

CAMPO ELÉCTRICO

CUESTIÓN

1.- Mapa conceptual dos contidos do tema.

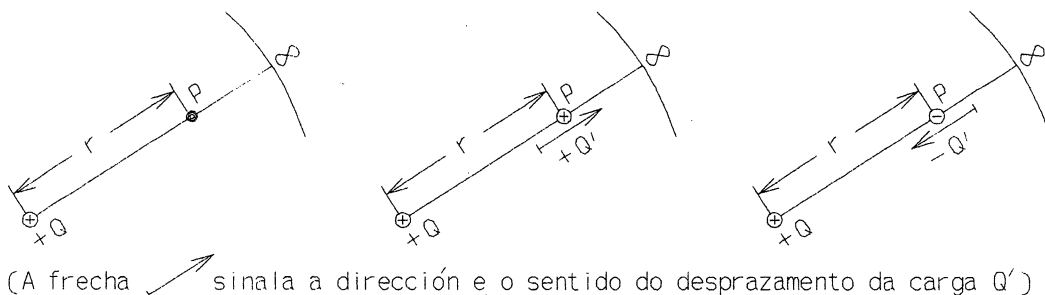
Solución:

Ver páxina 129 do texto "Física" de 2º de Bacharelato, Ed. Baía.

2.- Cal é o sentido (crecente ou decrecente) de potencial que segue de forma espontánea unha carga positiva abandonada nun campo eléctrico? E se a carga abandonada é negativa?

Solución:

Supoñamos que o campo eléctrico é creado por unha carga puntual positiva, $+Q$. Esta carga crea un campo eléctrico no que aparecen distintos valores de potencial, V , que diminúen co aumento da distancia, r , entre a carga Q e o punto P onde o calculamos: $V_P = \frac{kQ}{r}$. Unha segunda carga positiva, Q' , abandonada nun punto do campo eléctrico creado por $+Q$, é repelida, desprazándose cara ó infinito; é dicir: cara a **potenciais decrecentes**.

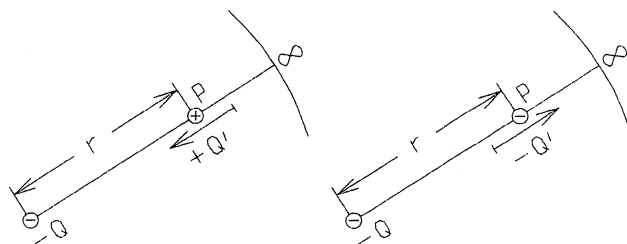


Se a carga Q' , abandonada no campo eléctrico creado pola carga $+Q$, é negativa, é atraída por Q , desprazándose espontaneamente cara a zonas de **potenciais crecentes**.

Se o campo eléctrico é creado por unha carga puntual negativa, $-Q$, o potencial que esta carga crea é negativo e aumenta coa distancia, r , que hai entre a carga Q creadora de campo e o punto onde o calculamos:

$$V_P = -\frac{kQ}{r}, \text{ alcanzando o valor máximo no}$$

infinito, que é nulo. Unha segunda carga eléctrica positiva, $+Q'$, abandonada nun punto do campo eléctrico creado por $-Q$, é atraída por esta carga, desprazándose cara a ela; é dicir: desprázase espontaneamente cara a **potenciais decrecentes**. Se a carga Q' abandonada no campo creado pola carga $-Q$ é negativa, séntese repelida por esta, desprazándose espontaneamente cara ó infinito: cara a **potenciais crecentes**.



En resumo diremos que: As cargas positivas desprázanse espontaneamente das zonas de máis cara ás de menos potencial e as cargas negativas fanho das zonas de menos cara ás de máis potencial.

3.- Razoa por que o campo electrostático é conservativo. (Selectividade COU; set. 99).

Solución:

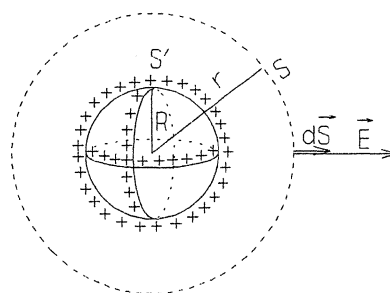
A forza eléctrica do campo electrostático creado por unha carga puntual é central, pasando a súa liña de acción por un mesmo punto fixo, chamado centro de forzas. E sabemos que o traballo desenvolto por unha forza central entre dous puntos soamente depende da posición destes, e non do camiño ó longo do cal se realiza, e estes feitos son característicos dun campo de forzas conservativo.

4.- Unha esfera maciza condutora posúe unha certa carga eléctrica: canto vale o campo e o potencial electrostático para puntos do exterior e do interior da esfera? Razoa a resposta. (Selectividade COU; set. 98).

Solución:

Para un punto exterior á esfera condutora, situado á distancia r do seu centro, a intensidade de campo eléctrico, $\vec{E}$, como todo vector, consta de módulo, dirección e sentido. Empezamos estudando o seu módulo, para o que:

1º: Trazamos unha superficie gaussiana, que pase polo punto onde queremos coñecer o campo $\vec{E}$ e que en calquera punto desa superficie o seu valor numérico sexa constante: unha esfera.



2º: Calculamos o fluxo do vector $\vec{E}$, que atravesa a superficie anteriormente trazada:

$$\Phi = \oint_{S \text{ de Gauss}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S \text{ da esfera}} E \, dS \cos 0^\circ = E \oint_S dS = E S$$

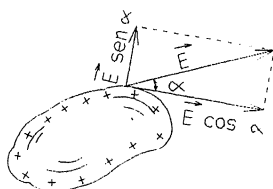
3º: Aplicamos o teorema de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} \Phi = \frac{Q}{\epsilon} \\ \Phi = E \cdot S \end{array} \right\} \rightarrow E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon} \quad \left. \begin{array}{l} S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \\ E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \end{array} \right\} \rightarrow E = k \frac{Q}{r^2} \quad \left. \begin{array}{l} k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \end{array} \right\}$$

A dirección é a do raio da esfera que teña por liña de acción a recta que pasa polo punto onde queiramos coñecer $\vec{E}$ e o seu sentido é cara ó infinito, se a carga da esfera é positiva, ou cara ó centro da esfera, se a carga é negativa.

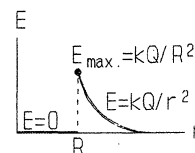
Resulta que o campo $\vec{E}$ creado por unha carga Q , distribuída sobre unha esfera condutora en

1



Nun punto exterior infinitesimalmente próximo á superficie dun conductor cargado en equilibrio, a intensidade de campo eléctrico é perpendicular á superficie. Se o campo non fose perpendicular, senón oblicuo, podémolo descompoñer en dous: un tanxente á superficie do conductor e outro perpendicular a ela. O primeiro faría mover as cargas sobre a superficie do conductor, en contra da hipótese inicial de que o conductor estaba en equilibrio.

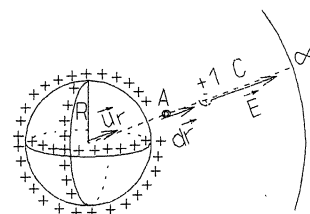
equilibrio electrostático, nun punto exterior a ela, é igual ó campo creado por esa mesma carga se fose puntual e estivese situada no centro da esfera. En función da distancia, a súa representación gráfica é a indicada na figura adxunta.



Facemos agora o estudo do potencial eléctrico para un punto exterior á esfera condutora, situado á distancia r do seu centro, considerando que o seu valor no infinito é nulo:

$$\int_r^\infty dV = - \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow 0 - V_r = - \int_r^\infty \vec{E}_{\text{exterior}} \cdot d\vec{r}$$

$$V_r = \int_r^\infty E_{\text{exterior}} dr = \int_r^\infty \frac{k \cdot Q}{r^2} \cdot dr = \left[-\frac{k \cdot Q}{r} \right]_r^\infty = \frac{k Q}{r}$$

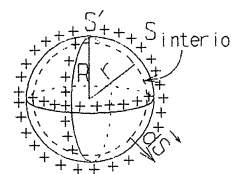


Resulta que o potencial eléctrico, V , creado por unha carga Q distribuída sobre unha esfera condutora en equilibrio electrostático nun punto exterior a ela, é igual ó potencial creado por esa mesma carga se fose puntual e estivera situada no centro da esfera.

Nun condutor cargado coas cargas en equilibrio electrostático, estas están distribuídas uniformemente pola súa superficie: As cargas repélense e de estar no interior do condutor desprazaríanse ata que a distancia fose máxima; isto é: ata a súa superficie.

Ó situarse as cargas sobre a superficie do condutor, a carga encerrada por unha superficie interior é nula e recordando o concepto de fluxo e o teorema de Gauss resulta:

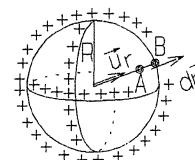
$$\left. \begin{array}{l} \Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \\ \Phi = \frac{Q}{\epsilon} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \oint_{S_{\text{interior}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon} \\ Q_{\text{interior}} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow E = 0$$



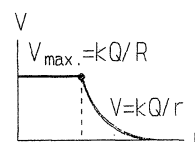
O resultado é que o campo eléctrico, no interior dun condutor cargado en equilibrio electrostático, é nulo.

Como xa se indicou máis arriba, a relación que hai entre a intensidade do campo eléctrico, $\vec{E}$, e o potencial eléctrico, V , é: $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$. E para un punto interior da esfera condutora, o potencial eléctrico é constante: $dV = -\vec{0} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow V = \text{cte}$. Trátase dun volume equipotencial que en función da carga Q e do raio da esfera vén dado pola expresión:

$$\int_{r_A}^{r_B} dV = - \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow V_{r_B} - V_{r_A} = 0 \rightarrow V_{r_A} = V_{r_B} = \frac{k Q}{r_B} = \frac{k Q}{R}$$



A este mesmo resultado chegamos recordando que o potencial eléctrico é continuo e, como para puntos exteriores próximos á superficie da esfera ($r = R$) vale $V_{\text{exterior}} = \frac{k Q}{R}$; para puntos interiores, tamén achegados á superficie, ten o mesmo valor: $V_{\text{interior}} = \frac{k Q}{R}$, valor de potencial que é constante no interior da esfera



A representación gráfica do potencial creado por unha esfera condutora cargada, en equilibrio electrostático, é a que se indica na figura adxunta.

5.- É posible que nun punto do espazo a intensidade do campo eléctrico sexa nula e o potencial eléctrico teña un valor finito distinto de cero? E que os dous sexan nulos? Razoa as respostas. (*Selectividade COU; xuño 98*).

Solución:

Empezamos recordando a relación que hai entre a intensidade do campo eléctrico, $\vec{E}$, e o potencial eléctrico, V :

$$\left. \begin{aligned} dV &= -\vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow \int dV = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ \vec{E} &= \vec{0} \end{aligned} \right\} \rightarrow V = \text{cte}$$

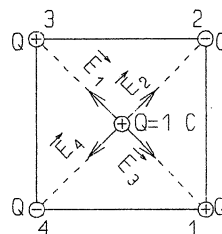
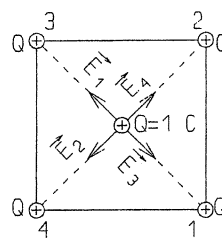
Este resultado indícanos que se nunha rexión do espazo a intensidade de campo eléctrico é nula, o potencial eléctrico non varía, sendo constante, podendo ter un valor distinto de cero. Un exemplo é o dunha esfera metálica de raio R , cargada cunha carga Q en equilibrio electrostático: a intensidade de campo eléctrico no seu interior é nula e o potencial constante, sendo o seu valor o que vén dado pola expresión: $V_{\text{interior}} = \frac{kQ}{R}$. Igual situación ten lugar no centro dun cadrado, que posúe cargas iguais en cada un dos seus vértices: $\vec{E}_{\text{centro}} = \vec{0}$ e $V_{\text{centro}} \neq 0$.

$$\vec{E}_{\text{centro}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \vec{0}$$

$$V_{\text{centro}} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 > 0$$

Polo tanto, a contestación á primeira pregunta é de que a situación presentada si é posible.

A resposta á segunda pregunta é tamén afirmativa. Un exemplo pode ser ó do cadrado anterior cando as cargas que están nunha da diagonais do cadrado son de signo contrario ás cargas que están nos extremos da outra diagonal: $\vec{E}_{\text{centro}} = \vec{0}$ e $V_{\text{centro}} = 0$.

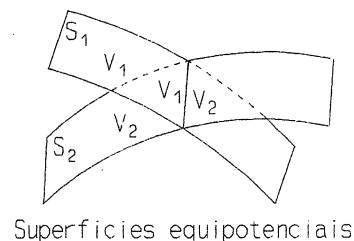
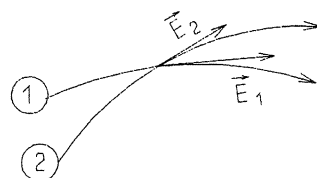
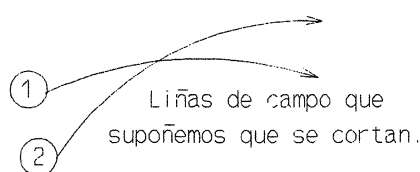


6.- Poden cortarse dúas liñas de forza dun campo electrostático? E dúas superficies equipotenciais? Razoa as respostas. (*Selectividade COU; set. 97*).

