmente se ve que:

• Ó duplicar a masa do péndulo, o período de oscilación non varía.

• Ó reducir a lonxitude do péndulo á metade, o seu período de oscilación diminúe, pero non de forma lineal: $T \propto l^{1/2}$.
A representación gráfica de T fronte a l é unha rama de parábola.

O novo valor do período, $T_{l/2}$, en relación ó período inicial, T_l , é:

$$\left. \begin{aligned} T_l &= 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_{l/2} &= 2 \pi \sqrt{\frac{l/2}{g}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{T_l}{T_{l/2}} = \sqrt{2} \rightarrow T_{l/2} = \frac{T_l}{\sqrt{2}}$$



• Ó facer oscilacións con ángulos maiores de 45° , a anterior expresión do período de oscilación non se cumpre. **Para desprazamentos angulares grandes**, aínda que o movemento do péndulo é periódico, **o período é función da amplitude**. A forza que acelera a masa m cara ó equilibrio é: $m \cdot g \cdot \sin \alpha$, sendo un valor menor que $m \cdot g \cdot \alpha$ (que causa un m.h.s., que é periódico e independente da amplitude), **resultando un período lixeiramente maior**, que podemos calcular con axuda da expresión:

$$T = T_0 \left[1 + \frac{1}{2^2} \sin^2 \left[\frac{1}{2} \alpha_0 \right] + \frac{1}{2^2} \left[\frac{3}{4} \right]^2 \sin^4 \left[\frac{1}{2} \alpha_0 \right] + \dots \right]$$

onde α_0 é o desprazamento angular máximo e $T_0 = 2 \pi \sqrt{l/g}$ é o período correspondente ó límite dos ángulos pequenos.

• O realizar unha soa medida non permite minimizar os erros accidentais, aplicando as leis da estatística a un gran número de medidas. Polo demais non inflúe no valor do período.

25.- No desenvolvemento da práctica do resorte elástico, obtivéronse valores parecidos da constante elástica polos métodos estático e dinámico? Cal pode ser a causa? (Set. 98).

Solución:

A constante elástica, k , dun resorte depende das características do propio resorte e o seu valor non depende do método utilizado na súa determinación. Polo tanto, o valor de k , xa sexa obtido polo método estático ou polo método dinámico, hai de ser o mesmo, dentro dos erros experimentais, e tomarase como valor da constante o da media aritmética das k obtidas polos dous métodos. A razón de que se obteñan valores parecidos está en que se trata do mesmo resorte e o feito de que estes valores non sexan exactamente iguais débese ós erros experimentais.

Se a $k_{\text{media estática}}$ é maior que a $k_{\text{media dinámica}}$, unha posible causa da diferenza entre estes valores pode estar en non considerar no método dinámico a masa vibrante do resorte. Esta constante obtense

coa expresión: $k_{\text{dinámica}} = 4 \pi^2 \frac{m_{\text{vibrante}}}{T^2} = \text{cte.}$

Se no valor de m_{vibrante} non se ten en conta a masa vibrante do resorte, o valor que se calcula para a constante elástica, $k_{\text{dinámica obtida}}$, $\left[k_{\text{dinámica obtida}} = 4 \pi^2 \frac{(m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}})}{T^2} \right]$ é menor que o valor que lle corresponde, $k_{\text{dinámica resorte}}$, $\left[k_{\text{dinámica resorte}} = 4 \pi^2 \frac{(m_{\text{portapesas}} + m_{\text{pesas}} + m_{\text{vibrante resorte}})}{T^2} \right]$, sendo este último valor o que se corresponde co obtido polo método estático. Esta suposición confirmaa o feito de que as $k_{\text{dinámica obtidas}}$ sexan sempre menores que a $k_{\text{media estática}}$, sendo esta diferenza menor conforme aumenta a masa total vibrante.

Ademais, de non ter en conta a masa vibrante do resorte, veremos que para os valores máis pequenos da masa das pesas, as $k_{\text{dinámica obtidas}}$ son menores que a $k_{\text{media dinámica}}$, mentres que para as masas maiores das pesas resulta que as $k_{\text{dinámica obtidas}}$ son maiores á $k_{\text{media dinámica}}$.

26.- Ó desenvolver a práctica do péndulo para o cálculo de "g", desempeña algunha función importante a lonxitude do fío? (Xuño 98).

Solución:

O período de oscilación, T , do péndulo simple de lonxitude l vén dado pola expresión:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ sendo } g \text{ a aceleración da gravidade.}$$

Ó variar a lonxitude do péndulo varía o seu período de oscilación, sendo a relación $\frac{T^2}{l}$ constante ($T^2 \propto l$): $\frac{T^2}{l} = \text{cte} = \frac{4 \pi^2}{g} \rightarrow g = \frac{4 \pi^2}{T^2/l} = \text{cte}'$. Polo tanto, **o valor da lonxitude non desenvolve ningunha función importante na determinación de g** , que ten un único valor para cada punto da superficie da Terra. Sen embargo pode influír lixeiramente porque se o valor de l é moi pequeno, o error cometido nas medidas experimentais ten unha contribución porcentual máis alta.

