

PROBLEMAS

1.- Unha onda harmónica transversal propágase na dirección do eixe x : $y(x,t) = 0,5 \cdot \sin(4x - 6t)$ (SI). Calcula: a) a lonxitude de onda, a frecuencia coa que vibran as partículas do medio e a velocidade de propagación da onda; b) a velocidade dun punto situado en $x = 1$ m no instante $t = 2$ s; c) os valores máximos da velocidade e da aceleración. (Set. 08).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional, que se propaga no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y , é:

$$y(t, x) = A \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) = A \sin\left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t\right]$$

Comparando esta ecuación coa ecuación de onda dada, $y(x,t) = 0,5 \sin(4x - 6t)$, resulta:

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2 \pi}{\lambda} \\ k = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2 \pi}{\lambda} = 4 \rightarrow \lambda = \frac{\pi}{2} \text{ m}$$

$$2 \cdot \pi \cdot \nu = 6 \rightarrow \nu = \frac{3}{\pi} \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow v = \lambda \cdot \nu \\ \lambda = \frac{\pi}{2} \text{ m} \\ \nu = \frac{3}{\pi} \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow v = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3}{\pi} = \frac{3}{2} \text{ m s}^{-1}$$

b) A velocidade transversal de vibración dun punto do medio afectado polo onda obtense derivando a ecuación de movemento:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{d}{dt} [0,5 \cdot \sin(4x - 6t)] = 0,5 \cdot \cos(4x - 6t) \cdot (-6) = -3 \cdot \cos(4x - 6t)$$

Para o punto situado en $x = 1$ m e no instante $t = 2$ s resulta:

$$v_{\text{transversal}} = -3 \cdot \cos(4 \cdot 1 - 6 \cdot 2) \rightarrow v_{\text{transversal}} = 0,44 \text{ m s}^{-1}$$

c) O módulo da velocidade é máximo cando o valor absoluto do coseno sexa máximo:

$$\cos(4x - 6t) = \pm 1$$

$$|v_{\text{transversal máxima}}| = 3 \text{ m s}^{-1}$$

Derivando a velocidade de vibración das partículas obtemos a aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt} [-3 \cdot \cos(4x - 6t)] = -18 \cdot \sin(4x - 6t)$$

O módulo da aceleración é máximo cando o valor absoluto do seno sexa máximo:

$$\sin(4x - 6t) = \pm 1, \text{ resultando: } |a_{\text{máximo}}| = 18 \text{ m s}^{-2}.$$

2.- A ecuación dunha onda sonora que se propaga na dirección do eixe x é $y = 4 \sin 2\pi(330t - x)$ (SI). Acha: a) a velocidade de propagación; b) a velocidade máxima de vibración dun punto do medio no que se transmite a onda; c) define a enerxía dunha onda harmónica. (Set. 08).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional, que se propaga no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y , é: $y(t, x) = A \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$

Comparando esta ecuación coa ecuación de onda da cuestión, $y(t, x) = 4 \sin(660\pi t - 2\pi x)$, resulta:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \end{array} \right\} \rightarrow v = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} \rightarrow v = \frac{\omega}{k} \left\{ \begin{array}{l} \omega = 660\pi \text{ rad/s} \\ k = 2\pi \text{ m}^{-1} \end{array} \right. \rightarrow v = \frac{660\pi}{2\pi} \rightarrow v = 330 \text{ m s}^{-1}$$

b) A velocidade transversal de vibración dun punto do medio afectado polo onda obtense derivando a ecuación de onda:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} [4 \sin 2\pi(330t - x)] = 4 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 330 \cos[2\pi(330t - x)]$$

A velocidade de vibración é máxima cando a función coseno toma o valor 1: $v_{\text{máxima}} = 8,3 \cdot 10^3$ m/s.

c) Cando unha onda chega a un punto, este empeza a vibrar e adquire enerxía cinética; simultaneamente, ó desprazalo da súa posición de equilibrio, adquire enerxía potencial. Polo tanto, a propagación dunha onda leva consigo un transporte de enerxía.

Consideremos que o foco realiza un m.h.s., aparecendo unha onda mecánica que se propaga por un medio material. A enerxía que transmite a onda harmónica produce un movemento harmónico simple das partículas do medio alcanzadas pola perturbación. Estas partículas posúen unha enerxía mecánica que é constante e será:

- Soamente cinética: na posición de equilibrio, cando a elongación é cero.
- Soamente potencial: nos puntos de máxima elongación.
- Cinética e potencial: para outra posición calquera da vibración.