Solución:

A intensidade de campo eléctrico pode representarse graficamente por medio dunhas liñas imaxinarias, chamadas **liñas de forza**, as cales son tanxentes en cada punto á dirección do vector intensidade de campo, asignándolle o mesmo sentido que o do vector $\vec{E}$. En consecuencia, dúas liñas de forza nunca se cortan nun punto. Se isto sucedera, no punto de intersección, o vector intensidade de campo, $\vec{E}$, tería que ser tanxente simultaneamente a ambas liñas, o que significaría dous valores de $\vec{E}$ no mesmo punto; feito que non é posible porque nun punto hai un único valor (principio de superposición): $\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \neq \vec{E}_1 \neq \vec{E}_2$.

Igual ocorre coas superficies equipotenciais (lugar xeométrico dos puntos do espazo que teñen o mesmo valor de potencial). De cortarse, nos puntos de corte habería dous valores distintos de potencial, situación que tampouco é posible: $V_{\text{total}} = V_1 + V_2 \neq V_1 \neq V_2$.



7.- Xustifica que o potencial eléctrico, V , no interior dunha esfera condutora de raio R , cargada cunha carga Q en equilibrio electrostático, vale $V = k \cdot Q/R$.

Solución:

Nun condutor cargado coas cargas en equilibrio electrostático, estas están distribuídas uniformemente pola súa superficie: As cargas repélense e de estar no interior desprazaríanse ata que a distancia fose máxima; isto é: ata a superficie do condutor.

Ó situarse as cargas sobre a superficie do condutor, a carga encerrada por unha superficie interior é nula e, aplicando o teorema de Gauss, resulta: $\vec{E}_{\text{interior}} = \vec{0}$.

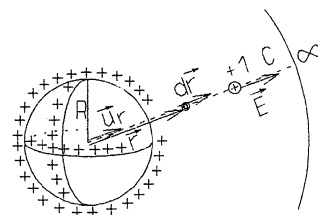
A relación que hai entre a intensidade do campo eléctrico, $\vec{E}$, e o potencial eléctrico, V , é:
 $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$

Resulta que para un punto interior da esfera condutora, o potencial eléctrico é constante:
 $dV = -\vec{0} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow V = \text{cte.}$ Trátase dun volume equipotencial.

Para un punto exterior á esfera condutora, situado á distancia r do seu centro, a intensidade de campo eléctrico, $\vec{E}$, vén dada pola expresión: $\vec{E} = \frac{k \cdot Q}{r^2} \vec{u}_r$ e o potencial, considerando que o seu valor é nulo no infinito, vale:

$$\int_r^\infty dV = - \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow V_r = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty E \, dr$$

$$V_r = \int_r^\infty \frac{k \cdot Q}{r^2} \, dr = \left[-\frac{k \cdot Q}{r} \right]_r^\infty = \frac{k \cdot Q}{r}$$



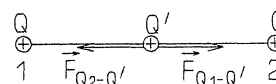
Para puntos da superficie da esfera, r coincide con R e a expresión anterior toma a forma:
 $V = \frac{k \cdot Q}{R}$. Este potencial da superficie da esfera coincide co do seu interior, xa que é constante en toda ela, obtendo a expresión que queríamos xustificar.

8.- Se no punto medio do segmento que une dúas cargas eléctricas puntuais e iguais, Q , colocamos unha terceira carga, Q' , tamén puntual, contesta razoadamente se para calquera valor das cargas a terceira carga estará en equilibrio. Haberá algún valor das cargas para o cal o sistema das tres cargas estea en equilibrio?

Solución:

Dise que un corpo puntual está en equilibrio cando está en repouso ou en movemento rectilíneo e uniforme, situacións que teñen lugar cando a resultante das forzas que actúan sobre el é nula (primeira lei de Newton).

As forzas que actúan sobre a carga Q' son as indicadas na figura: $\vec{F}_{Q_1-Q'}$ e $\vec{F}_{Q_2-Q'}$, que son de igual módulo e dirección e de sentido contrario, dando unha resultante nula, estando, en consecuencia, a carga Q' en equilibrio.

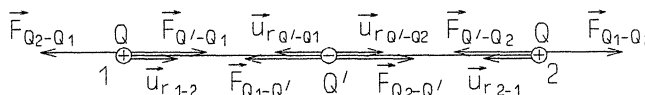


Estudamos agora a posibilidade de que as tres cargas estean en equilibrio. Supoñemos que as cargas Q (1 e 2) son positivas e a Q' é negativa. Sobre a carga 1 actúan:

- A forza repulsiva que a carga 2 exerce sobre ela: $\vec{F}_{Q_2-Q_1} = \frac{k Q Q}{r^2} \vec{u}_{r_{2-1}}$.
- A forza atractiva que a carga Q' exerce sobre ela: $\vec{F}_{Q'-Q_1} = - \frac{k Q Q'}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \vec{u}_{r_{Q'-Q_1}}$.

Estas forzas, que son de igual dirección e de sentido contrario, anúlanse cando sexan de igual módulo:

$F_{Q_2-Q_1} = F_{Q'-Q_1}$; situación que se dá cando $Q = 4Q'$:



$$F_{Q_2-Q_1} = F_{Q'-Q_1} \rightarrow \frac{k Q Q}{r^2} = \frac{k Q Q'}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \rightarrow Q = 4 Q'$$

Igual ocorre para a carga 2, estando as cargas Q (1 e 2) en equilibrio para a condición de $Q = 4 Q'$.

Para a carga Q' vale o comentario feito na resposta á primeira parte da cuestión.

9.- O electrón-voltio non é unha unidade de potencial eléctrico, senón de enerxía. Defínese como a enerxía que adquire 1 electrón cando se somete á diferenza de potencial de 1 voltio. Obtén a súa equivalencia coa unidade de enerxía no SI. Dato: $Q_{e^-} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} E = 1 \text{ eV} \\ Q_{e^-} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{array} \right\} \rightarrow E = 1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ CV} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ CV} = 1 \text{ J} \end{array} \right. \rightarrow E = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

10.- O fluxo do campo eléctrico a través dunha superficie pechada que envolve varias cargas, depende da posición que ocupen as cargas dentro da superficie considerada?

Solución:

Polo teorema de Gauss sabemos que o fluxo do campo eléctrico, Φ , que atravesa unha superficie pechada S é igual ó cociente entre a carga eléctrica total, Q , encerrada dentro da superficie e a permitividade do medio na que se encontran, ϵ :

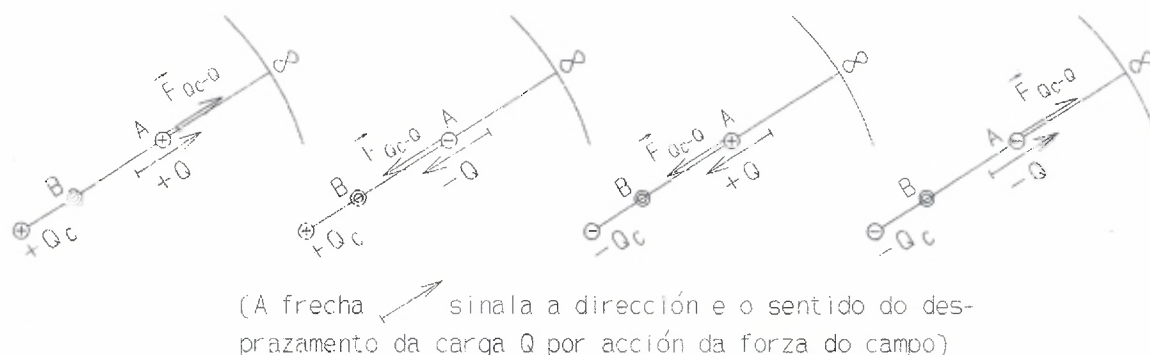
$$\Phi_S = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} Q_i}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon}$$

sendo n o número de cargas. En consecuencia, o fluxo é independente da posición que ocupan as cargas Q_i dentro de S .

II.- Estuda como é, positivo ou negativo, o traballo desenvolto pola forza eléctrica do campo cando unha carga Q se despraza espontaneamente.

Solución:

Segundo o signo da carga creadora do campo eléctrico, Q_C , e o da carga Q que se despraza por efecto da forza eléctrica do campo, as situacións que se poden presentar son as indicadas no seguinte gráfico:



Cando a carga creadora do campo, Q_C , e a que se move, Q , son positivas, esta é repelida pola forza eléctrica do campo, desprazándose cara ó infinito, indo desde puntos de máis potencial cara ós de menos potencial, resultando o traballo positivo:

$$\left. \begin{aligned} W_A^\infty &= -Q \Delta V = -Q(V_\infty - V_A) \\ V_\infty &< V_A \\ Q &> 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow W_A^\infty > 0$$

Cando Q_C é positiva e Q é negativa, Q é atraída por Q_C , desprazándose desde puntos de menos potencial cara ós de máis potencial:

$$\left. \begin{aligned} W_A^B &= -Q \Delta V = -Q(V_B - V_A) \\ V_B &> V_A \\ Q &< 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow W_A^B > 0$$

Cando Q_C é negativa e Q é positiva, esta segunda carga é atraída por Q_C , desprazándose desde

puntos de máis potencial cara ós de menos potencial:

$$\left. \begin{array}{l} W_A^B = -Q \Delta V = -Q (V_B - V_A) \\ V_B < V_A \\ Q > 0 \end{array} \right\} \rightarrow W_A^B > 0$$

Cando Q_C e Q son negativas, Q é repelida por Q_C , desprazándose desde puntos de menos potencial cara ós de máis potencial:

$$\left. \begin{array}{l} W_A^\infty = -Q \Delta V = -Q (V_\infty - V_A) \\ V_\infty > V_A \\ Q < 0 \end{array} \right\} \rightarrow W_A^\infty > 0$$

Tamén podemos razoara a resposta a partir da definición de traballo: $W_A^{A'} = \int_A^{A'} \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Como para todos os casos, a forza eléctrica do campo eléctrico sobre a carga Q e o desprazamento que esta carga experimenta de forma espontánea teñen a mesma dirección e sentido, o ángulo que forman estes vectores é de 0° e o traballo desenvolvido é sempre positivo:

$$W_A^{B \text{ ou } \infty} = \int_A^{B \text{ ou } \infty} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^{B \text{ ou } \infty} F dr > 0$$

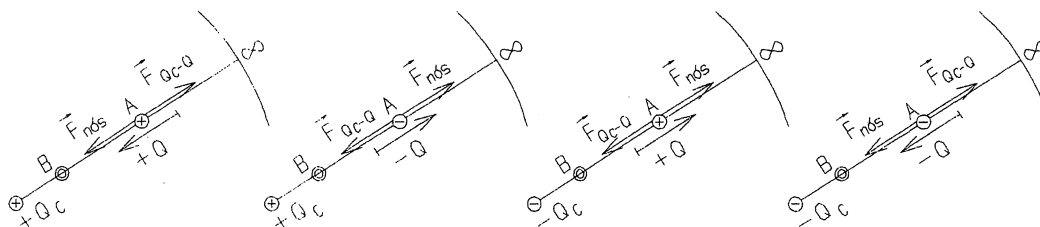
En resumo podemos dicir que cando unha carga puntual Q (positiva ou negativa) se despraza espontaneamente pola forza do campo eléctrico que unha carga Q_C crea, a forza eléctrica desenvolve un traballo que é sempre positivo.

12.- Cando o traballo feito pola forza eléctrica do campo é negativo, a carga que se despraza faino de forma espontánea ou por acción dunha forza exterior á do campo eléctrico?

Solución:

Na cuestión anterior, se a carga Q se despraza en sentido contrario ó alí indicado, o signo do traballo feito pola forza do campo é negativo e Q non se despraza de forma espontánea, senón que o fará por acción dunha forza exterior á do campo eléctrico.

$$W_A^{B \text{ ou } \infty} = \int_A^{B \text{ ou } \infty} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^{B \text{ ou } \infty} F dr \cos 180^\circ = - \int_A^{B \text{ ou } \infty} F dr \rightarrow W_A^{B \text{ ou } \infty} < 0$$

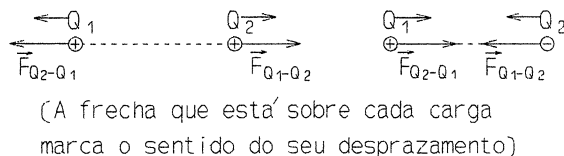


(A frecha → sinala a dirección e o sentido do desprazamento da carga Q por acción dunha forza exterior)

13.- Cando se separan dúas cargas do mesmo signo ou se acercan dúas cargas de signo contrario, na dirección da recta que as une, o traballo feito pola forza do campo é positivo ou negativo?

Solución:

A dirección e o sentido da forza á que está sometida cada carga coincide coa dirección e o sentido do desprazamento que experimentan por acción da forza do campo. Recordando o concepto de traballo resulta que o traballo feito pola forza do campo neste desprazamento (que se produce de forma espontánea) é positivo:

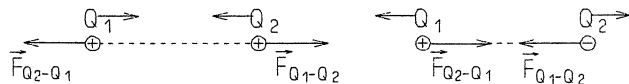


$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F \cdot dr \cdot \cos 0^\circ = \int F \cdot dr > 0$$

14.- Se se separan dúas cargas de distinto signo ou se acercan dúas cargas de igual signo, na dirección da recta que as une, o traballo feito pola forza do campo é positivo ou negativo?