27.- Na práctica do péndulo, que lonxitude de fío e amplitudes angulares iniciais consideras razoables? Por que? (Set. 97).

Solución:

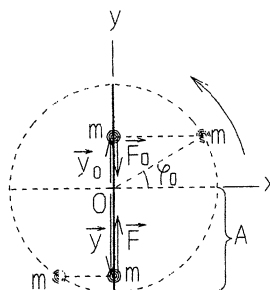
O período de oscilación, T , do péndulo simple de lonxitude l vén dado pola expresión:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ sendo } g \text{ a aceleración da gravidade.}$$

Se a lonxitude l do péndulo é moi pequena, o período é pequeno e as oscilacións prodúcense moi rapidamente dificultando a súa medida de forma precisa. Ademais, o error cometido na lonxitude l ten unha influencia porcentual máis alta. Polo tanto, **a lonxitude razoable debe ser a máis grande posible tendo en conta as posibilidades do laboratorio xunto a un desenvolvemento cómodo da**

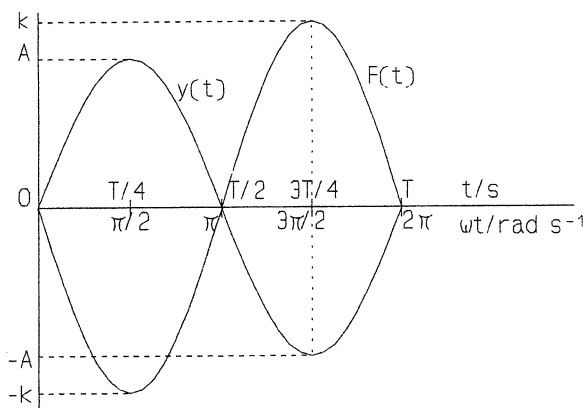
obtemos coa derivada da velocidade:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} \\ \vec{a} &= \vec{a}_n + \vec{a}_t \\ \vec{a}_n &= \frac{v^2}{\rho} \vec{u}_n \\ \vec{a}_t &= \frac{dv}{dt} \vec{u}_t \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{a} = \frac{v^2}{\rho} \vec{u}_n + \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$$



$\vec{a} = \frac{v^2}{\rho} \vec{u}_n - A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \vec{u}_t \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_t = -\omega^2 y \vec{u}_t$. Polo tanto, a **aceleración** deste movemento (que é tanxente á traxectoria) **non é constante**, sendo diferente para as distintas posicións y da partícula.

A elongación $\vec{y}$ dunha partícula m que se move con m.h.s. é unha función sinusoidal: $\vec{y} = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \vec{j}$. Tamén a forza $\vec{F}$ que causa este movemento é sinusoidal: $\vec{F} = -k \cdot \vec{y} = -k \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \vec{j}$, pero esta función nunca é igual á da elongación: A e k son constantes distintas e, para o caso de que teñan igual valor, a función sinusoidal da forza é oposta á da elongación.



Relacionamos agora a forza, $\vec{F}$, coa a aceleración, $\vec{a}$:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= m \vec{a} \\ \vec{a} &= -\omega^2 \vec{y} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} \vec{F} &= -m \omega^2 \vec{y} \\ m \omega^2 &= k \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{F} = -k \vec{y}$$

Polo tanto, a **forza que causa o m.h.s. é proporcional á elongación**.

30.- A enerxía mecánica total dun oscilador harmónico, a) duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación, b) duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación, c) cuadriplícase cando se duplica a amplitude da oscilación. (Set. 96).

Solución:

A enerxía mecánica, $E_{\text{mecánica}}$, do oscilador harmónico vén dada pola expresión:

$$E_{\text{mecánica}} = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow E_{\text{mecánica}} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m 4 \pi^2 \nu^2 A^2$$

a) Cando se duplica a amplitude da oscilación do oscilador harmónico, a súa enerxía mecánica cuadriplícase:

Para unha amplitude A : $E_{\text{mecánica}} \propto A^2$.

Para unha amplitude $2 \cdot A$: $E_{\text{mecánica}} \propto (2 \cdot A)^2 = 4 A^2$.

b) Cando se duplica a frecuencia das oscilacións, a súa enerxía mecánica cuadriplícase:

Para unha frecuencia ν : $E_{\text{mecánica}} \propto \nu^2$

Para unha frecuencia $2 \cdot \nu$: $E_{\text{mecánica}} \propto (2 \cdot \nu)^2 = 4 \cdot \nu^2$

c) Cando se duplica a amplitude da oscilación, a súa enerxía mecánica cuadriplícase:

Para unha amplitude A : $E_{\text{mecánica}} \propto A^2$.

Para unha amplitude $2 \cdot A$: $E_{\text{mecánica}} \propto (2 \cdot A)^2 = 4 A^2$.

Polo tanto, a opción correcta é a c).

31.- Fai unha descrición do material e do desenvolvemento experimental na determinación da constante elástica dun resorte polo método dinámico. (Xuño 96).

Solución:

Ver a resposta da cuestión número sete dos exercicios propostos.