Imos facer o cálculo da enerxía dunha onda harmónica para o caso máis sinxelo: cando está na posición de equilibrio, no que toda a súa enerxía está en forma de enerxía cinética.

$$E_T = E_{k \text{ máx}} = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2, \text{ onde } v \text{ é a velocidade de vibración do punto}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} [A \sin(\omega t - kx)] = A \omega \cos(\omega t - kx)$$

Cando $\cos(\omega t - kx) = 1$, a velocidade é máxima: $v_{\text{máx}} = A \omega$

$$E = E_{k \text{ máx}} = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} m A^2 \frac{4 \pi^2}{T^2} = 2 \pi^2 m A^2 \nu^2$$

3.- A ecuación dunha onda transversal é $y(t,x) = 0,05 \cos(5t - 2x)$ (magnitudes no SI).
Calcula: a) os valores de t para os que un punto situado en $x = 10$ m ten velocidade máxima;
b) o tempo que hai de transcorrer para que a onda percorra unha distancia igual a 3λ ; c) esta onda é estacionaria?. (Xuño 07).

Solución:

a) A velocidade transversal de vibración das partículas do medio alcanzadas pola onda $y(t,x) = 0,05 \cdot \cos(5 \cdot t - 2 \cdot x)$ (m) obtense derivando a ecuación de onda:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{dy(t,x)}{dt} = \frac{d}{dt} [0,05 \cdot \cos(5 \cdot t - 2 \cdot x)] \rightarrow v_{\text{transversal}} = -0,25 \sin(5 \cdot t - 2 \cdot x) \text{ m s}^{-1}$$

A $v_{\text{transversal}}$ é máxima (en valor absoluto) cando $\sin(5 \cdot t - 2 \cdot x) = \pm 1$, correspondéndolle o valor de **0,25 m/s**.

O valo do ángulo $(5t - 2x)$ para cuxo seno teña o valor de ± 1 hai de ser de $\pi/2$ ou $3\pi/2$ radiáns, na primeira oscilación, e de $n\pi + \pi/2$ radiáns, en xeral, sendo n un número natural ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Polo tanto, para o punto situado en $x = 10$ m resulta:

$$(5t - 2 \cdot 10) = n\pi + \pi/2 \rightarrow t = \frac{n\pi + \pi/2 + 20}{5} \rightarrow t = 4,31 + 6,28n \text{ s, sendo } n = 0, 1, 2, \dots$$

b) O tempo que tarda a onda en percorrer unha distancia igual á lonxitude de onda, λ , é o período, T . Polo tanto, o tempo t que hai de transcorrer para que a onda percorra unha distancia de 3λ será o triplo do período: $t = 3 \cdot T$.

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} \\ \omega = 5 \text{ rad/s} \end{array} \right\} \rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \text{ s} \left\{ \begin{array}{l} t = 3 \cdot T \end{array} \right. \rightarrow t = 3,8 \text{ s}$$

c) A ecuación das chamadas ondas harmónicas é da forma: $y(t) = 2 A \cos(kx) \sin(\omega t)$. Nela vemos que a fase é soamente temporal (como nos movementos harmónicos simples) e non presenta parte espacial (como nas funcións de onda). Polo tanto, esta ecuación non representa unha función de onda. Ademais, a amplitude das oscilacións non é a mesma para os distintos puntos, xa que depende de x : $2 A \cos(kx)$, habendo puntos que non vibran: para aqueles valores de x que fan

que $\cos(kx) = 0$.

Como a ecuación da onda do exercicio non se corresponde á ecuación das ondas estacionarias, ademais de que todos os puntos da onda vibran e vibran coa mesma amplitude, concluímos dicindo que a onda dada non é estacionaria.

4. Unha onda transmítese ó longo dunha corda. O punto situado en $x = 0$ oscila segundo a ecuación: $y = 0,1 \cos(10 \pi t)$ e outro punto situado en $x = 0,03$ m oscila segundo a ecuación: $y = 0,1 \cos(10 \pi t - \pi/4)$. Calcula: a) a constante de propagación, a velocidade de propagación e a lonxitude de onda; b) a velocidade de oscilación dun punto calquera da corda. (Xuño 06).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional, que se propaga a través dunha corda no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y , é:

$$y(x, t) = A \cos(\omega \cdot t - k \cdot x) = A \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