Solución:

O sentido da forza eléctrica á que está sometida cada carga é contrario ó sentido do desprazamento que efectúa e o traballo desenvolvido pola forza eléctrica do campo é negativo:



(A frecha que está sobre cada carga marca o sentido do seu desprazamento, que é debido á forza exterior)

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F \cdot dr \cdot \cos 180^\circ = - \int F \cdot dr < 0$$

15.- Tres cargas de $2 \mu\text{C}$ cada unha están situadas, respectivamente, nos puntos $(0,0,0)$, $(1,0,0)$ e $(1,1,1)$, coordenadas dadas en metros. Razona como será (igual, maior ou menor) o fluxo do campo eléctrico creado por estas cargas a través dunha superficie esférica de 2 metros de raio con centro o punto $(0,0,0)$ con respecto ó fluxo que atravesa a superficie dun cubo de 3 m de aresta con centro o punto $(1,1,1)$.

Solución:

Polo teorema de Gauss sabemos que o fluxo do campo eléctrico, Φ , que atravesa unha superficie pechada S é igual ó cociente entre a carga eléctrica total encerrada dentro da superficie e a permitividade do medio na que se encontran, ϵ :

$$\Phi_S = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} Q_i}{\epsilon}$$

sendo n o número de cargas. En consecuencia, o fluxo é independente da posición que ocupan as cargas Q_i dentro de S .

Como as dúas superficies consideradas encerran as mesmas cargas, o fluxo a través das dúas superficies é o mesmo.

16.- Se o vector campo eléctrico, $\vec{E}$, creado por unha carga puntual Q , a unha distancia d , ten o valor de E_d ; para unha distancia de $4d$ correspóndelle o valor de: a) catro veces menos; b) oito veces menos; c) dezaseis veces menos. (Elixo razoadamente a opción que consideres correcta).

Solución:

$$\left. \begin{aligned} E_d &= \frac{k Q}{d^2} \\ E_{4d} &= \frac{k Q}{(4d)^2} \rightarrow E_{4d} = \frac{k Q}{16 d^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow E_{4d} = \frac{E_d}{16}, \text{ resultado que corresponde ó ítem c).}$$

17.- Se o potencial eléctrico, V , creado por unha carga puntual Q , a unha distancia d , ten o valor de V_d ; para unha distancia de $4d$ correspóndelle o valor de: a) catro veces menos; b) oito veces menos; c) dezaseis veces menos. (Elixo razoadamente a opción que consideres correcta).

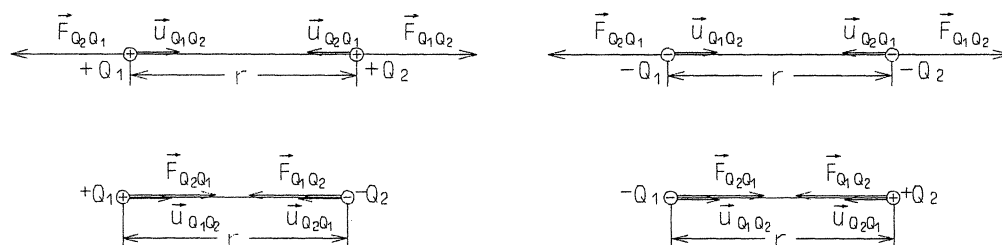
Solución:

$$\left. \begin{aligned} V_d &= \frac{k Q}{d} \\ V_{4d} &= \frac{k Q}{4d} \end{aligned} \right\} \rightarrow V_{4d} = \frac{V_d}{4}, \text{ resultado que corresponde ó ítem a).}$$

18.- Se dúas cargas eléctricas, Q_1 e Q_2 , sitas unha no campo eléctrico da outra, se deixan en liberdade e a velocidade que experimentan se incrementa a medida que se moven; as cargas: a) son necesariamente de igual signo; b) son necesariamente de distinto signo; c) poden ser de calquera signo. (Elixo razoadamente a opción que consideres correcta).

Solución:

Unha carga eléctrica Q_2 , sita no campo eléctrico creado pola carga Q_1 , está sometida á forza eléctrica $\vec{F}_{Q_1 Q_2}$. Tamén, sobre a carga Q_1 , sita no campo eléctrico da carga Q_2 , actúa a forza eléctrica $\vec{F}_{Q_2 Q_1}$. Estas forzas son as representadas nos gráficos que aparecen a continuación e, segundo se trate de cargas de igual ou de distinto signo, son, respectivamente, repulsivas ou atractivas.



O valor destas forzas, para cargas puntuais, vén dada pola lei de Coulomb: $F_{Q_1 Q_2} = \frac{k Q_1 Q_2}{r^2}$

No momento en que se liberan as cargas, ó estar sometidas a unha forza, pónense en movemento, afastándose no caso de cargas de igual signo e acercándose cando as cargas son de distinto signo. Nas sucesivas posicións que van adquirindo, seguen estando sometidas a novas forzas e, en consecuencia, as cargas seguen estando aceleradas, ganando cada vez máis velocidade, independentemente de que sexan de igual ou de distinto signo (ítem c).

19.- Cando unha partícula de masa m e carga Q se somete a unha diferenza de potencial de ΔV voltios, a velocidade v que adquire é: a) directamente proporcional a ΔV ; b) directamente proporcional a ΔV^2 ; c) directamente proporcional a $\sqrt{\Delta V}$. (Elixe razoadamente a opción que consideres correcta).

Solución:

A enerxía, W , que adquire unha carga Q sometida a unha diferenza de potencial ΔV é directamente proporcional a ΔV : $W \propto \Delta V$ ($W = -Q \cdot \Delta V$).

Por outra lado podemos relacionar W coa v : $W = \Delta E_k \rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0$

Coas consideracións anteriores resulta: $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = -Q \cdot \Delta V \rightarrow v^2 = -\frac{2 \cdot Q \cdot \Delta V}{m}$

Se a carga Q é positiva, $Q > 0$, a partícula gana enerxía cando se move (espontaneamente) de máis a menos potencial, sendo $\Delta V < 0$, co que resulta: $v^2 = +\frac{2 \cdot Q \cdot |\Delta V|}{m}$.

A igual resultado se chega se a carga é negativa, $Q < 0$. Neste caso a partícula gana enerxía cando vai das zonas de menos potencial cara ás de máis potencial, desprazándose espontaneamente, polo que $\Delta V > 0$ e $v^2 = +\frac{2 \cdot |Q| \cdot \Delta V}{m}$.

En resumo: $v^2 = +\frac{2 \cdot |Q| \cdot |\Delta V|}{m} = k \cdot |\Delta V| \rightarrow v \propto \sqrt{|\Delta V|}$ (Este resultado é o que se corresponde co ítem c).

20.- Estuda se a forza que unha carga puntual Q exerce sobre outra carga Q' , tamén puntual, depende ou non da presenza doutra terceira carga Q'' .

Solución:

A forza que unha carga puntual Q exerce sobre outra carga Q' , $F_{Q-Q'}$, separadas unha distancia r , vén dada pola lei de Coulomb: $F_{Q-Q'} = \frac{k Q Q'}{r^2}$, sendo k unha constante que depende do medio en que estean as cargas Q e Q' . Polo tanto, esta forza é independente da presenza dunha terceira carga, Q'' . O efecto desta terceira carga sobre a carga Q' é que a forza á que vai estar sometida Q' é a suma vectorial das forzas que sobre ela exercen as cargas Q e Q'' : $\vec{F}_{Q-Q'} + \vec{F}_{Q''-Q'}$ (principio de superposición).

21.- Nunha rexión do espazo hai un sistema de cargas eléctricas, que en conxunto é electricamente neutra. En consecuencia, nesa rexión do espazo, a) non existen liñas de forza; b) as liñas de forza que entran nunha superficie pechada que envolve ás cargas é igual ó número de liñas de forza que saen da devandita superficie; c) o fluxo a través dunha superficie pechada

que envolve ás cargas non é nulo debido a que no interior da superficie existen cargas eléctricas. (Elixo razoadamente as opcións que consideres correctas).

Solución:

O campo eléctrico pode representarse graficamente por medio dunhas liñas imaxinarias, chamadas **liñas de forza**, as cales son tanxentes en cada punto á dirección do vector intensidade de campo eléctrico, $\vec{E}$, e asígnaselle o mesmo sentido que o do vector $\vec{E}$.

Dicir que nunha rexión do espazo non existen liñas de forza implica que nesa zona a intensidade de campo eléctrico é nula. E como o feito de que unha zona do espazo sexa electricamente neutra non implica que o vector campo eléctrico sexa nulo (como sucede, por exemplo, para o caso dun dipolo eléctrico) non podemos concluír dicindo que nesa zona non existen liñas de forza.

O número de liñas de forza que atravesan unha superficie é o que se chama fluxo. E polo teorema de Gauss sabemos que o fluxo do campo eléctrico, Φ , que atravesa unha superficie pechada S é igual ó cociente entre a carga eléctrica total encerrada dentro da superficie e a permitividade do medio na que se encontran, ϵ :

$$\Phi_S = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} Q_i}{\epsilon}$$

Polo tanto, nunha rexión do espazo na que hai un sistema de cargas que electricamente é neutro, o fluxo que atravesa unha superficie pechada que envolva as cargas é nulo; o que significa que as liñas de forza que entran na superficie considerada coincide co número de liñas de forza que saen da devandita superficie.

22.- Se o fluxo do campo eléctrico a través dunha superficie pechada, S , é nulo: a) non pode haber corpos cargados no seu interior; b) necesariamente ten que haber carga no interior da superficie, coincidindo a carga total positiva coa total negativa; c) non se ten información suficiente para saber se hai carga no interior da devandita superficie. (Elixo razoadamente a opción que consideres correcta).

Solución:

O fluxo, Φ , do campo eléctrico a través dunha superficie S representa o número de liñas de forza que atravesan a superficie considerada. Segundo o teorema de Gauss, o seu valor vén dado pola expresión: $\Phi_S = \frac{Q_1 + Q_2 + \dots}{\epsilon}$, sendo $Q_1, Q_2, \dots$, as cargas encerradas dentro de S e ϵ a permitividade do medio na que estas se encontran.

Polo tanto, que o fluxo a través dunha superficie pechada sexa nulo non implica que no seu interior non existan cargas eléctricas; pero si podemos afirmar que de haber cargas no interior de S , a carga total positiva coincide coa carga total negativa.

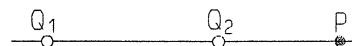
Como o fluxo pode ser nulo debido a que:

- non exista carga eléctrica, $Q = 0$, ou
- as cargas eléctricas positivas se compensen coas negativas, de modo que a súa suma sexa

nula, $\Sigma Q_i = 0$,

non se ten información suficiente para saber se hai carga no interior da superficie.

23.- Se no punto P da figura, a intensidade de campo eléctrico, $\vec{E}$, é nula, que se pode dicir acerca do valor numérico (maior, menor ou igual) e do signo (igual ou distinto) das cargas Q_1 e Q_2 ? Como será o potencial eléctrico (nulo, positivo ou negativo) que estas cargas crean no punto P? Razoa as respostas.



Solución:

Se son varias as cargas eléctricas creadoras do campo eléctrico, neste caso Q_1 e Q_2 , cada carga exerce a súa intensidade, $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$, como se estivese soa, sendo a intensidade total, $\vec{E}$, igual á suma vectorial das intensidades individuais. Para que $\vec{E}$ nun punto, neste caso P, sexa nulo, o vector campo eléctrico creado por Q_1 , $\vec{E}_1$, hai de ser de igual módulo e dirección e de sentido contrario ó vector campo eléctrico creado por Q_2 , $\vec{E}_2$. Isto ten como consecuencia que:

- As cargas Q_1 e Q_2 han de ser de distinto signo para que o sentido de $\vec{E}_1$ sexa contrario ó de $\vec{E}_2$, xa que o sentido $\vec{E}$ creado por unha carga positiva é cara ó infinito e o dunha carga negativa é cara á propia carga creadora do campo.

- En valor absoluto, a carga Q_1 hai de ser maior que a carga Q_2 para que os valores E_1 e E_2 sexan iguais, xa que a distancia que separa a carga 1 do punto P, r_1 , é maior que a distancia que separa a carga 2 de P, r_2 :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{k Q_1}{r_1^2} = \frac{k Q_2}{r_2^2} \\ r_1 > r_2 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_1 > Q_2$$

O potencial eléctrico, V , no punto P é igual á suma dos potenciais que cada unha das cargas individuais crea nese punto: $V = V_1 + V_2$. O valor de V_i obtense coa expresión: $V_i = \frac{k Q_i}{r_i}$, correspondéndolle un signo positivo ou negativo segundo a carga sexa, respectivamente, positiva ou negativa. Para o caso de que $Q_1 > 0$ e $Q_2 < 0$ resulta:

$$\left. \begin{array}{l} V = \frac{k Q_1}{r_1} + \frac{k (-Q_2)}{r_2} \\ E_1 = E_2 \rightarrow \frac{k Q_1}{r_1^2} = \frac{k Q_2}{r_2^2} \rightarrow Q_1 = \frac{Q_2 r_1^2}{r_2^2} \end{array} \right\} \rightarrow V = \frac{k \frac{Q_2 r_1^2}{r_2^2}}{r_1} - \frac{k Q_2}{r_2} \rightarrow V = \frac{k Q_2}{r_2^2} (r_1 - r_2)$$

Como $r_1 > r_2$ resulta que $V > 0$.

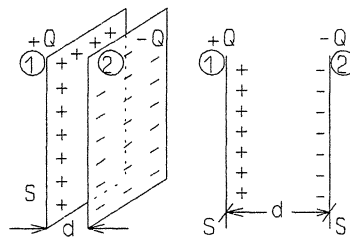
Para o caso de que $Q_1 < 0$ e $Q_2 > 0$ resulta:

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{k(-Q_1)}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2} \\ E_1 = E_2 &\rightarrow \frac{kQ_1}{r_1^2} = \frac{kQ_2}{r_2^2} \rightarrow Q_1 = \frac{Q_2 r_1^2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow V = -\frac{kQ_2 r_1^2}{r_1 r_2^2} + \frac{kQ_2}{r_2} \rightarrow V = -\frac{kQ_2}{r_2^2} (r_1 - r_2)$$

Como $r_1 > r_2$ resulta que $V < 0$.

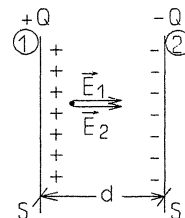
Polo tanto, o potencial eléctrico no punto P será positivo ou negativo, pero non nulo.

24.- Dúas láminas metálicas planas están colocadas de forma paralela e separadas unha pequena distancia, en comparación coas súas dimensións, tal como se indica na figura. Cando as láminas metálicas están cargadas, respectivamente, cunha carga $+Q$ e outra $-Q$, o campo eléctrico no seu interior: a) depende do punto en que se estudie; b) é uniforme; c) é nulo debido a que as cargas son de distinto signo. (Elixe razoadamente a opción que consideres correcta).



Solución:

A intensidade de campo eléctrico, $\vec{E}$, creado por unha lámina metálica de superficie S e cargada cunha carga Q , estando as cargas en equilibrio electrostático, vén dada pola expresión: $E = \frac{Q}{2 \epsilon S}$ (sempre que $\vec{E}$ se estude nas "proximidades" da lámina). A dirección de $\vec{E}$ é a perpendicular á lámina condutora e o seu sentido é cara ó infinito se a Q é positiva e cara á lámina se Q é negativa.



Como se trata de dúas láminas metálicas que posúen carga de igual valor e de signo contrario, a intensidade de campo total, $\vec{E}_{\text{total}}$, na rexión do espazo comprendida entre as láminas, é a suma dos vectores intensidade de campo que cada unha delas crea individualmente: $\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, correspondéndolle un valor de: $E_{\text{total}} = \frac{Q}{2 \epsilon S} + \frac{Q}{2 \epsilon S} \rightarrow E_{\text{total}} = \frac{Q}{\epsilon S}$, coa dirección perpendicular ás láminas e co sentido que vai desde a positiva á negativa.

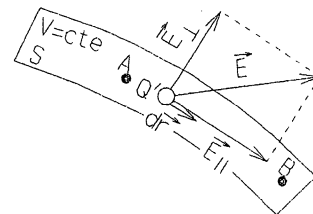
Como $\vec{E}_{\text{total}}$ é constante en módulo, dirección e sentido en todos os puntos comprendidos entre as dúas láminas metálicas, nesta zona do espazo o campo eléctrico é uniforme e represéntase por liñas de forza paralelas e equidistantes.

25.- Estuda que dirección teñen as liñas de forza do campo eléctrico nos puntos dunha superficie equipotencial.

Solución:

As liñas de forza do campo eléctrico son, en cada punto, tanxentes ó vector intensidade de campo eléctrico, $\vec{E}$. Que relación garda a dirección do vector campo eléctrico, $\vec{E}$, con respecto ás superficies equipotenciais?

A intensidade de campo eléctrico é sempre perpendicular ás superficies equipotenciais. De non sêlo, sempre habería un compoñente do campo tanxente á superficie que, no desprazamento dunha carga Q' entre dous puntos, A e B, da superficie equipotencial, desenvolvería un traballo distinto de cero: $W_A^B \neq 0$:



$$\left. \begin{aligned} W_A^B &= \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ \vec{F} &= Q' \cdot \vec{E} \end{aligned} \right\} \rightarrow W_A^B = \int_A^B Q' \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_{\text{paralelo}} + \vec{E}_{\text{perpendicular}} \end{aligned} \right\} \rightarrow W_A^B = \int_A^B Q' \cdot (\vec{E}_{\text{paralelo}} + \vec{E}_{\text{perpendicular}}) \cdot d\vec{r}$$

$$W_A^B = Q' \cdot \int_A^B E_{\text{paralelo}} \cdot dr \cdot \cos 0^\circ + Q' \cdot \int_A^B E_{\text{perpendicular}} \cdot dr \cdot \cos 90^\circ$$

$$W_A^B = Q' \cdot \int_A^B E_{\text{paralelo}} \cdot dr \rightarrow W_A^B \neq 0$$

Como sabemos que o traballo feito pola forza eléctrica do campo para desprazar unha carga Q' entre dous puntos dunha superficie equipotencial é nulo: $W_A^B = -Q' \cdot \Delta V = -Q' \cdot (V_B - V_A) = -Q' \cdot 0 = 0$, temos que concluír dicindo que o vector campo eléctrico é perpendicular ás superficies equipotenciais. En consecuencia, **as liñas de forza**, que en cada punto son tanxentes ó vector campo eléctrico, **son perpendiculares as superficies equipotenciais**.

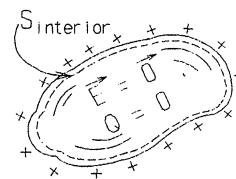
26.- Estuda se a superficie dun condutor, que posúe unha carga Q en equilibrio electrostático, é unha superficie equipotencial.

Solución:

Nun condutor cargado e en equilibrio electrostático, as cargas están distribuídas uniformemente pola súa superficie: As cargas repélense e de estar no interior desprazaríanse ata que a distancia fose máxima; isto é: ata a superficie do condutor.

Ó situarse as cargas sobre a superficie, a carga encerrada por unha superficie interior á do condutor é nula e, aplicando o teorema de Gauss, temos:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \oint_{S_{\text{interior}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} \\ \Phi &= \frac{Q}{\epsilon} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} \oint_{S_{\text{interior}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon} \\ Q_{\text{interior}} &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{E} = 0$$



O resultado é que o campo eléctrico, no interior dun condutor cargado en equilibrio electrostático, é nulo.

A relación que hai entre a intensidade do campo eléctrico, $\vec{E}$, e o potencial eléctrico, V , é: $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$. Resulta que para un punto interior do condutor, o potencial eléctrico é constante: $dV = -\vec{0} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow V = \text{cte.}$: Trátase dun volume equipotencial.

Como o potencial é continuo, o potencial da superficie do condutor coincide co potencial dun punto interior próximo á superficie, sendo constate e, en consecuencia, trátase dunha **superficie equipotencial**.

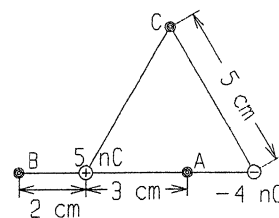
PROBLEMAS

1. Dúas cargas, unha de 5 nC e outra de -4 nC, están situadas no baleiro nos vértices dun triángulo equilátero de 5 cm de lado. Acha:

a) Acha o potencial eléctrico nos puntos A, B e C, situados tal como se indica na figura.

b) Acha o traballo feito pola forza eléctrica do campo para trasladar unha carga puntual de + 2 nC desde A ata B e desde C ata A.

c) A carga de 2 nC desprázase espontaneamente desde A ata B e desde C ata A ou desprázase por acción dunha forza exterior á do campo?



Solución:

a) O potencial creado por un sistema de cargas (neste caso dúas) obtense sumando alxebricamente o potencial debido a cada unha das cargas individuais:

$$V = \sum_i V_i = k \sum_i \frac{Q_i}{r_i} \text{ (sendo } r_i \neq 0 \text{)}.$$

V_i é positivo ou negativo, segundo que a carga que crea o campo sexa positiva ou negativa, respectivamente.

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{5 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-2}} - \frac{4 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}} \right] = -300 \text{ V}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{5 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}} - \frac{4 \cdot 10^{-9}}{7 \cdot 10^{-2}} \right] = 1736 \text{ V}$$

$$V_C = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{5 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-2}} - \frac{4 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-2}} \right] = 180 \text{ V}$$

b)

$$W_A^B = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = -Q' (V_B - V_A)$$

$$W_A^B = -2 \cdot 10^{-9} \cdot (1736 - (-300)) = -4,07 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$W_C^A = -Q' (V_A - V_C) = -2 \cdot 10^{-9} \cdot ((-300) - 180) = 9,60 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

c) $W_{A \rightarrow B} < 0 \Rightarrow$ o traballo feito pola forza eléctrica do campo é Negativo e a carga desprázase por acción dunha forza exterior que Nós facemos en contra da forza do campo. Tamén se pode facer esta argumentación vendo que o potencial en A ($V_A = -300 \text{ V}$) é menor que o potencial en B ($V_B = 1736 \text{ V}$) e como as cargas positivas van espontaneamente no sentido de potenciais decrecentes, para ir de A a B, a carga desprázase por acción dunha forza exterior.

$W_{C \rightarrow A} > 0 \Rightarrow$ o traballo é Positivo e é a propia forza do campo a que fai desprazar a carga desde o punto C ata o A.

2. En dous dos vértices dun triángulo equilátero da lado $l = 6 \text{ cm}$ encóntrase unha carga $Q = 10^{-6} \text{ C}$, e no terceiro vértice unha carga $Q' = -2Q = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Considerando que o medio é o baleiro, calcula:

- a) O potencial no punto medio do lado do triángulo en que están as dúas cargas Q .
b) O punto, sobre a altura do triángulo que pasa polo vértice no que está a carga Q' , no que o potencial é cero.

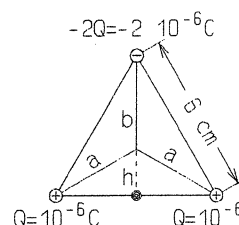
Solución:

a)

$$V = \sum_{i=1}^{i=3} V_i = k \sum_{i=1}^{i=3} \frac{Q_i}{r_i} \quad (\text{sendo } r_i \neq 0)$$

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{6^2 - 3^2} \cdot 10^{-2}}$$

$$V = 2,5 \cdot 10^5 \text{ V}$$



b)

$$V = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{a} + \frac{9 \cdot 10^9 (-2 \cdot 10^{-6})}{b} \left\{ \rightarrow \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{a} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{b} \rightarrow a = b \right.$$

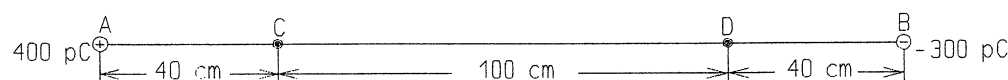
$$V = 0$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= h^2 + (3 \cdot 10^{-2})^2 \rightarrow a^2 = h^2 + 9 \cdot 10^{-4} \\ h &= \sqrt{(6^2 - 3^2)} \cdot 10^{-2} - b \\ b &= a \end{aligned} \right\} \rightarrow h = \frac{27 \cdot 10^{-4} - 9 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{27}} = \sqrt{3} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

A igual resultado chegamos se nos damos conta de que ó ser $b = a$, e tratarse dun triángulo equilátero, o punto onde $V = 0$ é o baricentro (que nun triángulo equilátero coincide co ortocentro) do triángulo, sendo a súa distancia ata o vértice $2/3$ da mediana (que nun triángulo equilátero coincide coa a altura) e ata o punto medio do lado $1/3$ da mediana (da altura):

$$h = \frac{1}{3} \sqrt{6^2 - 3^2} \cdot 10^{-2} \rightarrow h = \sqrt{3} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

3. No punto A da figura colócase unha carga de 400 pC e no punto B outra de -300 pC, sendo o medio o baleiro. Se a distancia AB é de 180 cm, calcula o traballo feito pola forza eléctrica do campo cando unha carga de 600 μ C vai desde o punto C ata o punto D. A carga desprázase espontaneamente por acción da forza do campo?



Solución:

$$a) W_C^D = -Q' \cdot \Delta V = -Q' \cdot (V_D - V_C)$$

$$W_C^D = -600 \cdot 10^{-6} \cdot (V_D - V_C)$$

$$V_C = \sum_{i=1}^{i=2} V_i = \frac{k Q_A}{r_{AC}} + \frac{k Q_B}{r_{BC}}$$

$$V_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 400 \cdot 10^{-12}}{40 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-300) \cdot 10^{-12}}{140 \cdot 10^{-2}} \rightarrow V_C = 7,07 \text{ V}$$

$$V_D = \sum_{i=1}^{i=2} V_i = \frac{k Q_A}{r_{AD}} + \frac{k Q_B}{r_{BD}}$$

$$V_D = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 400 \cdot 10^{-12}}{140 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-300) \cdot 10^{-12}}{40 \cdot 10^{-2}} \rightarrow V_D = -4,18 \text{ V}$$

$$W_C^D = -600 \cdot 10^{-6} \cdot (-4,18 - 7,07) \rightarrow W_C^D = 6,75 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Cando a carga positiva de $600 \mu\text{C}$ vai desde o punto C ata o D, en termos de potencial vai desde un punto de máis potencial ($V_C = 7,07 \text{ V}$) ata outro de menos potencial ($V_D = -4,18 \text{ V}$), que é o sentido de potencial que seguen as cargas positivas de forma espontánea, sendo positivo o traballo feito pola forza do campo.