Comparando esta ecuación xeral coa que corresponde a un punto da corda situado en $x = 0,03$ m, $y = 0,1 \cos\left(10 \pi t - \frac{\pi}{4}\right)$, resulta:

$$k \cdot x = \frac{\pi}{4} \rightarrow k \cdot 0,03 = \frac{\pi}{4} \rightarrow k = 26,2 \text{ m}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \\ k = \frac{2 \pi}{\lambda} \\ k = 26,2 \text{ m}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow 26,2 = \frac{2 \pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 0,24 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \frac{2 \pi}{T} \\ \omega = 10 \pi \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow 10 \pi = \frac{2 \pi}{T} \rightarrow T = 0,2 \text{ s}$$

$$\rightarrow v = \frac{0,24}{0,2} \rightarrow v = 1,2 \text{ m s}^{-1}$$

Representamos nuns gráficos a elongación, a velocidade e a aceleración para o instante inicial, $t = t_0 = 0$ s e no instante en que se piden estas magnitudes, $t = 1$ s.

b) A velocidade de oscilación dun punto calquera da corda obtense derivando a ecuación do movemento da corda: $y(x, t) = 0,01 \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot t - 26,2 \cdot x)$.

$$v_{\text{oscilación}} = \frac{dy}{dt} = -0,1 \cdot 10 \cdot \pi \cdot \sin(10 \cdot \pi \cdot t - 26,2 \cdot x)$$

$$v_{\text{oscilación}} = -\pi \cdot \sin(10 \cdot \pi \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ m s}^{-1}$$

5.- Unha onda periódica vén dada pola ecuación: $y(t,x) = 10 \sin[2 \pi (50 t - 0,20 x)]$ en unidades do SI. Calcula: a) a frecuencia, a velocidade de fase e a lonxitude de onda; b) a velocidade máxima dunha partícula do medio e os valores do tempo t para os que esa velocidade é máxima (nun punto que dista 50 cm da orixe). (Set. 05).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional que se propaga no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y é:

$$y(t,x) = A \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) = A \sin\left[2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x\right]$$

Comparando esta ecuación coa ecuación de onda da cuestión, $y(t,x) = 10 \sin[2 \cdot \pi \cdot (50 t - 0,20 x)]$, resulta:

$$2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot 50 \rightarrow \nu = 50 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{x}{t} \rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T} \rightarrow \nu = \lambda \cdot \nu \\ \nu = 50 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \nu = \lambda \cdot 50$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2 \pi}{\lambda} \\ k = 2 \pi \cdot 0,20 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2 \pi}{\lambda} = 2 \pi \cdot 0,20 \rightarrow \lambda = 5 \text{ m}$$

$$\rightarrow \nu = 5 \cdot 50 \rightarrow \nu = 250 \text{ m s}^{-1}$$

b) A velocidade transversal de vibración das partículas obtense derivando a ecuación de onda:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ 10 \cdot \sin[2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t - 0,20 \cdot x)] \right\}$$

$$v_{\text{transversal}} = 10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \cos[2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t - 0,20 \cdot x)]$$

$$v_{\text{transversal}} = 1000 \cdot \pi \cdot \cos[2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t - 0,20 \cdot x)]$$

Cando $\cos[2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t - 0,20 \cdot x)] = 1$ a velocidade é máxima: $v_{\text{máxima}} = 1000 \pi \text{ m s}^{-1}$.

Para $x = 50 \text{ cm}$, o valor máximo do coseno (en valor absoluto) ten lugar cando o ángulo $\varphi = [2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t - 0,20 \cdot 0,5)]$ vale 0 ou π radiáns, na primeira volta, e, en xeral, cando $\varphi = n \pi$ rad, sendo n un número natural: $n = 0, 1, 2, \dots$

$$[2 \cdot \pi \cdot (50 \cdot t - 0,10)] = n \pi \rightarrow 100 t = 0,20 + n \rightarrow t = 0,002 + 0,01 n \text{ s}$$

Polo tanto, para $x = 0,50 \text{ m}$ a elongación é máxima, por primeira vez, no instante $t = 0,002 \text{ s}$ e volve a ser máxima cando transcorra un tempo de $0,01 \cdot n \text{ s}$; é dicir: cando transcorra un tempo que sexa múltiplo enteiro de medio período.