4.- Unha carga de 10^{-2} C está na orixe de coordenadas cartesianas. Calcula:

- Os potenciais eléctricos nos puntos A(-2,4) e B(4,-5).
 - O traballo realizado cando unha carga de 10^{-4} C vai desde A a B.
 - A carga desprázase espontaneamente por acción da forza eléctrica do campo?
- Nota:** As cargas están no baleiro e as coordenadas danse en metros.

Solución:

a)

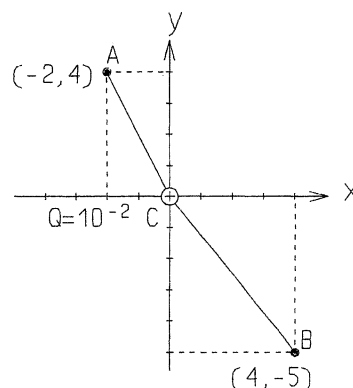
$$V = \frac{k Q}{r} \rightarrow V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{2^2 + 4^2}} \rightarrow V_A = 2,0 \cdot 10^7 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{4^2 + 5^2}} \rightarrow V_B = 1,4 \cdot 10^7 \text{ V}$$

b)

$$W_A^B = -Q' \cdot \Delta V = -Q' \cdot (V_B - V_A)$$

$$W_A^B = -10^{-4} \cdot (1,4 \cdot 10^7 - 2,0 \cdot 10^7) \rightarrow W_A^B = 600 \text{ J}$$



c) O traballo feito pola forza eléctrica do campo, cando a carga de 10^{-4} C vai desde A ata B, é positivo; o que significa que a carga se despraza espontaneamente por acción da forza do campo. Se o queremos razoar en termos de potencial eléctrico, a carga de 10^{-4} C vai desde un punto de máis potencial ($V_A = 2,0 \cdot 10^7 \text{ V}$) ata outro de menos potencial ($V_B = 1,4 \cdot 10^7 \text{ V}$), que é o sentido

de potencial que de forma espontánea seguen as cargas positivas por acción da forza do campo eléctrico.

5.- Unha carga de $6 \mu\text{C}$ encóntrase na orixe de coordenadas. Cal é o potencial a unha distancia de 4 m ? Que traballo fai a forza eléctrica do campo cando unha carga de $-2 \mu\text{C}$ vai desde o infinito ata ese punto que dista 4 m da orixe de coordenadas? Desprázase espontaneamente por acción da forza do campo? Cal é a enerxía potencial desa carga nese punto?

Solución:

$$V = \frac{k Q}{r} \rightarrow V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} \rightarrow V = 1,35 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$W_{\infty}^{\text{punto}} = -Q' \cdot \Delta V = -Q' \cdot (V_{\text{punto}} - V_{\infty})$$

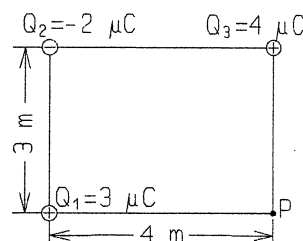
$$W_{\infty}^{\text{punto}} = -(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot (1,35 \cdot 10^4 - 0) \rightarrow W_{\infty}^{\text{punto}} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

A carga de $-2 \mu\text{C}$ desprázase desde o infinito de potencial $V_{\infty} = 0 \text{ V}$ ata o punto de potencial $V_{\text{punto}} = 1,35 \cdot 10^4 \text{ V}$, facéndoo de forma espontánea, xa que as cargas negativas desprázanse espontaneamente debido á forza do campo das zonas de menos potencial cara ás de máis potencial.

$$E_p = Q' \cdot V \rightarrow E_p = -2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,35 \cdot 10^4 \rightarrow E_p = -2,7 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

6.- Tres cargas eléctricas puntuais están situadas no baleiro nos vértices dun rectángulo como se indica na figura. Calcula:

- O campo eléctrico creado por cada carga no vértice P.
- O campo total en P.
- O potencial en P.



Solución:

a)

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^3 \vec{E}_i, \text{ sendo: } E_i = \frac{k Q_i}{r_i^2}$$

$$E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{4^2} \rightarrow E_1 = 1687 \text{ N C}^{-1}$$

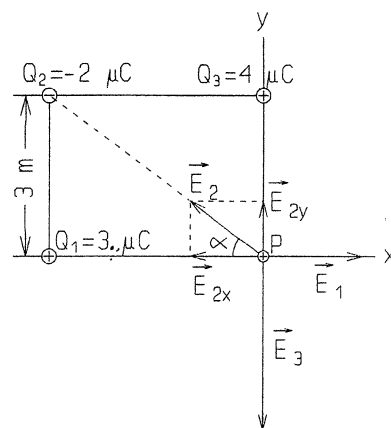
$$\vec{E}_1 = 1687 \vec{i} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

$$E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{3^2 + 4^2})^2} \rightarrow E_2 = 720 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{2x} = E_2 \cdot \cos \alpha \rightarrow E_{2x} = 720 \cdot \frac{4}{5} = 576 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{2y} = E_2 \cdot \sin \alpha \rightarrow E_{2y} = 720 \cdot \frac{3}{5} = 432 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = -576 \vec{i} + 432 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$



$$E_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{3^2} \rightarrow E_3 = 4000 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E}_3 = -4000 \vec{j} (\text{N C}^{-1})$$

b)

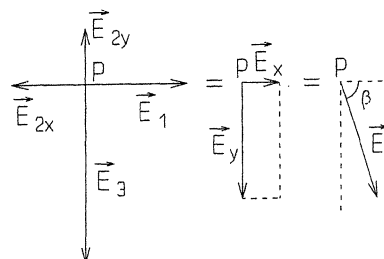
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\vec{E} = 1687 \vec{i} + (-576 \vec{i} + 432 \vec{j}) - 4000 \vec{j}$$

$$\vec{E} = 1111 \vec{i} - 3568 \vec{j} (\text{N C}^{-1})$$

$$E = \sqrt{1111^2 + 3568^2} = 3737 \text{ N C}^{-1}$$

$$\beta = \arctan \frac{-3568}{1111} \rightarrow \beta = -72,7^\circ$$



c)

$$V_p = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_p = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{4} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{5} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{3} \rightarrow V_p = 15,15 \cdot 10^3 \text{ V}$$

7. Temos un campo eléctrico uniforme dirixido verticalmente de abaixo cara arriba de intensidade 10^4 N C^{-1} . Calcula:

a) A forza exercida por este campo sobre un electrón, comparándoa coa forza do peso do electrón.

b) O tempo que necesita o electrón para percorrer 1 cm se parte do repouso.

c) A velocidade que adquirirá un electrón no campo anterior cando teña percorrido 1 cm partindo do repouso.

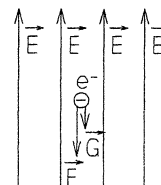
d) A enerxía cinética, en unidades de J e de eV, no caso anterior.

Datos: carga do $e^- = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_{e^-} = 9,1 \cdot 10^{-28} \text{ g}$.

Solución:

a)

$$\left. \begin{aligned} F &= Q \cdot E \rightarrow F = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4 \rightarrow F = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N} \\ \vec{F} &= -1,6 \cdot 10^{-15} \vec{j} (\text{N}) \\ G &= m \cdot g \rightarrow G = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,8 \rightarrow G = 8,9 \cdot 10^{-30} \text{ N} \\ \vec{G} &= -8,9 \cdot 10^{-30} \vec{j} (\text{N}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\vec{F}}{G} = \frac{F}{G} = \frac{1,6 \cdot 10^{-15}}{8,9 \cdot 10^{-30}} = 1,8 \cdot 10^{14}$$



b)

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = m_{e^-} \cdot \vec{a} \\ \vec{F} = \text{cte} \\ m_{e^-} = \text{cte} \end{array} \right\} \rightarrow \vec{a} = \text{cte} \Rightarrow \text{m.r.u.v.: } \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ F = m \cdot a \rightarrow 1,6 \cdot 10^{-15} = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot a \end{array} \right\} \rightarrow t = 3,4 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

c)

$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a} t \rightarrow v_f = \frac{1,6 \cdot 10^{-15}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot 3,4 \cdot 10^{-9} \rightarrow v_f = 5,98 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

d)

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (5,98 \cdot 10^6)^2 \rightarrow E_k = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ J} = 1 \text{ CV} \\ 1 e^- = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \rightarrow 1 \text{ C} = \frac{1 e^-}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,25 \cdot 10^{18} e^- \end{array} \right\} \rightarrow 1 \text{ J} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_k = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J} \\ 1 \text{ J} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ eV} \end{array} \right\} \rightarrow E_k = 1,6 \cdot 10^{-17} \cdot 6,25 \cdot 10^{18} \rightarrow E_k = 100 \text{ eV}$$

8.- Dúas esferas de 100 mg cada unha posúen cargas iguais, estando colgadas dun mesmo punto de sendos fíos de 30 cm de longo cada un. Se debido ás forzas electrostáticas están separadas 1,8 cm, calcula o valor da carga de cada bóla. Datos: $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$; $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

Solución:

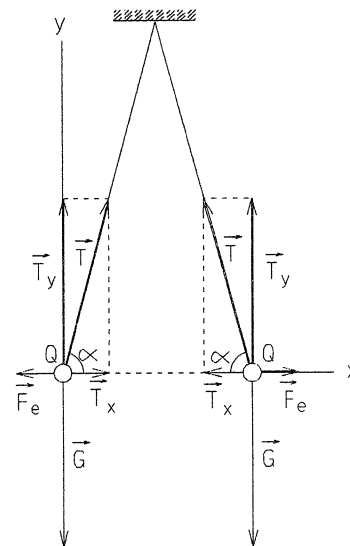
As esferas cargadas están en repouso $\Rightarrow \vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0}$. As forzas que actúan sobre as esferas son as indicadas no debuxo, resultando:

$$\vec{F}_e + \vec{T}_x = \vec{0} \rightarrow F_e - T_x = 0 \rightarrow F_e = T_x = T \cos \alpha$$

$$\vec{T}_y + \vec{G} = \vec{0} \rightarrow T_y - G = 0 \rightarrow T_y = T \sin \alpha = G$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q \cdot Q}{(1,8 \cdot 10^{-2})^2} = T \cos \alpha \\ 100 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 = T \sin \alpha \end{array} \right\} \rightarrow \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q^2}{1,8^2 \cdot 10^{-4}} = \frac{T \cos \alpha}{T \sin \alpha}$$

$$Q = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 1 \text{ nC}$$



9.- Unha pequena esfera de 0,5 g colga dun fío dentro dun campo eléctrico horizontal de intensidade $\vec{E} = 800 \vec{i}$ (N C⁻¹). Se a esfera está atraída polo campo ata formar un ángulo de 30° coa posición vertical, calcula o valor da carga.

Solución:

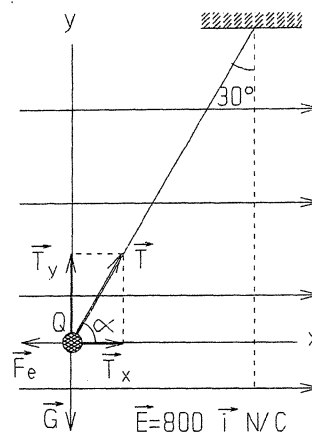
A esfera cargada está en repouso $\Rightarrow \vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0}$. As forzas que actúan sobre a esfera son as indicadas no debuxo, resultando:

$$\vec{F}_e + \vec{T}_x = \vec{0} \rightarrow -F_e + T_x = 0 \rightarrow F_e = T_x = T \cos 60^\circ$$

$$\vec{T}_y + \vec{G} = \vec{0} \rightarrow T_y - G = 0 \rightarrow T_y = T \sin 60^\circ = G$$

$$\left. \begin{aligned} Q \cdot 800 &= T \cdot \cos 60^\circ \\ 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 &= T \cdot \sin 60^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow Q = 3,54 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Como a carga Q é atraída polo campo eléctrico, o seu signo é negativo: $Q = -3,54 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.

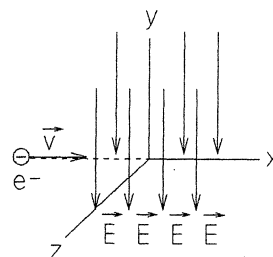


10.- Un electrón entra nun campo eléctrico uniforme na dirección perpendicular ás liñas do campo cunha velocidade de 10⁴ m/s. A intensidade do campo é $E = 10^5 \text{ V m}^{-1}$. Calcula a aceleración que experimenta o electrón. Datos: carga do $e^- = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, masa do $e^- = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} F &= Q_{e^-} \cdot E \\ F &= m \cdot a \end{aligned} \right\} \rightarrow a = \frac{Q_{e^-} \cdot E}{m}$$

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5}{9,1 \cdot 10^{-31}} \rightarrow a = 1,76 \cdot 10^{16} \text{ m s}^{-2}$$



11.- Na orixe de coordenadas atópase unha carga puntual de 2 μC. Calcula: a) o traballo necesario para traer unha segunda carga de 1 μC dende o infinito ata unha distancia de 1 m da primeira; b) a posición do punto, sobre a recta que une as dúas cargas separadas 1 m, na que o campo eléctrico é nulo. Dato: $k = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. (Selectividade COU, xuño 02).