6. Unha onda plana propágase na dirección x positiva con velocidade $v = 340 \text{ m/s}$, amplitude $A = 5 \text{ cm}$ e frecuencia $\nu = 100 \text{ Hz}$ (fase inicial $\varphi_0 = 0$): a) escribe a ecuación da onda; b) calcula a distancia entre dous puntos cuxa diferenza de fase nun instante dado é $2 \cdot \pi/3$. (Xuño 05).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional que se propaga no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y é: $y(t, x) = A \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$.

$$A = 5 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \frac{2 \pi}{T} = 2 \pi \nu \\ \nu = 100 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot 100 \rightarrow \omega = 200 \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2 \pi}{\lambda} \\ \nu = \frac{x}{t} \rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu \\ \nu = 340 \text{ m s}^{-1} \\ \nu = 100 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} k = \frac{2 \pi}{3,40} \rightarrow k = 1,85 \text{ m}^{-1} \\ 340 = \lambda 100 \rightarrow \lambda = 3,40 \text{ m} \end{array}$$

$$y(t, x) = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(200 \cdot \pi \cdot t - 1,85 \cdot x + 0) \rightarrow y(t, x) = 0,05 \cdot \sin(200 \cdot \pi \cdot t - 1,85 \cdot x) \text{ m}$$

b) Ó ángulo $(\omega t - k x)$ chámasele fase da onda. Se nun mesmo instante a diferenza de fase entre dous puntos da onda é $2 \cdot \pi/3$, a distancia mínima que hai entre estes puntos é:

$$\left. \begin{array}{l} (\omega \cdot t - k \cdot x') - (\omega \cdot t - k \cdot x) = \frac{2 \pi}{3} \rightarrow k \cdot \Delta x = \frac{2 \pi}{3} \\ k = 1,85 \text{ m}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta x = 1,13 \text{ m}$$

7. A función de onda que describe a propagación dun son é: $y(t, x) = 6 \cdot 10^{-2} \cos(628 t - 1,90 x)$ (magnitudes no sistema internacional). Calcula: a) a frecuencia, a lonxitude de onda e a velocidade de propagación; b) a velocidade e a aceleración máximas dun punto calquera do medio no que se propaga a onda. (Set. 04).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional, que se propaga no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y , é: $y(t, x) = A \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$.

Comparando esta ecuación coa ecuación de onda da cuestión, $y(t, x) = 6 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(628 t - 1,90 x)$, resulta:

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \\ \omega = 628 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow 628 = 2 \cdot \pi \cdot \nu \rightarrow \nu = 100 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ k = 1,90 \text{ m}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow 1,90 = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 3,31 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{x}{t} \rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T} \rightarrow \nu = \lambda \nu \\ \lambda = 3,31 \text{ m} \\ \nu = 100 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \nu = 3,31 \cdot 100 \rightarrow \nu = 331 \text{ m s}^{-1}$$

b) A velocidade transversal de vibración dun punto do medio afectado polo onda obtense derivando a ecuación de movemento:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{d}{dt} [6 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x)] = -6 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \cdot 628$$

O módulo da velocidade é máximo cando o valor absoluto do seno sexa máximo:

$$\sin(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) = \pm 1$$

$$|v_{\text{transversal máxima}}| = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 628 \rightarrow |v_{\text{transversal máxima}}| = 37,68 \text{ m s}^{-1}$$

Derivando a velocidade de vibración das partículas obtemos a aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt} [-6 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \cdot 628]$$

$$a = -6 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \cdot 628^2$$

O módulo da aceleración é máximo cando o valor absoluto do coseno sexa máximo:

$$\cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) = \pm 1$$

$$|a_{\text{máximo}}| = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 628^2 \rightarrow |a_{\text{máximo}}| = 2,37 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-2}$$

8.- Por unha corda tensa propágase unha onda transversal con amplitude 5 cm, frecuencia 50 Hz e velocidade de propagación 20 m/s. Calcula: a) a ecuación de onda $y(x,t)$; b) os valores do tempo para os que $y(x,t)$ é máxima na posición $x = 1$ m. (Xuño 04).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional, que se propaga ó longo do eixe x e no seu sentido positivo (cara á dereita) e que a vibración asociada ó movemento harmónico simple ten lugar na dirección do eixe y , vén dada pola expresión: $y(x,t) = A \sin(\omega t + kx)$, sendo: y a elongación; A a amplitude; ω a pulsación; t o instante no que se estuda o estado de perturbación dunha partícula en torno á súa posición central; k o número de onda e x a distancia da partícula ó longo da dirección de propagación da perturbación.