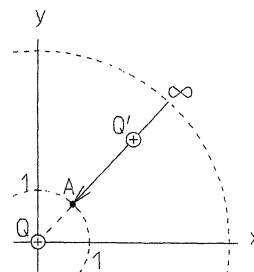
Solución:

a)

$$W_\infty^A = -Q' \cdot \Delta V = -Q' \cdot (V_A - V_\infty) = -Q' \cdot (V_A - 0) = -Q' \cdot V_A$$

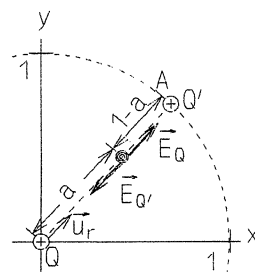
$$V_A = k \cdot \frac{Q}{r_A} \rightarrow V_A = 9,00 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1} \rightarrow V_A = 1,8 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$W_\infty^A = -1 \cdot 10^{-6} \cdot 1,8 \cdot 10^4 \rightarrow W_\infty^A = -1,8 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$



b)

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{0} \rightarrow \vec{E}_Q + \vec{E}_{Q'} = \vec{0} \rightarrow \vec{E}_Q = -\vec{E}_{Q'} \\ E_Q &= k \cdot \frac{Q}{a^2} \rightarrow E_Q = 9,00 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{a^2} \\ E_{Q'} &= k \cdot \frac{Q'}{(1-a)^2} \rightarrow E_{Q'} = 9,00 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{(1-a)^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{2 \cdot 10^{-6}}{a^2} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{(1-a)^2}$$



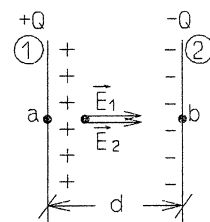
$$a = \begin{cases} 0,6 \text{ m} \\ 3,4 \text{ m} \end{cases}$$

Soamente para $a = 0,6 \text{ m}$ se cumpre que $\vec{E} = \vec{0}$ ($\vec{E}_Q = -\vec{E}_{Q'}$). Para $a = 3,4 \text{ m}$ sucede que $\vec{E}_Q = \vec{E}_{Q'}$ e $\vec{E}_{\text{total}} = 2\vec{E}_Q = 2\vec{E}_{Q'} \neq \vec{0}$.

12. Unha esfera pequena, de masa 1 g e carga 10^{-6} C , colga dun fío de 5 cm de lonxitude entre dúas placas metálicas paralelas. As placas están separadas entre si por unha distancia de 10 cm e posúen cargas iguais, pero de signo contrario. a) Que diferenza de potencial entre as placas fai que o fío forme un ángulo de 45° coa horizontal? b) Se as placas se descargan, cal será a velocidade da esfera ó pasar pola vertical? Dato: $g = 10 \text{ m s}^{-2}$. (Selectividade COU, xuño 01).

Solución:

a) Dúas placas metálicas iguais, colocadas de forma paralela e separadas unha pequena distancia (en comparación coas súas dimensións) por un dieléctrico, constitúen un **condensador plano**. Cando as láminas metálicas están cargadas, respectivamente, cunha carga $+Q$ e outra $-Q$, no seu interior aparece un campo eléctrico, $\vec{E}$, que é o creado por dúas láminas planas, que suman os seus efectos debido ó signo contrario das súas cargas eléctricas:



$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q}{2S\epsilon} + \frac{Q}{2S\epsilon} = \frac{Q}{S\epsilon} = \text{cte.}$$

Vemos que este campo eléctrico é constante en todos os puntos do interior do condensador: Trátase dun campo uniforme. Para calcular a diferenza de potencial entre as placas, relacionamos a intensidade de campo eléctrico e o potencial eléctrico:

$$\int_a^b dV = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow V_b - V_a = - \int_a^b E \cdot dr \cdot \cos 0^\circ = -E \cdot \int_a^b dr = -E \cdot (r_b - r_a) = -E \cdot d$$

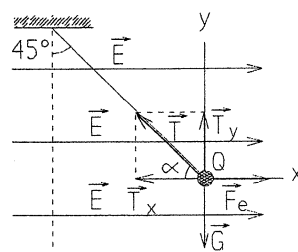
$$V_b - V_a = -E \cdot 10 \cdot 10^{-2} = -E \cdot 10^{-1}$$

Para calcular E facemos uso da información de que a esfera cargada está en repouso $\Rightarrow \vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0}$. As forzas que actúan sobre a esfera son as indicadas no debuxo, resultando:

$$\vec{F}_e + \vec{T}_x = \vec{0} \rightarrow -F_e + T_x = 0 \rightarrow F_e = T_x = T \cos 45^\circ$$

$$\vec{T}_y + \vec{G} = \vec{0} \rightarrow T_y - G = 0 \rightarrow T_y = T \sin 45^\circ = G$$

$$\left. \begin{aligned} 10^{-6} \cdot E &= T \cdot \cos 45^\circ \\ 1 \cdot 10^{-3} \cdot 10 &= T \cdot \sin 45^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow E = 10^4 \text{ N C}^{-1}$$



14.- Tres cargas puntuais $Q_1 = 2 \mu\text{C}$, $Q_2 = 4 \mu\text{C}$, $Q_3 = -6 \mu\text{C}$, están situadas, respectivamente, nos puntos $P_1(0,0)$, $P_2(6,0)$, $P_3(0,8)$, estando as coordenadas en metros. Acha: a) o vector campo eléctrico no punto $(6,8)$, b) a aceleración que experimenta unha partícula de masa 1 kg e carga $1 \mu\text{C}$ situada no punto $(6,8)$. Dato: $k = 1/(4 \pi \epsilon_0) = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. (Selectividade COU; set. 99).

Solución:

$$\text{a) } \vec{E} = \sum_{i=1}^3 \vec{E}_i, \text{ sendo: } E_i = \frac{k Q_i}{r_i^2}$$

$$E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{6^2 + 8^2})^2} \rightarrow E_1 = 180 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{1x} = E_1 \cos \alpha \rightarrow E_{1x} = 180 \cdot \frac{6}{10} = 108 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{1y} = E_1 \sin \alpha \rightarrow E_{1y} = 180 \cdot \frac{8}{10} = 144 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E}_1 = E_{1x} \vec{i} + E_{1y} \vec{j} \rightarrow \vec{E}_1 = 108 \vec{i} + 144 \vec{j} \text{ N C}^{-1}$$

$$E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{8^2} \rightarrow E_2 = 562,5 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = 562,5 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

$$E_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{6^2} \rightarrow E_3 = 1500 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E}_3 = -1500 \vec{i} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

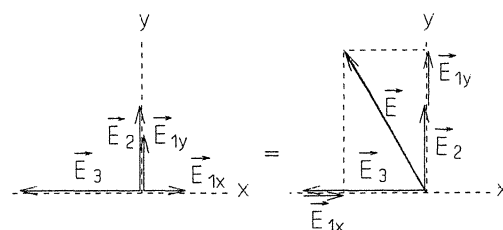
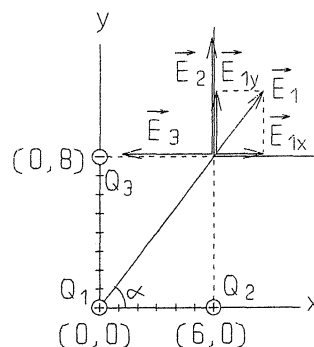
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\vec{E} = (108 \vec{i} + 144 \vec{j}) + 562,5 \vec{j} + (-1500 \vec{i}) \rightarrow \vec{E} = -1392 \vec{i} + 706,5 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = m \vec{a} \\ \vec{F} = Q \vec{E} \end{array} \right\} \rightarrow \vec{a} = \frac{Q \vec{E}}{m} \rightarrow \vec{a} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot (-1392 \vec{i} + 706,5 \vec{j})}{1}$$

$$\vec{a} = -1392 \cdot 10^{-6} \vec{i} + 706,5 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ (m s}^{-2}\text{)}$$



15.- Dúas cargas puntuais de $-5 \mu\text{C}$ cada unha, están fixas nos puntos $(0,0)$ e $(5,0)$. Acha: a) o vector campo electrostático no punto $(10,0)$, e b) a velocidade coa que chega ó punto $(8,0)$ unha partícula de masa 2 g e carga $8 \mu\text{C}$ que se abandona libremente no punto $(10,0)$. As

16.- Dispóñense tres cargas puntuais de $1 \mu\text{C}$ no baleiro e nos vértices dun triángulo equilátero de 1 m de lado. Acha: a) o campo resultante sobre unha calquera das cargas; b) o lugar onde se debe situar unha cuarta carga, así como a súa magnitude, para que o conxunto das catro cargas estea en equilibrio. Dato: $k_0 = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. (Selectividade COU; xuño 96).

Solución:

$$\text{a) } \vec{E} = \sum_{i=1}^3 \vec{E}_i, \text{ sendo: } E_i = \frac{k Q_i}{r_i^2}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{1^2} \rightarrow E_1 = E_2 = 9 \cdot 10^3 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{1x} = E_1 \cos \alpha \rightarrow E_{1x} = 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{0,5}{1} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{1y} = E_1 \sin \alpha \rightarrow E_{1y} = 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{\sqrt{1-0,5^2}}{1} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ N C}^{-1}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= 4,5 \cdot 10^3 \vec{i} + 7,8 \cdot 10^3 \vec{j} \\ \vec{E}_2 &= -4,5 \cdot 10^3 \vec{i} + 7,8 \cdot 10^3 \vec{j} \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{E} = 15,6 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

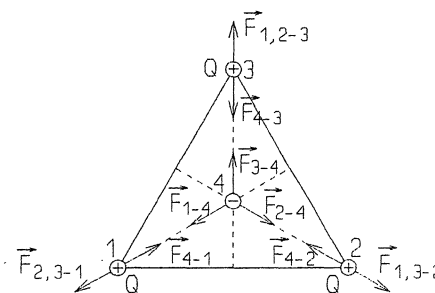
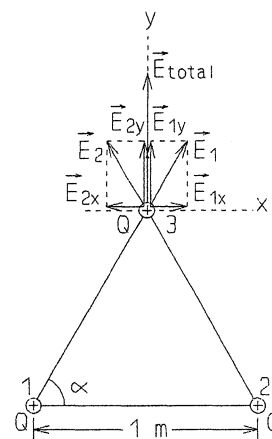
b) Para que unha cuarta carga, Q_4 , ó deixala en repouso estea en equilibrio, a resultante das forzas que han de actuar sobre ela ten que ser nula (primeira lei de Newton). Por simetría, o lugar onde se cumpre esta condición é no punto **centro do triángulo**: Nel, calquera valor de carga en valor e signo, vai estar en equilibrio: $\vec{F}_{\text{total sobre } Q_4} = \vec{F}_{1-4} + \vec{F}_{2-4} + \vec{F}_{3-4} = \vec{0}$.

Pero para que cada unha das cargas situadas nos vértices do triángulo estean en equilibrio hai de ocorrer que a forza que a cuarta carga exerce sobre cada unha delas sexa oposta á forza á que, debido ás restantes cargas dos vértices, están sometidas. Esta última forza vale:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \rightarrow F_{1,2-3} = Q_3 \cdot E_3 \rightarrow F_{1,2-3} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 15,6 \cdot 10^3 = 1,56 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{4-3} &= F_{1,2-3} \\ F_{4-3} &= \frac{k Q_4 Q_3}{r_{4-3}^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow F_{1,2-3} = \frac{k Q_4 Q_3}{r_{4-3}^2} \rightarrow F_{1,2-3} = 1,56 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$1,56 \cdot 10^{-2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot Q_4}{\left[\frac{2}{3} \cdot \sqrt{1^2 - 0,5^2} \right]^2} \rightarrow Q_4 = 0,58 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$



Como a forza que a carga Q_4 exerce sobre calquera unha das cargas dos vértices ten que ser atractiva, o signo das cargas que interaccionan son opostos e, polo tanto, o signo da cuarta carga é

negativo: $Q_4 = -0,58 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.

17.- En dous dos vértices dun triángulo equilátero de 5 cm de lado están situadas dúas cargas puntuais de $+5$ e $-5 \mu\text{C}$, respectivamente. Acha: a) o campo eléctrico no terceiro vértice e b) o traballo necesario para levar unha carga de $1 \mu\text{C}$ desde o terceiro vértice ata o punto medio do lado oposto. Dato: $k = 1/(4 \pi \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. (*Selectividade COU; set. 95*).

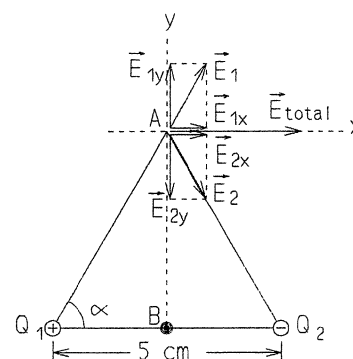
Solución:

a) Para o caso do exercicio resulta que: $\vec{E} = 2 \cdot \vec{E}_{1x}$.

$$E_1 = \frac{k Q_1}{r_1^2} \rightarrow E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

$$E_{1x} = E_1 \cdot \cos \alpha \rightarrow E_{1x} = 1,8 \cdot 10^7 \cdot \frac{2,5}{5} = 9 \cdot 10^6 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{\text{total}} = 2 \cdot 9 \cdot 10^6 = 18 \cdot 10^6 \text{ N C}^{-1}$$



b) A forza eléctrica que actúa sobre a carga móbil ó longo do seu percorrido non é constante e, en consecuencia, se queremos calcular o traballo a partir da súa definición, hai que realizar a integral: $W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Pero, como a forza á que está sometida é conservativa, podemos relacionar este traballo coa variación de enerxía potencial: $W_A^B = -\Delta E_p = -(E_{p_B} - E_{p_A})$.

$$E_{p_A} = \frac{k Q_1 Q_3}{r_{1-A}} + \frac{k Q_2 Q_3}{r_{2-A}}$$

$$E_{p_A} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 (-5 \cdot 10^{-6}) \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-2}} = 0 \text{ J}$$

$$E_{p_B} = \frac{k Q_1 Q_3}{r_{1-B}} + \frac{k Q_2 Q_3}{r_{2-B}}$$

$$E_{p_B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 (-5 \cdot 10^{-6}) \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 0 \text{ J}$$

$W_A^B = 0 \text{ J}$, o que significa que os puntos A e B son equipotenciais.

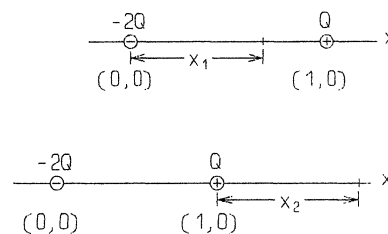
18.- Unha partícula de carga $-2Q$ sitúase na orixe do eixe x. A 1 metro de distancia e na parte positiva do eixe, sitúase outra partícula de carga $+Q$. Calcula os puntos do eixe en que: a) se anula o potencial electrostático, e b) se anula o campo electrostático. (*Selectividade COU; xuño 95*).

Solución:

$$a) V = \sum_{i=1}^{i=2} V_i = k \sum_{i=1}^{i=2} \frac{Q_i}{r_i} \text{ (sendo } r_i \neq 0 \text{)}$$

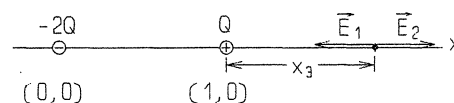
$$0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{(-2 \cdot Q)}{x_1} + \frac{Q}{1-x_1} \right] \rightarrow x_1 = \frac{2}{3} \text{ m}$$

$$0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{(-2 \cdot Q)}{1+x_2} + \frac{Q}{x_2} \right] \rightarrow x_2 = 1 \text{ m}$$



Os puntos para os que $V = 0$ son os que están á distancia de $\frac{2}{3}$ m e 2 m desde a orixe.

$$b) \vec{E} = \sum_{i=1}^{i=2} \vec{E}_i = \sum_{i=1}^{i=2} \frac{k Q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$



$$\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_1 = -\vec{E}_2 \rightarrow E_1 = E_2 \rightarrow \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot Q}{(1+x_3)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{x_3^2}$$

$$x_3^2 - 2x_3 - 1 = 0 \rightarrow x = \begin{cases} 2,4 \text{ m} \\ -0,4 \text{ m} \end{cases}$$

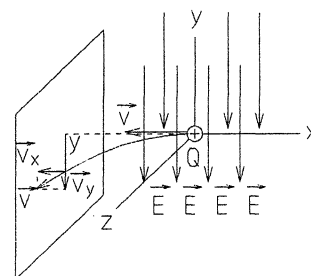
Soamente no punto que está a 3,4 m da orixe, a intensidade de campo eléctrico é nula, $\vec{E} = \vec{0}$, xa que para a distancia de 0,6 m (que é a outra solución obtida: $0,6 = 1 - 0,4$), aínda que $E_1 = E_2$, $\vec{E} \neq \vec{0}$ porque teñen o mesmo sentido.

19. Sométese a unha partícula de 0,1 g de masa e $1 \mu\text{C}$ de carga á acción dun campo eléctrico uniforme de magnitude 200 N C^{-1} na dirección do eixe y. Inicialmente a partícula está na orixe de coordenadas movéndose cunha velocidade de 1 m s^{-1} , segundo o eixe x. Se ignoramos a acción da gravidade, acha: a) O lugar no que chocará cunha pantalla perpendicular ó eixe x, situada a un metro da orixe, e b) A enerxía cinética que ten a partícula nese instante. (Selectividade COU; xuño 94).

Solución:

a) A carga eléctrica Q , de masa m , desprázase con aceleración, $\vec{a}$, constante debido á forza eléctrica, $\vec{F}$, que sobre ela exerce o campo eléctrico constante, $\vec{E}$:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= Q \cdot \vec{E} \\ \vec{F} &= m \cdot \vec{a} \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{a} = \frac{Q \cdot \vec{E}}{m} = \text{cte}$$



A carga describe un movemento parabólico debido a que a dirección da súa velocidade non coincide coa da aceleración, estando sometida simultaneamente a dous movementos:

• Un, rectilíneo e uniforme na dirección horizontal: $x = v_x \cdot t$.

• Outro, rectilíneo uniformemente acelerado na dirección vertical: $y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.

$$\left. \begin{aligned} x &= v_x \cdot t \rightarrow 1 = 1 \cdot t \rightarrow t = 1 \text{ s} \\ y &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ a &= \frac{Q E}{m} \rightarrow a = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{0,1 \cdot 10^{-3}} \rightarrow a = 2 \text{ m s}^{-2} \end{aligned} \right\} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ m}$$

Segundo o sentido tomado para $\vec{v}$ e $\vec{E}$, trátase do punto $(-1, -1)$.

b)

$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot v^2 \\ \vec{v} &= \vec{v}_x + \vec{v}_y \rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ v_x &= 1 \\ v_y &= v_{0y} + a \cdot t \rightarrow v_y = 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow v = \sqrt{5} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{5}^2 \rightarrow E_k = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

20. Tres cargas puntuais: $+Q$, $+Q$ e $-Q$ ($Q = 1 \mu\text{C}$), dispóñense nos vértices dun triángulo equilátero de 1 m de lado. Acha: a) O campo eléctrico no centro do triángulo; b) O traballo feito pola forza eléctrica do campo cando unha carga de $1 \mu\text{C}$ se despraza desde o centro do triángulo ata a metade do lado que une as dúas cargas $+Q$. Dato: $k_0 = 1 / (4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. (Selectividade COU; set. 93).

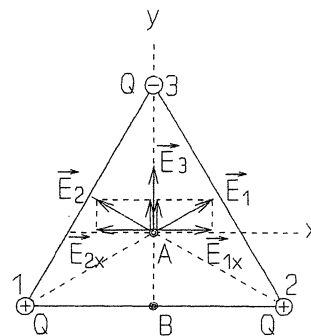
Solución:

$$\text{a) } \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = \frac{k Q}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{\left[\frac{2}{3} \cdot \sqrt{1^2 - 0,5^2} \right]^2} = 2,7 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

$$E = E_{1y} + E_{2y} + E_3$$

$$\left. \begin{aligned} E_{1y} &= E_{2y} = E_1 \sin 30^\circ \rightarrow E_{1y} = 2,7 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{2} = 1,35 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1} \\ E_3 &= 2,7 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1} \end{aligned} \right\} \rightarrow E = 5,4 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$$



$$\text{b) } W_A^B = -Q \cdot (V_B - V_A)$$

$$V = \sum_{i=1}^{i=3} V_i = k \sum_{i=1}^{i=3} \frac{Q_i}{r_i} \text{ (sendo } r_i \neq 0)$$

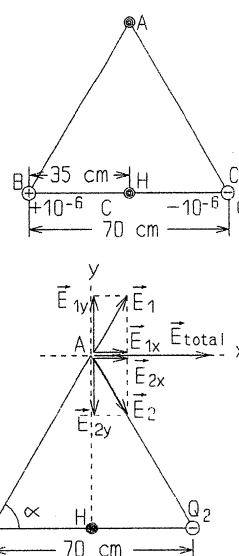
$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{1 \cdot 10^{-6}}{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{1^2 - 0,5^2}} + \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{1^2 - 0,5^2}} + \frac{(-1 \cdot 10^{-6})}{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{1^2 - 0,5^2}} \right] = 1,56 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,5} + \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,5} + \frac{(-1 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{1^2 - 0,5^2}} \right] = 2,56 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$W_A^B = -10^{-6} \cdot (2,56 \cdot 10^4 - 1,56 \cdot 10^4) \rightarrow W_A^B = -0,01 \text{ J}$$

21. Sitúanse dúas cargas, unha de $+10^{-6} \text{ C}$ e outra de -10^{-6} C , nos vértices dun triángulo de 70 cm de lado, como se indica na figura. Calcula:

- O campo eléctrico no vértice A.
- O traballo para mover unha carga de proba Q desde A ata H (H = punto medio entre B e C). Nota: Toma $k_0 = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. (Selectividade COU; set. 92).



Solución:

$$a) \vec{E} = \sum_{i=1}^2 \vec{E}_i, \text{ sendo: } E_i = \frac{k Q_i}{r_i^2}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{(70 \cdot 10^{-2})^2} \rightarrow E_1 = 1,84 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

$$E_{1x} = E_{2x} = E_1 \cos \alpha \rightarrow E_{1x} = E_{2x} = 1,84 \cdot 10^4 \cdot \cos 60^\circ = 9,2 \cdot 10^3 \text{ N C}^{-1}$$

$$E = E_{1x} + E_{2x} = 9,2 \cdot 10^3 + 9,2 \cdot 10^3 = 1,84 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E} = 1,84 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

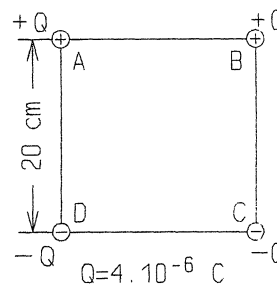
b)

$$\left. \begin{aligned} W_A^H (\text{feito pola forza eléctrica do campo}) &= -Q \cdot (V_H - V_A) \\ V &= \sum_{i=1}^2 V_i = \sum_{i=1}^2 \frac{k Q_i}{r_i} \\ V_H &= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{35 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-10^{-6})}{35 \cdot 10^{-2}} = 0 \text{ V} \\ V_A &= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{70 \cdot 10^{-3}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-10^{-6})}{70 \cdot 10^{-3}} = 0 \text{ V} \end{aligned} \right\} \rightarrow W_A^H = 0 \text{ J}$$

O traballo exterior, W_{exterior} , que hai que facer para mover a carga de proba Q con velocidade constante desde A ata H coincide co traballo feito pola forza do campo, cambiado de signo:

$$W_{A \text{ (forza exterior)}}^H = - W_{A \text{ (forza campo eléctrico)}}^H \rightarrow W_{A \text{ (forza exterior)}}^H = 0 \text{ J}$$

22.- Se se teñen catro cargas nos vértices dun cadrado como aparece na figura, determina: a) O campo eléctrico no centro do cadrado e b) O traballo necesario para mover unha carga de proba de valor Q desde C ata A. Nota: toma $k_0 = 1/(4 \pi \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. (Selectividade COU; xuño 92).



Solución:

$$a) \vec{E} = \sum_{i=1}^{i=4} \vec{E}_i, \text{ sendo: } E_i = \frac{k Q_i}{r_i^2}$$

$$E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{\left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,2^2 + 0,2^2} \right]^2} \rightarrow E_1 = 1,8 \cdot 10^6 \text{ N C}^{-1}$$

$$E = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} + E_{4y} = 4 \cdot E_{1y}$$

$$E_{1y} = E_1 \cdot \cos \alpha \rightarrow E_{1y} = 1,8 \cdot 10^6 \cdot \cos 45^\circ = 1,27 \cdot 10^6 \text{ N C}^{-1}$$

$$E = 4 \cdot 1,27 \cdot 10^6 = 5,1 \cdot 10^6 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E} = -5,1 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

b)

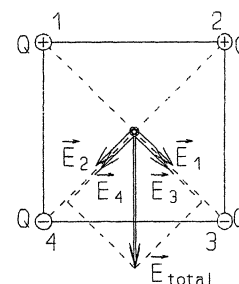
$$W_C^A = -Q \cdot (V_A - V_C)$$

$$V_A = \sum_{i=1}^{i=3} V_i = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{k Q_i}{r_i}$$

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{4 \cdot 10^{-6}}{0,2} + \frac{(-4 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{0,2^2 + 0,2^2}} + \frac{(-4 \cdot 10^{-6})}{0,2} \right] = -1,27 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{4 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{0,2^2 + 0,2^2}} + \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0,2} + \frac{(-4 \cdot 10^{-6})}{0,2} \right] = 1,27 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$W_C^A = -Q \cdot (-1,27 \cdot 10^5 - 1,27 \cdot 10^5) \rightarrow W_C^A = 2,54 \cdot 10^5 Q \text{ J}$$



O traballo exterior, W_{exterior} , que hai que facer para mover a carga de proba Q con velocidade constante desde C ata A coincide co traballo feito pola forza do campo, cambiado de signo:

$$W_{C \text{ (forza exterior)}}^A = - W_{C \text{ (forza campo eléctrico)}}^A \rightarrow W_{C \text{ (forza exterior)}}^A = -2,54 \cdot 10^5 Q \text{ J}$$

23.- Nun sistema de coordenadas rectangulares colócase no baleiro unha carga de $25 \cdot 10^{-9}$ C na súa orixe de coordenadas e outra carga de $-25 \cdot 10^{-9}$ C no punto $x = 6$ m; $y = 0$ m. Determina:

- a) O vector campo eléctrico no punto $x = 3$ m, $y = 4$ m.
 b) O traballo necesario para mover unha carga de proba unidade desde o punto de coordenadas $x = 3$ m, $y = 4$ m ata o punto $x = 6$ m, $y = 8$ m. Nota: toma $k_0 = 1 / (4 \pi \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻². (Selectividade COU; xuño 91).