$$\omega = 2 \pi \nu \rightarrow \omega = 2 \pi 50 \rightarrow \omega = 100 \pi \text{ s}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2 \pi}{\lambda} \\ \nu = \lambda \nu \\ \nu = 20 \text{ m/s} \\ \nu = 50 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow 20 = \lambda \cdot 50 \rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m} \left\{ \rightarrow k = \frac{2 \pi}{0,4} \rightarrow k = 5 \cdot \pi \text{ m}^{-1} \right.$$

$$y(x,t) = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(100 \pi t - 5 \pi x) \text{ m}$$

b) O módulo da elongación é máximo, $|y_{\text{máxima}}|$, cando o valor absoluto do seno sexa máximo e, polo tanto: $\sin(100 \cdot \pi \cdot t - 5 \cdot \pi \cdot x) = \pm 1$, ó que lle corresponde un ángulo, na primeira circunferencia, de $\pi/2$ rad ou de $3\pi/2$ rad e, en xeral, $(\pi/2 + n\pi)$ rad, sendo n un número natural: $n = 0, 1, 2, \dots$ Igualando e substituíndo $x = 1$ m resulta:

$$100 \cdot \pi \cdot t - 5 \cdot \pi \cdot 1 = \frac{\pi}{2} + n \pi \rightarrow 100 \cdot t - 5 = 0,5 + n \rightarrow t = 5,5 \cdot 10^{-2} + 10^{-2} \cdot n \text{ s}$$

9.- O ángulo límite vidro-auga é de 60° ($n_a = 1,33$). Un raio de luz que se propaga no vidro incide sobre a superficie de separación cun ángulo de 45° refractándose dentro da auga. Calcula: a) o índice de refracción do vidro; b) o ángulo de refracción na auga. (Set. 03).

Solución:

a) A relación do ángulo de incidencia, i , e de refracción, r , cando un raio de luz pasa desde un medio de índice de refracción n_1 a outro de índice de refracción n_2 vén dada pola lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Polo tanto, se $n_1 > n_2 \rightarrow \sin r > \sin i$ e $r > i$, e o raio refractado afástase da normal á superficie de separación dos dous medios, habendo un ángulo de incidencia, chamado ángulo límite, para o cal o ángulo de refracción é de 90° . Aplicando estes conceptos ó enunciado do exercicio

resulta:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_{\text{auga}}}{n_{\text{vidro}}} \rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{1,33}{n_{\text{vidro}}} \rightarrow n_{\text{vidro}} = 1,54$$

b)

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_{\text{auga}}}{n_{\text{vidro}}} \rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin r} = \frac{1,33}{1,54} \rightarrow r = 55^\circ$$

10.- A ecuación de propagación dun movemento ondulatorio é $y(x, t) = 2 \sin(8 \pi t - 4 \pi x)$ (SI). a) Cal é a amplitude, a frecuencia e a velocidade de propagación da onda?; b) cal é (en función do tempo) a velocidade e a aceleración dun punto para o que x é constante? (Set. 01).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional, que se propaga no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y , é:

$$y(x, t) = A \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) = A \sin \left[2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x \right]$$

Comparando esta ecuación coa ecuación de onda da cuestión, $y(x, t) = 2 \sin(8 \pi t - 4 \pi x)$, resulta:

$$A = 2 \text{ m}$$

$$2 \cdot \pi \cdot \nu = 8 \cdot \pi \rightarrow \nu = 4 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{x}{t} \rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T} \\ k = \frac{2 \pi}{\lambda} \\ k = 4 \pi \end{array} \right\} \rightarrow 4 \pi = \frac{2 \pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m} \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \nu = \frac{0,5}{\frac{1}{4}} \rightarrow \nu = 2 \text{ m s}^{-1} \\ \frac{1}{T} = \nu \\ \nu = 4 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

b) A velocidade transversal de vibración dun punto do medio afectado polo onda obtense derivando a ecuación de onda:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{d}{dt} [2 \cdot \sin(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x)] = 2 \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x) \cdot 8 \cdot \pi$$

$$v_{\text{transversal}} = 16 \cdot \pi \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x) \text{ m s}^{-1}$$

Derivando a velocidade de vibração das partículas obtemos a aceleração:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt} [16 \cdot \pi \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x)]$$

$$a = -16 \cdot \pi \cdot \sin(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x) \cdot 8 \cdot \pi$$

$$a = -128 \cdot \pi^2 \cdot \sin[8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x] \text{ m s}^{-2}$$