Solución:

a)

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=2} \vec{E}_i, \text{ sendo: } E_i = \frac{k Q_i}{r_i^2}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{3^2 + 4^2})^2} \rightarrow E_1 = 9 \text{ N C}^{-1}$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1x} + \vec{E}_{1y} = E_1 \cos \alpha \vec{i} + E_2 \cos \alpha \vec{j} \rightarrow \vec{E}_1 = 9 \cdot \frac{3}{5} \vec{i} + 9 \cdot \frac{4}{5} \vec{j} = 5,4 \vec{i} + 7,2 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

$$\vec{E}_2 = 5,4 \vec{i} - 7,2 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

$$\vec{E} = E_1 + E_2 \rightarrow \vec{E} = 10,8 \vec{i} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

b)

$$W_A^B = -Q \cdot (V_B - V_A)$$

$$V = \sum_{i=1}^{i=2} V_i = k \sum_{i=1}^{i=2} \frac{Q_i}{r_i} \text{ (sendo } r_i \neq 0\text{)}$$

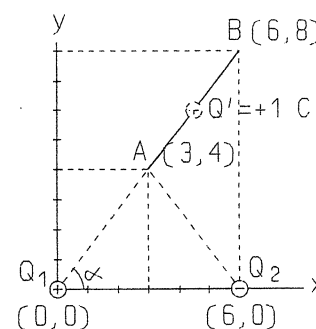
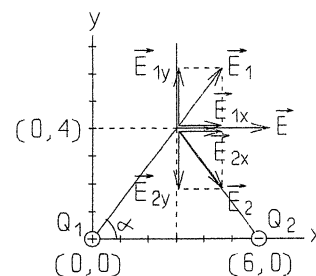
$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{25 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} + \frac{-25 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \right] = 0 \text{ V}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{25 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{6^2 + 8^2}} + \frac{-25 \cdot 10^{-9}}{8} \right] = -5,625 \text{ V}$$

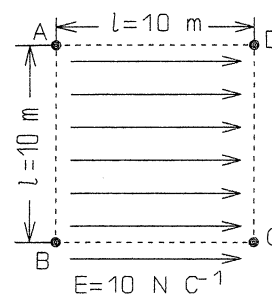
$$W_A^B = -1 \cdot (5,625 - 0) \rightarrow W_A^B = 5,625 \text{ J}$$

O traballo exterior, W_{exterior} , necesario para mover a carga de proba unidade con velocidade constante desde o punto (3,4) ata o (6,8) coincide co traballo feito pola forza do campo, cambiado de signo:

$$W_{(3,4)}^{(6,8)} \text{ (forza exterior)} = -W_{(3,4)}^{(6,8)} \text{ (forza campo eléctrico)} \rightarrow W_{(3,4)}^{(6,8)} \text{ (forza exterior)} = -5,625 \text{ J}$$



24.- Nunha rexión do espazo existe un campo eléctrico uniforme de intensidade $E = 10 \text{ N C}^{-1}$. Determina (véxase a figura): a) A diferenza de potencial $V_D - V_B$ e b) O traballo necesario para mover unha carga de 4 C desde o punto A ó punto C. Nota: $l_{\text{lado cadrado}} = 10 \text{ m}$; os lados AB e DC son perpendiculares ás liñas do campo eléctrico. (Selectividade COU; xuño 91).



Solución:

a)

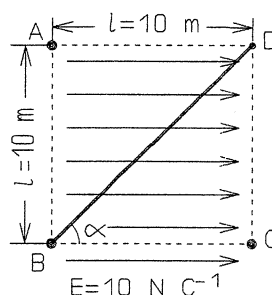
$$V_B^D = V_D - V_B = - \int_B^D \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_A^D \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_D - V_B = - \int_B^A E \, dl \cos 90^\circ - \int_A^D E \, dl \cos 0^\circ = - \int_A^D E \, dl$$

$$V_D - V_B = -E \int_A^D dl = -E [l]_A^D = -E l$$

$$V_D - V_B = -10 \cdot 10 \rightarrow V_D - V_B = -100 \text{ V}$$

Tamén podemos calcular a diferenza de potencial entre os puntos B e D, V_B^D , se se resolve a integral $V_B^D = V_D - V_B = - \int_B^D \vec{E} \cdot d\vec{l}$, tomando como liña de integración a da diagonal do cadrado.



$$V_B^D = V_D - V_B = - \int_B^D E \cdot dl \cdot \cos \alpha = -E \cdot \cos \alpha \cdot \int_A^D dl = -E \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + l^2}} \cdot \sqrt{l^2 + l^2} = -E \cdot l$$

b)

$$W_A^C = -Q \cdot (V_C - V_A)$$

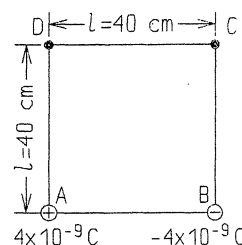
Segundo os datos do problema, a intensidade de campo eléctrico, $\vec{E}$, é perpendicular á recta que une os puntos CD. Se recordamos que $\vec{E}$ é sempre perpendicular a toda superficie ou liña equipotencial, podemos concluír dicindo que os puntos C e D teñen o mesmo potencial: $V_C = V_D$. Igual ocorre cos puntos A e B: $V_A = V_B$.

$$\left. \begin{array}{l} V_A = V_B \\ V_C = V_D \\ V_D - V_B = -100 \text{ V} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} V_C - V_A = -100 \text{ V} \\ W_A^C = -Q (V_C - V_A) \end{array} \right\} \rightarrow W_A^C = -4 \cdot (-100) \rightarrow W_A^C = 400 \text{ J}$$

O traballo exterior, W_{exterior} , que hai que facer para mover a carga de 4 C con velocidade constante desde o punto A ata C coincide co traballo feito pola forza do campo, cambiado de signo:

$$W_A^C (\text{forza exterior}) = -W_A^C (\text{forza campo eléctrico}) \rightarrow W_A^C (\text{forza exterior}) = -400 \text{ J}$$

25.- Dúas cargas puntuais de $4 \cdot 10^{-9}$ C e $-4 \cdot 10^{-9}$ C encóntranse situadas no baleiro en dous vértices consecutivos A e B dun cadrado de 40 cm de lado, como se indica na figura. Calcula: a) A intensidade do campo eléctrico no centro do cadrado e b) O traballo necesario para levar unha carga de $6 \cdot 10^{-9}$ C desde o vértice C ata o D. Dato: $k_0 = 1 / (4\pi\epsilon_0)$, $k_0 = 9 \cdot 10^9$ m F⁻¹. (Selectividade COU; set. 90).

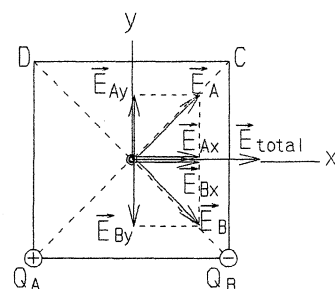


Solución:

a)

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^2 \vec{E}_i, \text{ sendo: } E_i = \frac{k Q_i}{r_i^2}$$

$$E_A = E_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{\left(\sqrt{(20 \cdot 10^{-2})^2 + (20 \cdot 10^{-2})^2}\right)^2} \rightarrow E_A = E_B = 450 \text{ N C}^{-1}$$



$$\vec{E}_A = \vec{E}_{Ax} + \vec{E}_{Ay} = 450 \cdot \cos 45^\circ \vec{i} + 450 \cdot \sin 45^\circ \vec{j} = 318,2 \vec{i} + 318,2 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

$$\vec{E}_B = 318,2 \vec{i} - 318,2 \vec{j} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

$$\vec{E} = 636,4 \vec{i} \text{ (N C}^{-1}\text{)}$$

b)

$$W_C^D = -Q \cdot (V_D - V_C)$$

$$V = \sum_{i=1}^2 V_i = k \sum_{i=1}^2 \frac{Q_i}{r_i} \text{ (sendo } r_i \neq 0\text{)}$$

$$V_D = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{4 \cdot 10^{-9}}{40 \cdot 10^{-2}} + \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{(40 \cdot 10^{-2})^2 + (40 \cdot 10^{-2})^2}} \right) = 26,4 \text{ V}$$

$$V_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{(40 \cdot 10^{-2})^2 + (40 \cdot 10^{-2})^2}} + \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{40 \cdot 10^{-2}} \right) = -26,4 \text{ V}$$

$$W_C^D = -6 \cdot 10^{-9} \cdot (26,4 - (-26,4)) \rightarrow W_C^D = -3,17 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

O traballo exterior, W_{exterior} , que hai que facer para mover a carga Q' con velocidade constante desde o vértice C ata o D coincide co traballo feito pola forza do campo, cambiado de signo:

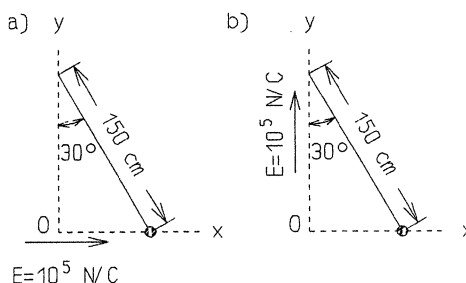
$$W_{C \text{ (forza exterior)}}^D = -W_{C \text{ (forza campo eléctrico)}}^D \rightarrow W_{C \text{ (forza exterior)}}^D = 3,17 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

26.- Un péndulo está constituído por unha pequena esfera metálica, de masa $m = 1$ g e dimensións desprezables, e un fío inextensible, de 150 cm de longo e sen peso apreciable. Se a

esfera ten unha carga positiva Q e o péndulo se sitúa nunha rexión onde existe un campo eléctrico uniforme de intensidade $E = 10^5 \text{ N/C}$, calcula:

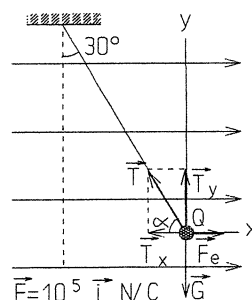
a) O valor da carga Q da esfera sabendo que cando o campo é paralelo ó eixe x , ver figura a), alcánzase a posición de equilibrio para un ángulo de 30° do fío coa vertical.

b) O período de oscilación do péndulo cando o campo eléctrico é perpendicular ó eixe x , ver figura b), e está dirixido de abaixo cara arriba. Toma para $g = 10 \text{ m s}^{-2}$. (Selectividade COU; xuño 90).



Solución:

a) A esfera cargada está en repouso $\Rightarrow \vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F}_{rx} = \vec{0} \\ \vec{F}_{ry} = \vec{0} \end{cases}$. Como as forzas que actúan sobre a esfera son: a eléctrica, $\vec{F}_e$, a gravitatoria, $\vec{G}$, e a tensión do fío, $\vec{T}$, que descompoñemos na dirección horizontal, $\vec{T}_x$, e na vertical, $\vec{T}_y$, como se indica na figura, podemos escribir:

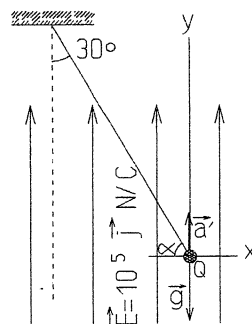


$$\vec{F}_e + \vec{T}_x = \vec{0} \rightarrow -F_e + T_x = 0 \rightarrow F_e = T_x = T \cos 60^\circ$$

$$\vec{T}_y + \vec{G} = \vec{0} \rightarrow T_y - G = 0 \rightarrow T_y = T \sin 60^\circ = G$$

$$\left. \begin{aligned} Q \cdot 10^5 &= T \cdot \cos 60^\circ \\ 1 \cdot 10^{-3} \cdot 10 &= T \cdot \sin 60^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow Q = 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

Como a carga Q é repelida polo campo eléctrico, o seu signo é positivo:
 $Q = +5,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.



b)

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{a}}$$

$$a = g - a'$$

$$a' = \frac{F_{\text{eléctrica}}}{m} \rightarrow a' = \frac{5,8 \cdot 10^{-8} \cdot 10^5}{1 \cdot 10^{-3}} = 5,8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\rightarrow a = 10 - 5,8 = 4,2 \text{ m s}^{-2}$$

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{150 \cdot 10^{-2}}{4,2}} \rightarrow T = 3,75 \text{ s}$$